

〈論 文〉

복사가열되는 적층원판의 비정상 열전달해석

이주호* · 송태호** · 현재민**

(1993년 3월 12일 접수)

Analysis of Unsteady Heat Transfer of Radiatively Heated Stacked Disks

Joo-Ho Lee, Tae-Ho Song and Jae-Min Hyun

Key Words : Furnace(로), Radiative Heating(복사가열), Unsteady Conduction(비정상 전도)

Abstract

Unsteady heat conduction in stacked disks in a furnace has been numerically solved. The effects of relevant parameters such as disk spacing, aspect ratio, environmental temperature, Biot number, etc. have been investigated. The highest temperature appears at the disk edge and the lowest at the center. Penetration of heat from the surface to the center requires some time. Heating should be slow for uniform temperature rise. Geometric parameters complicate the radiative and conductive heat transfer. Though the resulting dependence of temperature nonuniformity on various parameters is complicated, high uniformity of temperature is in general available by low Biot number and/or low environmental temperature.

기 호 설 명			
A	: 면적 (m^2)	ϵ	: 방사율
$B_i = \frac{h_e D}{k}$: 초기비오수	ρ	: 밀도 (kg/m^3)
	$\{h_e = \sigma \epsilon (T_\infty^2 + T_i^2) (T_\infty + T_i)\}$	σ	: Stefan-Boltzmann상수 ($5.67 \times 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4$)
c_p	: 비열 ($J/kg \cdot K$)	τ	: 시간 (s)
D	: 원판직경 (m)	하첨자	
$DF = \frac{T_e - T_c}{T_e}$: 차등인자	c	: 중앙
F	: 형상계수	e	: 모서리
k	: 열전도계수 ($W/m \cdot K$)	F	: 종말
q	: 복사열유속 (W/m^2)	i	: 초기
T	: 온도 (K)	l	: 한계
t	: 원판두께 (m)	o	: 유출량
$\theta = \frac{T - T_i}{T_\infty - T_i}$: 무차원 온도	∞	: 주위
δ	: 원판사이의 간격 (m)		

1. 서 론

*대우중공업 중앙연구소
**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

및 품질향상에 많은 영향을 끼치므로 지대한 관심의 대상이 되어 왔다. 노내 가열은 배치식과 연속 공급식이 있는데, 대개의 단조 및 열처리 공정에서는 노내에 적치하여 일정시간 가열한 후 빼어 내는 배치식을 택하고 있다.

흔히 이용되는 배치식 가열방식의 하나는 노내에 금속재료를 일정한 간격을 두고 쌓아놓고 노벽에서 버너로 가열하는 방식이다. 이때, 피가열물간의 간격을 너무 작게 하거나 지나치게 빠른 속도로 가열을 하면 재료의 중심부와 표면사이에 온도차가 많이 생겨 중심부는 아직 가공온도에 도달하지 못했는데 표면부분은 재결정온도를 넘어 버린다. 또 반대로 이 간격을 너무 크게 하거나 너무 천천히 가열하면 일정시간에 가열되어져 나오는 재료의 양이 줄게 된다. 따라서 재료의 가열을 되도록 고르게 하면서도 생산속도를 늘리기 위해서는 이와 같이 적층 가열되는 재료내의 열전달현상을 연구하는 것이 필요하다.

이와 같이 비정상 열전도의 문제는 대단히 고전적인 것으로서 단순한 형상과 단순한 경계조건에 대하여는 수많은 해석적인 연구결과가 망라되어 있다. 이 중 복사가열되는 원판과 실린더에 대한 연구결과들을 살펴보면 다음과 같다. Carslaw 등⁽¹⁾은 표면이 복사가열되는 무한실린더 및 유한실린더에 대하여 Laplace변환를 이용하여 근사해를 구하는 방법을 제시하였다. Ozisik,⁽²⁾ Heisler 등⁽³⁾은 표면에 일정한 열유속이나 일정한 온도가 가해지는 경우 및 일정한 열전달계수를 갖는 대류 경계조건에 대한 비정상해를 무한실린더와 무한평판의 해의 곱의 꼴로 구하는 방법을 제시하였다.

본 연구는 복사가열되는 적층원판의 온도변화를 알고자 하였다. 이때에 원판표면에 불균일한 열유속과 온도가 주어지고 형상도 복잡하여 중첩에 의한 해석해를 얻기가 어렵다. 더욱이 대류 경계조건은 열전달량이 온도에 비례하지만 본 문제와 같이 고온이 동반된 복사 경계조건에서는 온도의 4승에 비례하므로 비선형 문제가 되어 버린다. 이처럼 전도와 복사가 복합된 문제(conjugate problem)는 수치적인 방법으로 해석할 수 밖에 없으며 Raic과 Popovic⁽⁴⁾은 과도적으로 열전달계수를 수정하는 방법을 제안하였고, Brovkin과 Guzov⁽⁵⁾는 내부 열원으로 복사 열전달을 처리하는 수식을 제시하였다. 보다 구체적으로 판상의 노내 피가열물의 비정상 가열상태를 연구한 논문이 Chapman 등⁽⁶⁾에 의

하여 제시되어 있고, Builov 등⁽⁷⁾은 노내 적층된 가열물의 거동을 대류조건으로 치환시켜 해석하였다. 또한 Devyatov와 Shvartskopf⁽⁸⁾은 노자체의 거동을 비정상 해석하였다. Aronchik⁽⁹⁾은 노내 열전달을 복사로 처리한 단일 피가열물의 최적 가열에 관하여 연구하였고 Clements⁽¹⁰⁾는 방사율을 높이는 코팅을 할 때에 표면 복사 열전달의 증진효과에 관하여 논하였다.

본 연구에서 대상으로 하는 노내 원판의 비정상 가열문제는 그 현실적인 중요도에 비하여 연구된 바가 별로 없다. 따라서 이 문제를 수치적방법을 이용하여 여러 가지 경계조건에 대해 해를 구하고 여러 인자들에 따른 시스템의 특성을 고찰하도록 한다. 이와 같은 수치연구는 최근 컴퓨터의 발달에 힘입어 가능하게 된 것으로 비록 이 주제는 다소 낡은 것이라 하더라도 산업현장에서의 중요성 및 본 연구로부터 도출될 새로운 물리적 현상의 이해를 위하여 매우 의미있다고 생각된다. 본 연구에서는 수학적모델을 세우고 그 수치해법을 제시하였으며 문제의 실제 해를 보였고 그 결과를 이해하기 위한 물리적 설명을 하였다. 이로써 실제의 작업현장에서 쓸모있는 데이터를 창출하고 중요한 물리적 현상을 규명하도록 하였다.

2. 이론적 해석

Fig. 1은 풀고자 하는 문제를 도식적으로 보이고 있다. 주위가 T_{∞} 로 일정하게 유지되고 있는 노내에 초기 온도 T_i 인 원판이 일정한 간격으로 적층되어 가열되고 있다. 원판의 직경은 D , 두께는 t 이며 원판사이의 간격은 δ 이다. 원판이 여러개 적층되어 있을 때 중간의 원판은 대략적으로 상하대

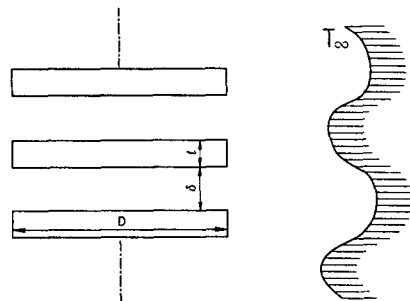


Fig. 1 Schematic diagram of the system

칭의 온도분포를 보일 것이다. 또한 원판은 최대 온도가 모서리 부분에 나타나는데 이 온도가 T_i 를 넘어서는 안된다. 따라서 원판내 최고 온도가 허용한계인 T_i 에 다다를 때까지의 비정상 열전도해석을 하며, 이를 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

(1) 원판의 개수가 충분히 많아 각 원판들의 온도분포는 동일하며 원판 한 장에 대해서도 축대칭 및 상하대칭이 적용된다.

(2) 외벽과 원판간의 가스는 복사열의 흡수, 방출 및 산란에 관여하지 않는다. 또한 모든 복사전열은 노벽의 흑체온도 T_∞ 로부터 중간 기체의 간섭 없이 도달하는 것으로 본다.

(3) 대류에 의한 효과는 무시한다.

두번째의 가정은 노내의 열전달을 단순 흑체와 피가열물 사이의 열전달로 단순화시키기 위하여 설정한 것이다. 일반적으로 노내의 온도는 화염, 내화물 및 피가열물별로 불균일하나 통상 현상응용되는 노내 온도의 측정은 작은 열전대나 백금저항선을 이용하여 행하여지며 이때 읽히는 온도는 노의 내부를 흑체온도로 치환시킨 값과 같다. 이것은 온도 측정센서가 노에 비하여 훨씬 작고 또 내화물의 방사율이 0.7정도로 높으므로 노가 상대적으로 흑체처럼 거동하기 때문이다. 본 연구에서도 피가열물이 노의 크기에 비하여 비교적 적게 쌓여있는 경우를 상정하였다. 또한 피가열물간의 간격이 작으면 그 사이의 기체의 참여가 적어 투명하다고 볼 수 있다. 또한, 대부분의 고온로에서 세번째 가정은 충분히 정확하다.

해석영역은 Fig. 2에 제시된 바와 같이 형성되며 r - z 좌표축에 관한 2차원 문제가 된다. 즉, 원판내 온도 T 에 관한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1)$$

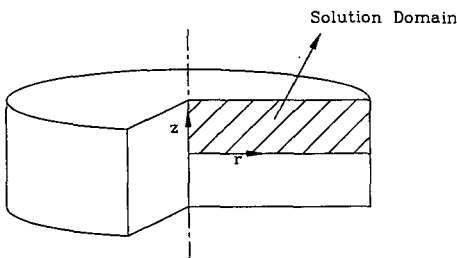


Fig. 2 Solution domain

여기서, $\alpha(=k/\rho c_p)$ 는 열확산계수이다. 원판은 초기에 온도 T_i 로 균일하게 도입된다. 즉, 초기 조건으로서

$$\text{At } \tau=0, T=T_i. \quad (2)$$

좌표 r, z 의 원점을 원판의 중심으로 취할 때 (Fig. 2 참조), 각 경계면에서는 다음의 조건이 만족되어야 한다.

$$\frac{\partial T}{\partial r}=0 \text{ at } r=0, \frac{\partial T}{\partial z}=0 \text{ at } z=0 \quad (3)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial r}=q \text{ at } r=R, k \frac{\partial T}{\partial z}=q \text{ at } z=t/2 \quad (4)$$

여기에서, R, t, k 는 각각 원판의 반경($=D/2$), 두께 및 열전도계수이다. 또 표면을 통한 열유속 q 는 r 및 z 의 함수로서 후에 기술될 복사방정식으로부터 결정된다. 우선 이 문제를 일반화하기 위해 다음의 무차원 변수를 도입하여 무차원화 한다.

$$r^* = \frac{r}{D}, z^* = \frac{z}{D}, \theta = \frac{T - T_i}{T_\infty - T_i}, \tau^* = \frac{\alpha \tau}{D^2} \quad (5)$$

무차원화된 지배방정식과 초기 및 경계조건은 다음과 같이 표시된다.

· 지배방정식 :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau^*} = \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \theta}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^{*2}} \quad (6)$$

· 초기조건 :

$$\text{At } \tau^*=0, \theta=0 \quad (7)$$

· 경계조건 :

$$\text{At } r^*=0 \text{ (or } z^*=0), \frac{\partial \theta}{\partial r^*} \text{ (or } \frac{\partial \theta}{\partial z^*}) = 0 \quad (8)$$

$$\text{At } r^* = \frac{1}{2} \text{ (or } z^* = \frac{t/2}{D}),$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial r^*} \text{ (or } \frac{\partial \theta}{\partial z^*}) = \frac{qD}{k(T_\infty - T_i)} \quad (9)$$

한편 초기 비오수(initial Biot number)를 다음과 같이 정의한다.

$$Bi = \frac{h_e D}{k} \quad (10)$$

여기서 복사에 의한 유효 열전달계수 h_e 는

$$h_e = \sigma \epsilon (T_\infty^2 + T_i^2) (T_\infty + T_i) \quad (11)$$

로 정의되었으며 σ 는 Stefan-Boltzmann상수, ϵ 은 원판표면의 방사율이다. 무차원 열유속 $qD/k(T_\infty - T_i)$

는 방금 도입한 비오수를 이용하면, 다음과 같은 여러가지 무차원 변수들의 함수이다.

$$\frac{qD}{k(T_\infty - T_i)} = f\left(\varepsilon, Bi, \frac{\delta}{D}, \frac{t}{D}, \frac{T_\infty}{T_i}, \theta, r^*, z^*, \tau^*\right) \quad (12)$$

여기에서 δ 는 원판사이의 간격이다. 여기에서 혼란을 막기 위하여 언급할 사항은 열유속 q 는, 측면과 같이 노벽에만 면한 경우 초기에 $h_e(T_\infty - T_i)$ 로 주어져서 $qD/k(T_\infty - T_i) = Bi$ 가 되나 상하면의 경우와 어느 정도 가열이 진행된 경우에는 이 등식이 성립하지 않는다. 또한 θ 는 독립변수가 아니고 식(6)에 의하여 구속되어 있으므로 무차원 독립변수를 총망라하여 보면 $\varepsilon, Bi, \frac{\delta}{D}, \frac{t}{D}, \frac{T_\infty}{T_i}, r^*, z^*, \tau^*$ 로서 모두 여덟개가 도출된다.

식(6)은 후에 상술하는 바와 같이 유한 차분화하여 풀게 되는데, 이때에 표면 열유속 q 를 각 경계면에서 산출하여야 한다. 따라서 식(12)의 해를 구하기 위하여 원판의 표면을 유한한 수의 환형 미소면적으로 잘라 놓고 이들에 대하여 표면 복사이론을 적용한다. Fig. 3과 같은 일반적인 밀폐계에서 매질이 복사에 참여하지 않는다면 각 미소 표면의 온도와 열유속 q 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.⁽¹¹⁾ 즉, 방사율이 일정한 미소표면에 대하여,

$$q_{o,k} - (1-\varepsilon) \sum_j (F_{k-j} q_{o,j}) = \varepsilon \sigma T_k^4 \quad (13)$$

여기서 $q_{o,k}$ 는 k 번째 표면의 표면출사(radiosity)이고, F_{k-j} 는 k 면으로부터 j 면으로의 형상계수(configuration factor)이다. 위의 식으로 각 q_o 를 구한 다음, 다음 식으로 각 q 를 구할 수 있다.

$$q_k = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} (\sigma T_k^4 - q_{o,k}) \quad (14)$$

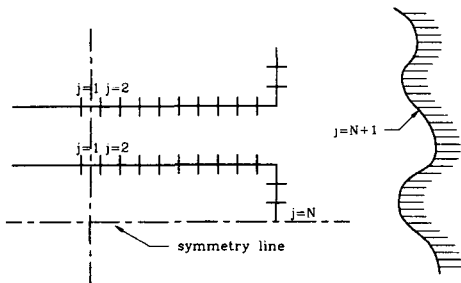


Fig. 3 Enclosure composed of N discrete surface areas

여기에서 구한 열유속 q 는 $D/k(T_\infty - T_i)$ 를 곱하여 무차원 전도방정식의 경계조건, 식(9)으로 활용된다. 식(13)에서 k 를 원판표면의 분할개수 N 및 주변온도, 즉 노벽($N+1$ 번째 면으로 취급함)까지 망라하여 적어 보면 총 $N+1$ 개의 미지수 $q_{o,k}$ 에 대한 $N+1$ 개의 식이 된다. 이 식을 행렬로 표시하면,

$$A \cdot Q_o = B \quad (15)$$

이고, 여기에서

$$A = \begin{bmatrix} 1 - (1-\varepsilon)F_{1-1} & -(1-\varepsilon)F_{1-2} & \cdots & \cdots & \cdots \\ -(1-\varepsilon)F_{2-1} & 1 - (1-\varepsilon)F_{2-2} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -(1-\varepsilon)F_{N-1} & -(1-\varepsilon)F_{N-2} & \cdots & \cdots & \cdots \\ -(1-\varepsilon)F_{\infty-1} & -(1-\varepsilon)F_{\infty-2} & \cdots & \cdots & \cdots \\ & -(1-\varepsilon)F_{1-N} & -(1-\varepsilon)F_{1-\infty} & \cdots & \cdots \\ & -(1-\varepsilon)F_{2-N} & -(1-\varepsilon)F_{2-\infty} & \cdots & \cdots \\ & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 - (1-\varepsilon)F_{N-N} & -(1-\varepsilon)F_{N-\infty} & \cdots & \cdots & \cdots \\ & -(1-\varepsilon)F_{\infty-N} & 1 - (1-\varepsilon)F_{\infty-\infty} & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \varepsilon \sigma T_1^4 \\ \varepsilon \sigma T_2^4 \\ \vdots \\ \varepsilon \sigma T_N^4 \\ \varepsilon \sigma T_\infty^4 \end{bmatrix} \quad Q_o = \begin{bmatrix} q_{o,1} \\ q_{o,2} \\ \vdots \\ q_{o,N} \\ q_{o,\infty} \end{bmatrix}$$

이다. 여기에서 $F_{\infty-j}$ 는 거의 0이므로 행렬의 마지막 열을 우변으로 이항하고 정리하면

$$A' \cdot Q'_o = B' \quad (16)$$

이며, 여기에서

$$A' = \begin{bmatrix} 1 - (1-\varepsilon)F_{1-1} & -(1-\varepsilon)F_{1-2} & \cdots & -(1-\varepsilon)F_{1-N} \\ -(1-\varepsilon)F_{2-1} & 1 - (1-\varepsilon)F_{2-2} & \cdots & -(1-\varepsilon)F_{2-N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -(1-\varepsilon)F_{N-1} & -(1-\varepsilon)F_{N-2} & \cdots & 1 - (1-\varepsilon)F_{N-N} \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} \varepsilon \sigma T_1^4 + (1-\varepsilon)F_{1-\infty} \sigma T_\infty^4 \\ \varepsilon \sigma T_2^4 + (1-\varepsilon)F_{2-\infty} \sigma T_\infty^4 \\ \vdots \\ \varepsilon \sigma T_N^4 + (1-\varepsilon)F_{N-\infty} \sigma T_\infty^4 \end{bmatrix} \quad Q'_o = \begin{bmatrix} q_{o,1} \\ q_{o,2} \\ \vdots \\ q_{o,N} \end{bmatrix}$$

이다. 형상계수의 산출은 참고문헌(11)에 나타난 원통과 환형면적과의 상관식을 이용하였다.

3. 수치해석

축대칭 좌표계($r-z$)에서 시간에 대하여 음함수

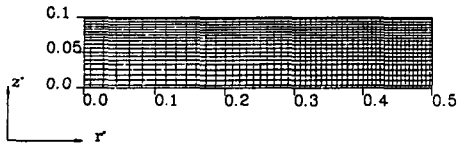


Fig. 4 Grid system

형 (implicit scheme)⁽¹²⁾의 전도방정식 해석프로그램을 사용하였다. 사용된 코드는 유한차분법이며 온도에 대하여 각 시간에서 반복계산할 때에 다음의 수렴조건을 사용하였다.

$$\text{MAX} \left[\frac{\theta_i - \theta_i^*}{\theta_i} \right] \leq 1 \times 10^{-4} \quad (17)$$

여기에서 θ_i^* 는 바로 앞의 반복시의 잠정 해이다. 수치해석에 사용한 그릿은 Fig. 4에 보인 바와 같이 r 방향으로 54개, z 방향으로 21개의 격자점을 사용하였으며 원판의 표면에 갈수록 촘촘하게 배치하였다. 매번의 시간 간격은 무차원 시간 간격 Δt^* 를 10^{-5} 부터 10^{-2} 까지 차차로 증가시켰으며 통상의 계산에서는 3000번 가량의 시간 간격을 적용하면 모서리 온도가 T_i 까지 도달해서 계산이 종료되었다. 한편 각 시간에서 음함수법에 따른 온도의 반복계산 회수는 초기에는 25번 가량으로 수렴이 느리나 후기에는 5회 이내에 수렴하여 평균적으로 10회 가량 소요되었다.

매번 내부온도를 계산할 때 표면에서의 온도를 경계조건으로 주고 내부온도를 계산하였다. 이때 구하여진 표면에서의 온도 구배가 현재의 표면 온도들로부터 구하여진 복사 열유속과의 관계를 만족하는지 확인하고 그렇지 않은 경우, 전도 열유속이 주어진 복사 열유속을 만족하도록 경계면 온도를 조정하여 내부온도의 반복계산을 행하였다. 이와 같은 방법으로 경계조건에 대하여도 완전한 음함수법을 적용하였는데, 시스템공학센터의 CRAY-2S 시스템을 사용한 결과(스칼라 계산시) 매번 시간 간격에서의 반복계산마다 약 0.012초, 총 130초 가량의 CPU시간이 소요되었다.

한편 식(16)으로부터 열유속 Q_0' 를 계산하기 위한 알고리즘으로는 가우스-자이델 반복계산법을 사용하였다. 식(16)에서 Q_0' 는 선형적이므로 가우스-자이델 반복계산은 3회 정도로 충분히 수렴하였다.

본 문제에서 표면의 복사전열이 온도의 4승에 비례하므로 비선형문제가 된다. 이러한 경우에 대하

여 본 수치해석을 검증할 수 있는 실험, 혹은 해석해가 발표된 바가 없다. 따라서 본 수치해를 원판간 거리 $\delta=0$ 및 ∞ 인 두 경우에 대하여, 별도 프로그램에 의하여 자체 계산한 해와 비교하여 그 결과가 같음을 알았다. 또한 시간중분 Δt , 격자간격이 계산결과에 영향을 미치지 않음 만큼 조밀하게 조정하였다. 또한 크랭크-나이콜슨 방법(Crank-Nicolson scheme)⁽¹²⁾을 현재 사용된 음함수법과 비교하여 그 오차가 무시할 만큼 작은 것을 확인하였다. 비록 이 검증법은 완전치는 않으나 전도방정식은 거동이 비교적 명료하므로 수치해법의 정확성을 검증함으로써 그 해의 타당성을 신뢰할 수 있다고 생각된다. 이 구체적 검증과정은 지면상 생략하였다.

4. 결과 및 토의

4.1 기준문제

인자들의 영향을 조사하기에 앞서 비교의 기준으로 Table 1과 같이 기준문제를 정의하였다. 이 인자들은 연강이 $T_i=300$ K로부터 $T_1=1000$ K까지 분위기 온도 $T_\infty=1200$ K인 노내에서 가열될 때, 실제에 가까운 조건들을 보였다. 직경 약 1.5 m, 두께 약 30 cm의 원판이 30 cm의 간격을 두고 노내에 적층되어 있다고 하자. 표면은 상당히 산화되어 있어서 방사율이 0.8이라고 할 때에, 식(10)과 식(11)에 의하면 비오수가 약 3이 된다. 노내에 놓인 원판은 측면과 상하면으로부터 가열된다. 이때 단위표면적당의 열유속은 측면에서 가장 크고 측면과 가까운 상하면에서 그 다음으로 크며 안쪽으로 가장 깊숙이 들어간 중심축 근처의 상하면에서 가장 작다. 따라서 측면과 상하면간의 모서리가 가까이 있는 재료는 측면과 상하면 모두에서 가열되므로 가장 승온속도가 빠르다. 이에 반하여 원판의 중심부는 가장 느리게 가열이 된다. 시간에 따른 원판온도의 변화를 Fig. 5에 보였다. 이 계산은 최고 온도가 T_i 를 지나 거의 T_∞ 에 다다를 때까지 행하여 보았다. Fig. 5를 보면 초기($\tau^*=10^{-4}$)에 모서리는 상당히 빠른 속도($\theta=0.0516$)로 가열

Table 1 Factors in the reference problem

δ/D	t/D	T_∞/T_i	T_i/T_i	B_1	ϵ
0.2	0.2	1.2	0.3	3.0	0.8

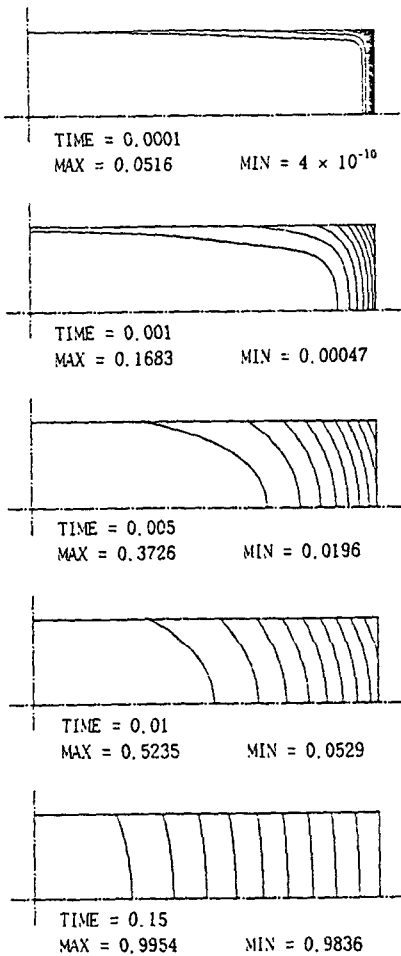


Fig. 5 Isothermal lines of the reference problem at various dimensionless times("TIME"). The maximum and minimum temperatures occur at the edge and at the center respectively and the isotherms here are corresponding to equally divided values between the "MAX" and the "MIN," which are θ_e and θ_c , respectively. Left lower corner is the center

되나 중심부는 거의 아무런 변화가 없다가 반경방향 및 축방향으로 열이 전도됨에 따라 차차로 가열됨을 알 수 있다. 상당한 시간($\tau^*=0.15$)이 지나고 나면 전체원판이 거의 분위기 온도(T_∞)와 같아짐을 알 수 있다. Fig. 6는 원판내의 중심온도(θ_c)와 모서리 온도(θ_e)를 비교한 것이다. 모서리 온도는 처음부터 빠른 속도로 증가하여 주위 온도에 수렴하는데 반하여 중심부는 초기의 무반응으로 인하여 약간의 시간차를 두고 승온을 시작하여 전체적

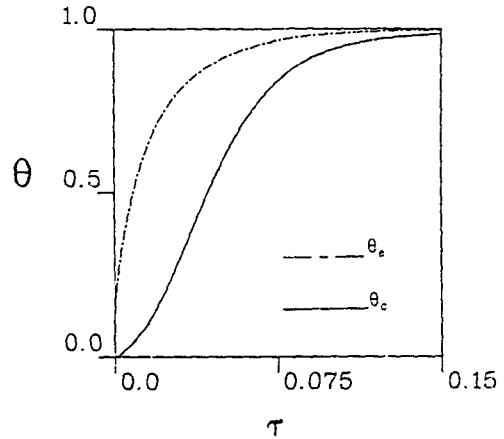


Fig. 6 Change of the center and edge temperatures (θ_e and θ_c)

으로 S자형 곡선을 그린다. 가열초기에, 온도(θ)가 0.01이 되는 깊이를 침투깊이(penetration depth)라 하여 경계층이론을 적용할 수 있다. 상하면에 열유속이 주어져 있을 때 그 침투깊이가 $t/2$ 가 되는 시간에 비로소 중심온도가 상승하기 시작한다. 이 시간은 $\tau^*=7 \times 10^{-4}$ 으로 계산되어, 표면온도가 순간적으로 변하는 반무한 평판의 침투깊이가 $t/2$ 가 되는 이론해⁽¹⁾에 의한 시간 $\tau^*=7 \times 10^{-4}$ 과 매우 근사하다. Fig. 6을 보면 초기에 $\tau^*=0.03$ 가량에 다다를 때까지는 $\theta_e - \theta_c$ 가 증가하나 이후에는 모서리 온도의 증가속도가 중심온도의 증가속도보다 작아져서 $\theta_e - \theta_c$ 가 감소함을 알 수 있다. 대략적으로 $\tau^*=0.03$ 에 다다르면 측면에서 가열된 효과가 중심축까지 도달하여 중심부의 승온속도도 빨라지기 때문에 이때에 반경방향 침투깊이가 $D/2$ 로서 대략적으로 $3\sqrt{ar}$ 의 값의 범위를 갖는다. 균일한 가열을 위하여는 주된 가열방향으로의 중심까지의 침투시간보다 오랜 시간을 주고 천천히 가열해야 함을 알 수 있다.

4.2 관련 인자 영향의 고찰

이 문제에서 중요한 영향력을 가지는 인자들에 대하여 그 영향을 조사하기 위하여 기준문제로부터 인자를 단 하나만 번갈아 바꾸어 가며 구한 결과를 Fig. 7~12에 나타내었다. 따라서 특별히 언급되지 않은 인자는 기준 문제의 경우와 동일하다. 본 문제에서 가장 관심 있는 부분은 원판이 얼마나 골고루 가열되는가 이다. 이의 척도로 다음의 결과 인

자들을 정의한다. 즉, 모서리가 한계온도 T_i 에 다다랐을 시점에서,

$$DF = \frac{T_e - T_c}{T_e} : \text{차등 인자}$$

$$\tau_F : \text{최종 시간} \quad (18)$$

DF 는 원판내부의 가장 온도가 높은 곳과 낮은 곳(즉 모서리 및 중심)의 차이를 나타낸다. DF 는 작을수록 품질면에서는 좋다. 그러나 아주 서서히 가열하면 DF 는 작아지지만 시간이 너무 많이 걸려 비효율적이 될 수 있다. 따라서 상호 타협적인 가열시간 τ_F 도 구해 보기로 하였다. 위의 두 인자는 T_e 가 한계온도인 T_i 이 되었을 시점에서의 값이므로 이들을 결정하는 독립변수는 $\epsilon, Bi, \delta/D, t/D, T_\infty/T_i$, (혹은 T_∞/T_i), 및 T_i/T_i 이다. 이 중 결과 인자들에 중요한 영향력을 가지는 인자들로서 다음과 같은 인자들을 선정하여 그 영향력을 고찰하였다.

4.2.1 간극비(δ/D)

이 인자는 원판간의 거리를 나타내는 인자로서 그 값이 클수록, 원판과 원판사이가 직경에 비하여 상대적으로 떨어져 있으므로 외부에서 들어오는 복사에너지가 중심축에 가까운 상하면까지 잘 전달된다. 극단적으로 이 인자가 무한대로 커지면 단 하나의 원판이 놓여 있는 경우와 같고, 이 때에 주위로부터 표면에 와 닿는 열유속이 초기에 상하면과 측면 모두에서 균일하여진다. 또한 총 열전달량이 최대가 되며, 따라서 가열에 필요한 시간, 즉 모서리 온도가 어떤 일정한 값까지 올라가는데 걸리는 시간이 최소가 된다. 이와 반대로 δ/D 가 0으로 접근하면 상하면에 닿는 열은 거의 없고 오로지 측면에 닿는 열이 내부로 침투하여 가열이 된다. 따라서 이 경우 열전달량이 작아서 가열속도가 느리며 따라서 가열시간이 최대가 됨을 짐작할 수 있다. Fig. 7은 δ/D 가 변화함에 따라 식(18)로 정의된 여러 인자들이 어떻게 변화하는가를 보인 것이다. 여기에서 δ/D 가 증가함에 따라 최종시간이 감소하는 것을 확인할 수 있다. 여기에서 특기할 만한 것은 δ/D 가 약 0.1 근처에서 차등인자 DF 가 최대가 되는 것으로 이처럼 온도편차가 최대가 되는 구역이 존재하는 것은 다음과 같이 설명할 수 있다. 원판의 중심과 모서리의 온도차는 다음과 같은 두 가지 구성요소로 이분하여 볼 수 있다. 즉, 원판의 중심에서 중심축상의 상하면으로의 축방향 온도차

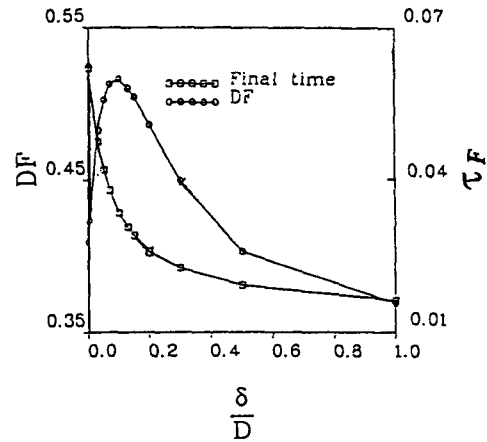


Fig. 7 Effect of δ/D variation

와 중심에서 외경부분으로의 반경방향 온도차를 상정하여 보자. 간극비 δ/D 가 매우 작을 때에는 상하면의 열유속은 거의 없으므로 축방향 온도차는 거의 없다. 그러다가 이 간극이 커지면 상하면의 열유속이 커지면서 축방향 온도차가 커진다. 이에 반하여 상하면의 열유속은 간극이 커질수록 균일해지므로 반경방향 온도차를 줄인다. 그러므로 이 두 온도차의 합은 경우에 따라 간극비가 영 근처에서는 간극비가 증가할수록 증가하다가 어떤 최대 점을 지나서는 감소하는 추세를 보일 수 있다. Fig. 7은 이러한 경향에 따라 DF 가 증가했다가 감소하는 것을 볼 수 있다.

4.2.2 두께비(t/D)

이 인자는 원판의 형상을 나타내는 것으로서 작을수록 두께가 얇은 것을 나타낸다. Fig. 8을 보면 기준문제에서 두께비만을 변화시킬 때에 가열결과의 인자들이 그려져 있다. 원판의 두께가 극단적으로 얇을 때에 원판의 두께방향 온도차가 거의 0이 되며 또한 상하면의 넓이가 측면의 넓이에 비하여 상대적으로 매우 커지므로 가열에 필요한 열은 주로 상하면에서 공급된다. 또한 얇은 두께를 통하여 일어나야 하는 반경방향의 열전도가 매우 미약해진다. 따라서 이때에 축방향으로는 등온으로 볼 수 있고 반경방향으로는 전도가 안되는 것으로 볼 수 있으니 반경방향으로 미세하게 자른 고리마다 모두 독립적인 집중열용량계(lumped heat capacity system)로 볼 수가 있다. 결과적으로 t/D 가 거의 0이 되면 각 반경에서의 미소고리마다 존재하는 집중열용량계의 온도 상승량이 최종적인 온도분포를 결

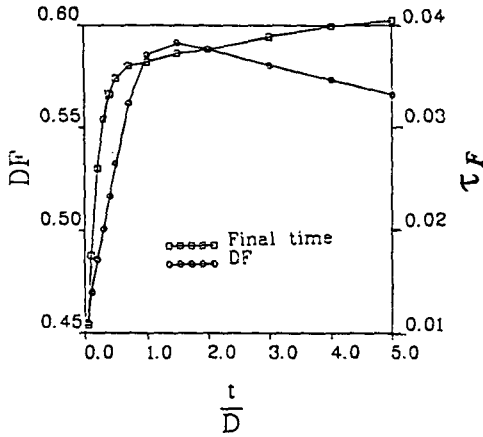


Fig. 8 Effect of t/D variation

정하는 것으로 볼 수 있으며 최종시간은 두께에 거의 비례한다. 이 두께비가 커질수록 축방향 전도저항이 커져서-또한 간극비가 커질수록 축방향 전열량이 증가하여-그 축방향 온도차가 커진다. 반면 이 두께비가 커지면 반경방향 열저항이 감소하여-또는 전술한 바와 같이 간극비가 커져서 상하면의 열유속이 균일하게 되기 시작하면-반경방향 온도차는 줄어들게 된다. 그 두가지의 합쳐진 결과는 Fig. 8에 나타난 바와 같이 두께비가 작을 때에는 축방향 온도의 변화에 민감하며, 두께비가 클 때에는 반경방향 온도차의 감소가 중요하여져서 $t/D=1.5$ 근처에서 DF 가 최대가 되는 분포를 보인다. 단, 이 경향은 기준문제에서 주어진 간극비를 유지할 때의 경향으로써 간극비가 이보다 훨씬 작다면 DF 의 모양이 U자 형태가 된다. 즉, 그 최소점을 좌우로 t/D 가 작을 때에는 반경방향 온도차의 영향을 많이 받아서 DF 의 값이 커지고, 또 t/D 가 클 때에는 축방향 온도차의 영향을 많이 받아서 DF 의 값이 늘어날 수도 있다.

이상의 경우는 간극비 δ/D 가 0.2인 경우이나 Fig. 9를 보면 여러 가지 간극비와 두께비에 대하여 DF 의 변화양상을 보인 것인데 두께비가 어느 이상으로 커지면 어떤 간극비에 대하여나 DF 가 단조감소하는 것을 알 수 있다.

4.2.3 주위온도비 (T_∞/T_1)

주위온도 T_∞ 는 한계온도 T_1 보다 높아야 하는데, 이 온도가 높을수록 원판주위의 복사 열유속이 커져서 가열속도가 빨라지게 된다. 이 주위온도비가 1에 가까이 가면 최종시간은 무한대로, 온도차는 0

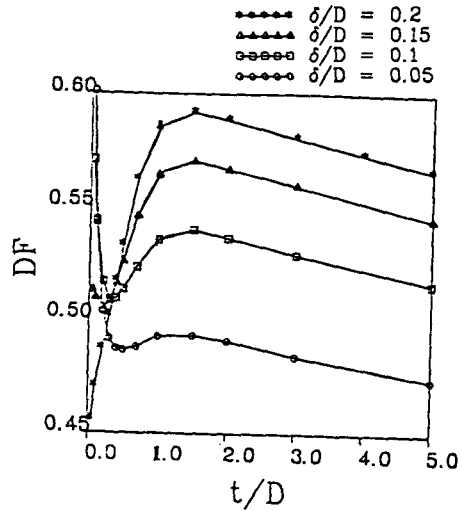


Fig. 9 Effect of t/D variation on DF for different sets of δ/D

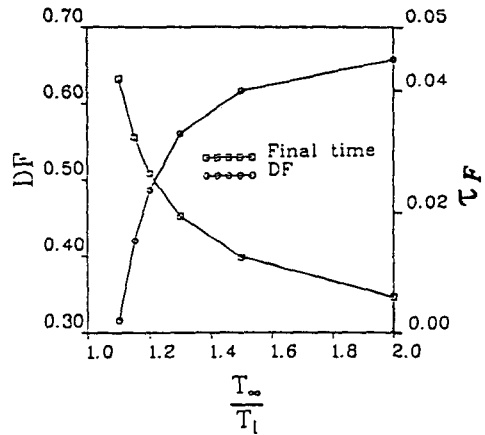


Fig. 10 Effect of T_∞/T_1 variation

으로 접근한다. 또 이 값이 커지면 커질수록 최종시간은 줄어들고 온도차는 단조증가하는 것을 알 수 있다(Fig. 10 참조). 주위온도비의 변화는 축방향 열저항에 영향을 미치지 않는 한편 간극의 안쪽이나 바깥쪽의 열유속비율에도 변화가 없이 다만 그 절대적 열유속의 평균치만 변화시킨다. 따라서 그 온도차는 외부 열유속이 커지면 선형적으로 증가할 것이다. 단, 복사전열의 특성상 주위온도비와 열유속이 서로 완전히 선형적이지는 않다.

4.2.4 초기온도비 (T_i/T_1)

대부분의 재료에서 한계온도와 초기온도는 일정

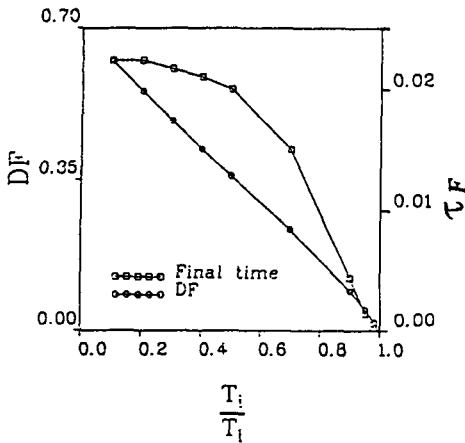


Fig. 11 Effect of T_i/T_1 variation

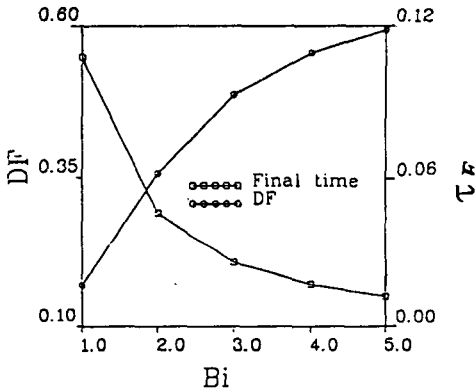


Fig. 12 Effect of initial Biot number

한 값으로 정해져 있으므로 임의로 변화할 수 있는 것은 아니다. 그러나 노내의 주위온도를 조정하는데 따라 어떤 일정한 온도로 일차 가열한 후-단지 가열의 효율을 위하여, 혹은 재료의 열처리를 위하여-얼마간 기다림으로써 재료가 일정한 온도에 다다르도록 한 뒤 재차 가열을 할 수도 있다. 이 경우 초기 온도비가 달라질 수 있게 된다. Fig. 11에서 알 수 있는 바와 같이 초기온도비가 1에 다가갈수록 최종시간과 온도차가 모두 감소하는 것을 알 수 있다. 따라서 실제공정에 있어서 가열속도가 빨라서 온도차가 너무 커질 것이 염려될 때에는 일단 가열을 중지하고 등온화시킨 뒤 다시 가열하는 것이 효과가 좋을 것이다.

4.2.5 Bi , 초기 비오수 ($h_e D/k$)

초기 비오수가 커진다는 것은 주위온도를 높여서 유효열전달계수 h_e 를 증가시키거나, 재료의 크기가

커지거나, 또는 재료의 열전도계수가 작아져서 열저항이 증가하는 것을 말한다. 이미 Fig. 10으로부터 고찰한 바와 같이 비오수의 영향은 주위온도비의 영향과 동일한 경향을 가질 것이 예측된다. Fig. 12는 이것을 확인시켜 주고 있다. 초기비 오수가 커질수록 최종시간은 줄어들고 온도차는 커진다.

5. 결 론

이상과 같이 적층된 원판이 복사가열될 때의 내부 비정상 전도현상을 해석한 결과 다음과 같은 결론들을 도출할 수 있었다.

(1) 원판의 가열시간은 주된 가열방향(축방향 혹은 반경방향)을 따라 중심까지의 침투시간보다 충분히 커야 균일한 가열이 가능하다.

(2) 두께/직경비가 0.2 근처에서 원판간의 거리는 아주 작거나 어느 이상 큰 것이 균일한 가열에 도움이 된다. 간극비 (δ/D)가 0.1 근처에서 온도차가 최대가 되는 구역이 존재한다.

(3) 원판의 두께비 (t/D) 대 온도차의 곡선은 간극비에 따라 복잡한 양상을 보인다. 이는 축방향 온도차와 반경방향 온도차의 상반된 거동으로 인한 것으로 두께비 혹은 간극비가 커질수록 전자는 커지고 후자는 작아져서 이 두인자의 합은 증감의 양상이 다소 복잡해진다.

(4) 주위온도 혹은 초기 비오수는 작을수록 가열시간이 길어지는 반면 온도차는 줄어든다.

(5) 초기 온도는 높을수록 가열시간과 온도차가 작아진다.

간극사이의 복사는 가열의 문제를 상당히 복잡하게 만드는 것을 알 수 있다. 위에 약술한 경향 외에 구체적인 거동은 매번 해석을 행하여야 알 수가 있으나 대략적으로 그 초기비 오수는 약 1이하로 유지하고 주위온도를 제한온도보다 약간 높은 정도로 가열해야 편차 10% 이내의 균일한 온도분포를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 또한 원판은 아주 충분히 띄워놓거나 붙여놓는 것이 유리하다. 이상의 연구는 적층된 것 중 비교적 중앙에 위치한 원판에 관한 것으로서 최상 혹은 최하부의 원판에 대한 연구(및 온도 균일화 방안에 대한 연구)도 장차 필요하다고 보이며, 또한 이러한 종류의 연구는 웨이퍼의 진공화학증착(LPCVD) 공정에도 박막의 균일 성장을 위하여도 유용하다고 생각된다.

참고문헌

- (1) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., 1959, "Conduction of Heat in Solids," 2nd ed., Oxford University Press, London.
- (2) Ozisik, M. N., 1968, "Boundary Value Problems of Heat Transfer," International Textbook Company, Scranton, PA.
- (3) Heisler, M. P., 1947, "Temperature Chart for Induction and Constant Temperature Heating," ASME Transactions, Vol. 69, pp. 227~236.
- (4) Raic, K. T. and Popovic, Z. V., 1990, "Modification of the Finite Difference Method Applied to Transfer Phenomena in Heat Treating," J. Heat Treating, Vol. 8, No. 1, pp. 71~73.
- (5) Brovkin, L. A. and Guzov, L. A., 1986, "Boundary Conditions of the Radiant Heating of Bodies in the Practice of Engineering Designs of Industrial Furnaces," Izv. V. U. Z. Chernaya Metall., No. 11, pp. 126~130.
- (6) Chapman, K. S., Ramadhyani, S. and Viskanta, R., 1990, "Modeling and Parametric Studies of Heat Transfer in a Direct-Fired Batch Reheating Furnace," J. Heat Treating, Vol. 8, No. 2, pp. 137~146.
- (7) Builov, A. A., Stanovoi, V. I. and Pugovkin, A. U., 1984, "Heat Exchange in Furnace with Multi-Row Positioning of Semiproducts," Izv. V. U. Z. Chernaya Metall., No. 1, pp. 157~160.
- (8) Devyatov, D. Kh and Shavartskopf, A. A., 1984, "An Equation of the Dynamics of the Heating Medium in a Chamber Reheating Furnace During Convective Heat Exchange," Izv. V. U. Z. Chernaya Metall., No. 2, pp. 98~99.
- (9) Aronchik, G. I., 1987, "Optimum Control of the Heating of Metal in Furnaces with External Radiant Heat Transfer," Izv. V. U. Z. Chernaya Metall., No. 1, pp. 131~135.
- (10) Clements, J. G., 1986, "High-Emissivity Coatings-A Major Advance in Furnace Technology," Heat Treat. Met., Vol. 13, No. 3, pp. 76~79.
- (11) Siegel, R. and Howell, J. R., 1981, "Thermal Radiation Heat Transfer," 2nd ed., McGraw-Hill, New York.
- (12) Ozisik, M. N., 1980, "Heat Conduction," John Wiley and Sons, New York.