12 大韓機械學會論文集 第18卷 第1號, pp. 12~23, 1994

〈論 文〉

불구속연쇄 동적시스템을 위한 최적설계 프로그램 개발

최동훈* · 한창수** · 김광식** · 이동수*** · 서문석****

(1993년 3월 4일 접수)

Development of an Optimal Design Program for Open-Chain Dynamic Systems

Dong-Hoon Choi, Chang-Soo Han, Kwang-Sic Kim, Dong-Soo Lee and Moon-Suk Suh

Key Words: Optimal Design(최적설계), Dynamic System(동적시스템), Design Sensitivity Analysis(설계 민감도해석), Transformation Method(변환방법), Adjoint Variable(보조변수), Time Depedent Constraint(시간 종속적인 구속조건), Unconstrained Optimization(구속조건이 없는 최적화)

Abstract

This paper proposes an optimal design software for the open-chain dynamic systems whose governing equations are expressed as differential equations. In this software, an input module and an automatic creation module of the equation of motion are developed to contrive the user's convenience. To analyze the equation of motion of the dynamic systems, variable-order and variable-stepsize Adams-Bashforth-Moulton predictor-corrector method is used to improve the efficiency. For the optimization and the design sensitivity analysis, ALM(augmented lagrange multiplier) method and adjoint variable method are adopted respectively. An output module with which the user can compare and investigate the analysis and the optimization results through tables and graphs is also provided. The developed software is applied to three typical dynamic response optimization problems, and the results compare very well with those available in the literature, demonstrating its effectiveness.

1. 서 론

1970년대 중반 이후부터 컴퓨터 하드웨어의 급격한 발달과 더불어 동적시스템의 해석과 최적화기법의 발달이 가속화되었으며, 현재 각 해당 분야들에 대한 상업용 소프트웨어가 개발되어 자동차, 항공, 선박 등의 설계분야에서 널리 적용되고 있다.

본 연구에서는 자동차의 현가장치, 무기 발사대의 반동장치 등과 같은 다양한 기계 시스템에서 그 지배방정식이 미분방정식의 형태로 표현되는 불구속연쇄(open-chain) 동적시스템의 과도응답 특성을 포함한 동적반응 최적설계 소프트웨어를 제안하고자 한다. 본 소프트웨어에 각종 데이터와 사용자 정의 부프로그램들을 입력하면, 주어진 동적시스템의 지배방정식과 요구되는 다양한 시간 종속적인 구속조건을 만족하며 설계 고려사항 중 가장 중요한 성능지수를 최소화 또는 최대화하는 설계변수들

*정회원, 한양대학교 기계설계학과
**정회원, 한양대학교 정밀기계공학과
***한양대학교 정밀기계공학과
****정회원, 국방과학연구소

의 최적치를 출력하게 된다.

제안된 소프트웨어에서는 입력모듈을 만들어 데이터 입력의 편의성을 도모하였으며, 운동방정식을 자동으로 생성하게 하였다. 그리고, 동적시스템의 해석을 위하여 시간 구간과 차수를 조절하는 Adams-Bashforth-Moulton predictor-corrector방법을 사용하여 요구되는 정확도를 만족시키며 효율을 증가시켰다. 최적화기법의 적용에 있어서 동적 시스템에 관한 최적설계문제는 목적함수와 구속조건 함수들이 설계변수뿐 아니라 상태변수와 시간의 음함수로 나타날 수 있으므로 최적화기법중 변환방법인 ALM(augmented lagrange Multiplier)기법을 사용하여 모든 시간 종속적인 구속조건 함수들과 목적함수를 하나의 가목적함수로 변환하였다. 그리고, 보조 변수방법을 이용하여 설계 민감도해석을 하였으며, 이를 이용하여 구속조건이 없는 최적화기법을 적용하여 최적해를 구하였다. 특히, ALM 기법의 효율향상을 위하여 구속조건식의 스케일링, 적절한 라그랑지승수의 초기값 선택 및 가변 수렴조건을 적용하였다. 그리고, 해석 및 최적화 결과를 더욱 명확히 이해하여 비교, 검토할 수 있도록 출력모듈을 개발하였다.

본 논문에서는 동적반응 최적설계를 위하여 본 연구에서 정립한 기본전략을 기술한 후, 개발된 최적설계 소프트웨어의 구조도를 소개하고, 여기서 사용되어진 입력모듈, 운동방정식 자동생성모듈, 운동방정식 해석모듈, 설계민감도 해석모듈, 최적화모듈 그리고 출력모듈에 대하여 기술하고자 한다. 또한, 동적반응 최적설계를 다룬 기존 문헌에서 사용한 불구속연쇄 동적시스템의 예제들에 적용하여 기존 문헌의 결과와 비교함으로써 개발된 소프트웨어의 유용성을 보이고자 한다.

2. 동적반응 최적설계를 위한 기본전략

2.1 동적반응 최적화문제

동적시스템의 과도응답을 포함한 동적반응 최적설계문제의 목적함수는 설계변수만의 함수로 구성되는 경우와 시스템의 최대 동적반응으로써 설계변수와 상태변수의 음함수로 표현되는 최소-최대(min-max)형태로 나눌 수 있다. 먼저, 목적함수가 설계변수만의 함수인 경우에 대하여 일반적인 수학적 모델을 기술하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize} \quad \psi_0(\underline{b}) \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad P(\underline{b})\,\dot{\underline{z}} = \underline{f}(\underline{b},\underline{z},t),\ 0 \le t \le T \tag{2}$$

$$\underline{z}(0) = \underline{z}^0$$

$$\psi_i(\underline{b},\underline{z},t),\ 0 \le t \le T,\ i = 1,m \tag{3}$$

$$b_k^l \le b_k \le b_k^u,\ k = 1,n \tag{4}$$

여기서, $\underline{b}$는 설계변수 벡터, $\underline{z}$는 상태변수 벡터, $\dot{\underline{z}}$는 상태변수의 시간변화율 벡터, $P(\underline{b})$는 설계변수의 함수인 관계행렬, $\underline{f}(\underline{b},\underline{z},t)$는 외력 또는 반력 벡터, $\underline{z}^0$는 초기조건 벡터, T는 설계시간 영역, $\psi_0(\underline{b})$는 설계변수만의 함수인 목적함수, $\psi_i(\underline{b},\underline{z},t)$는 시간 종속적인 구속조건, b_k^l과 b_k^u는 각각 설계변수의 하한치와 상한치를 나타내며, 식(2)는 2차 미분방정식의 형태로 표현되는 동적시스템의 운동방정식을 1차 미분방정식으로 변환한 것이다.

또한, 많은 동적반응 최적설계 문제에서 나타나는 최소-최대 형태의 목적함수에 대하여 수학적 모델을 기술하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize} \quad \max_{0 \le t \le T} f_0(\underline{b},\underline{z},t) \tag{5}$$

$$\text{subject to} \quad \text{식(2)},\ \text{식(3)},\ \text{식(4)}$$

여기서, $\max_{0 \le t \le T} f_0(\underline{b},\underline{z},t)$는 최대 동적반응으로 설정된 목적함수이다.

본 소프트웨어에서는 입력부에서 목적함수의 형태가 식(1)과 같이 설계변수만의 함수인지 또는 식(5)와 같이 최소-최대 형태인지를 입력하도록 함으로써 두 가지 형태의 목적함수를 구별하여 효과적으로 처리할 수 있게 하였다. 특히 최소-최대 형태라고 입력되면 기존의 변환처리기법보다 훨씬 효율적인 직접처리기법[1]을 사용하도록 하였다.

2.2 가목적함수 설정

최적화를 위한 ALM방법은 가목적함수를 정의하는 방법과 라그랑지승수를 개선하는 규칙을 설정하는 기법에 따라 여러가지 방법들이 있으며, 가목적함수를 정의할 때, 시간종속적인 구속 조건 함수를 처리하는 기법[2~5]에도 여러가지 방법들이 존재한다. 본 연구에서는 ALM방법 중에서 1978년 Imai가 정적시스템을 위하여 제안한 방법[6]을 동적시스템에 적용할 수 있도록 확장하여, 원래의 목적함수에 모든 시간 종속적인 구속조건을 적분 형태로 표현되는 등가 범함수를 더하여 하나의 가목적함수로 변환하여 처리하는 기법을 사용하였다. 이 결과 앞절에서 언급한 동적반응 최적화문제의 형태에 따라

목적함수가 식(1)과 같이 설계변수만의 함수인 경우에는 가목적함수를 식(6)과 같이 정의하였고, 식(5)와 같이 목적함수가 최소-최대 형태인 경우에는 함수를 식(7)과 같이 정의하였다.

$$A(\underline{b},\underline{z},\underline{\theta},\underline{r})=\psi_0(\underline{b}) +\frac{1}{2}\int_0^T\sum_{i=1}^m r_i\{[\psi_i(\underline{b},\underline{z},t)+\theta_i(t)]^{+2}-\theta_i(t)^2\}dt \quad (6)$$

$$A(\underline{b},\underline{z},\underline{\theta},\underline{r})=\max\ f_0(\underline{b},\underline{z},t) +\frac{1}{2}\int_0^T\sum_{i=1}^m r_i\{[\psi_i(\underline{b},\underline{z},t)+\theta_i(t)]^{+2}-\theta_i(t)^2\}dt \quad (7)$$

여기서, $A(\underline{b},\underline{z},\underline{\theta},\underline{r})$는 가목적함수, r_i는 i번째 구속조건에 대한 벌칙계수, $\theta_i(t)=\mu_i(t)/r_i$, $\mu_i(t)$는 i번째 구속조건에 관한 라그랑지승수 함수, $[\cdot]^+=\max imum[\cdot,0]$이며 식(6) 또는 식(7)에 나타나는 적분을 수행하기 위하여 본 연구에서는 Romberg 수치적분기법을 사용하였다. 이 때, 요구되는 해석시 구한 시간 절점이외에서의 상태변수 값을 위하여 not-a-knot조건을 이용하는 3차 스플라인(cubic spline) 내삽법을 사용하였다.

2.3 설계 민감도해석

최적화기법으로 ALM방법을 사용함에 있어 앞 절에서 기술한 가목적함수에 대한 정확하며 효율적인 설계 민감도해석은 필수적인 단계이다. 이 때, 동적시스템을 위한 설계 민감도해석기법은 정적 시스템의 경우와는 달리 지배방정식의 형태, 적용하는 최적화기법, 시간 종속적인 구속조건의 처리 방법, 지배방정식 해석방법에 따라 달라진다. 이러한 동적시스템의 설계 민감도해석방법에는 직접미분방법과 보조변수방법이 있는데, 직접미분방법은 많은 기억용량을 필요로 하지는 않지만 설계변수의 수만큼 상태방정식을 풀어야 하는 반면에, 보조변수방법은 비교적 많은 기억용량을 필요로 하지만 상태방정식을 한 번만 풀면 되는 장점을 가지고 있다. 그러므로 본 연구에서는 보다 효율적인 설계 민감도해석을 위하여 보조변수방법을 적용하여 가목적함수에 대한 설계 민감도해석을 수행하였다. 특히, 목적함수가 최소-최대 형태인 경우에는 본 연구를 통하여 설계 민감도해석을 위한 보조변수방법을 자체 정립하였으며, 목적함수가 설계변수만의 함수인 경우에는 기존의 결과[5]를 이용하였다.

식(8)과 식(9)는 각각 설계변수만의 함수인 목적함수를 사용하였을 때의 보조방정식과 설계 민감도계수이며, 식(10)과 식(11)은 최소-최대 형태의 목적함수를 직접처리하여 사용하였을 경우의 보조방정식과 설계 민감도계수이다.[1]

$$P^T\dot{\underline{\lambda}}+\left[\frac{\partial f}{\partial \underline{z}}\right]^T\underline{\lambda}=\sum_{i=1}^m r_i[\psi_i+\theta_i]^+\left\{\frac{\partial \psi_i}{\partial \underline{z}}\right\}^T$$

$$\underline{\lambda}(T)=\underline{0} \quad (8)$$

$$\frac{dA}{d\underline{b}}=\frac{d\psi_0}{d\underline{b}}+\int_0^T\{\sum_{i=1}^m r_i[\psi_i+\theta_i]^+\frac{d\psi_i}{d\underline{b}} -\lambda^T\left[\frac{\partial f}{\partial \underline{b}}-\frac{\partial(P\dot{z})}{\partial \underline{b}}\right]\}dt \quad (9)$$

$$P^T\dot{\lambda}+\left[\frac{\partial f}{\partial \underline{z}}\right]^T\underline{\lambda}=\sum_{i=1}^m r_i[\psi_i+\theta_i]^+\left\{\frac{\partial \psi_i}{\partial \underline{z}}\right\}^T +\sum_{j=1}^p\left\{\frac{\partial f_0}{\partial \underline{z}}\right\}^T\delta(t-t^j_{\max})$$

$$\underline{\lambda}(T)=\underline{0} \quad (10)$$

$$\frac{dA}{d\underline{b}}=\sum_{j=1}^p\frac{df_0}{d\underline{b}}\Big|t^j_{\max}+\int_0^T\{\sum_{i=1}^m r_i[\psi_i+\theta_i]^+\frac{d\psi_i}{d\underline{b}} -\lambda^T\left[\frac{\partial f}{\partial \underline{b}}-\frac{\partial(P\dot{z})}{\partial \underline{b}}\right]\}dt \quad (11)$$

여기서, $\lambda(t)$는 보조변수, $\delta(t-t^j_{\max})$는 $t=t^j_{\max}$에서 1인 Dirac delta 함수이다.

그러므로, 가목적함수 $A(\underline{b},\underline{z},\underline{\theta},\underline{r})$에 대한 설계 민감도해석은 목적함수의 형태에 따라 보조방정식인 식(8) 또는 식(10)의 연립 미분방정식을 풀어서 보조변수인 $\underline{\lambda}(t)$를, 각 시간 절점에서 구하고, 이를 식(9) 또는 식(11)에 각각 대입함으로써 구할 수 있다.

3. 최적설계 소프트웨어의 구조

불구속연쇄 동적시스템의 최적설계를 위한 프로그램은 입력모듈, 운동방정식 자동생성모듈, 운동방정식 해석모듈, 설계 민감도 해석모듈, 최적화모듈 및 출력모듈의 주요 요소로 구성되어 있으며, 이러한 주요 요소로 구성되어 있는 최적화 프로그램의 개략적인 구조도는 Fig. 1과 같다.

Fig. 1에서 볼 수 있는 바와 같이 입력모듈에서 주어진 동적시스템을 기술하는 데이터, 최적화기법을 위한 데이터, 설계 민감도해석 관련함수를 정의하는 부프로그램 및 최적설계문제를 정의하는 부프로그램을 지정하게 하였다. 입력된 동적시스템 데이터를 이용하여 전 설계 고려시간구간에 걸쳐 운동방정식이 자동으로 생성된 후, 생성된 운동방정식을 해석함으로써 상태변수들을 구한다. 이와 같이 주어진 설계점에 대하여 운동방정식 해석단계가 완료되면 최적화단계로 넘어가게 되는데, 최적화단

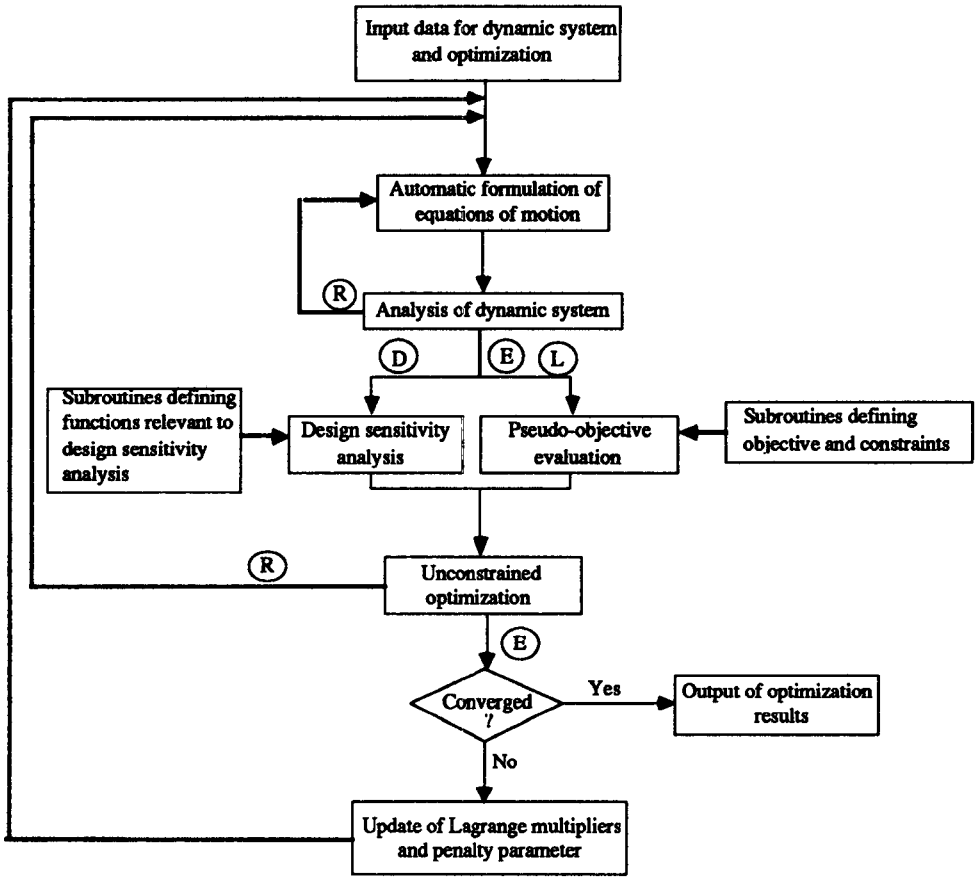

Fig. 1 Structure of optimal design software for openchain dynamic systems

계가 감소방향 벡터를 결정하는 단계(Fig. 1에 Ⓓ로 표시)이면 설계 민감도해석모듈에서 설계 민감도해석을 수행한 후 구속조건이 없는 최적화모듈로 넘어가게 되며, 최적화단계가 선탐색을 수행하는 단계(Fig. 1에 Ⓛ로 표시)이면 가목적함수를 생성한 후 구속조건이 없는 최적화모듈로 넘어가 선탐색 과정중 설계변수값들이 변경될 때마다 운동방정식을 다시 해석하기 위하여 운동방정식 자동생성단계로 되돌아가, 수렴될 때까지 이 과정을 반복하게 된다.

라그랑지승수들과 벌칙계수들을 지정된 값으로 고정하여 놓고 설계변수에 대하여만 최적화하는 구속조건이 없는 최적화단계에서 최적해가 얻어지면, 이 해를 지난번 구속조건이 없는 최적화단계에서 얻는 최적해와 비교하여 수렴여부를 판정한다. 수렴하였을 경우에는 출력모듈을 이용하여 최적해를 출력하며, 수렴하지 않았을 경우에는 라그랑지승수들을 개선규칙에 따라 개선하며 벌칙계수들을 승수 β배 만큼 증가시켜 운동방정식 자동생성모듈로 되돌아가 전 과정을 반복하게 된다. Fig. 1에서 Ⓡ은 반복과정이 계속되어야 하는 경우를 표시하며, Ⓔ는 반복과정이 완료되어 다음 단계로 넘어가는 경우를 표시한다.

3.1 입력모듈

최적 프로그램 사용자는 동적시스템을 정의하는데 필요한 시스템 데이터, ALM기법을 위한 상수 및 초기치와 같은 최적화 데이터, 목적함수와 구속조건함수들 및 설계 민감도계산을 위한 함수들을 입력시켜야 한다. 이 중 시스템 데이터와 최적화 데이터는 사용자의 작업능률을 높이고, 편의를 도모하기 위하여 윈도우를 이용한 직접대화(interactive) 방식을 사용하여 입력시키도록 하였으며, 각종 입력함수들은 모두 사용자 지정 부프로그램으

로 정의하도록 하였는데, 앞으로 이 중 일부는 자동생성하도록 하여 사용자의 편의성을 높이는 연구를 진행하려 한다.

본 연구에서 개발한 프로그램을 수행시키면 맨 처음 Fig. 2와 같은 화면이 나타난다. 이 때 사용자는 입력결과를 저장하고자 하는 데이터 화일 이름을 지정한 후, 화면 위 부분에 수록되어 있는 메뉴중 입력시키고자 하는 사항을 번호로 지정하면 해당 화면이 나타나 입력작업을 계속하도록 되어 있다.

선택된 사항에 대한 입력작업이 완료되면, 자동으로 Fig. 2와 같은 화면이 다시 나타나 다음 항을 입력시키도록 하였는데, 이와 같은 입력과정에서 한 화면의 데이터 입력이 끝날 때마다 확인 메시지를 화면에 나타내어 사용자로 하여금 입력된 자료를 다시 정정할 수 있도록 함으로써 데이터 입력시 사용자의 실수를 줄이고 데이터의 수정을 용이하게 하였다.

이러한 과정을 통하여 모든 자료들이 입력되면 'End of Data File'을 지정하는 9번을 입력시킴으로써 입력과정을 완료하게 된다. 특히 동적시스템 데이터의 경우 수치(numerical index)를 입력시켜 설계변수인지 상수인지를 구분할 수 있도록 하였으며, 각 강체마다 시스템에서 고려하고 있는 자유도를 입력시킴으로써 운동방정식을 효율적으로 자동생성시키도록 하였다. 또한 최적화 데이터의 경우, 최적화이론 및 실행경험에 근거한 적절한 값으로 설정된 기준치(default value)를 윈도우를 통하여 나타나게 하였으며 사용자가 보다 적절한 값을 입력하면 자동으로 수정되도록 하였다.

3.2 운동방정식 자동생성모듈

불구속연쇄 동적시스템의 경우 지배방정식은 미분방정식의 형태로 나타나며, 식(12)와 같이 표현할 수 있다.

$$M\underline{\ddot{q}}=\underline{g} \tag{12}$$

여기서, M은 일반질량(generalized mass) 행렬이며, $\underline{\ddot{q}}$벡터는 일반좌표(generlized coordinate)의 가속도성분, $\underline{g}$벡터는 일반력(generalized force)을 나타내며, 행렬 M과 $\underline{g}$벡터는 동적시스템 데이터 즉, 질량, 관성모멘트, 사용자 정의 외력, TSDA 및 차륜모델 등과 같은 요소 데이터를 이용하여 계산된다. 특히 차륜모델은 차륜을 하나의 스프링으로 간주하고 차륜을 노면의 형상에 따라 단순히 움직이는 한 점으로 모델링하여 노면력을 구하는 점접촉(point contact) 모델을 사용하여 노면의 형상변위를 직접 TSDA(translational spring-damper-actuator)요소에 줄 수 있는 노면형상 정의 부프로그램과 차륜을 다수의 방사상으로 배치한 스프링으로 모델링하여 노면에 따른 수직방향 및 수평방향의 노면력까지도 구할 수 있는 적응접촉(adaptive-footprint) 모델을 사용하여 직접 차륜으로부터 차체에 외력을 전달하는 노면력 계산 부프로그램을 모두 완성하여 이 중에서 선택하여 사용할 수 있게 하였다. Fig. 3은 본 연구에서 운동방정식 자동생

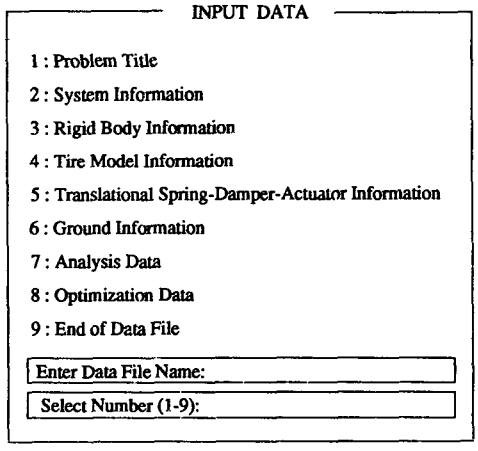

Fig. 2 Contents of input data

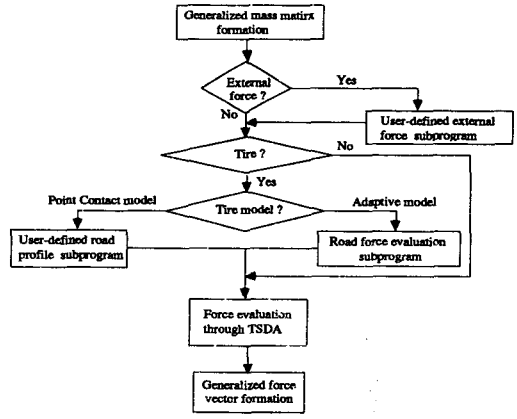

Fig. 3 Flow chart for automatic formulation of equations of motion

성을 위하여 사용한 개략적인 프로그램의 구조도이다.

3.3 운동방정식 해석모듈

운동방정식 자동생성모듈에서 연립 미분방정식 형태의 운동방정식이 생성되면 이로부터 상태변수를 구하기 위하여 해석모듈이 필요하게 된다. 이와 같은 연립 미분방정식의 해석을 위한 수치적분 알고리즘으로는 단구간법 또는 다구간법을 적용한 여러 기법이 정립되어 있다. 본 연구에서는 다구간을 사용하는 predictor-corrector 방법중 효율성과 안정성이 우수한 가변차수(variable-order), 가변구간(variable-stepsize) Adams-Bashforth-Moulton방법을 사용하였으며, 운동방정식 해석을 위하여 본 연구에서 사용된 프로그램의 개략적인 구조도는 Fig. 4와 같다. Fig. 4에서 Δt는 시간증분을 나타낸다.

3.4 설계 민감도 해석모듈

2.3절에서 보는 바와 같이 목적함수가 설계변수만의 함수인 경우 설계 민감도해석을 위한 함수는 식(8), (9)와 같이 나타나며, 목적함수가 최소-최대 형태인 경우에는 식(10), (11)과 같이 표현되며, 이러한 식들을 살펴보면 설계 민감도해석을 위하여 여러가지 정보들과 다양한 수치해석기법들이 요구됨을 알 수 있다. 본 연구에서는 이와 같은 설계 민감도해석을 위하여 다른 모듈로부터 주어져야 하는 정보들과 요구되는 수치해석기법들을 이용하여 설계 민감도해석을 실행시킬 수 있는 모듈을 개발하였으며 이를 종합하여 도시화하면 Fig. 5와 같다.

Fig. 5에서 볼 수 있는 바와 같이 입력모듈에서 지정한 설계 민감도해석 관련 함수들이, 운동방정식 해석모듈에서 미분방정식을 풀어서 얻은 상태변수 벡터값이, 최적화과정에서 개선규칙에 의하여 주어지는 라그랑지승수들과 벌칙계수들의 값이 넘어오면, 설계 민감도 해석모듈에서는 연립 미분방정식 형태로 표현되는 보조방정식을 풀기위하여는 가변차수, 가변구간 Adams-Bashforth-Moulton predictor-corrector 방법을 이용한 미분방정식 해법을, 수치적분을 위하여는 Romberg 수치적분기법을, 보조방정식 해석 및 수치적분에서 요구되는 보간법을 위하여는 not-a-knot 조건을 적용한 3차 스플라인 내삽법을 사용하여 설계 민감도해석을 수행하도록 하였다.

3.5 최적화모듈

본 연구에서 채택한 ALM방법은 입력모듈에서 주어진 모든 구속조건과 목적함수를 라그랑지승수와 벌칙계수와 함께 하나의 가목적함수로 변환함으로써 구속조건이 없는 최적화문제를 반복적으로 풀어야 한다. 이와 같은 문제를 보다 정확하며 효율적으로 풀기 위하여 구속조건이 없는 최적화모듈을 개발하였으며, 그 개략적인 구조도는 Fig. 6과 같다.

Fig. 6에서 볼 수 있는 바와 같이 구속조건이 없

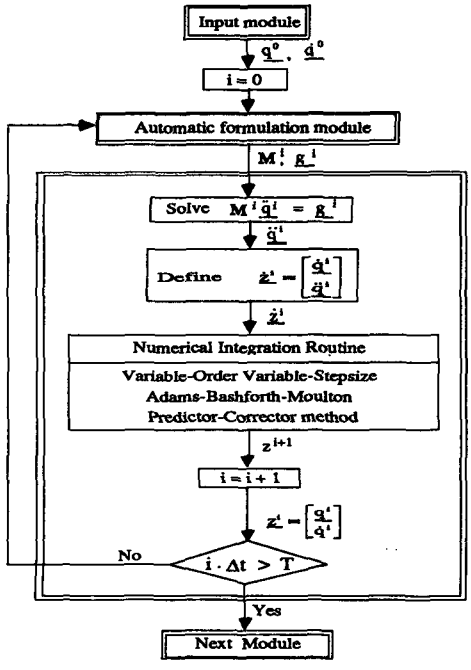

Fig. 4 Flow chart for analysis module of equations of motion

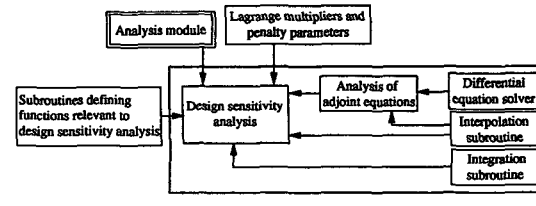

Fig. 5 Information and numerical analysis techniques for design sensitivity andalysis

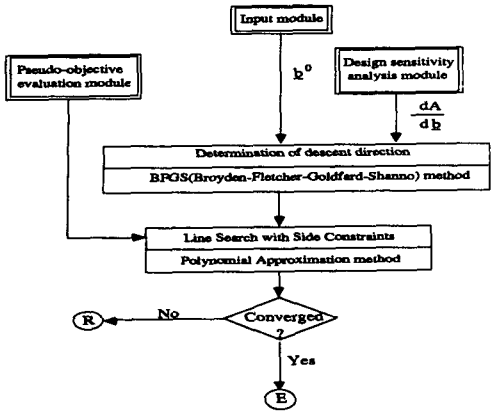

Fig. 6 Skeleton structure of unconstrained optimization

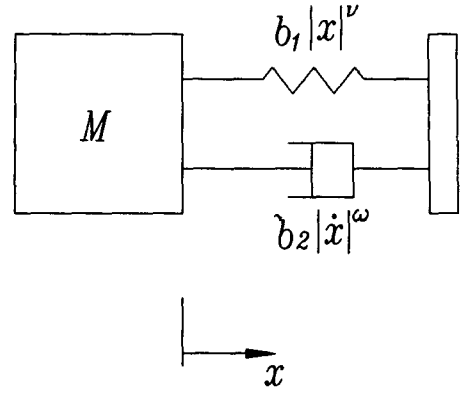

Fig. 7 Single degree of freedom nonlinear impact absorber

는 최적화를 위한 초기치와 설계 민감도 해석 모듈로부터 가목적함수의 설계변수에 대한 민감도가 넘어오면, 구속조건이 없는 최적화 모듈에서는 BFGS(broyden-fletcher-goldfarb-shanno)방법을 사용하여 감소 방향 벡터를 결정한 후, 이 감소 방향을 따라 선탐색을 수행한다. 효율적인 선탐색을 위하여 본 연구에서는 설계변수 제한조건들을 일반적인 부등식 구속조건들과 구별하여 효과적으로 처리하는 기법을 사용하였으며, 다항식근사법을 근간으로 하여 효율성과 수렴성을 증대시킨 독자적인 선탐색기법을 사용하였다. 이와 같은 감소방향 벡터결정과 선탐색과정을 거쳐 개선된 설계점이 지정되면, 구속조건이 없는 최적화를 위한 수렴조건과 비교하여 수렴조건을 만족하면 다음 단계로 넘어가도록 하였으며, 만족시키지 못할 경우에는 처음 단계로 되돌아가도록 하였다.

3.6 출력모듈

동적시스템의 최적화과정이 종료되면 사용자에게 최적설계의 결과를 평가 및 판단할 수 있도록 하여야 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 설계변수의 최적치, 목적함수의 최소값, 구속조건의 만족도를 표로 출력시켰으며, 초기설계치에서와 최적설계치에서의 동적반응을 중첩시켜 그린 그래프를 통하여 최적설계의 효과를 볼 수 있게 하였다.

4. 검 증

제안된 소프트웨어의 유용성을 보이기 위하여 다른 연구자에 의하여 수행되었던 대표적인 3가지 예제에 대하여 최적설계를 수행한 결과를 기존의 결과와 비교하였다.

[예제 1] 1자유도 비선형 충격완충기

이 시스템은 Fig. 7에서 보는 바와 같이 질량과 비선형 특성을 갖는 스프링 및 댐퍼로 구성되어 있으며, 스프링과 댐퍼상수를 설계변수로 취하였다. 이 장치가 시간 $t=0$에서 장애물에 초기속도 v_0로 부딪칠 때, 변위에 대한 시간 종속적인 구속조건을 만족하며 질량의 최대 가속도를 최소화하는 스프링과 댐퍼상수를 결정하는 문제이다. 기존문헌[5]에서와 같이, $M=1$, $\nu=2$, $\omega=2$, $v_0=1$로 설정하였다. 설계변수의 초기치는 [0.5, 0.5]로 설정하였고, 설계시간 구간 $T=6$초, 시간 절점수는 1200개로 하였다. 또한, 벌칙계수를 증가시키기 위한 승수 β는 3으로 설정하였다.

이와 같은 수치들을 적용하여 최적화 프로그램을 실행시킨 후 출력모듈을 통하여 얻은 최적설계 결과가 Table 1에 나타나 있다. 여기서, 목적함수값이 초기치에 비해 최적해에서 1.13% 증가되어 나타났는데 이는 초기설계점이 부적정한(infeasible) 영역에 속해있기 때문에, 즉 구속조건들이 위반된 상태에서 출발했기 때문에 이를 적정한(feasible) 영역 안으로 들여오는 과정에서 비롯된 것이다. Fig. 8은 최적설계점에서 질량의 가속도의 시간에 대한 변화를 초기설계점에서의 상태와 중첩시켜 그래프로 나타낸 것으로서 최적설계점의 결과가 초기설계점에서의 결과보다 조금 나쁜 것은 이미 언급한 바와 같이 초기설계점이 부적정하기 때

Table 1 Optimization results of test problem 1

Objective value		
Initial value	Optimal value	% Reduction
5.9455333E−01	6.0128782E−01	−1.13

Design variables		
ID.	Initial values	Optimal values
1	5.0000000E−01	5.9209290E−01
2	5.0000000E−01	6.0128782E−01

Inequality constraints		
ID.	Initial values	Optimal values
1	9.0460976E−02	5.8075848E−04

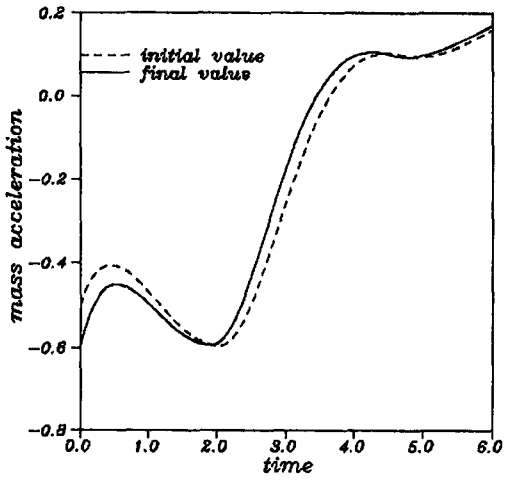

Fig. 8 Dynamic response of mass acceleration at initial and optimal design point of test problem 1

문이다. Table 2는 다른 참고문헌[2~5]에서의 결과 값들과 비교한 것으로서 Hsieh and Arora (1985)는 이 문제를 풀지 못하였으며, 본 연구의 결과가 기존의 결과와 거의 유사함을 통하여 본 최적화 프로그램의 유용성을 입증할 수 있었다.

[예제 2] 2자유도 선형 진동절연기

Fig. 9에 도시한 바와 같이 주 질량에 가진력이 주어졌을때, 두 개의 정상상태 구속조건과 두 질량 사이의 상대변위에 관한 시간 종속적인 구속조건을 만족시키면서 주 질량의 최대변위를 최소화하는 스프링상수와 댐퍼상수를 결정하고자 한다. 기존문헌[5]에서와 같이, 무차원변수를 도입하여 댐퍼질량과 주 질량의 비감쇠 고유진동수비를 설계변수 b_1으로, 댐퍼질량의 감쇠비를 설계변수 b_2로 설정하였으며, 가진 진동수와 주 질량의 비감쇠 고유진동수

Table 2 Comparison of the results of test problem 1

	Initial value	HAUG & ARORA (1979)	HSIEH & ARORA (1984)	HSIEH & ARORA (1985)	PEANG & ARORA (1989)	Proposed
b1	0.5	0.597	0.597		0.599	0.5921
b2	0.5	0.597	0.597		0.598	0.6013
b3	0.8	0.597	0.597		0.596	
Objective value	0.8	0.597	0.597		0.596	0.6013

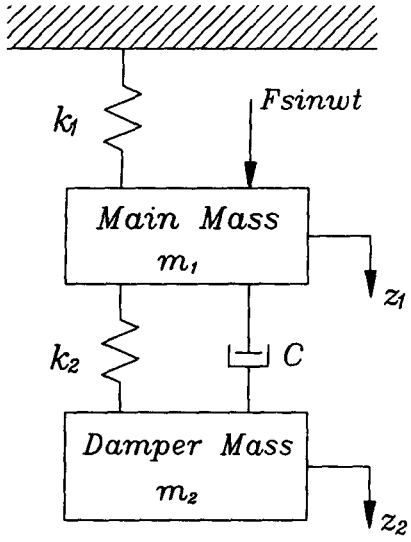

Fig. 9 Two degree of freedom dynamic absorber

의 비를 1.2로, m_1g=10 lb, m_2g=1 lb, k_1=102 lb/in.로 설정하였다. 설계변수의 초기치는 [1.6, 0.02]로 설정하였고, 상·하한치는 각각 [2.0, 0.1678], [10^{-4}, 10^{-6}]이다. 설계 시간구간 T=2초, 시간 절점수는 1000개로 하였다. 또한, 벌칙계수를 증가시키기 위한 승수 β는 10으로 설정하였다.

최적화 프로그램을 실행시킨 후 출력모듈을 통하여 얻은 결과가 Table 3에 나타나 있다. 여기서, 목적함수는 초기치에 비하여 최적치에서 25.5%가 감소되었으며, 초기설계점에서 위반했던 구속조건도 최적설계점에서 모두 적정한 것을 볼 수 있다. Fig. 10은 최적설계점에서 주 질량의 시간에 대한 변화를 초기설계점에서의 상태와 중첩시켜 나타낸 것으로서 초기설계점에서 보다 최적설계점에서 주 질량의 변위가 상당히 안정되어 있음을 알 수 있다. Table 4는 다른 참고문헌[2~5]에서의 결과값들과 비교한 것으로서 본 연구의 결과가 다른 기존의 결과와 거의 유사함을 통하여 본 최적화 프로그램의 유용성을 입증할 수 있었다.

[예제 3] 5자유도 차량 모델

Fig. 11에서 보는 바와 같은 차량 모델이 2개의 이동된(shifted) 코사인함수로 표현되는[2] Fig. 12와 같은 노면을 450 in/sec의 속도로 통과할 때, 차체의 운전석, 차체와 전륜 및 후륜, 입력 도로면과 전륜 및 후륜 간의 상대변위에 대한 시간 종속적인 구속조건들과 설계변수에 대한 제한조건을 만족하면서 운전석의 최대 가속도를 최소화시킬 수 있는

Table 3 Optimization results of test problem 2

Objective value		
Initial value	Optimal value	% Reduction
3.1891074	2.3754436	25.5

Design variables		
ID.	Initial values	Optimal values
1	1.6000000E+00	1.3596993E+00
2	2.0000000E−02	1.8390970E−02

Inequality constraints		
ID.	Initial values	Optimal values
1	8.3878001E−02	−2.3319913E−01
2	−5.3609320E−01	−1.0596048E−01
1	−7.1650303E−01	−1.6380718E−01

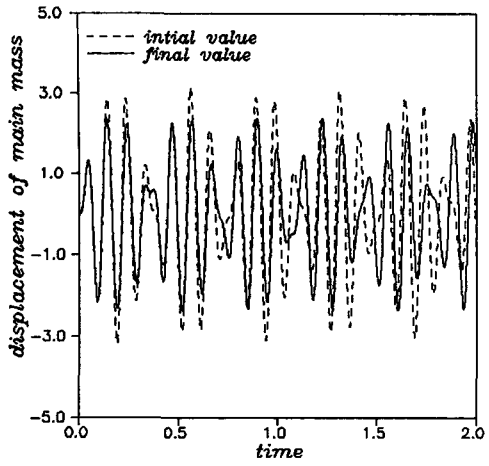

Fig. 10 Dynamic response of the displacement of the main mass at initial and optimal design point of test problem 2

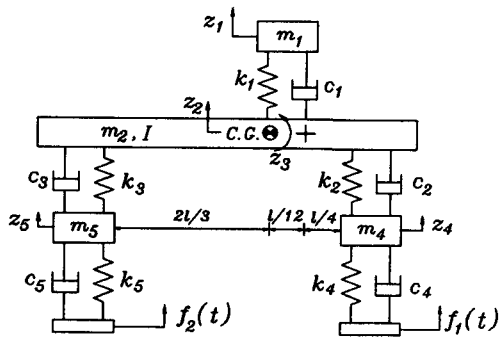

Fig. 11 Five degree of freedom vehicle model

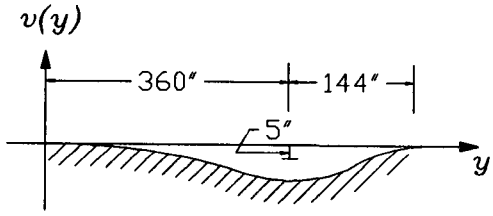

Fig. 12 Road surface profile

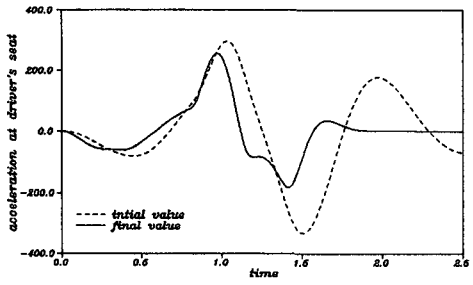

Fig. 13 Dynamic response of the acceleration at the driver's seat at initial and optimal design point of test problem 3

설계변수 $[k_1,k_2,k_3,c_1,c_2,c_3]$를 결정하고자 한다. 기존문헌[2]에서와 같이 $m_1g=290$ lb, $m_2g=4500$ lb, $m_4g=m_5g=96.6$ lb, $I=41000$ lb-in-sec^2, $l=120$ in., $k_4=k_5=1500$ lb/in., $c_4=c_5=5$ lb-sec/in.로 설정하였다. 설계변수의 초기치는 [100, 300, 300, 10, 25, 25]로 설정하였고, 설계변수에 대한 상·하한치는 각각 [500, 1000, 1000, 50, 80, 80], [50, 200, 200, 2, 5, 5]이다. 설계 시간구간 $T=2.5$초, 시간 절점수는 1000개로 하였다. 또한, 벌칙계수를 증가시키기 위한 승수 β는 10으로 설정하였다.

이와 같은 수치들을 적용하여 최적화 프로그램을 실행시킨 후 출력모듈을 통하여 얻은 결과가 Table 5에 나타나 있다. 여기서, 목적함수는 초기치에 비하여 최적해에서 23.1%가 감소되었음을 알 수 있고, 초기상태에서 위반했던 구속조건들도 최적설계점에서 모두 허용범위 안에서 적정한 것을 볼 수

Table 4 Comparison of the results of test problem 2

	Initial value	HAUG & ARORA (1979)	HSIEH & ARORA (1984)	HSIEH & ARORA (1985)	PEANG & ARORA (1989)	Proposed
b1	1.600	1.3380	1.3277	1.3277	1.3312	1.3597
b2	0.020	0.02121	0.03054	0.03058	0.02758	0.0184
b3	3.189	2.3670	2.3566	2.3562	2.3560	
Objective value	3.189	2.3670	2.3566	2.3562	2.3560	2.3754

Table 5 Optimization results of test problem 3

Objective Value		
Initial Value	Optimal Value	% Reduction
3.3180576E+02	2.5513332E+02	23.1

Design Variables		
ID.	Initial values	Optimal values
1	1.0000000E+02	5.0000000E+01
2	3.0000000E+02	2.0010873E+02
3	3.0000000E+02	2.7792707E+02
4	1.0000000E+01	4.9998671E+01
5	2.5000000E+01	7.6869259E+01
6	2.5000000E+01	8.0000000E+01

Inequality constraints		
ID.	Initial values	Optimal values
1	3.2566306E−02	−6.9722865E−01
2	5.0989315E−01	4.4626786E−03
3	−1.9995864E−01	−4.7595000E−01
4	−1.2070192E−01	−4.7595000E−02
5	−4.9307394E−01	−2.3413801E−01

Table 6 Comparison of the results of test problem 3

	Initial value	HAUG & ARORA (1979)	HSIEH & ARORA (1984)	HSIEH & ARORA (1985)	PEANG & ARORA (1989)	Proposed
b1	100.0	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00
b2	300.0	200.00	204.1	200.9	200.00	200.11
b3	200.0	241.90	293.9	295.2	245.06	277.93
b4	10.0	12.89	30.87	16.34	47.07	50.00
b5	25.0	77.52	76.94	76.76	77.09	76.87
b6	25.0	80.00	80.00	80.00	80.00	80.00
b7	332.6	257.40	255.80	256.20	253.71	
Objective value	332.6	257.40	255.80	256.20	253.71	255.13

있다. Fig. 13은 최적설계점에서 운전석의 가속도의 시간에 대한 변화를 초기설계점에서의 상태와 중첩시켜 나타낸 것으로 초기설계점에서 보다 최적설계점에서 운전석의 최대 가속도가 상당히 줄어들었음을 알 수 있다. Table 6은 다른 참고문헌[2~5]에서의 결과값들과 비교한 것으로서 본 연구의 결과가 다른 기존의 결과와 거의 유사함을 통하여 본 최적설계 프로그램의 유용성을 입증할 수 있었다.

5. 결 론

본 연구에서 개발한 불구속연쇄 동적시스템을 위한 최적설계 소프트웨어의 주요사항은 다음과 같다.

(1) 입력모듈을 통하여 사용자로 하여금 동적시스템 데이터 및 최적화 데이터를 편리하게 입력할 수 있게 하였다.

(2) 운동방정식을 자동으로 생성하게 하고, 시간구간과 차수를 조절함으로써 효율을 증가시킨 Adams-Bashforth-Moulton predictor-corrector 방법을 사용하여 동적시스템을 해석하였다.

(3) 설계변수, 상태변수, 시간의 음함수로 구성된 최소-최대형 목적함수인 경우에는 효율적인 직접처리기법을 사용하였다.

(4) 시간 종속적인 구속조건함수의 효율적인 처리를 위하여 ALM 알고리즘을 사용하였다.

(5) 보조변수방법을 사용한 설계 민감도해석법을 사용하였다.

(6) 구속조건이 없는 최적화의 감소방향벡터의 결정을 위하여 BFGS방법을 사용하였고, 선탐색을 위하여 다항식보간법을 사용하였다.

(7) Table 및 그래프를 이용하여 최적설계의 결과를 쉽게 평가하고 판단할 수 있게 하였다.

이와 같은 동적반응 최적설계 소프트웨어를 3가지 대표적인 예제에 적용하여 기존문헌의 결과와 비교함으로써 그 유용성을 입증하였다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소의 기초연구비 지원(과제번호 ADD-90-5-09)에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) 박홍수, 김종관, 최동훈, 1992, "Min-Max형 동적반응 최적화문제의 직접처리기법," 한국자동차공학회 춘계학술대회, pp. 259~266.

(2) Haug, E. J. and Arora, J. S., 1979, "Applied Optimal Design," Wiley-Interscience, New York.

(3) Hsieh, C. C. and Arora, J. S., 1984, "Design Sensitivity Analysis and Opimization of Dynamics Response," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 43, pp. 195~219.

(4) Hsieh, C. C. and Arora, J. S., 1985, "A Hybrid Formulation for Treatment of Point-Wise State Constraints in Dynamic Response Optimizayion," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 48, pp. 171~189.

(5) Paeng, J. K. and Arora, J. S., 1989, "Dynamic Respomse Optimization of Mechanical System with Multiplier Methods," ASME J. of Mechanism, Transmission, and Automation in Design, Vol. 111, pp. 73~83.

(6) Imai, K., 1978, Configuration Optimization of Trusses by the Multiplier Method, Ph. D. Thesis, Univ. of California, Los Angles.