

〈論 文〉

# 일반 비직교좌표계를 사용하는 3차원 범용 유동해석 프로그램의 개발

허남건\* · 조원국\* · 윤성영\* · 김광호\*  
(1993년 10월 11일 접수)

## A Study on the Development of General Purpose Program for the Analysis of 3-D Fluid Flow by using a General Non-Orthogonal Grid System

N. Hur, W. K. Cho, S. Y. Yoon & K. H. Kim

**Key Words :** CFD(전산유체역학), General Purpose Program(범용프로그램), General Non Orthogonal Coordinate System(일반 비직교좌표계), F. V. M.(유한체적법), Turbulent Flow(난류유동)

### Abstract

A general purpose program, TURBO-3D, for the analysis of 3-D fluid flow in complex geometry has been developed, which employs a standard  $k-\epsilon$  turbulence model and a general non-orthogonal grid system. For the purpose of verification of the program and testing the applicability, turbulent flows in an S-shaped diffuser and turbulent flows over an backward facing step are solved and compared with the earlier results. Comparison with the results by the STAR-CD program has been also made for the same flow configuration and grid structure. The agreements are excellent and hence the program has been verified. Since the present program is applicable only on limited flow phenomena and lacks the pre- and post processor, further improvements toward these directions are being made.

### 기 호 설 명

- |                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| $a$ : 차분방정식의 계수      | $q$ : 스칼라 flux      |
| $A$ : 면적             | $s$ : 생성항           |
| $b$ : 변화 미분방정식의 계수   | $T$ : 응력텐서          |
| $C$ : 차분방정식의 생성항     | $u$ : 직교좌표 속도성분     |
| $F$ : 검사체적면을 지나는 유량  | $U$ : 체적면에 수직한 속도성분 |
| $G$ : 난류 운동에너지 생성률   | $x$ : 일반좌표계         |
| $J$ : 좌표변환의 Jacobian | $y$ : 직교좌표계         |
| $k$ : 난류 운동에너지       |                     |
| $p$ : 압력             |                     |
| $Pr$ : Prandtl수      |                     |

### 그리스문자

- |                                   |
|-----------------------------------|
| $\beta$ : 좌표변환 인자                 |
| $\Gamma$ : 확산계수                   |
| $\epsilon$ : 난류 운동에너지 소산율         |
| $\lambda$ : 식 (19), (20)에서 사용된 계수 |

\*정회원, 한국과학기술연구원 열·유체공학 연구실

- $\mu$  : 동점성 계수  
 $\omega$  : 변환된 운동량 방정식에서 미분 연상자  
 $\rho$  : 밀도  
 $\phi$  : 스칼라양  
 $\theta$  : 격자선 사이가 이루는 각도

#### 하점차

- $e, w, n, s, t, b$  : 검사면의 위치  
 $E, W, N, S, T, B$  : Node점의 위치  
 $u$  : 각 방향의 속도  
 1, 2, 3 : 좌표방향, Covariant성분

#### 상점차

- $C$  : 대류  
 $D$  : 확산  
 $DN$  : 직교 확산항  
 $DC$  : 교차 확산항  
 1, 2, 3 : 좌표방향, Convariant성분

## 1. 서 론

산업계의 전 분야에서 컴퓨터를 사용한 해석기법이 발전을 거듭하고 있으며, 과거에는 주로 실험 및 이론적 방법에 의한 해석에 국한되었던 열 및 물질전달과 관련된 유동해석에 있어서 전산유체역학의 역할이 점차 커지는 경향을 보이고 있다. 전산유체역학에 의한 열유동해석은 상당히 많은 분야에 응용되고 있으며 이를 위한 해석프로그램을 개발하기 위한 연구도 활발히 진행되고 있다. 수치해석에 의한 유동해석은 실험에 의한 해석에 비하면 비용 및 시간에 있어서 상당한 비교 우위를 점하며 이에 따른 결과로 선진국에서는 이미 많은 상용프로그램이 개발되어 시판되고 있다.

현재 많이 사용되고 있는 상용 프로그램으로는 STAR-CD, PHOENICS, FLUENT, FLOT-RAN, FLOW3D, FIDAP 등이 있으며 이들은 공통적으로 격자생성을 위한 전처리부와 계산을 위한 계산부, 그리고 결과의 출력을 위한 후처리부 등으로 구성되어 있다. 또한, 기능에 있어서 이들은 복잡한 형상에 대한 유동해석을 위하여 경계 밀착좌표계를 사용하고 있으며 다양한 물리적 현상의 해석을 위하여 많은 기능을 제공한다. 이들중 FLOT-RAN과 FIDAP을 제외하면 모두 유한체적법에 의한 이산화를 채택하고 있으며 복잡한 형상의 모델링시 필요한 육면체 이외의 미소체적의 처

리 등이 가능한 비조적 격자의 사용으로 과거 유한체적법이 가지고 있던 단점을 상당부분 개선하여 유한체적법은 최근 유동해석 프로그램의 주종을 이루고 있다.<sup>(1-6)</sup>

이들 상용 프로그램과는 달리 범용성은 뒤지나 특정 분야에 대한 적용성 및 효율성이 뛰어난 유동해석 프로그램들이 여러 대학과 연구소 등에서 개발되고 있으며 국내에서도 이러한 연구가 시작되고 있다. 국내의 터보·동력기계 연구센터에서는 축대칭 3차원 문제와 보통의 2차원 타원형 문제에 접근할 수 있는 범용 프로그램인 GC2D<sup>(7)</sup>를 개발하였다. 이 프로그램은 경계 밀착좌표계를 도입하였으며 Covaient 속도성분을 주요 종속변수로 선정하고 있고 여러 예제들과 함께 소개되었다. 이 이외에도 많은 종류의 프로그램들이 개발되어 각 학교, 연구소 등에서 사용되고 있으나 대부분 2차원 프로그램에 국한되어 있는 실정이다. 국외의 연구기관에서는 보다 많은 연구가 진행되어 앞에서 언급한 여러 상용 프로그램의 기초가 되어왔다. Peric<sup>(8)</sup>은 복잡한 형상을 한 유로내의 3차원 유동해석이 가능한 유한체적 프로그램을 개발하여 STAR-CD의 골격이 되었으며, 이 프로그램은 비엇물림격자계를 채택하고 있으며 직교좌표성분의 속도와 미소체적의 중심에서의 압력 및 스칼라성분을 주요 종속변수로 정하고 있다. Peric은 비엇물림격자계 사용시 발생하는 압력의 decoupling현상을 없애기 위한 Rhie와 Chow<sup>(9)</sup>에 의해 제안된 운동량 보간 절차와 각 방정식의 차분화 방법을 자세히 소개하였고 각종 형상의 유로에 대한 유동해석을 수행하였으며 이를 실험결과와 비교하여 프로그램의 신뢰성을 확인하였다. Majumdar 등<sup>(10)</sup>은 곡률이 있는 불규칙적인 경계를 가지는 형상에서의 비압축성 3차원 유동해석을 수행하였고 이들 역시 미소체적 중심에서의 값을 종속변수로 설정하였고 속도는 직교속도성분을 이용하였다. 이들은 각 변수를 보간하여 미소체적면에서의 값을 구하였고 압력의 decoupling현상 방지를 위하여 역시 운동량보간법을 사용하였다. 이들은 수치계산을 위한 절차의 간략한 소개와 함께 몇가지 내부유동과 외부유동의 해석예를 보이고 있다.

한편, 국내의 산업화 진전에 따라 범용성을 갖춘 유동해석 프로그램의 수요가 증가하고 있으나 상용 프로그램의 국내개발은 이루어지지 않고 있다. 이에 따른 결과로 학계 및 일부 산업계에서 특정한

문제에 적당한 프로그램을 제작 또는 기존의 것을 변경 개선하여 사용하고 있거나 많은 사용료를 지불하고 외국의 상용 프로그램을 이용하고 있다. 따라서, 본 연구에서는 범용성을 갖는 프로그램 개발의 중요성을 인식하고 이를 개발하고자 하였으며, 대부분의 상용 프로그램에서 채택하고 있는 것과 같은 골격을 갖는 프로그램을 개발하였다. 즉, 복잡한 형상에서의 유동현상을 해석하기 위하여 일반 비직교좌표계를 사용하였으며 유한체적법에 근간을 둔 비엇물림격자제를 사용하였고 직교좌표 속도성분을 종속변수로 하였다. 대류항의 처리에는 상류차분법을 사용하였고 압력항처리는 SIMPLE Algorithm을 이용하였다. 이상화된 선형 대수방정식을 풀기위하여 압력방정식에는 CGM을, 그 이외에는 SIP을 사용하였으며 압력의 Decoupling현상을 방지하기 위하여 Rhie와 Chow의 운동량 보간을 사용하였다. 또한, 본 프로그램에서는 층류와 난류 유동의 해석이 가능하며 임의의 장애물이 있는 유동장의 해석이 가능하다.

개발된 프로그램 (TURBO-3D)의 검증과 응용가능성을 시험하기 위하여 비직교계산격자를 갖는 S자 모양의 디퓨저와 계산영역의 일부를 고체로 처리하여 후향계단에서의 유동에 대하여 계산하여, 발표된 결과와 상용 프로그램인 STAR-CD의 계산결과와 비교 검토하였다. 특히, 후향계단에서의 유동은 이미 많은 연구결과가 보고되어 있고 프로그램의 검증시 많이 이용되므로 이에 대한 해석은 프로그램의 검증에 필수적이고 또한 신뢰성 확보에도

중요하다.

## 2. 지배방정식 및 계산 알고리즘

비정상항을 무시한 질량, 운동량, 스칼라량의 보존방정식은 직교좌표계  $y$ 와 일반좌표계  $x$ 와의 좌표변환  $y^i = y^i(x^j)$ 의 Jacobian  $J$ 내  $\partial y^i / \partial x^j$ 의 cofactor  $\beta_i^j$ 를 사용하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x^j} (\rho u_m \beta^{mj}) = s_m \quad (1)$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x^j} [(\rho u_m u_i - T_{mi}) \beta^{mj}] = s_i^u \quad (2)$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x^j} [(\rho u_m \phi - q_m) \beta^{mj}] = s_\phi \quad (3)$$

여기서,  $\rho$ 는 밀도,  $u$ 는 직교좌표계의 속도성분, 그리고  $s$ 는 생성항을 나타낸다. 난류유동을 해석하기 위하여 식(2)의 응력 텐서  $T_{mi}$ 를 표현하는데 사용되는 점성계수  $\mu$ 를 난류의 효과를 포함하는 유효점성계수로 사용하였다. 이 경우 유효점성계수를 구하는 방법에 따라 여러가지 난류 모델이 존재하나 여기서는 가장 많이 사용되고 있는 표준  $k-\epsilon$  2방정식 난류모델을 사용하였다. 이 난류모델은 난류운동에너지  $k$ 와 그 확산율  $\epsilon$ 에 대한 두개의 추가방정식을 해석하여 난류점성계수를 구하는 방법이며 이 난류모델의 자세한 설명은 본 논문에서는 생략한다. 텐서 방정식(1)~(3)을 전개하여 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x^1} U_1 + \frac{\partial}{\partial x^2} U_2 + \frac{\partial}{\partial x^3} U_3 = s_m J \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x^1} \left[ U_1 u_1 - \frac{\mu}{J} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x^1} B_1^1 + \frac{\partial u_1}{\partial x^2} B_2^1 + \frac{\partial u_1}{\partial x^3} B_3^1 + \beta_1^1 \omega_1 + \beta_2^1 \omega_2 + \beta_3^1 \omega_3 \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x^2} \left[ U_2 u_1 - \frac{\mu}{J} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x^1} B_1^2 + \frac{\partial u_1}{\partial x^2} B_2^2 + \frac{\partial u_1}{\partial x^3} B_3^2 + \beta_1^2 \omega_1 + \beta_2^2 \omega_2 + \beta_3^2 \omega_3 \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x^3} \left[ U_3 u_1 - \frac{\mu}{J} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x^1} B_1^3 + \frac{\partial u_1}{\partial x^2} B_2^3 + \frac{\partial u_1}{\partial x^3} B_3^3 + \beta_1^3 \omega_1 + \beta_2^3 \omega_2 + \beta_3^3 \omega_3 \right) \right] = J s_1^u \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x^1} \left[ U_1 u_2 - \frac{\mu}{J} \left( \frac{\partial u_2}{\partial x^1} B_1^1 + \frac{\partial u_2}{\partial x^2} B_2^1 + \frac{\partial u_2}{\partial x^3} B_3^1 + \beta_1^1 \omega_2 + \beta_2^1 \omega_2 + \beta_3^1 \omega_3 \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x^2} \left[ U_2 u_2 - \frac{\mu}{J} \left( \frac{\partial u_2}{\partial x^1} B_1^2 + \frac{\partial u_2}{\partial x^2} B_2^2 + \frac{\partial u_2}{\partial x^3} B_3^2 + \beta_1^2 \omega_2 + \beta_2^2 \omega_2 + \beta_3^2 \omega_3 \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x^3} \left[ U_3 u_2 - \frac{\mu}{J} \left( \frac{\partial u_2}{\partial x^1} B_1^3 + \frac{\partial u_2}{\partial x^2} B_2^3 + \frac{\partial u_2}{\partial x^3} B_3^3 + \beta_1^3 \omega_2 + \beta_2^3 \omega_2 + \beta_3^3 \omega_3 \right) \right] = J s_2^u \end{aligned} \quad (5b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x^1} \left[ U_1 u_3 - \frac{\mu}{J} \left( \frac{\partial u_3}{\partial x^1} B_1^1 + \frac{\partial u_3}{\partial x^2} B_2^1 + \frac{\partial u_3}{\partial x^3} B_3^1 + \beta_1^1 \omega_3 + \beta_2^1 \omega_3 + \beta_3^1 \omega_3 \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x^2} \left[ U_2 u_3 - \frac{\mu}{J} \left( \frac{\partial u_3}{\partial x^1} B_1^2 + \frac{\partial u_3}{\partial x^2} B_2^2 + \frac{\partial u_3}{\partial x^3} B_3^2 + \beta_1^2 \omega_3 + \beta_2^2 \omega_3 + \beta_3^2 \omega_3 \right) \right] \end{aligned}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x^3} \left[ U_3 u_3 - \frac{\mu}{J} \left( \frac{\partial u_3}{\partial x^1} B_1^3 + \frac{\partial u_3}{\partial x^2} B_2^3 + \frac{\partial u_3}{\partial x^3} B_3^3 + \beta_1^3 \omega_1^3 + \beta_2^3 \omega_2^3 + \beta_3^3 \omega_3^3 \right) + p \beta_1^3 \right] = J s_3^2 \tag{5c}$$

$$\frac{\partial}{\partial x^1} \left[ U_1 \phi - \frac{\Gamma_\phi}{J} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x^1} B_1^1 + \frac{\partial \phi}{\partial x^2} B_2^1 + \frac{\partial \phi}{\partial x^3} B_3^1 \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x^2} \left[ U_2 \phi - \frac{\Gamma_\phi}{J} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x^1} B_1^2 + \frac{\partial \phi}{\partial x^2} B_2^2 + \frac{\partial \phi}{\partial x^3} B_3^2 \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x^3} \left[ U_3 \phi - \frac{\Gamma_\phi}{J} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x^1} B_1^3 + \frac{\partial \phi}{\partial x^2} B_2^3 + \frac{\partial \phi}{\partial x^3} B_3^3 \right) \right] = J s_\phi \tag{6}$$

위의 식에서  $U_i$ 는  $x_i = \text{const}$ 인 면에 수직인 속도 성분 (contravariant velocity component), 즉,  $U_i = \rho u_i \beta_i^j$ 를,  $\Gamma_\phi$ 와  $\mu$ 는 각각 스칼라량  $\phi$ 의 확산계수 및 점성계수를 나타내며,  $B_j = \beta_i^j \beta_i^k$ 를 나타내며,  $\omega_j^k = (\partial u_k / \partial x^m) \beta_j^m$ 이다.

유한체적법을 이용하여 위의 지배방정식을 이산화하였으며, 주요기법은 Peric<sup>(6)</sup>의 방법을 따랐다. 미소검사체적에 대한 체적적분을 Gauss의 이론에 따라 계산 cell의 여섯면에 대한 면적분으로 변환하면 다음과 같다. 여기서 사용된 미소체적상의 각 방향에 대한 표기를 Fig. 1에 나타내었으며 편의상  $e, n$  및  $t$ 에 대하여만 표시하였다.

$$I = \int_V \text{div } \vec{f} dV = \int_{A_e} f_e dA - \int_{A_w} f_w dA + \int_{A_n} f_n dA - \int_{A_s} f_s dA + \int_{A_e} f_e dA - \int_{A_b} f_b dA \tag{7}$$

여기서,  $f_e$ 는 “e”면에 수직인  $\vec{f}$ 의 수직성분을 나타내며,  $A$ 는 cell면의 면적이다.

대류항만으로 이루어진 연속방정식 식(4)의 체적적분을 면적적분으로 변환하면 다음과 같다.

$$I_e^c = \int_{A_e} (U_i dA)_e = F_{1e} \approx (U_i \delta x^2 \delta x^3)_e = \rho_e (u_1 b_1 + u_2 b_2 + u_3 b_3)_e \tag{8}$$

위 식은 “e”면을 통한 질량 flux를 나타내며 다른

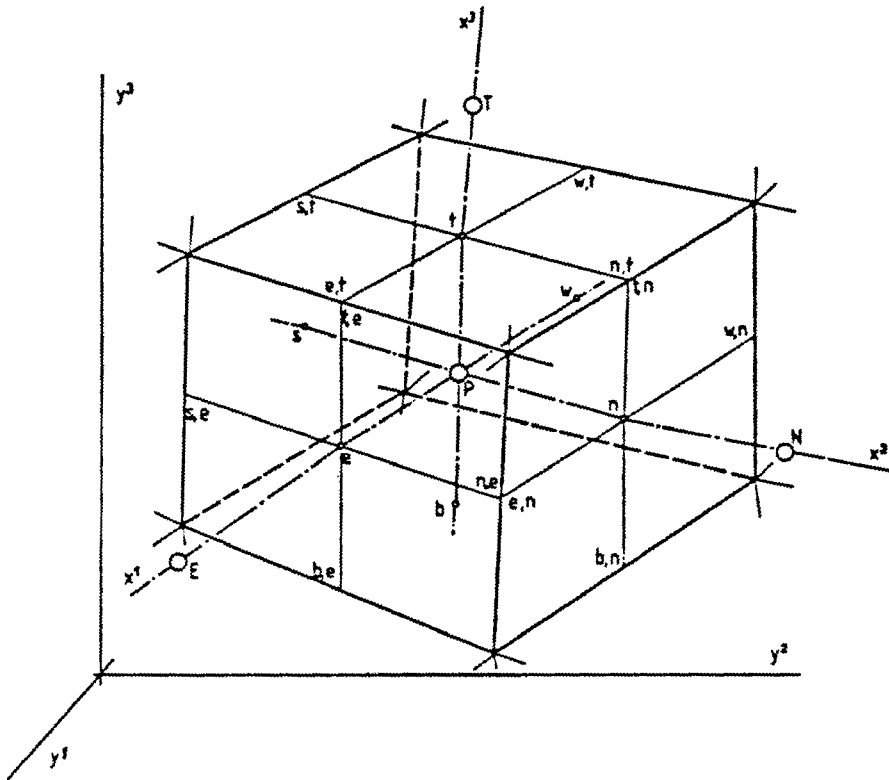


Fig. 1 Details of labeling scheme at e, n and t cell faces

모든면에 대하여  $F$ 를 계산하여 차분화된 연속방정식을 구하면 다음과 같다.

$$F_{1e} - F_{1w} + F_{2n} - F_{2s} + F_{3t} - F_{3b} = S_m \quad (9)$$

이는 잘 알려진 질량보존법칙의 적분공식이며,  $S_m$ 은 검사체적에 대한 질량생성(또는 소멸)을 나타낸다.

운동량 및 스칼라양 방정식의 "e"면을 통한 차분화된 확산항의 적분형태는 다음과 같으며,  $\phi_{n,e}$  등은 주위의 값을 보간하여 구한다.

$$\begin{aligned} I_e^p &= - \int_{A_e} \left[ \frac{\Gamma_e}{J} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x^1} B_1^i + \frac{\partial \phi}{\partial x^2} B_2^i + \frac{\partial \phi}{\partial x^3} B_3^i \right) \right] dx^2 dx^3 \\ &= I_e^{pN} + I_e^{pC} \\ &\approx - \left( \frac{\Gamma_e}{\delta V} \right)_e D_1^i (\phi_E - \phi_P) \\ &\quad - \left( \frac{\Gamma_e}{\delta V} \right)_e \left[ D_2^i (\phi_n - \phi_s) + D_3^i (\phi_t - \phi_b) \right]_e \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,  $I_e^{pN}$ 와  $I_e^{pC}$ 는 각각 수직 및 교차 확산성분을 나타내고,  $D_j^i = b_k^i b_k^j$ ,  $b_j^i = (\delta V \beta_j^i) / (J \delta x^i)$ 으로 정의된다.

운동량방정식에 나타나는 압력항은 다음과 같이 적분되어 생성항으로 처리된다.

$$\begin{aligned} - \int_{\sigma_V} \left( \frac{\partial}{\partial x^1} p \beta_1^i + \frac{\partial}{\partial x^2} p \beta_2^i + \frac{\partial}{\partial x^3} p \beta_3^i \right) dx^1 dx^2 dx^3 \\ \approx - (p_e - p_w) b_{1P}^i - (p_n - p_s) b_{2P}^i - (p_t - p_b) b_{3P}^i \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,  $b_{1P}^i$ ,  $b_{2P}^i$ ,  $b_{3P}^i$ 는 검사체적의 중앙 점  $P$ 에서 계산된 것이다.

대류항의 계산에 사용되는 검사면에서의 값의 선택은 수치해의 안정성과 정확도에 큰 영향을 미치며, 여러가지 scheme (Zhu 등<sup>(11)</sup> 참조)이 개발되어 사용되고 있지만 본 연구에서는 현재 가장 널리 쓰이고 있으며 오류확산(false diffusion)의 문제는 있으나 수치해의 안정성이 뛰어난 상류차분법(upwind differencing scheme)을 사용하였다. 운동량과 스칼라양을 얻기위해 사용하는 차분화된 선형 대수방정식의 계수는 다음과 같이 수직확산항과 대류항을 합하여 사용한다.

$$\begin{aligned} a^c_E &= -\min(0, F_{1e}) + I_e^{pN} \\ a_p &= \sum a_m + C_p, \quad m = E, W, N, S, T, B \end{aligned} \quad (12)$$

여기서,  $C_p$ 는  $S = C_p \phi + S_c$ 로 생성항을 선형화할 때 생기는 생성항의 선형화계수이고, 이때의 최종 이산화 방정식은 다음과 같다.

$$a_p \phi_p = \sum a_m \phi_m + S_c \quad (13)$$

압력장을 풀기 위해서는 연속방정식으로부터 압력을 계산할 수 있는 방정식을 유도하여 속도와 압력을 서로 연관시켜 계산하는 algorithm이 필요하며, 본 연구에서는 그 형태가 간단하고 가장 많이 사용되는 SIMPLE algorithm<sup>(10)</sup>을 사용하였다. 또한, 비엇물림격자 사용시 발생하는 압력의 decoupling방지를 위하여 운동량 보간을 사용하였으며 이에 의하여 미소체적의 e면에서 속도를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_{ie} &= \overline{H_e(u_{im})} + [\overline{Q_i^1} (p_E - p_P) \\ &\quad + \overline{Q_i^2} (p_n - p_s) + \overline{Q_i^3} (p_t - p_b) + \overline{C_i^1}]_e \end{aligned} \quad (14)$$

위식에서 위줄은 선형적 평균을 의미하며 사용된 변수는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \overline{H_i^j}(u_{im}) &= \frac{\sum_m a_m u_{im}}{a_p^i} \\ Q_i^j &= -\frac{b_i^j}{a_p^i} \end{aligned} \quad (15)$$

최종적인 이산화 방정식의 해를 구하기 위한 solver로는 속도 및 스칼라양의 계산에는 SIP<sup>(11)</sup>을, 압력에는 CGM<sup>(12)</sup>을 사용하였다. 특히, CGM은 TDMA나 ADI 등에 비하여 속도나 효율면에서 월등한 것으로 확인되었으며, solver 자체의 특성상 대칭행렬에 대해서만 해를 구할 수 있으므로 압력장 계산시에만 사용되었다.

### 3. 경계조건 및 장애물의 처리

프로그램의 범용성을 구현하기 위해서는 경계밀착 좌표계의 사용 이외에 실제 문제의 해결에 필요한 다양한 경계조건을 계산영역의 경계면에 부여할 수 있어야한다. 따라서 본 프로그램에서는 유동해석시 많이 사용되는 경계조건인 입구, 출구, 대칭면 및 벽면조건을 처리 가능하게 하였으며 이들 조건을 경계면 임의의 위치에 부여할 수 있게 하였다. 또한 유동내부에 임의의 장애물이 존재하는 경우 그 인접면을 기억하여 이 면을 벽면으로 자동적으로 처리할 수 있도록 하였으며 각각의 경계조건 및 장애물의 처리방법은 아래와 같다.

#### 3.1 입구

모든 변수의 값이 알려져 있는 경계조건으로 경계와 인접한 면의 계수를 0으로 수정하고 이의 영

향을 생성항으로 처리한다. 즉, "e"면에서 입구 처리는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_p &= S_p + A_e \phi_E \\ A_e &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

### 3.2 출구

출구의 영향은 상류로 전파되지 않으므로 이와 접한 면의 계수를 0으로 수정한다. 출구에서는 출구쪽에서의 대류영향이 출구에서의 확산영향보다 아주 크다는 가정하에 출구와 인접한 면의 계수를 0으로 수정하여 출구의 영향이 상류로 전파되지 않도록 계산한다. 이것은 국부적으로 유동이 포물선형 형태를 갖는 것으로 가정하는 것과 같으며, 이 경우 출구의 위치선정에 주의하여야 한다.<sup>(12)</sup> 즉, 재순환영역 등 출구에서 계산영역 내부로 유동이 유입되는 경우는 본 연구에서 사용한 출구의 가정이 성립되지 않아 정확하지 않은 결과를 주거나 계산이 산하는 경우가 있으므로 이를 피하여 출구의 위치를 선정하여야 한다

### 3.3 대칭면

대칭인 평면에서는 종속 변수값은 대류 flux와 확산 flux  $I''$ 가 없다는 조건에서 다음의 수학적 표현으로부터 구한다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n_s} = 0 \quad (17)$$

위의 표현은 일반좌표계  $x^1$ 과  $x^2$ 가 이루는 평면이 대칭면일 경우 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x^3} \right)_b = \left( \frac{\partial \phi}{\partial x^1} \right)_b \cdot \cos \theta_{13} + \left( \frac{\partial \phi}{\partial x^2} \right)_b \cdot \cos \theta_{23} \quad (18)$$

여기서,  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{23}$ 은 일반 좌표계  $x^1$ ,  $x^2$ ,  $x^3$ 이 이루는 각도이고 하첨자  $b$ 는 미소체적의 바닥면에서의 값을 표시한다. 위의 식에 적절한 차분화를 적용하면 아래의 대수적 관계를 얻는다.

$$\phi_B = \phi_P - \lambda_1 (\phi_e - \phi_w)_b - \lambda_2 (\phi_n - \phi_s)_b \quad (19)$$

여기서, 계수  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\sum_j [(y^j - y_b^j)(y_{e0}^j - y_b^j)]}{2 \sum_j (y_{e0}^j - y_b^j)^2} \\ \lambda_2 &= \frac{\sum_j [(y^j - y_b^j)(y_{n0}^j - y_b^j)]}{2 \sum_j (y_{n0}^j - y_b^j)^2}, \quad j=1, 2, 3 \end{aligned} \quad (20)$$

### 3.4 벽

벽면에서는 no-slip 조건을 일반적으로 사용하며 이는 입구에서 설명된 것과 같이 처리될 수 있다. 그러나, 난류유동의 경우 벽면에서  $k-\epsilon$  모델을 사용면 벽면에서의 전단응력 값에 오차가 커지게 되고, 따라서 이의 개선을 위한 방법으로 wall function, two layer model, low Reynolds number Model 등의 방법이 사용되고 있으나 본 연구에서는 현재 가장 널리 사용되고 있는 wall function을 이용하였다.

### 3.5 장애물의 처리

장애물은 프로그램의 초기화시에 그 위치가 변수에 기록되어 장애물과 접한 유체면을 벽으로 처리하게 되고 장애물내의 변수는 유동장애 영향을 미치지 않게 된다.

## 4. 결과 및 검토

개발된 프로그램(TURBO-3D)의 검증과 응용가능성을 시험하기 위하여 3차원 S자 형태의 디퓨저와 2차원 후향계단에서의 유동에 대하여 계산을 수행하였으며 상용코드인 STAR-CD를 사용하여 구한 결과와 비교하였다. 2차원 후향계단의 경우 직교격자계와 비직교격자계를 사용하여 계산하였으며 격자계의 형태가 결과에 미치는 영향을 살펴보아 비직교 정도가 심한 격자계를 사용할 때의 계산 능력을 알아 보았다.

### 4.1 3차원 S자 형태의 디퓨저 내에서의 유동

계산은 본 연구실에서 소유하고 있는 workstation IRIS 4D-35/TG(Main memory 16MB, 33 MIPS)를 사용하였으며, 수렴판정조건으로는 입구에서의 운동량으로 정규화한 각 cell에서의 운동량의 유수의 합과 연속방정식에서의 유수의 합이 모두  $10^{-3}$ 보다 작아질 때로 정하였다.

비직교 격자계내에서의 계산성능을 시험하기 위한 S자 형태 디퓨저의 격자계 일부가 Fig. 2에 보여지고 있으며, 입구의 수력반경  $D_h=0.04$ 와 입구 속도  $u_{in}=1$  m/s로 정의된  $Re=4 \times 10^4$ 인 경우에 대하여 계산하였다. 관찰대상보다 10  $D_h$ 정도 긴 유입부를 두어, 균일한 속도로 유입된 유체가 적절히 발달되어 디퓨저내로 유입되도록 하였다. 계산은  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  방향으로 각각  $45 \times 29 \times 11$ 개의 검사체

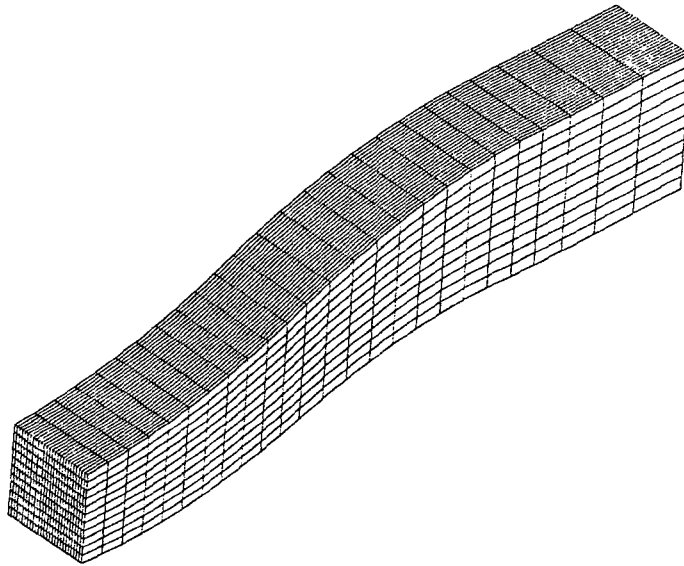


Fig. 2 Computational grid for S-shaped diffuser

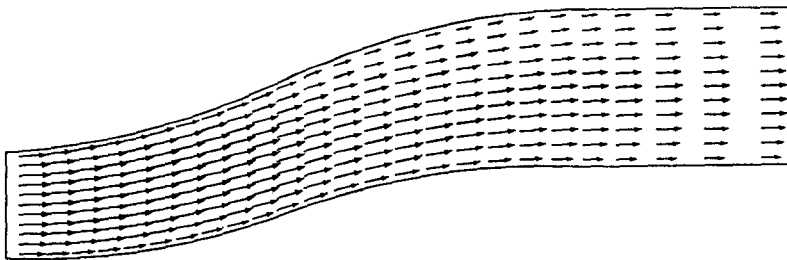


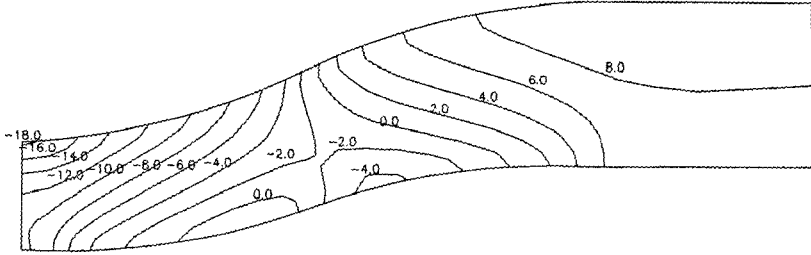
Fig. 3 Velocity vectors at symmetry plane of S-shaped diffuser

적을 이용하였으며, 어느 정도의 비직교성을 갖는 격자계를 구성 하였다. 반복계산 회수 57번에 수렴 하였으며, CPU 시간은 30분이 사용되었다.

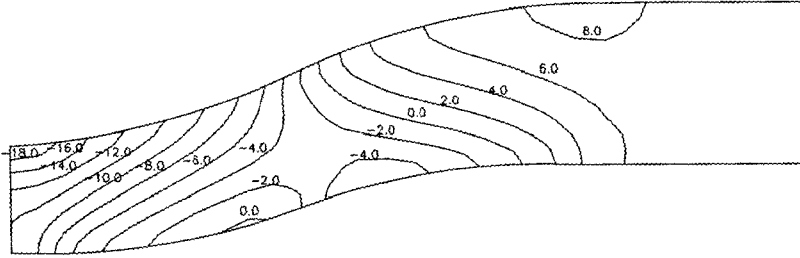
코드의 검증은 본 연구에서 개발한 코드와 비슷한 형태의 상용 코드인 STAR-CD 를 사용하여, 꼭 같은 조건과 형상 내에서의 유동을 계산하여 서로 비교하였다. 먼저 대칭면에서의 속도벡터, 압력 분포 및 난류강도를 Figs. 3~5에 나타내었다. 이 그림에서 나타난 것과 같이 유입부에서는 매우 작은 경계층을 갖고, 유속이 높은 중심부위가 확대된 전형적인 난류유동을 보인다. 난류강도는 중심부위에서 낮은 값을 갖고 벽면부근에서 상대적으로 높은 값을 갖는다. 그러나, 곡률이 있는 부분을 지나면서 유동은 아래 부분에서 가속이 심화되며 이에 따라, 윗부분은 속도변화가 보다 넓은 영역에서 일어나고 이로인하여 난류의 생성도 보다 중심부위

까지 확대된다. 이에 따른 결과로 난류강도의 분포에서 확인할 수 있듯이 곡률이 있는 부분에서는 난류강도가 윗쪽에서 중심방향으로 상당히 확대된 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 STAR-CD의 결과와 좋은 일치를 보인다. 주유동방향의 최고값은 상용코드와 1% 미만의 상대오차를 보이며, 이 오차의 원인은 벽면 난류강도의 평가에 있어서의 차이가 유효 점성계수를 다르게 결정하므로 이로인한 결과로 판단된다(충류의 결과는 상용코드를 사용한 결과와 일치하였음).

한편 출구에서는 방향이 서로 반대인 2개의 큰 vortex가 발생하는 것을 알 수 있으며 Fig. 6은 출구에서의 2차 유동과 2개의 vortex 형상으로 지형적 중심을 축으로하여 대칭적으로 나타나는 것을 보여주고있다. 2차 유동은 곡률의 변화에 의해 생성되며, 이의 방향은 디퓨저의 곡률이 증가하는 방

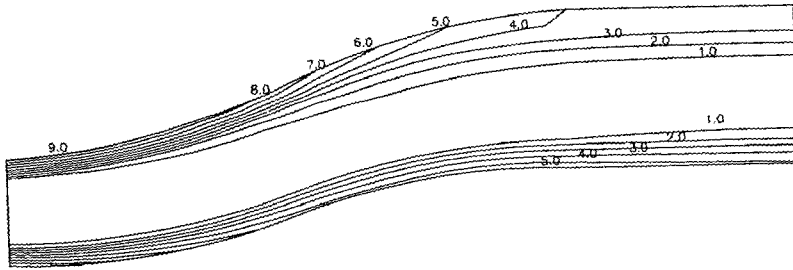


(a) Present result

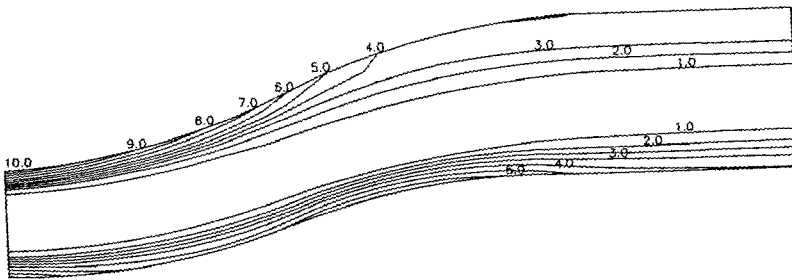


(b) STAR-CD result

Fig. 4 Isobars at symmetry plane of S-shaped diffuser ( $10^{-2}$  Pascal)



(a) Present result



(b) STAR-CD result

Fig. 5 Turbulent kinetic energy at symmetry plane of S-shaped diffuser ( $10^{-2} \text{m}^2/\text{s}^2$ )

향과 일치한다. 주유동 방향에 비하여 크기가 작은 2차유동은 최고 속도에 있어 STAR-CD와는 약 0.8%의 상대오차를 가지며, 그 분포에 있어서는 동일하다. 전반적으로 STAR-CD에서의 계산결과와 본 연구에서 개발한 TURBO-3D코드의 계산결과

아주 잘 일치하여, 비교적좌표계를 성공적으로 다룰 수 있음을 보였다.

4.2 2차원 후향계단에서의 난류유동

후향계단에서의 유동해석을 두가지 격자계 즉,



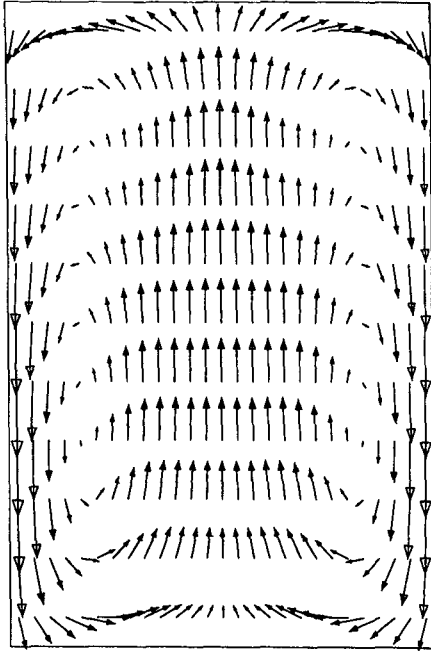
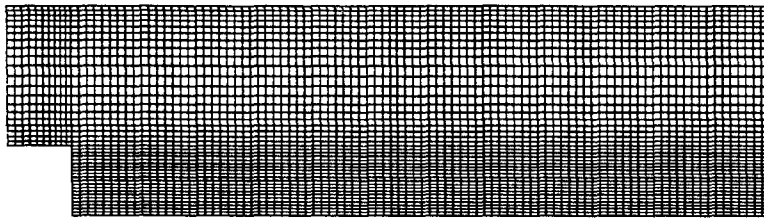


Fig. 6 Secondary velocity vectors at downstream of S-shaped diffuser

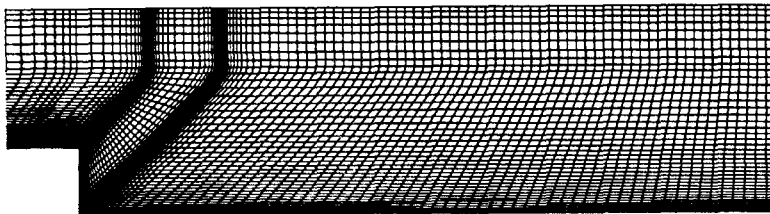
직교격자계와 비직교격자계를 사용하여 수행하였으며 이들 결과간의 차이를 비교하였다. Fig. 7은 후향계단에서의 유동해석을 위한 격자계중 계단부근의 격자를 보이고 있으며, (a)는 계단부위를 고체

로 처리하였고 (b)는 고체부분이 없도록 비직교격자계를 구성하였으며 두 경우 모두  $150 \times 40$  개의 미소체적을 이용하였다. 수렴 판정조건은 선 절과 같으며 수렴된 해를 구하는데 (a)는 438번 반복에 84분, (b)는 676번 반복에 143분이 소요되었다. 두 경우 모두 계단높이를 1로 하여  $0 < y < 3$ ,  $-5 < x < 30$  인 계산영역을 설정하였다. 2차원 계산을 위하여 지면 방향으로 양방향 모두 대칭조건을 주었고,  $-1 < x < 10$  인 영역에 대하여 결과를 나타내었다. 이 영역에 대한 유선은 Fig. 8에 나타나 있으며 모두 10개의 유선으로 표시하였다. 이때의 재부착 길이는  $L_R = 5.5$ 로 기존의 연구결과들이 수용하는 범위안에 있으며 STAR-CD를 사용한 경우  $L_R = 5.7$ 로 나타났다. 두 경우 모두 이미 발표된 실험결과인  $L_R = 7.0$  과는 상당한 차이가 있으나 이는 표준  $k-\epsilon$  model 자체의 한계로 밝혀져 있다.<sup>(15,16)</sup> 격자계 (b)를 사용할 경우  $L_R = 3.9$ 로 상당히 작게 예측되었으며, STAR-CD도 같은 경향 ( $L_R = 4.0$ )을 나타내었다. 이는 격자계와 유선의 비직교성이 증가하면서 오류확산이 증가하여(유동방향과 격자선의 방향이  $45^\circ$  각도를 갖을때 가장 심각한 것으로 알려져있음<sup>(12)</sup>), 주유동 방향의 속도성분이 재순환 영역에 미치는영향이 과대 평가됨으로 인한 오차로 판단된다.

Fig. 9와 Fig. 10은 압력과 난류강도를 나타내고



(a) Orthogonal grid with solid obstacle



(b) Non-orthogonal grid without solid obstacle

Fig. 7 Computational grid for backward facing step

있다. 난류강도의 최고치와 압력차는 STAR-CD의 결과와 비교하여 각각 5%와 3%의 오차를 보이며 그 분포는 동일하다. 격자계 (b)를 사용한 결과 최고 난류강도의 위치가 현저하게 상류방향으로 이동함을 알 수 있으며 이는 역시 전술한 오류확산에

기인한 결과로 생각된다. 난류강도는 재순환 영역 부근에서 크게 나타났으며, 이는 역방향 속도에 의한 속도구배 값의 증가에 기인한 것으로 이는 Fig. 8에서 재부착되는 유선을 따라 난류강도의 최고값이 위치함을 보면 확인할 수 있다.

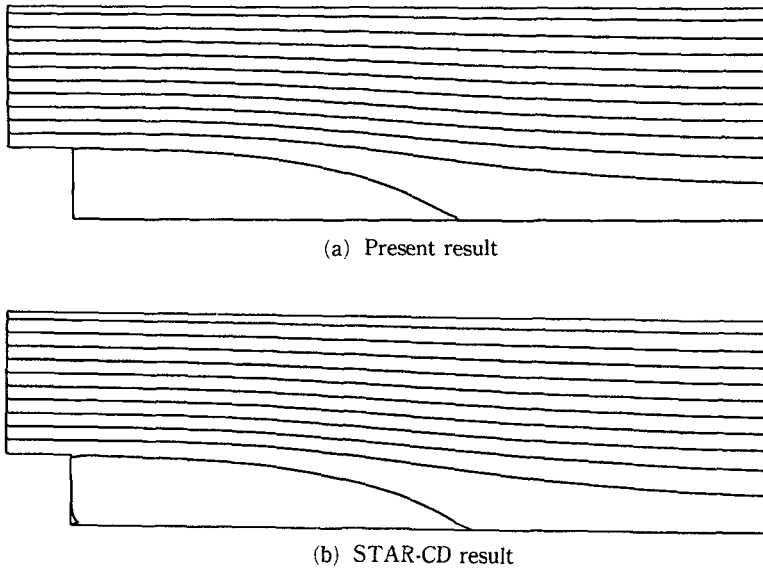


Fig. 8 Computed streamlines of the backward facing step flow with orthogonal grid

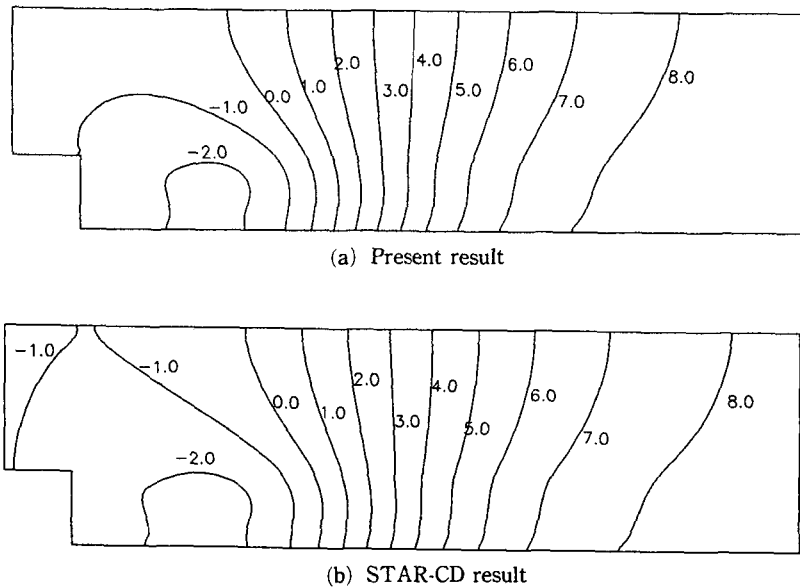


Fig. 9 Isobars for the flows over backward facing step with orthogonal grid ( $10^{-2}$ Pascal)

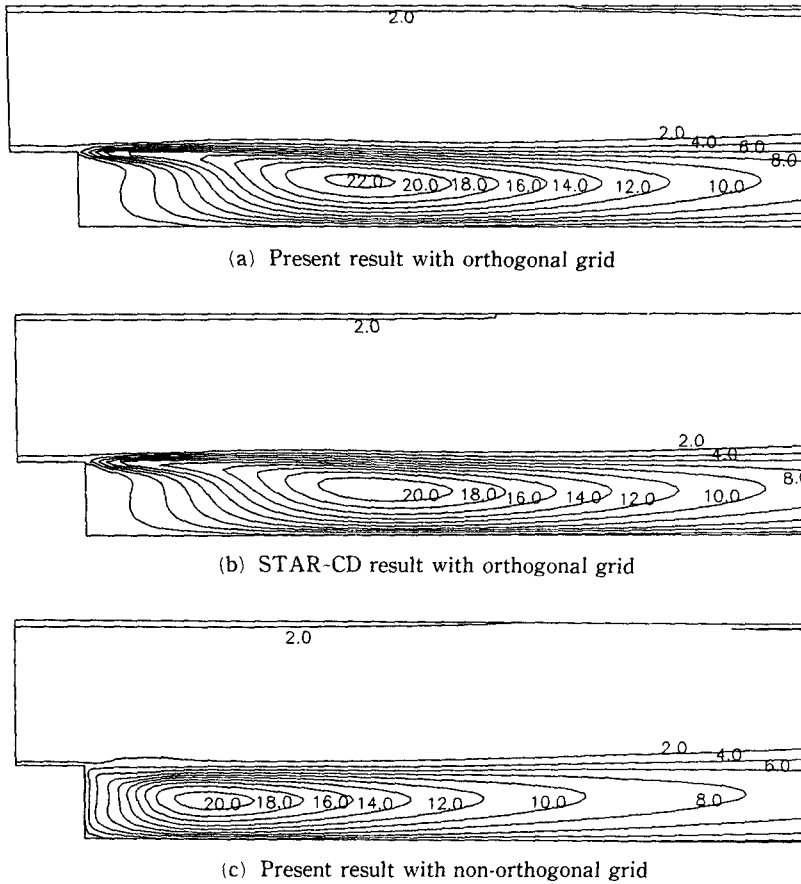


Fig. 10 Turbulent kinetic energy distributions for the flows over backward facing step ( $10^{-3}m^2/s^2$ )

### 5. 결 론

일반 비직교좌표계를 사용하여 유동장내에 임의의 형상의 장애물이 존재하는 경우 등 복잡한 형상의 공간에서 3차원 난류유동을 해석할 수 있는 프로그램 TURBO-3D를 개발하였으며, 이의 검증을 위하여 곡률이 있는 S자 모양의 디퓨저와 후향계단에서의 유동에 관한 수치 계산을 수행하여 기존의 연구결과 및 상용코드에 의한 해석결과와 비교하였다. 그 결과 본 연구에서 개발한 TURBO-3D 프로그램은 여러가지 유동현상을 잘 예측할 수 있으며, 특히 복잡한 형상에서의 유동 문제를 성공적으로 해석할 수 있음을 보였다. 현재로서는 기본적인 유동현상에서만 적용이 가능하고 전, 후처리 장치가 없어 대형 상용코드와는 아직 많은 차이가 있지만 본 연구에서 전체적인 틀이 완성되었으므로

향후 대형 일반코드의 개발로 발전될 수 있을 것이다.

### 후 기

본 연구는 과학기술처의 첨단 연구개발 사업과제 “차량의 공기역학적 특성에 관한 연구”의 일부로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분들께 깊은 감사의 뜻을 표합니다.

### 참고문헌

- (1) 허남건, 정형호, 1991, “상용 전산열유체코드의 소개” 대한기계학회, 91 춘계학술대회논문집 (Ⅱ) pp. 201~207.
- (2) HARWELL FLOWS3D, Release 2.3: User Manual, 1990.

- (3) The PHOENICS Beginner's Guide, CHAM, 1987.
- (4) STAR-CD, Version 2.1 Manual, Computational Dynamics LTD., 1990.
- (5) FLUENT, Version 2.8 Update, Create Inc., 1985.
- (6) FLOTRAN, Training Manual, Compuflo, 1989.
- (7) 이재현, 강신형, 이준식, 1992, "일반좌표계용 전산 열·유체 해법," 터보·동력기계 연구센터
- (8) Peric M., 1985, "A Finite Volume Method for the Prediction of Three-Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts," Ph. D. Thesis, Imperial College.
- (9) Rhie, C. M. and Chow, W. L., 1983, "Numerical Study of the Turbulent Flow past an Airfoil with Trailing Edge Separation," *AIAA*, Vol. 21, pp. 1525~1535.
- (10) Majumdar, S., Rodi, W., and Zhu, J. "Three-Dimensional Finite-Volume Method for Incompressible Flows with Complex Boundaries," *Trans. ASME*, Vol. 114, pp. 496~503
- (11) Zhu, J., 1991, "A Low-Diffusive and Oscillation-Free Convective Scheme," *Comm. in Appl. Num. Math.*, Vol. 7, pp. 225~232.
- (12) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, DC, pp. 120~125.
- (13) Stone, H. L., 1968, "Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations," *SIAM J. Numer. Anal.* Vol. 5, No. 3, pp. 530~558.
- (14) Kershaw, D. S., 1978, "The Incomplete Cholesky-Conjugate Gradient Method for the Iterative Solution of Systems of Linear Equations," *J. Comp. Physics*, Vol. 26, pp. 43~65.
- (15) Speziale, C. G. and Ngo, T., 1988, "Numerical Solution of Turbulent Flow Past a Backward Facing Step Using a Nonlinear  $k-\epsilon$  Model," *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 26, No. 10, pp. 1099~1112.
- (16) Thangsm, S. and Hur, N., 1991, "A Highly-Resolved Numerical Study of Turbulent Separated Flow past a Backward-Facing Step," *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 29, pp. 607~615.