

〈論 文〉

기계시스템의 공차에 의한 속도 및 가속도 오차의 해석

이 세 정*

(1993년 9월 22일 접수)

Velocity and Acceleration Error Analysis of Planar Mechanism Due to Tolerances

Se-Jeong Lee

Key Words: Tolerance(공차), Clearance(틈새), Radial Clearance(반경틈새), Random Variable(임의변수), Kinematic Analysis(기구학해석), Monte Carlo Simulation(몬테칼로 시뮬레이션), Pin Joint(핀조인트)

Abstract

A probabilistic model and analysis methods to determine the means and variances of the velocity and acceleration in stochastically-defined planar pin jointed kinematic chains are presented. The presented model considers the effect of tolerances on link length and radial clearance and uncertainty of pin location as a net effect on the link's effective length. The determination of the mean values and variances of the output variables requires the calculation of sensitivities of secondary variables with respect to the random variables. It is shown that this computation is straightforward and can be accomplished by a conventional kinematic analysis package with minor modification. Thus, the concepts of tolerance and clearance have been captured by the model and analysis. The only input data are the nominal linkage model and statistical information. The "effective link length" model is shown to be applicable to both analytical solution and Monte Carlo simulation. The results from both methods are compared. This paper solves the higher-order kinematic problems for the probabilistic design analysis of stochastically-defined mechanisms.

기 호 설 명

$E(x)$, \bar{x} : x 의 평균값
 J : 자코비안(Jacobian) 행렬
 N : 표본의 개수
 q : 입력변수 또는 일차변수
 R_c : 반경틈새
 R_i : i 번째 링크의 유효길이
 r_i : i 번째 링크의 길이
 s : 조인트변수 또는 이차변수벡터
 Tz : 길이 z 에 대한 한방향 공차의 크기

x_i, y_i : i 번째 핀위치의 국부좌표값
 z : 임의변수벡터
 θ_i : i 번째 조인트각도
 σ : 표준편차

1. 서 론

본 연구에서 다루는 시스템은 통계적으로 정의된 기구학적 평면모델로서 강성링크로 연결되어 있다. 통계적으로 정의되는 변수들은 링크의 길이, 베어링의 반경틈새, 핀의 위치인데 이러한 불확정변수가 기계오차를 유발하고 기구의 성능에 영향을 준

*정회원, 서울시립대학교 정밀기계공학과

다. 본 연구에서는 불확정변수에 의한 링크의 모델을 제시하고 이를 이용하여 속도와 가속도의 평균값과 분산을 계산하는 방법을 개발하고자 한다. 이 방법은 차후에 기구의 동역학적 거동에 의한 오차를 해석하는데 초석이 된다.

공차를 통계적으로 고려한 연구^(1,2) 중에서 Garrett과 Hall⁽⁸⁾이 먼저 4링크 함수발생기구에 대하여 링크길이와 틱새의 영향을 수치표본에 기초하여 통계적으로 연구하였다. 또한 공차의 최적설계문제를 설정하여 4링크기구에 대하여 적용하였다. 다른 논문^(5,11)도 링크길이와 틱새의 임의성(randomness)을 고려하는 모델을 제안하였으나 이 모델은 다단고리(multi-loop)구조의 기구에 적용하기가 적합치 않을뿐 아니라 위치의 결정만 하고 속도나 가속도에 까지 해석방법을 연장시키지 못하였다. 또한 반경 틱새의 임의성도 고려하지 않았다.

기계시스템에 몬테칼로 시뮬레이션을 이용한 신뢰도해석 방법을 적용한 연구⁽⁴⁾가 발표되었는데 4링크기구의 성능신뢰도를 계산하였다. 반경 틱새는 고려하지 않았고 위치결정만을 논하였다. 또한 시뮬레이션방법이 해석적 방법보다 정확도가 우수하다는 결론을 내렸다.

현재까지 발표된 논문에서는 일반적인 다단고리 구조 시스템에서의 속도, 가속도의 통계적성분을 결정하지 못하였다. 본 연구에서는 기계의 위치, 속도, 가속도의 공차에 의한 영향을 통계적으로 결정하겠다. 이 방법에서는 유효 링크모형⁽¹⁰⁾을 제안하여 공차에 의한 불확정성을 취급하는데, 이 모형은 해석적인 방법 뿐만 아니라 몬테칼로 시뮬레이션에도 적용할 수 있다. 또한 기존의 동등링크기구(equivalent linkage)가 일반적이고 체계적인 모형화에 부적합하고 다단 고리기구에의 적용이 어려웠던 점들을 극복할 수 있다. 유효 링크모형의 일반적이라 함은 해석적방법에서 필요한 편미분값을 일반적인 기구해석프로그램으로 결정할 수 있다는 점이다. 이 편미분값은 기구에 내재하는 공차들의 성능에 대한 상대적인 중요도를 표시하는 것이므로 매우 중요하며, 공차의 설계에 다시 이용될 수 있다. 결국 유효 링크모형을 이용하여 기구의 오차해석을 위한 새로운 일반적인 방법을 가능하게 한다.

2. 기구의 모형화 : 유효 링크모형

공차가 있는 기계시스템의 해석을 위한 기존 모

형들은 동등기구개념에 기초를 두고 있다. 이 개념 하에서는 동등링크기구가 이음의 형상에 따라 달라 지므로 때때로 모형화할 때 불편하다. 예를 들면 핀이음의 경우 이음의 형상은 어느 링크가 저널이고 어느 링크가 베어링인가에 따라 결정된다. 이음의 형상이 반대로 되면 다른 동등링크기구가 되므로 결국 다른 모형이 된다. 본 연구에서는 이러한 문제를 피하고 모형화의 일반성을 얻기 위하여 공차의 틱새에 의한 링크의 유효길이를 고려한다.⁽¹⁰⁾ 이 모형에서는 저어널의 위치와 반경 틱새에 의한 불확정성을 링크길이의 유효변환(effective variation)으로 취급한다. 즉 핀이음의 형상변화가 모형의 형상에 영향을 주지 않고 그 효과만 고려할 수 있다.

일반적인 핀이음을 고려하여 유효 링크모형을 유도하기 위하여 핀이음의 개형을 Fig. 1에 도시하였다. 핀이 베어링내부 원주안쪽에서 움직이면 핀의 중심은 틱새원의 내부에서 움직이게 된다. 틱새원의 반경이 반경 틱새이며 이는 핀과 베어링 직경의 공차에 의해 결정된다. 일반적으로 가공공정에서 생산되는 부품의 공차는 정규분포를 따르며 공정에 대한 자료가 없는 경우 안전하게 등분포를 따른다고 볼 수 있으며, 핀의 위치도 확률분포를 따른다고 가정한다. 이것을 틱새모형이라고 부른다.

기존의 틱새모형은 크게 두가지로 나누어 볼 수 있다. 첫째는 연속접촉(continuous contact) 모형으로서 베어링에서 핀의 분리를 고려하지 않은 것으로서 고속으로 회전하는 폐고리(closed-loop) 시스템에서는 잘 맞는 것으로 보고되었다.⁽⁷⁾ 그러나 일반적인 기계시스템에 대한 응용은 발표되지 않았다. 둘째는 임의모형(pure random model)으로서 이 모형을 본 연구에서 이용하였다. 이 모형에서 핀과 베어링의 접촉과 분리는 임의적으로 결정된다.

본 연구에서는 유효 링크에 의한 기구의 모형화

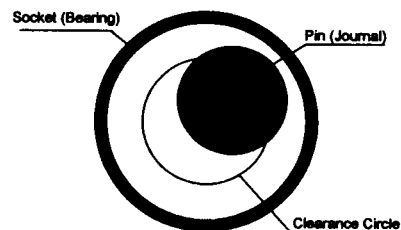


Fig. 1 Schematic diagram of a pin (revolute) joint

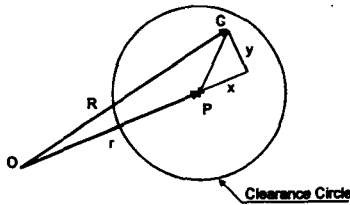


Fig. 2 Effective link model for a toleranced link with clearance

를 제안하였는데, 이 모형은 링크와 핀으로 구성된다. 링크는 공차를 가지고 있으며 핀은 틈새원주상 또는 그 내부 어느 점에 위치하게 되며, 반경틈새도 공차를 가진다. 그러므로 과거에 했던 것과 같은 동등링크의 구성이 불필요하게 된다. 일반적인 유효 링크모형을 Fig. 2에 형상화하였다. 링크 OP의 길이는 r 이며 이는 길이와 관련된 공차를 갖고 있다. 핀의 위치 C는 국부좌표계에 표시할 수 있다. 국부좌표계의 중심은 베어링의 중심 P와 일치하고 x 축은 공칭링크(nominal link)와 평행하다. 그러면 선분 OC는 유효링크를 표시하는데, 그 길이는

$$R = \sqrt{(r+x)^2 + y^2} \quad (1)$$

이며, 여기서 R 은 링크의 유효길이, x, y 는 국부좌표계에서의 핀의 위치이고 r 은 링크의 길이이다. 단, 핀의 위치와 반경틈새의 공차, 링크길이의 공차는 서로 통계적으로 독립이라고 가정하였다.

이 모델의 장점은 일반적인 기구해석 프로그램을 그대로 이용할 수 있다는데 있다. 유효 링크모형을 이용한 해석방법에서는 링크길이의 공차, 핀의 위치, 반경틈새의 공차에 대한 통계적인 정보만 얻으면 된다. 또한 어떤 변수의 틈새에 대한 민감도는 따로 계산할 필요가 없고 링크길이에 대한 민감도로부터 쉽게 유도할 수 있다. 이 모형은 해석적인 방법과 시뮬레이션 방법에 모두 이용할 수 있다. 그러나 평균값과 분산의 계산이 두 방법에서 다르므로 각각에 대하여 출력변수의 평균값과 분산을 계산하는 절차를 아래에 설명하겠다.

3. 해석적 방법

공차는 확률적으로 어떤 분포를 따른다고 하였는데, 이를 평균값과 분산으로만 나타내기로서 하자. 기구해석의 방정식은 일반적으로 복잡하므로 출력

변수를 입력변수의 함수로써 나타낼 수가 없고, 변수들간의 관계식으로 표현되는 것이 일반적이다. 해석방법을 설명하기 위하여 임의변수 z_i 에 관련된 어떤 출력변수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X = X(z_1, z_2, \dots, z_n) \quad (2)$$

출력변수 X 의 평균값과 분산을 구하기 위하여 식(2)를 각 임의변수의 평균값에서 테일러(taylor)급수전개를 이용한다. 기계시스템의 해석문제에서 임의변수, 즉 공차는 그 평균값에서의 분산영역이 작고 임의변수가 서로 독립적이므로 이차이상 항들은 무시할 수 있다. 그러면 변수 X 의 평균값과 분산은 다음과 같아진다.

$$E(X) = X(E(z_i))$$

$$Var(X) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial X}{\partial z_i} \right)^2 Var(z_i) \quad (3)$$

여기서 편미분값은 임의변수의 평균값에서 계산된 것이며 이 편미분값을 민감도라고 부른다. 식(3)을 계산하기 위해서는 각 임의변수의 분산과 민감도를 알아야 한다. 링크길이와 핀이음의 불확정성을 고려할때, 1절에서는 개개의 임의변수 즉 공차나 틈새의 분산의 예를, 2절에서는 민감도를 계산하는 방법을 보여, 이를 일반적인 기구해석 프로그램으로 구할 수 있음을 보이겠다.

3.1 임의변수의 분산

공차가 정규분포 및 등분포를 따를때 공차가 대칭으로 분포하므로 평균값은 0이고 그 분산을 다음에 나타내었다. 물론 그 이외의 다른 분포에 대해서도 본 연구의 방법을 쓸 수 있다.

$$\text{정규분포} : Var(z) = \frac{1}{36} T_z^2$$

$$\text{등분포} : Var(z) = \frac{1}{12} T_z^2 \quad (4)$$

여기서 T_z 는 공차의 크기로서 길이의 최대값과 최소값의 차이이다. 정규분포의 경우는 공차의 크기가 6σ 의 크기이며 등분포의 경우는 분포구간 전체가 공차의 크기가 된다.

핀이음의 틈새는 핀과 베어링의 직경의 차이로 인하여 생긴다. 핀의 중심은 그 분포에 따라 틈새원주 내부의 어느 점에도 위치할 수 있다. 틈새원주의 중심은 베어링의 중심과 일치하고 그 반경은 핀이음의 반경틈새와 같다. 그러므로 두가지의 임

의성이 결부되는데, 반경틈새의 공차와 핀중심의 위치이다. 이 둘은 통계적으로 독립적이라고 가정할 수 있다. 핀중심의 위치좌표 x , y 에 대한 평균값은 0이고 분산은 다음과 같다.

이변수정규분포

$$Var(x) = Var(y) = \frac{1}{9} (Var(R_c) + E^2(R_c))$$

이변수등분포

$$Var(x) = Var(y) = \frac{1}{4} (Var(R_c) + E^2(R_c)) \quad (5)$$

결국 링크길이, 반경틈새 및 핀중심 위치에 대한 평균값과 분산은 식(4), (5)로 계산할 수 있다.

3.2 평균값에서의 민감도

출력변수의 임의변수에 대한 민감도를 계산하는 것이 필요한데, 우선 기구학적 고리방정식(loop equation)으로부터 조인트변수와 그의 시간에 대한 미분값을 구한 다음, 고리방정식의 임의변수에 대한 미분으로 민감도를 계산한다. 1자유도, 다단고리기구에 대하여 임의변수에 대한 민감도를 계산하는 방법을 소개하겠는데, 이는 다자유도 기구에 그대로 적용할 수 있다. 또한 같은 방식으로 역기구학(inverse kinematics)을 고려할 때 열린고리(open loop)시스템도 계산할 수 있다.

q 를 자유도와 관련된 입력변수 또는 일차변수(primary variable)로 하고, s 를 m 개의 성분을 갖는 이차변수벡터라고 하면 이는 기구학 고리방정식으로부터 결정되는 조인트변수 또는 위치변수가 된다. 또한 z 를 링크길이나 핀이음의 불확정성과 연관된 임의변수벡터라고 하자. 그러면 m 개의 위치고리방정식을 다음식과 같이 표시할 수 있으며, 이 방정식의 해석은 일반적으로 수치적으로 계산하여 이차변수를 구한다.

$$f_i(q, s, z) = 0 \text{ for } i=1, 2, \dots, m \quad (6)$$

이차변수의 속도 및 가속도는 다음식으로 구해진다.

$$s = \frac{ds}{dt} = \left(\frac{ds}{dq} \right) q \quad (7)$$

$$s = q \left(\frac{ds}{dq} \right) + q^2 \left(\frac{d^2s}{dq^2} \right) \quad (8)$$

여기서 속도계수 ds/dq 와 가속도계수 d^2s/dq^2 는 식(6)을 일차변수에 대하여 미분하여 구한 다음의 속도, 가속도 방정식을 풀어 구한다.

$$\frac{df}{dq} = \frac{\partial f}{\partial q} + J \frac{ds}{dq} = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial q^2} \right) + \left[\frac{\partial J}{\partial s} \right] \left(\frac{ds}{dq} \right)^2 + J \left(\frac{d^2s}{dq^2} \right) = 0 \quad (9)$$

$$\text{where } J = \left[\frac{\partial f_i}{\partial s} \right]$$

여기서 주목할 점은 입력변수에 대한 미분값, 즉 속도계수와 가속도계수는 Hall⁽⁹⁾이 거론하였던 기구학계수라는 점이다.

위에서 유도된 기구학 방정식의 해를 이용하여 임의변수에 대한 민감도를 계산해 보자. 조인트변수는 임의변수와 관계가 있으므로 임의변수에 대한 미분은 연쇄법칙(chain rule)을 이용하여 구할 수 있다. 또한 입력변수와 임의변수에 대한 미분은 서로 독립적으로 서로 순서를 바꿀 수 있다. 식(11)을 임의변수 z_k 에 대하여 미분하면 위치민감도에 대한 아래 방정식을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial z_k} \right) + J \left(\frac{\partial s}{\partial z_k} \right) = 0 \quad (10)$$

식(7), (8)을 임의변수에 대하여 미분하여 속도, 가속도 민감도를 구한다.

$$\left(\frac{\partial s}{\partial z_k} \right) = \frac{\partial}{\partial z_k} \left(\frac{\partial s}{dq} \right) q \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial z_k} \right) = q \frac{\partial}{\partial z_k} \left(\frac{ds}{dq} \right) + q^2 \frac{\partial}{\partial z_k} \left(\frac{d^2s}{dq^2} \right) \quad (12)$$

이 식에서 속도 및 가속도계수의 민감도를 알아야 하는데, 이는 식(9)를 임의변수에 대하여 미분하여 구한 방정식을 풀어 구할 수 있다. 위식에서 임의변수에 대한 미분값은 임의변수의 기구학계수로 생각할 수 있는데, 기존의 기구학해석 프로그램으로 계산할 수가 있다. 즉 임의변수를 일정한 속도를 갖는 입력변수로 취급하여, 즉 1로 정규화하여 계산된다.

조인트변수의 k 번째 유효길이 R_k 에 대한 민감도는 식(10), (11), (12)에 z_k 대신 R_k 를 치환하면 얻을 수 있다. 한편 핀이음에 대한 민감도도 구해야 하는데 이는 다음과 같이 하여 구한다. 식(1)은 k 번째 링크길이 r_k 와 i 번째 틈새좌표 (x_i, y_i) 의 관계를 표현하는데, 조인트변수가 r_k, x_i, y_i 에 대한 민감도는 연쇄미분으로 구할 수 있다. i 번째 틈새 또는 이음은 링크의 어느 한쪽에 붙어 있는 것처럼 고려하는 것이다. 단 여기서 미분값은 평균값에서 계산되며 공차나 틈새의 확률분포는 평균값에 대하

여 대칭임을 이용한다. 조인트변수의 속도, 가속도의 민감도도 같은 방법으로 구해진다. 그러면 출력변수의 민감도는 조인트변수의 함수이므로 조인트변수와 민감도로부터 연쇄미분으로 구할 수 있다.

위에 설명한 모형과 유도된 식들은 공차가 있는 기계기구를 유효링크로 연결된 기구로 모형화하여 마치 공칭링크기구처럼 취급할 수 있게 된다. 또한 민감도를 기존의 기구학 프로그램을 이용하여 계산할 수 있으므로 전산화하기가 매우 용이하다.

4. 몬테칼로 시뮬레이션

공차나 핀의 위치의 확률분포가 복잡해지면 해석적인 방법도 따라서 복잡해지며 경우에 따라 불가능 할수가 있다. 이러한 경우 몬테칼로 시뮬레이션으로 해결할 수 있다. 또한 해석적인 방법과 시뮬레이션은 상호보완적이므로 하나가 다른 하나의 정확도를 예측할 수 있게 되는데, 설계목적에 사용될 해석적 방법의 결과에 대하여 미리 시뮬레이션과 비교하여 그 오차의 한계를 알수 있다. 본 연구에서는 해석적인 방법의 검증을 위하여 시뮬레이션을 수행한다.

몬테칼로 시뮬레이션에서는 난수(random number) 발생기를 이용하여 각 부품의 길이에 대한 공차를 부여한다. 이 방법의 핵심은 실제 임의변수의 확률분포에 따르는 난수를 컴퓨터로 발생시키는 점이다. 본 연구에서는 변환(transformation)⁽¹²⁾을 이용하여 등분포 난수를 원하는 확률분포의 난수로 변환시켜 사용하였다.

출력변수는 개개의 표본(sample)에 대하여 계산한다. 즉 각각의 표본에 대하여 시스템의 지배방정식을 풀어서 출력변수를 구하는 것이다. N 을 난수를 사용하여 만든 표본의 개수라 하고 X 를 출력변수로 하자. 이 출력변수에 대한 평균값과 분산은 다음과 계산할 수 있다.

$$E(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (13)$$

$$Var(X) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - E(X))^2 \quad (14)$$

전산기로 발생시킨 난수는 엄밀한 의미에서는 순수난수로 볼 수 없으며 그 자체가 오차를 포함하고 있는 의사난수(pseudo random number)이다. 몬테칼로 시뮬레이션에 난수를 사용하기 위하여 등분포 난수의 평균과 표준편차의 오차를 표본개수를 변화

시켜서 계산한 결과, 표본수가 10,000이하에서는 오차가 1% 이상이 되는 경우도 나타나지만 10,000 이상이 되면 오차가 0.5%이하가 되고, 40,000이상에서는 표본수와 관계없이 오차가 0.2%이내가 된다. 표본수를 그 이상 증가시켜도 더 이상의 오차의 감소는 얻을 수가 없다. 한편 전산기의 계산시간은 표본수 증가에 비례하므로 계산시간과 오차의 한계를 고려하여 적절한 표본개수를 결정하여야 하며 이 오차는 전산기, 사용된 난수발생기에 따라 차이가 있음을 고려하여야 한다. 본연구에서는 개인용컴퓨터 486 DX를 이용하였는데, 예를 들어 0.5%정도의 오차를 허용한다면 표본개수를 최소 10,000을 잡아야 한다.

5. 적용예 : 0링크 토글기구

공차해석방법이 어떻게 적용되는지를 보이기 위하여 링크가 6개로 구성된 토글기구⁽⁶⁾를 예를 들어 설명하겠다. 이 기구의 고리는 단혀있으며 개수는 2개이다. 이를 Fig. 3에 도시하였다. 각 링크의 길이는 $r_2=5\pm 0.2$ cm, $r_3=14\pm 0.2$ cm, $r_4=27\pm 0.5$ cm, $r_5=44\pm 0.5$ cm, $R_{c1}=0$ cm, $R_{c2}=R_{c3}=R_{c4}=R_{c5}=0.1\pm 0.1$ cm, $H=27$ cm, $L=13.6$ cm이다. 기구의 자유도는 1개이고 크랭크가 입력링크가 되면 R_1 은 고정링크(ground link)이다. 각 링크의 길이가 자유도는 1개이고 크랭크가 각변위, 가속도, 각가속도를 알고 있을때 기구학적 해석을 통하여 다른 링크 또는 임의의 출력변수의 변위, 속도, 가속도를 계산한다. 이 예제에서는 슬라이더의 위치, 속도, 가속도의 평균값과 분산을 각 크랭크 위치에 따라 계산하고자 한다.

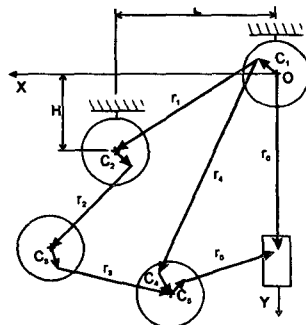


Fig. 3 Toggle mechanism with tolerances and clearances

그림에서 공차와 틈새를 기구와 함께 표시하였지만 본 연구에서는 유효 링크모형을 이용하므로 그림과 같은 복잡한 모형을 고려할 필요가 없으며 공칭기구만을 고려하면 된다. 한편 링크의 길이와 반경틈새의 공차는 정규분포를, 핀 위치는 이변수 정규분포를 따르는 것으로 가정하였다. 미끄럼이음 (slider joint)에서의 공차는 무시하였다.

이 기구의 기구해석에서 일차변수는 $q = \theta_2$, 이차변수는 $s = [\theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6]^T$ 로 정의한다. 기구의 형상으로부터 두개의 고리를 임의로 추출할 수가 있는데 이에 대한 고리닫힘 (loop closure) 방정식을 벡터를 이용하여 쓸수 있고, 이를 다시 성분별로 나누면 아래와 같은 연립방정식을 얻을 수 있다. 단 이 식들은 공칭기구의 해석에서의 방정식과 동일하다는 점을 주목할 필요가 있다.

$$\begin{aligned} f_1 &= L + R_2 \cos \theta_2 - R_3 \cos \theta_3 - R_4 \sin \theta_4 = 0 \\ f_2 &= H + R_2 \sin \theta_2 + R_3 \sin \theta_3 - R_4 \cos \theta_4 = 0 \\ f_3 &= R_4 \sin \theta_4 - r_5 \sin \theta_5 = 0 \\ f_4 &= R_6 - R_4 \cos \theta_4 - R_5 \cos \theta_5 = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

임의변수벡터는 다음과 같이 정으하고 x_i 와 y_i 는 국부좌표계에서 핀 중심의 좌표이다.

$$z = [r_2 \ r_3 \ r_4 \ r_5 \ x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5]^T \quad (16)$$

이 예제에서 출력변수는 슬라이더의 위치, 속도, 가속도이며 크랭크의 각도를 0°에서 360°까지 매 5°마다 계산한다. 또한 크랭크의 각도는 5 rad/sec이며 일정하다. 제안된 해석적 방법과 몬테칼로 시뮬레이션을 모두 적용하여 계산하였다. 시뮬레이션에서 표본의 개수는 시행착오법으로 결정하게 되는데 Fig. 4에 표본개수에 대한 출력변수의 평균값의

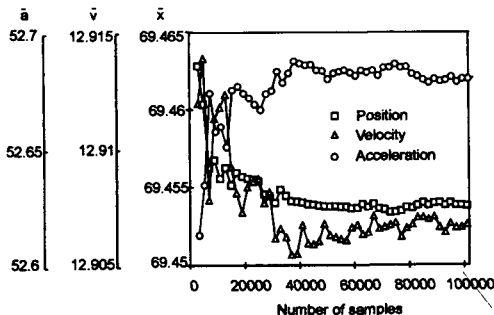


Fig. 4 Trends of mean values as the number of samples increases for crank angle=0 deg

추이를 도시하였다. 이 경우 표본개수가 약 40,000 이상이 되면 평균값을 안정한 값으로 구할 수 있게 되는 것을 볼 수 있다. 그래서 시뮬레이션에서 표본의 개수를 매 크랭크위치에서 40,000으로 정하였다.

해석적 방법과 시뮬레이션으로 출력변수의 평균을 구하여 비교해 보니 두 값의 차이가 거의 구별할 수 없을 정도로 일치하여 Fig. 5에는 시뮬레이션의 결과만을 도시하였다. 이 결과는 크랭크가 완

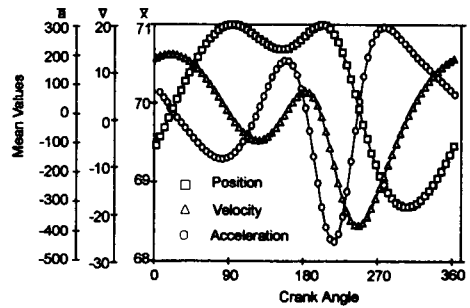


Fig. 5 Mean values of slider position, velocity and acceleration

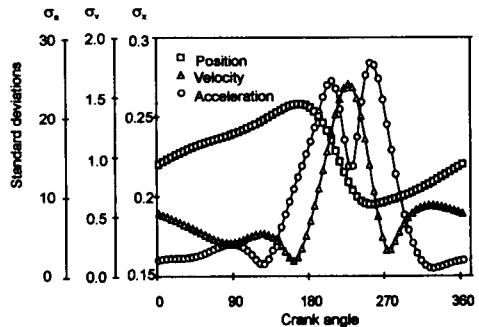


Fig. 6 Standard deviations of slider position, velocity and acceleration

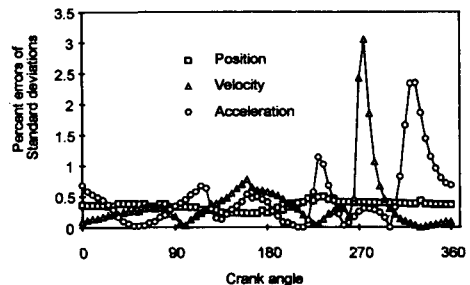


Fig. 7 Percent error of standard deviations for slider position, velocity and acceleration

전히 한바퀴 회전하는 동안의 출력변수의 추이를 보여준다. Fig. 6에는 출력변수, 즉 슬라이더의 위치, 속도, 가속도의 표준편차를 나타내었다.

해석적인 결과와 시뮬레이션의 결과를 비교하기 위하여 시뮬레이션에 대한 해석적 결과의 오차를 Fig. 7에 보였는데, 그 경향은 매우 잘 일치하며 두 결과의 값의 차이는 최대오차가 속도의 편차에서 3.05%로 나타났으며, 평균으로 0.5%이하의 오차를 보였다. 이 오차의 원인에 대해서는 다음과 같은 설명을 할 수 있다. 첫째, 시뮬레이션에 사용된 난수가 의사난수이므로 0.2%내외의 오차가 내재되어 있다. 둘째, Shooman⁽¹³⁾은 완벽한 시스템 모형을 사용하고 완전한 난수를 발생시켜서 시뮬레이션을 해도 통계이론 자체로부터 오차가 유발됨을 보여 주었다. 셋째, 해석적인 방법에서 테일러급수의 선형성분까지만 취했으므로 오차가 생길 수 있다. 그러나 이 예제에서는 해석적인 방법의 신뢰성을 검사하기 위하여 공차를 일부러 크게 잡았는데(예를 들면 링크 2는 길이의 4%), 시뮬레이션과 비교하여 볼때 평균 0.5%이하의 오차는 공학적인 견지에서 충분히 좋은 결과를 준다고 볼 수 있다.

공차나 반경특새가 있는 다단고리 기구에 대하여 일반적으로 사용될 수 있는 모형과 해석적인 방법을 개발하여 예제를 통하여 적용성을 보였다. 유효 링크모형은 해석적인 방법이나 시뮬레이션에 다 적용될 수 있다. 이 모형은 링크의 길이와 핀이음의 불확정성을 잘 표현하며 기존의 기구해석 프로그램을 사용할 수 있게 해주므로 유용함을 알 수 있다. 해석적인 방법에서의 민감도는 공차의 설계에도 응용될 수 있다. 유효링 크모형과 해석적인 방법은 전산화하기가 매우 용이하므로 속도나 가속도성분의 결정에의 공차의 영향을 결정할 수 있게 된다. 기구의 설계를 위하여는 이러한 결정이 절대적으로 필요하다.

본 논문에서는 유효 링크모형을 해석적인 방법과 시뮬레이션에 적용하여 해석적인 방법의 정확도를 예측한다든지, 시뮬레이션의 표본개수를 정할때 두 방법의 상호보완할 수 있음을 보였다. 더욱이 해석적인 방법의 적용이 불가능한 경우에도 시뮬레이션을 하여 그 결과의 정확도를 예측할 수 있다. 그러나 일반적인 경우 시뮬레이션에 비해 해석적인 방법은 계산에 요하는 시간이 극히 짧으며, 공학적으로 충분한 정확도를 주므로, 설계목적으로는 해석적인 방법의 사용을 적극 추천한다.

본 연구를 통하여 공차가 있는 기구의 해석기법을 발전시켰다. 새로운 유효 링크모형과 해석적인 방법은 출력변수의 속도나 가속도성분을 계산하는데에도 유용하였으며 향후 기구의 동역학적 해석에도 바로 이용될 수 있을 것이다.

참고문헌

- (1) Balling, R. J., Free, J. C. and Parkinson, A. R., 1986, "Consideration of Worst-Case Manufacturing Tolerances in Design Optimization," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, pp. 438~441.
- (2) Baumgarten, J. R. and Van Der Werff, K., 1985, "A Probabilistic Study Relating to Tolerancing and Path Generation Error," *Mechanisms and Machine Theory*, Vol. 20, No. 1, pp. 71~76.
- (3) Chakraborty, J., 1975, "Synthesis of Mechanical Error in Linkages," *Mechanisms and Machine Theory*, Vol. 10, pp. 155~165.
- (4) Crawford, R. H. and Rao, S. S., 1987, "Reliability Analysis of Function Generating Mechanisms through monte Carlo Simulation," *Advances in Design Automation*, Vol. 2, pp. 197~202.
- (5) Dhande, S. G. and Chakraborty, J., 1973, "Analysis and Synthesis of Mechanical Error in Linkages-A Stochastic Approach," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 95, pp. 672~676.
- (6) Doughty, S., 1988, *Mechanics of Machines*, John Wiley & Sons, pp. 48~54.
- (7) Furuhashi, T., Morita, N. and matsuura, M., 1978, "Research on Dynamics of Four Bar Linkage with Clearances at Turning Pairs (1st Report)," *Bulletin of JSME*, Vol. 21, No. 153, pp. 518~523.
- (8) Garrett, R. E. and Hall, A. S., Jr., 1969, "Effect of Tolerance and Clearance in Linkage Design," *ASME Journal of Engineering for Industry*, pp. 198~202.
- (9) Hall, A. S., Jr., 1981, *Notes on Mechanism Analysis*, Balt Publishers, W. Lafayette, In.
- (10) Lee, S. J., 1989, *Performance Reliability and Tolerance Allocation of Stochastically Defined*

- mechanical Systems*, Ph. D. Thesis, The Pennsylvania State University.
- (11) Rhyu, J. H. and Kwak, B. M., 1988, "Optimal Stochastic Design of four Bar Mechanisms for Tolerance and Clearance," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 110, pp. 255~262.
- (12) Rubinstein, R. Y., 1981, *Simulation and the Monte Carlo Method*, John Wiley and Sons.
- (13) Shooman, M. L., 1968, *Probabilistic Reliability: An Engineering Approach*, McGraw-Hill, New York, pp. 255~264 and 597~508.