

〈論 文〉

# 구조최적설계시 직접법 및 근사법 알고리즘의 성능 비교에 관한 연구

박영선\* · 이상현\*\* · 박경진\*\*\*

(1993년 9월 3일 접수)

## A Study on the Comparison of Performances between Direct Method and Approximation Method in Structural Optimization

Young-Sun Park, Sang-Heon Lee and Gyung-Jin Park

**Key Words :** Structural Optimization(구조최적설계), Approximation Method(근사법), Reciprocal Variable(역변환변수), Force Approximation(힘계근사화), Explicit Function(명시함수), Implicit Function(암시함수)

### Abstract

Structural optimization has been developed by two methods. One is the direct method which applies the Nonlinear Programming(NLP) algorithm directly to the structural optimization problem. This method is known to be very excellent mathematically. However, it is very expensive for large-scale problems due to the one-dimensional line search. The other method is the approximation method which utilizes the engineering senses very well. The original problem is approximated to a simple problem and an NLP algorithm is adopted for solving the approximated problems. Practical solutions are obtained with low cost by this method. The two methods are compared through standard structural optimization problems. The Finite element method with truss and beam elements is used for the structural and sensitivity analyses. The results are analyzed based on the convergence performances, the number of function calculations, the quality of the cost functions, and etc. The applications of both methods are also discussed.

### 1. 서 론

최적설계의 응용은 공학적 문제에 잘 맞는 알고리즘의 개발 및 실험을 통해 적절한 문제들에겐 적용이 가능하게 되었고 각 알고리즘의 컴퓨터 프로그램화도 많이 진척되어 왔다. 특히 유한요소법의 발달과 정착화로 인하여 구조물 분야에서 최적설계가

가장 활발히 진행되어 왔다. 구조최적설계의 발달은 크게 두가지 부류에 의해 발달되어 왔다. 그 하나는 비선형계획법 알고리즘에 구조해석 및 민감도 해석을 직접 삽입하는 방법으로 여기서는 비교의 편의상 직접법(direct method)<sup>(1~3)</sup>이라고 부르기로 한다. 다른 하나는 Schmit와 Vanderplaats에 의해 개발된 것으로 공학적으로 최적설계문제를 근사화시키는 근사법(approximation method)<sup>(4~7)</sup>이다.

대개의 경우 최적설계에 사용되는 함수들은 비선형으로 이루어져 있어서 직접법에서는 비선형 함수를 선형화하여 부프로그램(subprogram)을 구성하

\*한양대학교 기계설계학과 대학원

\*\*대우자동차 기술연구소

\*\*\*정회원, 한양대학교 기계공학과

고 반복진행함으로써 최적치를 구한다. 함수를 선형화하기 위하여 함수값과 미분값이 반드시 필요하게 된다. 또한 설계변화량(stepsize)을 결정하기 위하여 함수값을 여러번 계산하는 일차원 탐색(1-dimensional line search)이 필요하다. 구조최적설계에서는 함수값을 구하기 위해 유한요소해석을 반드시 수행하여야 하며 이로 인하여 설계과정이고가로 되는 경향이 있다. 이러한 과도한 함수값 계산수를 줄이기 위해서 구조최적설계에 적합한 방법이 개발되어 왔는데 그 중 대표적인 방법이 근사법이다. 이 방법은 유한요소법을 통해 함수값과 민감도해석(sensitivity analysis)을 수행하여 본래의 문제로부터 근사화된 새로운 최적설계문제를 정의한다. 새롭게 근사화된 문제는 설계변수에 대하여 명시함수(explicit function)이므로 훨씬 쉽게 해를 구할 수 있다. 이 과정에서 구한 해는 새로이 정의(update)된 설계변수가 되고, 이 설계변수를 통해 원래의 문제를 해석하여 또 다시 근사화된 문제를 구성하여 다음번의 설계점을 찾는다. 이런 과정을 반복하여 원하는 최적값을 구하게 된다. 이 방법은 대단히 우수한 것으로 알려져 있으나 구조최적설계에서만 적용되어 왔고, 구조최적설계에서도 각각의 분야별로 근사화하는 과정이 달라 문제성격에 맞는 근사법을 사용해야 하는 불편함이 있다.

이 두 방법은 각기 따로 개발되어 널리 응용되어 왔는데도 불구하고 그들에 대한 성능비교는 별로 이루어져 있지 않다. 본 연구에서는 잘 알려진 몇 가지 구조물 문제를 통하여 접근방식이 서로 상이한 두가지 최적설계방법의 성능을 비교분석하고 그 응용성을 살펴보고자 한다.

## 2. 직접법에 대한 이론해석

일반적인 구조최적설계 문제는

$$\text{Minimize } f(b) \tag{1}$$

$$\text{Subject to } h_j(z, b) = 0 \quad j=1, m' \tag{2}$$

$$g_j(z, b) \leq 0 \quad j=m'+1, m \tag{3}$$

$$b_i^l \leq b_i^u \quad i=1, p \tag{4}$$

로 정의되는데 여기서  $b$ 는 설계변수벡터(design variables vector),  $z$ 는 상태변수벡터(state variables vector),  $f(b)$ 는 목적함수(objective function),  $h_j(z, b)$ 는 등제한 조건함수(equality constraint function),  $g_j(z, b)$ 는 부등제 한 조건함수

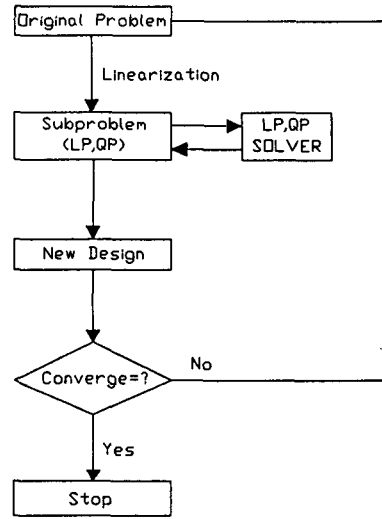


Fig. 1 Flow of the direct method

(inequality constraint function),  $m'$ 은 등제한 조건수(number of equality constraints),  $m$ 은 부등제 한 조건수(number of inequality constraints),  $p$ 는 설계변수수(number of design variables)이다.

직접법은 Fig. 1에서 보여지는 바와 같이 Talyor 급수전개를 통하여 선형화된 함수로 구성된 부문제(subproblem)가 생성되어 1차원탐색(1-dimensional line search)을 통하여 다음 단계의 설계변 수를 구하게 된다. 초기치(starting point)를 선정 하여 아래와 같은  $b$ 만을 변수로 하는 부문제를 만 든다.

$$\text{Minimize } \nabla f(b^k) \cdot \delta b^k (= \frac{\partial f}{\partial b} \cdot \delta b^k) \tag{5}$$

$$\text{Subject to } h_j(z^k, b^k) + \nabla h_j(z^k, b^k) \cdot \delta b^k$$

$$(= h_j + \frac{\partial h}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial b} \cdot \delta b^k + \frac{\partial h}{\partial b} \cdot \delta b^k) = 0$$

$$j=1, m' \tag{6}$$

$$g_j(z^k, b^k) + \nabla g_j(z^k, b^k) \cdot \delta b^k$$

$$(= g_j + \frac{\partial g}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial b} \cdot \delta b^k + \frac{\partial g}{\partial b} \cdot \delta b^k) \leq 0$$

$$j=m'+1, m \tag{7}$$

$$\delta b_i^l \leq \delta b_i \leq \delta b_i^u \quad i=1, p \tag{8}$$

이와 같이 구성된 문제의 해를 구하여 다음 반복 진행(iteration)의 설계변수값을 계산하게 되는데 여기서 식(7) 중 미분치인  $\partial z / \partial b$ 의 값이 쉽게 구해지지 않는다. 그 이유는 상태변수인  $z$ 가 설계변 수인  $b$ 의 함축함수 형태로 이루어져 있기 때문이

다. 이 값을 구하기 위해서 식(6)을 이용하게 되는데, 함수의 미분값을 구하는 이 과정은 민감도해석이라 불리우며 여기에 대한 자세한 과정은 참고문헌(1)에 나와 있다.  $k$ 번째 반복진행에서 선형화된 문제의 최적값은  $\delta b^k$ 이며, 일차원탐색을 통하여 설계변화량(stepsize)  $\alpha^k$ 를 결정하고  $b^{k+1} = b^k + \alpha^k \cdot \delta b^k$ 가 되어 다음 반복진행의 설계변수값을 결정한다. 이런 과정이 설계변수의 전구간에서 제한조건을 모두 만족하며 목적함수값을 최소로 하는 지점을 찾을 때까지 반복진행된다. 매번 반복진행시 마다 부분제를 구성하며 특히 설계변화량  $k$ 를 구하기 위한 1차원탐색을 수행시에 많은 수의 함수값을 계산하게 된다. 이 방법에서의 수렴조건은 다음 반복진행시의 설계변수 변화량이 정해진 미소량( $\epsilon_1$ )보다 작고, 모든 제한조건함수의 최대 위반량이 정해진 미소량( $\epsilon_2$ )보다 작은 경우 최적값에 수렴한 것으로 간주하며 본 논문의 예제에서 그 크기는 각각  $10^{-4}$ 으로 설정했다. 직접법의 응용은 비선형계획법 알고리즘이 최적화 과정을 주관하기 때문에 어떤 문제에도 동일하게 적용할 수 있다.

### 3. 근사법에 대한 이론해석

앞 절에서 언급한 직접법은 양질의 최적값을 기 대할 수 있으나 함수값 계산이 많아 그 과정이 대단히 고가인 것이 단점이었다. 이러한 점을 보완하

기 위해서 Fig. 2에 보여지는 근사법이 제안되었다. 이 방법은 원래의 문제를 근사화된 문제로 치환하여 다음 단계의 설계변수값을 결정한다. 한번의 반복진행(iteration) 중에 최적값은 근사화된 문제를 풀이한 바로 그값이 다음 단계의 설계변수값이 된다. 근사법에서의 수렴조건은 현재 목적함수 값과 전단계의 목적함수값의 차이가 정해진 미소량( $\epsilon_1$ )보다 작고, 모든 제한조건함수의 최대 위반량이 정해진 미소량( $\epsilon_2$ )보다 작을 경우 최적값에 수렴한 것으로 간주한다.

본 연구에서는 트러스구조물에는 역변환변수(reciprocal variables)를 사용하는 근사화방법과 보(beam) 구조물에는 힘계근사화(force approximation)방법을 검토해 보고자 한다.

#### 3.1 트러스구조물 근사화

이 방법은 설계변수의 역수를 새로운 변수, 즉 역변환변수로 지정하여 원래 설계변수에 대하여 선형인 목적함수를 비선형으로, 원래 비선형인 제한조건함수를 선형으로 근사화하여 문제를 풀이하는 방법으로 주로 트러스구조물에서 많이 쓰인다. 축방향 하중  $P$ 를 받고 응력과 변위를 제한조건으로 하는 1개의 요소로 이루어진 트러스를 최적설계 방식으로 수식화하면

$$\text{Minimize } f = \rho AL \tag{9}$$

$$\text{Subject to } \sigma = P/A \leq \sigma_a \tag{10}$$

$$\delta = PL/EA \leq \delta_a \tag{11}$$

로 되는데 여기서  $\rho$ 는 밀도,  $A$ 는 요소의 단면적,  $L$ 은 요소의 길이,  $E$ 는 탄성계수,  $\sigma_a$ 는 허용응력,  $\delta_a$ 는 허용변위이고, 구해야 할 설계변수는 요소단면적인  $A$ 값이다. 수식에서 보여지듯이 목적함수는 구조물의 중량으로서 설계변수에 대해 선형함수이다. 반면에 제한조건함수는 설계변수에 대해 비선형이 됨을 알 수 있다. 이 식을 설계변수의 역수인 역변환변수로 치환하여 문제를 새로이 정의하면

$$\text{Minimize } W = \rho L/B \tag{12}$$

$$\text{Subject to } \sigma = PB \leq \sigma_a \tag{13}$$

$$\delta = PLB/E \leq \delta_a \tag{14}$$

로 되는데 여기서  $B=1/A$ 로 역변환변수(reciprocal variable)로 새로이 정의된 설계변수이다. 제한조건을 갖는 일반적인 근사화문제는 다음과 같다.

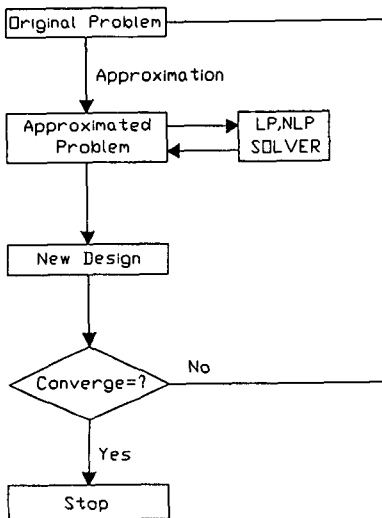


Fig. 2 Flow of the approximation method

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & W(B) & (15) \\ \text{Subject to } & (g_{app})_j = g_j(B^0) + \nabla_{B_{gj}}(B^0) \cdot (B - B^0) \leq 0 \\ & j=1, m & (16) \\ & \delta B_i^! \leq (B_i - B_i^0) \leq \delta B_i^? & (17) \end{aligned}$$

여기서 아래첨자  $app$ 는 근사화된 함수를 의미하고,  $B^0$ 는 근사화된 문제로 부터 계산된 현재의 설계점이다. 위의 식(17)은 변화제한(move limit)을 나타내는 식으로 과도한 근사화를 방지한다.

### 3.2 보구조물 근사화

보구조물은 응력과 변위를 근사화하는 트러스 구조물과 달리, 응력제한조건에 들어가는 힘계가 직접 Taylor 급수로 전개되어 근사화된다. 응력제한조건식의 근사화 과정을 간략히 소개하면 다음과 같다.

$$g = g(F(p), p) \leq 0 \quad (18)$$

여기서,  $F$ 는 힘 또는 모멘트,  $p$ 는 단면의 계수, 즉 단면의 면적이나 단면계수로 설계변수의 함수이다. 예를 들어 굽힘모멘트에 의한 응력제한조건식을 보면

$$\sigma (= M \cdot y / I) - \sigma_a \leq 0 \quad (19)$$

인데 이 식에서  $(\sigma - \sigma_a)$ 는 식(18)의  $g$ 에,  $M$ 은 모멘트로서 식(18)의  $F$ 에,  $I$ 는 관성모멘트로서 식(18)의  $p$ 에 해당하며  $y$ 는 중립면으로부터의 응력 계산점까지의 거리이고  $\sigma_a$ 는 허용응력이다.  $I$ 는 설계변수만의 함수 즉  $p = p(b)$ 인데 여기서  $b$ 는 설계변수벡터이다. 식(18)의 제한조건식은

$$g_{app} = g(F_{app}(p), p) \leq 0 \quad (20)$$

로 근사화할 수 있고 근사화된 힘계함수  $F_{app}(p)$ 는 다음과 같다.

$$F_{app} = F_0 + \frac{\partial F}{\partial p} \cdot (p(b) - p(b_0)) \quad (21)$$

여기서  $b_0$ 는 전 반복과정에서의 설계변수이고 식(21)을 식(20)에 대입시키면 근사화된 비선형 제한조건함수가 구성되는데 설계변수  $b$ 는 그대로 비선형으로 남아 있으므로 이 근사화 과정을 비선형 근사화라 부르기도 한다.

### 3.3 변화제한과 수렴기준에 대한 고찰

앞에서 살펴보았듯이 근사법은 원래의 문제를 근사화된 문제로 치환하여 다음 단계의 설계변수값을

결정하게 된다. 이같이 한번의 반복진행을 통하여 결정되는 설계값은 직접법의 설계변화량을 결정하는 일차원 탐색을 수행하지 않으므로 과도한 근사화로 인하여 본래함수의 영역에서 크게 벗어날 수 있다. 이를 방지하고 효과적인 수렴을 위하여 변화제한(move limit)을 사용한다. 변화제한의 크기는 근사화의 범위를 결정하고 문제의 수렴에 결정적인 영향을 주게된다. 그러나 그 크기에 대한 수학적 결정은 불가능하므로 공학적인 경험에 의하여 정한다. 본 연구의 프로그램에서는 설계과정이 진행됨에 따라 프로그램 내부에서 자동적으로 적절하게 조절된다. 변화제한의 사용으로 근사화에 따르는 오차를 방지하여 안전해 지지만 설계변화량의 한계가 구속되므로 경우에 따라 반복진행의 수가 많아질 수도 있다.

본 연구에서는 두가지의 수렴조건이 정의된다. 첫째는 최대 제한조건 위반치(maximum constraint violation,  $\epsilon_1$ )로서 직접법과 동일하게  $10^{-4}$ 을 사용하였다. 그러나 두번째 수렴조건은 직접법과 달리 근사법은 근사화와 변화제한의 크기에 따라 설계변수의 변화량이 일정하게 수렴하지 않으므로 근사화의 과정에 따른 목적함수의 변화량으로 식(22)과 같이 정의하며 그 크기는  $10^{-2}$ 이다.

$$\left| \frac{W_{pre} - W_{current}}{W_{current}} \right| \leq \epsilon_2 \quad (22)$$

## 4. 수치예제 및 검토

본 연구에서 소개된 직접법과 근사법의 성능실험은 트러스구조물로 이루어진 여러가지 문제와 보구조물로 이루어진 문제를 대상으로 비교, 분석되었다. 동일한 문제에 대하여 두가지 방법의 프로그램에서 사용되는 파라미터는 모두 같은 조건하에서 풀이하였다. 각 방법의 근사화된 문제를 풀이하는 알고리즘으로는 직접법은 IDESIGN(interactive DESIGN for optimization of engineering system) 프로그램<sup>(8)</sup>의 반복이차계획법(recursive quadratic programming)을 이용하였고, 근사법은 ADS(automated design synthesis) 프로그램<sup>(9)</sup>의 수정된 가용방향변화법(modified feasible direction method)을 이용하였다. 동일한 문제에 대하여 두가지 방법 모두 앞절에서 정의한 수렴기준을 그대로 사용하여 같은 조건에서 풀이하였다. 그러나 두방법의 알고리즘제

제와 목적함수의 수렴기준이 서로 다르므로 성능비교의 공정성을 유지하는 일은 매우 어려운 것으로 생각된다. 따라서 몇가지 문제는 공정한 성능비교를 위하여 수렴기준을 변화시킨 경우도 검토하였다.

#### 4.1 트러스구조물 최적설계

트러스구조물에 대한 예제로는 최적설계 알고리즘의 성능평가지 잘 알려진 10-bar truss, 22-bar truss, 25-bar truss, 72-bar truss, 200-bar truss 구조물을 이용하였다. 10-bar truss 구조물을 제외한

나머지 구조물들은 적절한 설계변수연계방법 (design variable linking method)<sup>(1,2)</sup>을 이용하여 설계변수의 수를 줄여 최적설계하였다. 본 연구의 목적은 두방법의 성능비교에 있으므로 각 구조물에 대한 자세한 정식화과정은 생략하였다. 여기에 대한 자세한 정식화 과정은 참고문헌 (1), (2), (3)에 잘 나타나 있으며 각 구조물의 형상은 Fig. 3~7과 같다. 여기서 사용된 방법으로 직접법에서는 트러스에 대한 유한요소해석을 수행하는 TRUSSOPT (program for optimization of plane & space trusses) 프로그램<sup>(10)</sup>을 IDESIGN (interactive DESIGN

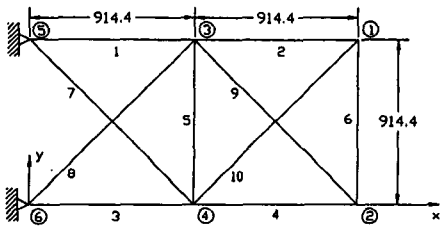


Fig. 3 10-Bar truss

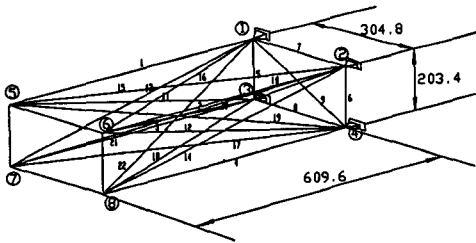


Fig. 4 22-Bar truss

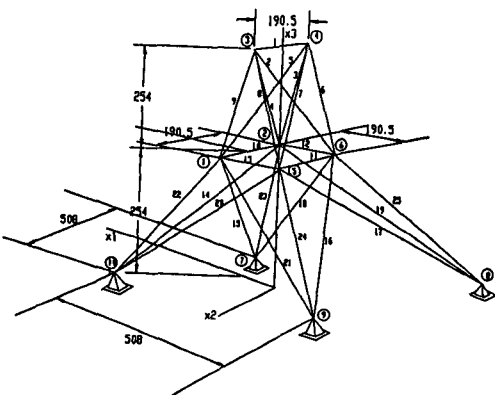


Fig. 5 25-Bar truss

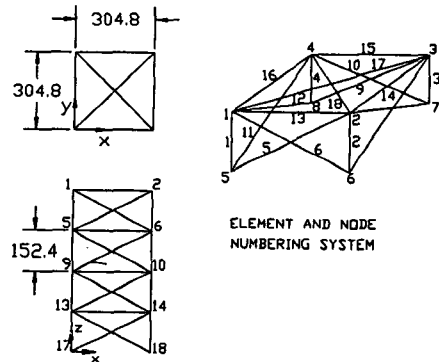


Fig. 6 72-Bar truss

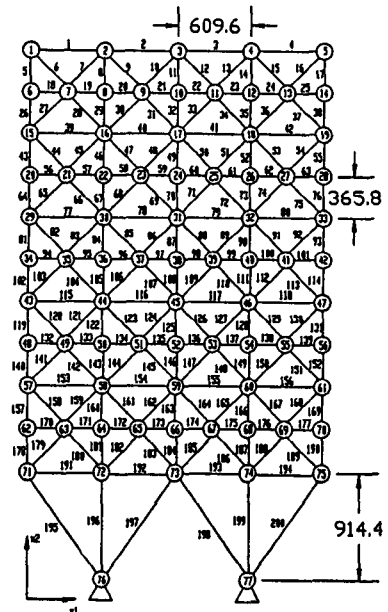


Fig. 7 200-Bar truss

Table 1 Results of truss problems

		Direct method	Approximation method	Cost increment (%)
10-Bar (stress)	Cost	27276.7	27474.5	
	Iterations	18	42	0.76
	Fn. Calculations	18	43	
10-Bar (stress & displ.)	Cost	82386.6	96339.5	
	Iterations	26	16	16.94
	Fn. Calculations	29	17	
22-Bar (stress)	Cost	9361.93	9850.10	
	Iterations	19	22	5.21
	Fn. Calculations	32	23	
25-Bar (stress & displ)	Cost	7892.99	8248.76	
	Iterations	23	12	4.51
	Fn. Calculations	28	13	
72-Bar (stress)	Cost	999.12	1009.07	
	Iterations	19	27	1.02
	Fn. Calculations	23	28	
200-Bar (stress)	Cost	417031.1	497691.5	
	Iterations	16	17	19.34
	Fn. Calculations	16	18	

for optimization of engineering system) 프로그램에 연결하여 최적설계하였고, 민감도해석의 수행은 유한요소해석을 통한 정보를 이용하여 민감도를 해석적으로 구하였다. 그리고 근사법에서는 개발된 근사화 알고리즘에 TRUSSOPT 프로그램과 ADS (automated design synthesis) 프로그램을 연결하여 최적설계하였고, 민감도해석을 할 때는 유한요소해석을 통한 정보를 역변환변수에 맞게 수정하여 민감도를 해석적으로 구하였다. 각 경우의 결과에 대한 비교는 Table 1에 나타내었다. 직접법에서의 해는 Kuhn-Tucker조건을 만족시키므로 이 결과를 기준으로 하여 두 방법의 결과를 비교하였다. Table 1에서의 괄호표시 ( ) 내에 표기한 것은 제한조건의 종류를 나타낸 것이다.

#### 4.2 보 구조물 최적설계

보 구조물에 대한 예제로는 최적설계 알고리즘의 성

능평가시 잘 알려진 2-member frame, 1-bay 2-story frame 그리고 2-bay 6-story frame 문제를 이용하였다. 응력 제한조건식을 만족하면서 구조물의 중량을 최소화시키는 부재형상의 각 치수를 설계변수로 취하여 최적설계하였다. 이 구조물들의 형상은 Fig. 8, 9, 10에 보여지고 있으며 자세한 수식화 과정은 참고문헌 (1), (2), (3)에 잘 나타나 있다. 합수값 계산을 위하여 보에 대한 유한요소해석 프로그램을 개발하였고 민감도해석은 유한요소해석의 정보를 이용하여 유한차분법 (finite difference method)에 의해 구하였다. 제한조건함수가 2개 뿐인 2-member frame 문제를 제외한 모든 보 예제에서 활동제한조건 (active constraint set strategy) 과 비활동제한조건 (non-active constraint set strategy)의 두가지 경우를 구분하여 결과를 비교하였다. 직접법에서 방향벡터에 대한 수렴기준 ( $\epsilon_2$ )은 경우에 따라 목적함수의 뚜렷한 감소없이 반복진행만을 증가

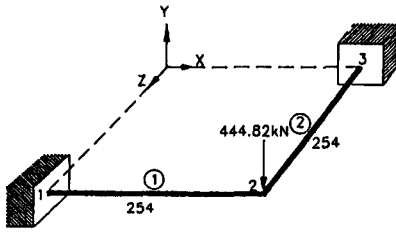


Fig. 8 2-Member frame

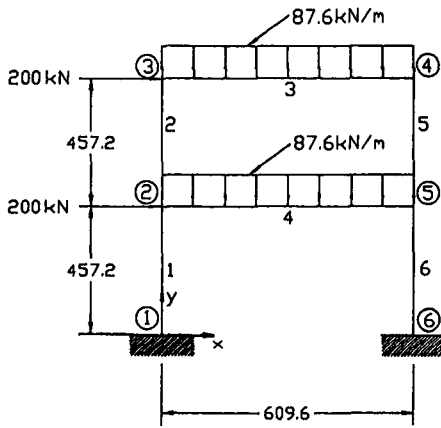


Fig. 9 1-Bay, 2-Story frame

시켜서 수렴성능을 저하시킬 수도 있는 것으로 알려져 있다. 따라서 수렴기준  $\epsilon_2$ 를  $10^{-2}$ 으로 유연하게 한 경우도 시험하였다. 각 경우의 결과에 대한 비교는 Table 2, 6에 나타내었다. 이때 민감도해석에 의한 함수값 계산수도 포함되어 비교하였다.

### 4.3 결과에 의한 두 방법의 비교검토

위에서 살펴본 결과에 의해 나타난 두가지 방법을 비교해 보면, 직접법에서는 함축함수의 형태인 원래함수를 그대로 Taylor 급수 전개하여 일차원 탐색을 통하여 최적설계하므로 많은 함수값 계산을 필요하고 성능이 우수한 알고리즘의 선택이 중요하

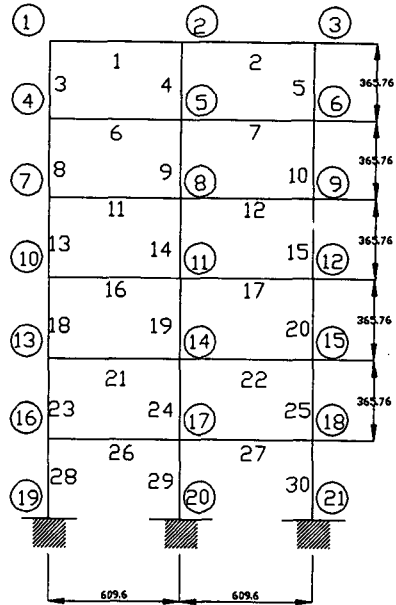


Fig. 10 2-Bay, 6-Story frame

였다. 그러나 근사법에서는 함축함수의 형태인 원래함수를 근사화시켜 명시함수의 형태로 치환하여 최적설계하므로 함수값과 민감도의 계산이 신속하게 이루어진다. 따라서 치환된 문제를 풀기 위해 사용된 알고리즘의 성능은 그리 중요하지 않다.

컴퓨터 계산비용의 대부분을 차지하는 함수값 계산수를 수치적으로 보면, Table 1에 나타나듯이 트러스구조물인 경우 서로 거의 비슷한 결과를 보였다. 그러나 비선형성이 높고 제한조건함수가 많은 보구조물인 경우는 Table 2~6과 같이 근사법이 직접법에 비해 현저한 감소를 보였다. 특히 유한차분법을 이용한 민감도해석에 대한 함수값 계산수까지 포함하여 비교하면, 반복진행수가 적은 근사법이 훨씬 우수한 성능을 보이고 있다. 따라서, 트러스 문제에 비하여 비선형성이 높은 보 문제에

Table 2 Results of 2-member frame

	Direct method (Normal/Released criteria)		Approximation method	Cost increment (%)
Cost	12686.75	12683.76	12697.19	
Iterations	18	18	15	0.09
Fn. Calculations	34	34	16	

서는 문제가 해에 수렴할 때 근사법의 경우가 직접법에 비하여 목적함수의 질에 관계없이 비슷하거나 우수한 성능을 보이게 된다.

두 방법에 의해 수렴된 해를 비교해 보면, 직접법에 의한 해는 참고문헌 (1), (2) 등에 증명된 것처럼 Kuhn-Tucker 조건을 만족하는 해이므로 양질의 정확한 해(mathematical local minimum)를 얻을 수 있었다. 반면, 근사법에 의한 해는 정확한 수학적 해가 아니므로 모든 문제에 있어서 직접법에 비해 그 질이 다소 떨어진다. 일반적으로 직접법과는 달리 근사법에 의한 계산된 목적함수의 증가율은 보문제보다 트러스문제에서 더욱 두드러진다. 이러한 현상은 비선형성이 적은 문제에는 직접법이 우수하고 보문제에서는 힘계근사화법(force approximation)이 우수함을 나타낸다. 보문제의

경우에서 문제가 클수록 근사법의 목적함수값의 증가율이 커지는 현상을 보였다. 이것은 큰 문제일수록 근사화가 본래의 문제보다 부정확해짐을 의미한다.

활동제한조건(active constraint set strategy)<sup>(1,2)</sup>이 보 문제에서 두 방법에 각각 적용되었다. 직접법의 경우는 활동제한조건의 사용으로 반복진행수가 감소하기 때문에 유용한 결과를 나타내었다. 따라서 해석적으로 민감도해석이 수행된다면 반복진행수와 각 반복진행시 민감도해석의 양이 줄기 때문에 컴퓨터 계산 비용은 더욱 감소될 수 있다. 그러나 근사법에서는 활동제한조건의 사용으로 제한조건의 수가 적어짐에 따라 근사화과정이 원래의 문제에 비하여 부정확해져서 Table 3~6과 같이 반복진행수가 늘어나 성능을 저하시키는 결과를 보였

**Table 3** Results of 1-bay, 2-story frame problem without active set strategy

	Direct method (Normal/Released criteria)		Approximation method	Cost increment (%)
Cost	264117.1	264114.7	264227.97	
Iterations	20	19	11	0.04
Fn. Calculations	42	41	12	
with F.D.M.	202	193	111	

**Table 4** Results of 1-bay, 2-story frame problem without active set strategy

	Direct method (Normal/Released criteria)		Approximation method	Cost increment (%)
Cost	264117.0	264117.0	262382.13	
Iterations	20	20	19	0.65
Fn. Calculations	40	40	20	
with F.D.M.	200	200	173	

**Table 5** Results of 1-bay, 2-story frame problem without active set strategy

	Direct method (Normal/Released criteria)		Approximation method	Cost increment (%)
Cost	102150.34	102150.19	105155.788	
Iterations	41	39	22	3.0
Fn. Calculations	105	103	23	
with F.D.M.	843	805	419	



**Table 6** Results of 1-bay, 2-story frame problem without active set strategy

	Direct method (Normal/Released criteria)		Approximation method	Cost increment (%)
Cost	102156.30	102150.07	108460.355	
Iterations	37	34	37	6.01
Fn. Calculations	105	102	38	
with F.D.M.	771	714	333	

**Table 7** Theoretical comparisons of two methods

	Direct method	Approximtion method
Important point	The performance of the algorithm	The approximation scheme
Design cost	Line search(stepsize calculation) is expensive.	No. of function calculation is reduced considerably.
Solution quality	Precise optimum solution(Kuhn-Tucker point) is obtained	The final solution can be different from the Kuhn-Tucker point
Applicability	Problem independent	Problem dependent
Coding complexity	Coding can be simple relatively	More coding is needed for the approximation process

다. 직접법에서 수렴기준을  $10^{-4}$ 에서  $10^{-2}$ 으로 유연하게 한 경우의 결과는 Table 2, 6에 나타난 바와 같이 본 연구에서 검토한 문제에서는 성능의 향상없이 거의 동일한 결과를 보였다.

본 연구에서 두 방법의 비교를 위해 프로그램의 개발과정을 보면, 직접법에서는 원래함수를 그대로 사용하고 또한 유한요소해석을 통한 응력값이나 변위값등의 결과량을 직접 구속조건식의 구성에 이용하므로 프로그램의 개발이 근사법에 비해 용이하다. 그러나 근사법에서는 원래함수를 근사화된 문제로 적절한 방법에 따라 치환하고 유한요소해석을 통한 결과량을 근사화 방법에 따라 각기 변형시켜 구속조건식을 구성해야 했기 때문에 프로그램의 개발이 직접법에 비해 상대적으로 복잡한 과정을 거쳐야 한다. 개괄적인 두 방법에 대한 평가를 Table 7에 요약하였다.

## 5. 결 론

구조최적설계시 직접법과 근사법 알고리즘의 성

능 비교를 통하여 이론과 수치적인 면에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 모든 문제유형을 풀이해 본 결과 트러스 구조물과 보 구조물에서 대부분 동일한 경향이 나타났다.

① 함수값의 계산수는 근사법에 의하여 현저하게 감소되었다. 감소율은 규모가 큰 문제에서 더욱 크게 나타났다.

② 근사법에 의한 해는 직접법에 비하여 모든 문제에서 크게 나타났다. 이는 직접법은 수학 적으로 정확한 국소 최소값(local minimum)을 얻을수 있음을 의미한다. 일반적으로 근사법에 의한 목적함수값의 증가율은 큰 규모의 문제에서 더욱 커진다. 그러나 보와 트러스문제에 대한 목적함수의 증가율은 거의 비슷하거나 오히려 보 문제의 경우가 적다. 따라서 보문제는 트러스문제에 비하여 더 복잡한 것을 고려할 때 힘계근사화법(force approximation)이 본래 문제에 매우 유사한 근사화 성능을 보임을 알 수 있다.

(2) 직접법은 일반적인 최적설계문제와 구조최적

설계 문제에 동일하게 적용된다. 그러나 근사법은 구조최적설계에만 특수하게 이용되고, 각 구조물 분야의 성격에 따라 다른 근사화방법을 이용해야 한다. 따라서 근사법의 이용에는 복잡한 컴퓨터 프로그램의 개발이 요구된다.

(3) 문제유형에 따라 이 두 방법을 적절히 선택해야 하는데, 작은 규모의 문제와 정확한 최적값이 요구되는 문제에서는 직접법의 사용이 더 효율적이다. 그러나 실제문제에 많이 나타나는 공학적으로 큰 구조물(large scale structure)문제에서는 많은 함수값의 계산이 요구되므로 근사법의 사용이 더 효율적이라 판단된다. 또한 근사법은 수학적인 정확한 해가 요구되지 않는 실제설계에서 더욱 유용할 수 있다.

(4) 두가지 방법을 비교하여 방법에 따라 선택하기 보다는 적용분야의 특성에 따라 선택하는 것이 바람직하다.

### 참고문헌

- (1) Haug, E.J. and Arora, J.S., 1979, *Applied Optimal Design*, John Wiley and Sons.
- (2) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill.
- (3) Vanderplaats, G.N., 1984, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGraw-Hill.
- (4) Schmit, L.A., Farshi, B., 1974, "Some Approximation Concepts for Structural Synthesis," *AIAA Journal*, Vol. 12, No. 5, pp 692~699.
- (5) Schmit, L.A., Miura, H., 1976, "A New Structural Analysis/Synthesis Capability-ACCESS 1," *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 5.
- (6) Mills-Curran, W.C., Lust, R.V. and Schmit, V. A., 1983, "Approximation Method for Space Frame Synthesis," *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 11.
- (7) Vanderplaats, G.N., Salajegheh, E., 1989, "New Approximation Method for Stress Constraints in Structural Synthesis," *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 3.
- (8) Arora, J. S. and Tseng, C.H., 1986, "IDESIGN User's Manual," *Optimal Design Lab., College of Engineering*, The University of Iowa, Iowa City, IA52242, U.S.A.
- (9) Vanderplaats, G.N., 1985, "Copes/ADS Manual", *Engineering Design Optimization, Inc.*, Santa Barbara, CA93111, U.S.A.
- (10) Arora, J.S., 1976, "On Improving Efficiency of an Algorithm for Structural Optimization and a User's Manual for Program TRUSSOPT3", *Technical Report No. 12, Department of Mechanics and Hydraulics, College of Engineering*, The University of Iowa, Iowa City, IA 52242, U.S.A.