

〈論 文〉

국소교란이 있는 난류박리 재부착유동의 이산와류 수치해석

정용만* · 성형진*

(1993년 9월 16일 접수)

Discrete Vortex Simulation of Turbulent Separated and Reattaching Flow with Local Perturbation

Yong Man CHUNG and Hyung Jin SUNG

Key Words : Discrete Vortex Method(이산와류방법), Separation Bubble(박리기포), Source Perturbation(소스교란), Reattachment Length(재부착길이), Phase Velocity(위 속도)

Abstract

Discrete vortex method was applied for simulating an active control of turbulent leading-edge separation bubble. The leading-edge separation zone was perturbed by a time-dependent sinusoidal perturbation of different frequencies and levels. In order to describe the local sinusoidal perturbation at the separation point, a source pulsation vortex technique was proposed. The present two-dimensional vortex simulations were qualitatively compared with the experimental results for a blunt circular cylinder, where perturbation was introduced along the square-cut leading edge of the cylinder(Kiya et al.^(6,7)). It was found that the reattachment length attained a minimum point at low levels of perturbation and two minima at a moderate higher perturbation frequency. The effects of local perturbation on the evolution of leading-edge separation bubble were scrutinized by comparing the perturbed flow with the natural flow. These comparisons were made for the distributions of mean velocity and its velocity fluctuations, intermittency and wall velocity. The motions of instantaneous reattachment in the space-time domain were demonstrated, which were also compared with the experimental findings. In order to investigate the reduction mechanism of reattachment length in the separation bubble, various cross-correlations for velocity and pressure and the relevant convection velocities were evaluated. It was observed that the convection velocity was closely associated with its corresponding pulsation frequency.

기 호 설 명

D : 원봉직경
 H : 평판두께의 절반
 l_r : 역흐름 간헐도

F_p : 비회전 유동에 의한 복소함수 성분
 F_v : 이산와류에 의한 복소함수 성분
 f : 교란주파수
 N : 이산와류 개수
 Q : 소스세기
 Q_0 : 계산에서의 교란의 세기

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

q^1 : 실험에서의 교란의 세기 ($q^1 = (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{0.5}$)

R_{pu} : 압력-속도상관관계

t : 시간

U : 흐름방향의 시간평균속도

V : 수직방향의 시간평균속도

U_w : 벽면속도

U_∞ : 자유류속도

W : 복소속도

x_R : 재부착길이

z : 물리평면에서의 좌표

그리스문자

∇^2 : 라플라스 계산자 (laplacian operator)

δt : 시간간격

Γ : 순환

σ : 와류반경 (cut-off radius)

σ_s : 소스중심 반경

τ_{max} : 자기상관함수 (R_{pu})의 최대값들 사이의 시간 지연

ω : 와도

ψ : 유선함수

ζ : 계산평면에서의 좌표

아래첨자

j : j 번째 이산와류

o : 초기와류

s : 소스 (source)

위첨자

* : 복소쌍

1. 서 론

난류박리-재부착유동의 제어에 관한 연구는 박리점의 기하학적인 형상, 혹은 점근유동의 난류강도 변화 그리고 유동장에 음파를 이용한 교란 등 여러 가지 형태로 진행되어 왔다.^(1~6) 이러한 연구들은 유동의 박리-재부착과정을 이해하는데 필요할 뿐 아니라, 유동장을 제어할 수 있는 가능성의 측면에서도 중요하다. 박리유동의 제어에 관한 연구는 주로 기하학적인 모양이 단순한 전방계단이나 후방계단 또는 비행기 날개주위의 유동에 대해 수행되었으며,^(2~4) 박리유동의 제어방법으로는 앞서 언급한 방법들 중에서 음파에 의한 교란을 이용한 방법이 비교적 관심있게 연구되고 있다.^(3,5,6,7) 최근에는 보

다 효과적인 박리유동의 제어를 위해 박리점 부근에 국소적으로 교란을 일으키는 연구가 수행되고 있으며,^(4~7) 이는 유동에 국소교란을 가하는 것이 실제 공학적으로 응용하기가 쉬울 뿐 아니라 박리유동에 미치는 교란의 영향을 연구하는데도 용이하기 때문이다. 특히, Sigurson과 Roshko는 음파에 의해 국소교란을 받고 있는 축대칭 박리기포유동을 실험적으로 연구했으며, 이들은 박리기포의 크기가 국소교란의 세기와 주파수에 따라 변하는 것을 알아냈다.⁽⁵⁾ Kiya 등도 같은 축대칭 난류 박리기포 제어에 대해 보다 정밀한 실험을 수행하였으며, 이들은 박리기포의 크기를 최소로 하는 교란의 특정 주파수가 있음을 실험적으로 알아냈다.^(6,7)

난류박리유동에 국소교란이 가해졌을 때의 유동의 거동에 대한 수치적 연구는 거의 수행되지 않았으며, 이는 기존의 수치방법이 이러한 유동장을 계산하기에는 각각의 제한성들을 가지고 있기 때문이다. 이러한 유동은 특징상 비정상 유동으로 기존의 격자계를 이용한 계산은 이러한 유동을 계산하는데 많은 시간이 걸리며, 특히 높은 레이놀즈수의 난류유동의 경우 난류모델을 이용하면 모델상의 어려움도 이러한 계산을 힘들게 만드는 요인 중의 하나가 된다. 이러한 어려움은 수치계산 연구에서 와류방법 (vortex simulation)의 사용을 하나의 가능성 있는 대안으로 제시한다. 특히, 유동의 박리점이 고정되어 있는 경우에는 이산와류수치해석 (discrete vortex simulation)이 유리하다. 와류수치계산은 비정상 유동을 계산하는데 매우 편리하며 높은 레이놀즈수 유동에 적합하다. 이제까지 이산와류방법을 이용한 국소교란을 받는 유동장의 수치계산은 주로 혼합층에 대해 이루어졌다.⁽⁸⁾ 이 경우에 혼합층안의 분리판 (splitting plate)의 떨림은 초기와류 (nascent vortex)의 위치나 속도를 바꾸면서 떨림 주파수와 같이 바꾸는 것으로 모사되었다. 그러나 이러한 방법은 교란의 직접적인 효과를 초기와류에만 적용시켰기 때문에 본 연구에서 다루는 것과 같은 박리유동에서는 교란의 효과를 나타내기 어렵지 않다.

따라서, 본 연구에서는 국소교란을 받는 난류박리-재부착 유동을 수치적으로 해석할 수 있는 새로운 이산와류방법인 국소교란와류방법 (source pulsation vortex technique)을 제안하였다. 이 방법은 박리점에서 음파에 의해 국소적으로 유동이 교란되는 것의 효과적인 모형으로 이상유동 (poten-

tial flow)에서의 생성항을 이용하였다. 즉, 생성항을 시간에 따라 국소교란과 같은 주파수로 변화시키면서 음파에 의한 박리점에서의 주기적인 국소교란 역할을 대체할 수 있기 때문이다. 이 방법을 이용하여 수치계산을 수행한 결과 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

본 연구에서 계산하려는 유동장은 유한한 두께(2H)를 가진 평판이 접근 유동에 수직으로 놓여 있으며 평판의 끝부분(leading-gdge)에서 유동이 박리되어 평판과 평행하게 난류박리기포가 형성되는 유동이다. 교란은 박리점에 가해지며 이는 이상 유동의 소스에 의해 대체된다. Fig. 1에는 좌표계의 정의와 함께 유동모형이 개략적으로 나타나 있다. 아직까지 이러한 유동장에 대한 국소교란 실험 결과는 저자들이 알기에는 보고된 것이 없으며, 2차원이 아닌 축대칭 유동에 대해서는 앞서 언급한 바와 같이 몇몇 실험들이 수행되었다.⁽⁵⁻⁷⁾ Kiyama 등은 음파를 이용해 유동장을 교란하기 위해 축대칭 원통내에 스피커를 설치하여 Fig. 1에 나타난 바와 같이 원통의 끝부분의 좁은 틈(slit)을 통하여 음파를 주기적으로 유출시켰다. 따라서, 유출되는 교란의 세기와 주파수에 따라 난류박리 재부착유동의 제어를 하게 된다. 본 연구에서는 이와 같은 축대칭 난류박리유동을 2차원 평판유동으로 모형하여 정성적으로 비교하였다. 2차원과 축대칭 유동의 차이 때문에 정량적인 비교는 불가능하지만 본 연구에서 다루는 것과 같은 유동장에 대한 실험결과가 없는 상황에서 이러한 정성적인 비교도 결과의 해석에 유용한 것으로 생각된다.

본 연구에서는 국소교란에 의한 특정 주파수에서

의 재부착 길이의 감소현상, 재부착점의 시간에 따른 거동, 난류박리기포의 시간에 따른 유동형태 등을 조사하였으며 특히 국소교란이 유동구조에 미치는 영향을 알아보기 위해 여러가지 유동의 상관관계함수와 박리기포내의 대형와류들(large scale vortices)의 대류 위상속도(convection velocity)를 계산하여 고찰하였다.

2. 수치계산방법

2.1 이산와류방법

2차원 유동의 지배방정식을 와도와 유선함수의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$D\omega/Dt = \nu \nabla^2 \omega \tag{1a}$$

$$\nabla^2 \psi = -\omega \tag{1b}$$

여기서 ω 는 유동의 와도로서 다음과 같이 정의한다. 즉, $\omega(x,y,t) = \partial_x v - \partial_y u$, ν 는 유체의 동점성계수이다. 유선함수는 ψ 는 다음과 같이 정의된다.

$$u = \partial_y \psi, \quad v = -\partial_x \psi \tag{2}$$

이산와류방법(discrete vortex method)에서는 위의 점성와도 전달방정식을 Chorin의 시간분리법(time-splitting scheme)⁽⁹⁾에 따라 아래와 같이 대류항과 점성항의 두 식으로 나누고 이를 각각 차례대로 푼다.

$$D\omega/Dt = 0 \tag{3a}$$

$$\nu \nabla^2 \omega = 0 \tag{3b}$$

이산와류방법에는 유동장의 연속적인 와도분포를 이산와류들의 중첩으로 나타내고, 이 이산와류들의 세기와 위치를 매시간 바꾸면서 유동장을 모사한다. 식(3a)의 대류항을 푸는 것은 운동장에 있는 이산와류들을 매시간 각각의 와류위치에서의 유동속도로 이동시키는 것과 같다. 이때 각각의 위치에서 속도를 계산하는데 걸리는 시간은 이산와류개수(N)에 비례하며, 대류항 전체를 계산하는데 걸리는 시간은 이산와류 개수의 제곱(N²)에 비례한다.

이산와류방법에서 대류항은 정확히 계산되는데 반해 점성항은 정확히 계산하기가 상대적으로 어렵다. 이 때문에 이산와류방법은 비교적 점성의 효과가 적은 높은 레이놀즈수 유동(high Reynolds number flow)에 주로 적용되었으며, 이때 점성항은 계산에서 고려하지 않는다. 그러나 유동장을 보다 정확히

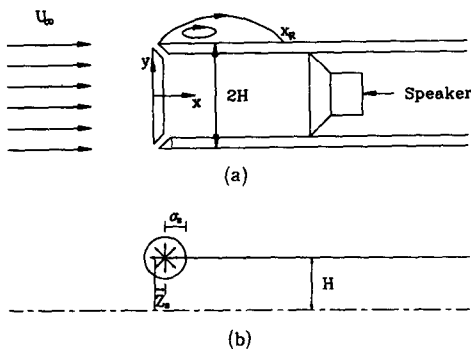


Fig. 1 (a) Flow configuration and relevant coordinates
(b) Definition of source pulsation

계산하기 위해서는 점성항을 계산해야 하는데 이를 위해 Chorin은 RVM(random vortex method)을 제안하였다.⁽⁹⁾ 이 방법에서는 점성의 영향을 기체 분자의 운동과 비슷한 와류들을 움직임으로 나타내었다. RVM은 와류의 개수가 증가함에 따라 Navier-Stokes 방정식의 해로 접근한다는 것이 알려졌으며, 이때 수렴도는 $N^{-0.5}$ 정도이다.⁽¹⁰⁾ 이렇게 느린 수렴도 때문에 정확한 계산 결과를 얻기 위해서는 많은 수의 와류가 필요하다. 이산와류방법에서 유동장을 계산하는데 걸리는 시간이 와류개수의 자승에 비례한다는 것을 감안하면 이렇게 느린 수렴도는 많은 연구자들이 그들의 유동장을 계산하는데 이 방법을 사용하는 것을 주저하게 만든다.

점성항을 계산하는데 많은 시간이 걸리는 것을 피하기 위해 점성항을 풀지않고 유동장에 점성효과를 고려하는 방법이 제안되었다.^(11,12) Kiya 등은 유동장에 있는 와류의 세기가 시간에 따라 감소하는 것으로 점성의 효과를 고려했으며 이를 위해 다음과 같은 와도감쇄모형을 제안하였다.⁽¹¹⁾

$$\frac{\Gamma(t)}{\Gamma_0} = 1 - \exp\left[-\frac{a^2 Re}{4t}\right] \quad (4)$$

여기서 Γ_0 는 박리점에서 형성된 초기와류의 세기를 나타내고, $a^2 Re$ 는 와도감쇄상수이다. Naganogano 등도 실험결과를 이용해서 와류의 세기가 시간에 따라 감소하는 것을 Kiya 등이 제안한 것과 비슷한 형태의 식으로 나타내었으며, 이런 와도감쇄모형으로 유동장의 레이놀즈수의 효과를 간접적으로 고려할 수 있다고 주장했다.⁽¹²⁾

실제 유동에서 점성의 효과는 유동장에 있는 와도를 확산시키는 것으로 나타나는데 이러한 와도감쇄모형에서는 와도의 공간으로의 확산은 고려되지 않고 확산으로 인한 와도의 감쇄만이 고려되었다. 즉 실제의 점성은 공간에 집중되어 있는 와도를 주위로 확산시키는데 이러한 와도감쇄모형은 공간에 집중된 와도는 확산시키지 않고 단지 집중되어 있는 와도의 세기만을 감쇄시키는 역할을 한다. 이런 작용은 엄밀히 말해서 유동장에서 점성의 영향을 고려한다기 보다는 벽면에서 점성으로 인한 와도의 감쇄효과를 고려하고 있는 것이다. 실제로 이 방법은 전단층과 벽면의 상호작용이 중요한 유동장의 계산의 사용에서 만족할 만한 결과를 주었다.⁽¹¹⁾ 그러나 혼합층과 같이 벽면의 효과가 유동장의 전

체적인 특성에 큰 영향을 주지 않는 유동장의 계산에서는 사용되지 않고 있다.⁽¹²⁾ Kiya 등은 본 연구에서 다루는 유동과 같이 박리유동과 벽면과의 상호작용이 중요한 곳에서는 이와 같은 와도감쇄모형의 사용이 물리적으로 타당하고 실험치와 잘 일치하는 결과를 얻기 위해서는 필수적이라고 주장했다.⁽¹¹⁾

와도전달방정식에서 점성항을 풀지않고 와류감쇄모형으로 대체했기 때문에 본 연구에서 사용한 이산와류방법은 경계조건으로 벽면에서 수직방향속도는 없다는 조건을 사용했으며 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$u \cdot n = 0 \quad (5)$$

여기서 n 은 벽에 수직인 단위벡터이다.

위의 식은 상와류(image vortex)를 이용해서 쉽게 만족시킬 수 있기 때문에 이산와류방법에서는 계산영역을 상와류를 쉽게 찾을 수 있는 상반면이나 원으로 변환한다. 본 연구에서는 미끄럼조건을 쉽게 만족시키기 위해 Schwartz-Christoffel 변환을 사용해서 계산영역을 상반면으로 변환했으며, 이를 위해 아래와 같은 좌표변환식을 이용했다.

$$z = H((\zeta^2 - 1)^{1/2} - \arccos \zeta) / \pi + iH \quad (6)$$

여기서 z 는 물리평면에서의 좌표이며, ζ 는 변형된 계산평면에서의 좌표를 나타낸다. H 는 평판의 두께의 반을 나타내며, π 는 원주율이다.

복소유동함수(complex potential)는 자유류에 의한 성분, 이산와류들에 의한 성분 그리고 뒤에서 설명할 국소교란의 영향을 나타내는 성분들로 이루어지며, 복소유동함수는 변환에 따라 값이 바뀌지 않기 때문에 계산평면이나 물리평면에서 같은 값을 가진다. 물체 주위를 흐르는 2차원 자유류의 복소유동함수 F_b 는 계산평면에서 다음과 같다.

$$F_b = U_\infty (H/\pi) \zeta \quad (7)$$

여기서 U_∞ 는 상류에서의 자유류의 속도이다. 그리고 와류들에 의한 복소유동함수 F_v 는 계산평면에서 다음과 같이 주어진다.

$$F_v = - \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_j}{2\pi} \{ \log(\zeta - \zeta_j) - \log(\zeta - \zeta_j^*) \} \quad (8)$$

여기서 N 은 와류들을 개수이고, Γ_j 는 j 번째 와류의 반시계 방향의 세기를 나타낸다. ζ_j 는 j 번째 와류의 계산평면에서의 위치를 나타내며, ζ_j^* 는 그

복소쌍이다.

본 연구에서 속도는 계산평면에서 계산한 뒤 물리평면으로 변환하였으며, 반환시에는 다음과 같은 식을 이용했다.

$$W(z) = u(z) - iv(z) \\ \frac{dF}{dz} = \frac{dF}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dz} \quad (9)$$

이때 계산영역안에서 역변환의 미분($d\zeta/dz$)이 유한한 값을 가져야 하며 연속하여야 한다. 계산영역의 특정한 위치에서 이 조건이 만족되지 않으면 속도가 무한대가 되거나 또는 속도값이 연속이 되지 않는다. 이런 현상은 계산평면에서의 결과를 물리평면으로 변환하는 과정에서 나타나는 것으로 속도를 계산할때 특별한 주의가 기울여야 한다. 본 연구에서 사용한 변환은 박리점에서 위의 조건이 만족되지 않으며 따라서 박리점 부근의 속도를 계산하는데 특별한 주의가 필요했다. 와류 중심에서의 속도를 구할 때는 식(9)에 Routh 보정항을 고려해야 하며, 이에 대한 자세한 설명은 Clements⁽¹³⁾의 논문에 잘 나타나 있다. 와류들의 위치는 속도를 시간에 대해 적분해서 구하며, 여기서는 다음과 같은 Adams-bashforth의 2차 적분식을 사용했다.

$$z_k(t + \delta t) = z_k(t) + 0.5\{3W^*(t) - W^*(t - \delta t)\}\delta t \quad (10)$$

여기서, W^* 는 W 의 복소쌍이고 ($W^* = u + iv$), δt 는 시간간격이다.

시간에 따라 유동장을 계산하기 위해서는 매 시간간격마다 박리점에서 와류를 생성시켜야 한다. 초기와류의 세기와 위치를 정하기 위해서는 세가지 조건이 필요하다. 즉, 첫째 조건은 초기와류의 세기를 구하기 위함이고, 위치를 정하기 위해서 두개의 조건이 필요하다. 초기와류의 세기는 Fage와 Johansen⁽¹⁴⁾의 실험식을 이용해서 구하는데, 이 실험식은 박리점에서 생성되는 와도의 세기와 전단층의 경계에서의 속도와의 관계식으로 다음과 같다.

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{1}{2} U_s^2 \quad (11)$$

여기서 U_s 는 전단층 경계에서의 속도이다. 전단층 경계의 위치는 초기와류의 위치가 정해지면 자연적으로 결정되는 값이다. 초기와류의 위치는 우선 박리점에서 수직하게 y 방향으로 떨어져 있다고 가정하고 그 떨어진 위치는 박리점에 Kutta 조건을 적

용해서 구한다. 초기와류의 세기와 위치를 구하는 것은 각각 독립된 것이 아니고 서로 연결되어 있기 때문에 반복적으로 계산해서 수렴시켜야 한다.

이산와류방법에서는 이상유동에서의 와류에 의해 발생하는 특이성(singularity)을 피하기 위해서 blob 유선함수(blob streamfunction)를 사용하며 지금까지 여러 종류의 함수들이 제안되었다.⁽¹⁵⁾ 본 연구에서는 Chorin⁽⁹⁾이 제안한 blob 유선함수를 사용했으며, 이때 이산와류들에 의한 유선함수는 다음과 같이 수정된다.

$$\psi_j = (2\pi)^{-1} \log r \quad (r \geq \sigma) \\ = (2\pi)^{-1} r/\sigma \quad (r < \sigma) \quad (12)$$

여기서, r 은 와류 중심까지의 거리이고, σ 는 와류 반경(cut-off radius)을 나타낸다. Chorin이 제안한 blob 유선함수를 사용하면 와류중심에서 속도가 유한한 값을 가지며 와류에 의해 야기되는 속도는 그 와류의 중심에서 와류반경 σ 보다 가까운 거리에 있는 점에서는 일정한 것으로 가정한다.

시간이 지남에 따라 유동장에 와류의 갯수가 계속 증가하게 되는 데 이를 막기 위해 관심있는 유동장에서 아주 멀리 떨어진 곳의 와류들은 유동장에서 제거하였다. 본 계산에서 유동장에 큰 영향을 주지 않는 $x/H > 50.0$ 인 영역에 있는 와류들은 제거되었다. 다른 논문들에서는 유동장에서 멀리 떨어진 와류들을 제거하는 대신 적당한 조건을 만족시키는 단일 와류로 대체하는 방법을 사용하기도 한다.⁽¹³⁾ 그리고 속도를 계산하기 위해 계산영역을 변환하였기 때문에 유동장의 와류와 계산평면에서의 상와류의 거리가 가까워질 수가 있다. 이렇게 가까워진 와류들은 Biot-Savart 법칙에 의해 물리적으로 타당하지 않은 속도를 야기시킨다. 이를 막기 위해 유동장의 와류와 계산 평면의 와류들이 서로 일정거리 이상은 가까워질 수 없도록 하였다. 이런 방법은 이산와류방법을 사용하는 계산에서는 흔히 사용되는 방법으로 본 연구에서는 벽면에서 $0.05H$ 보다 가까이 있는 와류들은 매시간 제거하였다. 이런 방법을 이용해서 계산영역안의 와류들의 수를 약 1000개 정도로 유지하여 계산하였다. (CRAY 2S)

2.2 국소교란와류방법

주기적으로 국소교란을 받는 유동장을 해석하기 위해 본 연구에서는 기존의 이산와류방법에 교란의

영향을 추가한 새로운 이산와류 수치방법인 국소교란와류방법(source pulsation vortex technique)을 제안했다. 이 방법은 유동장에 가해지는 주기적 국소교란을 이상유동에서의 소스로 대체했으며, 교란의 효과를 나타내는 소스는 그 세기가 교란의 주파수와 같이 주기적으로 변하게 된다. 소스에 의한 속도는 거리가 멀어지면 빠르게 감소하기 때문에 소스근처를 제외한 전체 유동장에서의 속도에서 영향을 거의 미치지 않는다. 따라서, 소스에 의한 국소교란이 유동장에 미치는 직접적인 영향은 소스와의 거리가 증가함에 따라 빠르게 감소하며 이러한 현상은 실제 실험에서 사용하는 음향제트(sound jet)나 진동판에 의한 교란의 빠른 감쇄를 잘 반영해 주고 있다.

이상유동에서는 소스는 그 중심에서 무한대의 속도를 일으키기 때문에 국소교란의 효과를 나타내기 위해서는 중심부근에서 소스의 형태를 수정해서 유한한 속도를 갖게 해야한다. 즉, 이상유동에서 와류에 의한 속도의 특이성을 제거하기 위해 사용했던 수정유선함수와 비슷한 개념이 사용되어야 한다. 본 연구에서는 Chorin이 제안한 수정유선함수와 비슷한 형태의 수정을 소스에 적용했다.⁽⁶⁾ 소스에 중심반경(σ_s)을 정의하고 이 반경보다 먼 거리에서는 소스에 의한 영향이 이상유동에서의 영향과 같고 중심반경 보다 가까운 곳에서는 중심반경에서와 같은 속도를 가지게 된다.

국소교란와류방법을 유동장에 적용하기 위해서는 국소교란이 가해지는 곳에 소스를 위치시킨다. 교란이 박리점에 가해지고 이 박리점이 계산상의 특이점이 되면 소스의 위치를 조금 바꾸어야 한다. 특히 특이점을 가지는 변환을 사용하는 경우에 주의가 기울여야 한다.

실험에서의 얇은틈 사이로 나오는 음파의 영향이 주기적으로 세기가 변하는 소스(Q)로 대체되었으며, 소스에 의해 표현되는 국소교란의 영향을 나타내는 복소유동함수 F_s 는 계산평면에서 아래와 같다.

$$Q = Q_0 \sin(2\pi ft) \tag{10}$$

$$F_s = (2\pi)^{-1} Q \log(\xi - \xi_s)$$

여기서, Q_0 는 소스의 세기를 나타내고, ξ_s 는 소스의 위치를 나타내며, f 는 무차원 교란주파수를 나타낸다. 본 연구에서 교란의 세기(Q_0)는 소스의 중심에서의 반경방향속도의 세기로 정의된다. 교란

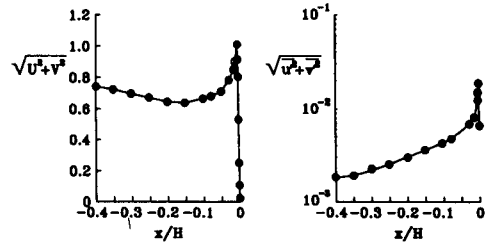


Fig. 2 Measured velocities induced by a sound jet near the separation point(Kiya et al.⁽⁷⁾)

의 세기를 속도로 정의한 것은 실험에서 교란의 세기를 주로 국소 유출속도의 크기로 정의하기 때문이며 또 이러한 정의가 계산에서 가장 간단하기 때문이다. 이렇게 정의된 교란의 세기는 실험에서는 좁은 틈에서 나오는 국소유동의 속도의 크기에 해당한다. 본 연구에서 결과를 비교할 Kiya 등은 스피커를 이용한 실험에서 교란의 세기를 박리점에서 교란으로 인해 야기된 속도의 크기로 하지 않고 Fig. 3에 나타나 있는 바와 같이 박리점 상류에서 최대 속도의 90%를 갖는 점의 난류정도로 정의했다.^(6,7) 이러한 정의는 실험에서는 별 어려움이 없으나 계산에서는 적용하기가 매우 어렵다. 또, 본 연구에서는 축대칭 유동과의 정량적인 비교를 하지 않고 결과의 해석을 위해 단지 정성적인 비교를 하기 때문에 본 계산에서는 다른 실험에서와 같이 국소교란에 의한 유출속도를 교란이 세기로 정의하였다.

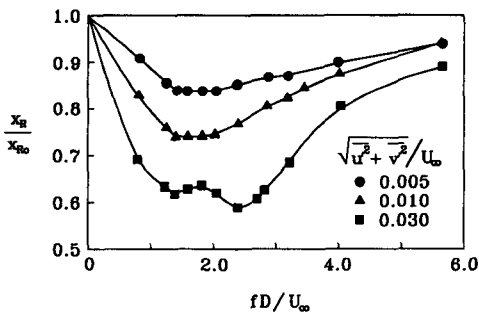
3. 결과 및 토의

계산의 편의를 위해 변수들을 무차원화 시켰다. 길이는 평판두께의 반인 H 로 무차원되었고 속도는 자유류흐름속도(U_∞)로, 그리고 시간은 H/U_∞ 로 각각 무차원되었다. 계산은 세가지 교란 세기에 대해 주파수를 0~0.4까지 바꾸면서 수행되었다. 시간간격이 크면 유동장내의 와류들의 개수가 작아서 유동장을 잘 나타낼 수가 없고 반면 시간간격이 너무 작아지면 계산시간이 길어지게 된다. 본 연구에서는 예비계산을 통해서 시간간격을 0.1로 사용했으며, 0.1 근처에서는 시간간격이 조금 바뀌어도 재부착길이의 변화가 거의 없었다. 본 연구의 결과는 무차원 시간 200~400 동안 계산된 값들이다.

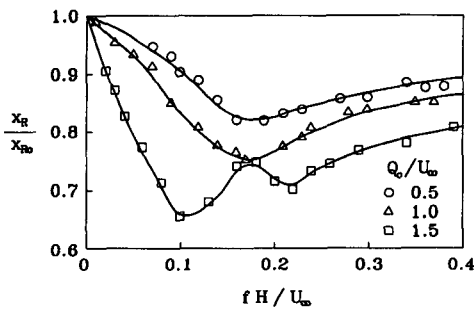
Fig. 3(a)는 Kiya 등의 축대칭 박리기포에 대한 실험결과 중 일부를 나타낸 것이다.⁽⁷⁾ 그림에서 x

측은 원통의 직경(D)과 U_∞ 으로 무차원화된 교란 주파수 fD/U_∞ 를 나타내고, y 축은 교란을 받지 않은 경우의 재부착길이(x_{R0})로 무차원화된 교란을 받는 경우의 재부착길이를 나타낸다. 실험에서는 8가지의 서로 다른 세기의 교란에 대해 교란의 주파수를 바꾸면서 이로 인한 재부착길이의 변화를 측정하였으며, 여기에서는 계산과의 비교를 위해 세가지 교란에 대한 결과만을 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 교란의 세기가 작은 경우($q'=0.0005, 0.001$)에는 재부착길이의 최대감소가 일어나는 특정주파수가 존재하며 이 주파수는 교란의 세기에 따라 조금씩 바뀌나 대략 $fD/U_\infty=1.5$ 근처에 위치한다. 교란의 세기가 커지면($q'=0.03$) 재부착길이 감소의 주파수 영역은 $1.0 < fD/U_\infty < 3.0$ 의 영역에서 두개의 최소점이 생긴다. 이러한 현상은 교란에 대한 난류박리유동의 비선형 거동을 보여주는 것으로 설명되어지고 있다.

Fig. 3(b)는 본 연구에서 수행한 계산결과를 나타낸 것이다. 그림에서 x 축의 주파수는 H 와 U_∞ 로 무차원화 되었다. 그림에서 교란의 세기는 각각 $Q_0=0.5, 1.0, 1.5$ 이며, 주파수는 $0 < fH/U < 0.4$



(a) Experiment of Kiya et al.⁽⁷⁾



(b) Present Calculation

Fig. 3 Reattachment versus pulsating frequencies

의 영역에서 계산을 수행했다. Kiya 등의 실험결과와 비교해 보면 본 연구의 계산결과가 정성적으로 비슷한 거동을 보이는 것을 볼 수 있다. $Q_0=0.5, 1.0$ 일때 $fH/U_\infty=0.2$ 부근에서 재부착길이의 최대감소가 나타난다. $Q_0=1.5$ 일때에는 앞의 두경우와 비교해서 좀 다른 거동을 보이는데 $fH/U_\infty=0.1$ 과 0.2 부근에서 각각 재부착길이의 최대감소를 보인다. 이러한 경향은 Kiya 등의 실험에서 중간 세기의 교란($q'=0.03$)에서의 거동과 비슷하며, 본 연구에서 제안한 국소교란와류방법이 난류박리유동의 교란에 대한 비선형 거동을 정성적으로 나타낼 수 있음을 보여준다.

계산과 실험결과를 비교해 보면 전체적인 교란의 주파수의 크기가 대략 10배 정도 차이가 난다. 이는 주파수를 무차원할 때 각각 H 와 D 를 길이 척도로 삼았기 때문이다. 박리-재부착 유동에서 재부착 길이(x_R)는 유동장의 대표적인 길이척도라는 것이 알려져 있다. 따라서 계산과 실험의 보다는 의미있는 비교를 위해서는 각각의 유동장의 재부착 길이(x_{R0})를 이용해서 주파수를 무차원화 시키는 것이 타당하다. Fig. 4에서는 수정 무차원주파수 fx_{R0}/U_∞ 를 이용해서 Fig. 3의 결과를 다시 도식하였다. 그림에서 점선은 실험결과를 나타낸 것이며 실선은 계산결과를 각각 나타낸다. 교란이 약한 경우에는 서로 비슷한 거동을 보이고 있으며, $2.0 < fx_{R0}/U_\infty < 4.0$ 사이에서 재부착 길이의 최대감소가 일어나는 특정주파수가 있음을 보여준다. 교란의 세기가 더 강해지면 두 경우 모두 재부착 길이의 최대 감소의 정량적인 크기에서 일치를 보이지 않으나 전체적인 거동은 비슷한 경향을 보인다.

교란을 받지 않은 경우에 순간 재부착점이 시간 평균 재부착점을 중심으로 시간에 따라 앞뒤로 움직

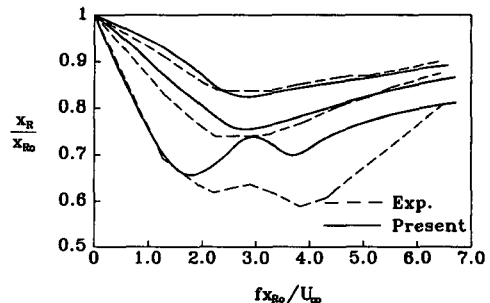
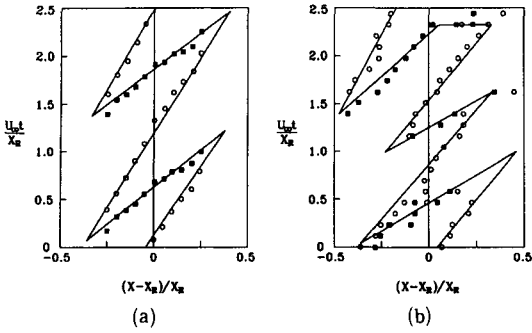


Fig. 4 Reattachment versus pulsation frequencies

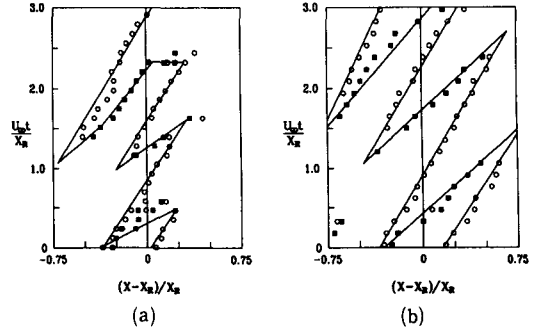


(a) Experiment of Kiya & Sasaki⁽¹⁶⁾
 (b) Present calculation

Fig. 5 Motions of instantaneous reattachment in the space-time domain for the natural flow

직인다는 것은 실험을 통해 관찰되었다.⁽¹⁵⁾ 그러나 이제까지 이러한 현상이 수치계산에 의해 관찰된 적이 없었다. 본 연구에서는 이미 실험에서 관찰된 재부착점의 비정상 거동을 와류방법이 얼마나 예측할 수 있는지를 알기위해 이에 대한 계산을 수행했다. Fig. 5는 순간 재부착점의 시간에 따른 거동을 보여준다. 비교를 위해 Fig. 5(a)는 Kiya와 Sasaki⁽¹⁶⁾의 실험결과를 나타내며, Fig.5(b)는 본 연구에서 수행한 계산결과를 보여준다. 각각의 그림에서 사용된 기호는 순간 속도가 0이 되는 점을 나타내는데 원(○)으로 표시된 점은 $u=0, u_x>0$ 인 점이고, 사각형(□)는 $u=0, u_x<0$ 인 점을 나타낸다. 여기서 u 는 순간 후류방향속도를 나타낸다. 그림에서 실선은 순간 재부착점의 거동을 좀더 분명히 보기 위하여 편의상 그려놓았다. 이 그림을 비교하여 보면 교란을 받지 않은 유동의 경우 Kiya와 Sasaki의 실험에서 관찰된 대로 순간 재부착점이 시간평균 재부착점 $(x-x_R)/x_R=0$ 을 중심으로 시간에 따라 앞뒤로 움직이는 것을 알 수 있지만, 순간 재부착점의 거동이 실험에서와 같이 규칙적이지는 않다.

Fig. 6(a)에는 교란을 가했을 경우의 순간 재부착점의 거동을 교란을 받지 않은 경우와 비교해서 나타내었다. 교란을 가했을 경우(Fig. 6(a)) 비교할 실험결과가 없어서 단지 교란을 받지 않은 유동의 계산결과(Fig. 6(b))와 비교하였다. 이 그림에서 보면 유동장에 교란이 가해지면 순간 재부착점의 움직임이 더 넓은 범위에서 이루어지고 있음을 알 수 있는데 이런 형태의 거동은 교란을 받는 경우



(a) Natural flow
 (b) Perturbed flow at $Q_0=1.0, fH/U_\infty=0.1$

Fig. 6 Motions of instantaneous reattachment in the space-time domain

에 재부착점 주위의 유동이 상대적으로 세기가 큰 대형와에 의해서 지배되고 있음을 나타내는 것이다.

Fig. 7은 두 유동장의 흐름간헐도(I_r)와 벽면 근처에서의 흐름방향속도(U_w)를 나타낸 것인데, Fig. 7(a)에 나타난 흐름간헐도는 흐름이 완전히 후류로 흐를때 1로 정의되고 완전히 상류로 흐를때 0의 값을 갖는다. 따라서 시간평균 재부착점은 흐름간헐도가 0.5인 값을 가지는 점으로 정의될 수 있다. 그림에서 보면 교란을 받지 않은 경우(natural flow) 시간평균 재부착점은 $x/H=8.6$ 정도인데 이는 실험에서 보고된 $x/H=8.0\sim 10.0$ 과 잘 맞는 값이다. 교란을 받는 경우(perturbed flow; $Q_0=1.0, fH/U_\infty=0.1$)의 시간평균 재부착점은 $x/H=6.8$ 로 교란을 받지 않는 경우에 비해 약 $2H$ 정도 줄어 들었다. 재부착점 부근에서 유동의 비정상 거동의 세기를 나타내는 재부착 영역은 흐름간헐도가 0.1에서 0.9 사이의 값을 갖는 영역으로 정의된다. 교란을 받지 않은 경우 재부착 영역은 약 $4H$ 정도인데, 교란을 받는 경우는 약 $5H$ 정도로 더 넓어졌다. 재부착 영역이 넓어졌다는 것은 교란을 받은 유동장에서 대형와들에 의한 비정상 거동이 더 활발하다는 것을 나타낸다. 이러한 현상은 Fig. 6의 결과와도 잘 일치하는 것이다.

Fig. 7(b)에 나타난 벽면근처에서의 흐름방향속도(U_w)를 보면, 교란을 받는 경우($Q_0=1.0, fH/U_\infty=0.1$)에 박리기포내에서 역흐름의 세기가 교란을 받지 않은 경우보다 더 커지는 것을 알 수 있는데 이는 더욱 강력한 대형와가 박리기포내에 존재

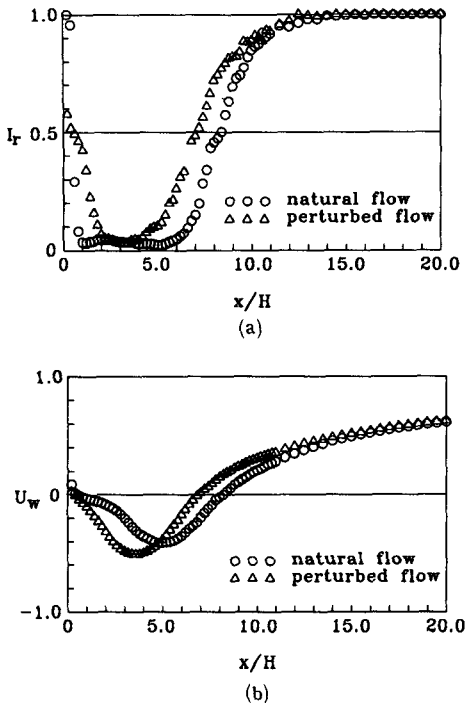


Fig. 7 (a) Distribution of the reverse-flow intermittency factor I_r at $Q_0=1.0$, $fH/U_\infty=0.1$
 (b) Distribution of the time-mean surface velocity U_w at $Q_0=1.0$, $fH/U_\infty=0.1$

한다는 것을 뜻하며 앞의 흐름 간헐도의 결과와도 잘 일치한다. 시간평균 재부착점은 벽면근처에서 흐름방향속도가 0인 점으로도 정의할 수 있는데 흐름 간헐도를 기준으로 구한 값과 좋은 일치를 보이고 있다.

Fig. 8에서는 교란을 받지 않은 유동과 박리점 근처에 국소교란을 받는 유동에 대해 유동 형태의 시간에 따른 변화를 각각 나타내었다. 교란을 받지 않은 경우(Fig. 8(a))에 박리점에서부터 시작된 전단층이 작은 와들을 형성하고 이것들이 후류로 가면서 서로 합쳐져서 대형와를 형성하는 것을 볼 수 있다. 또, 이런 와류구조(vortical structure)들이 시간에 따라 후류로 이동하는 것을 볼 수 있는데(점선으로 표시), 이들의 평균이동속도는 상류자유류 흐름속도의 약 50% 정되며, 이는 Kiya 등⁽¹⁶⁾이 재부착점 주위의 시간지연 압력상관관계에서 구한 실험결과와 일치하는 것이다. 교란을 받지않은 경우에는 대형와들의 형성이 규칙적이지 못해서 대형

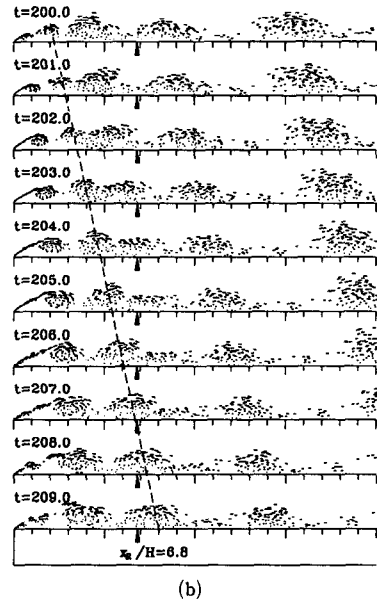
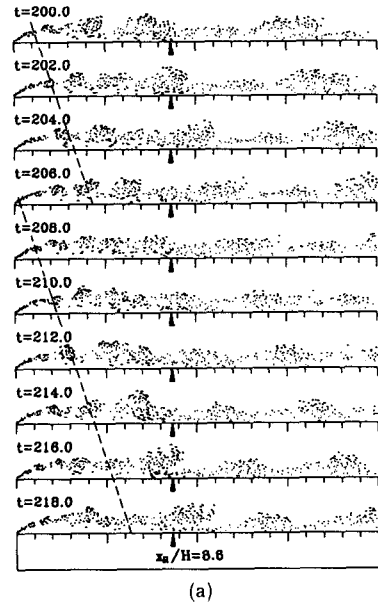


Fig. 8 (a) Trajectories of vortices over the separation bubble for the natural flow
 (b) Trajectories of vortices over the separation bubble for the perturbed flow($Q_0=1.0$, $fH/U_\infty=0.1$)

와들의 흘림주파수가 뚜렷하게 나타나지는 않는다. 그러나 Fig. 8(b)에 보이는 것과 같이 유동장이 주기적 국소교란을 받으면 교란을 받지않는 경우와 비교해서 박리기포내에서 대형와의 형성이 더 활발

해지고 이로 인해 더 강력한 대형와가 박리점에서부터 짧은 거리에서 형성되는 것을 알 수 있다. 교란을 받는 경우에 대형와의 세기가 커진다는 것은 이미 Sigurdson과 Roshko가 연기선(smoke wire)을 이용하면 유동가시화실험으로 관찰한 바 있다⁽⁵⁾. 그림에서 박리기포내의 대형와의 형성이 교란을 받지 않는 경우에 비해 주기적으로 진행되는 것을 알 수 있는데 이는 Fig. 6에 나타난 결과와 잘 일치하는 것이다.

Fig. 9는 후류방향의 시간평균속도(U)와 속도의 섭동성분(u')을 나타낸다. Fig. 9(a)에서 교란을 받는 경우에 재부착점이 짧아지는 것도 확인할 수 있으며, 박리기포의 높이가 낮아지는 것을 알 수 있다. 이런 현상은 축대칭 유동에 대한 Sigurdson과 Roshko⁽⁵⁾의 실험결과와 같은 경향을 보여준다. 또, 그림에서 보면 교란의 영향이 속도장에 미치는 영향은 주로 박리기포 내부에 주로 나타나는 것을 알 수 있다. 교란이 박리점에 가해지면 박리점 부근의 전단층에 영향을 미치고 이로 인해 대형와들

의 형성이 촉진되고 이들이 박리기포내의 유동장을 지배한다. 시간평균 재부착점을 지나면서 대형와의 거동은 교란에 별 영향을 받지 않는 것으로 보인다. 즉 교란은 박리점 부근에만 그 영향을 주로 미치는 것으로 보인다. Fig. 9(b)에는 후류방향속도의 섭동성분을 나타내었다. 교란을 받는 경우에 박리기포내에서 난류강도가 커지는 것을 알 수 있는데, 이는 더욱 강해진 대형와의 영향을 나타낸다. 재부착점을 지나면 두 유동의 차이가 별로 없는데 이는 Fig. 9(a)에서와 같은 현상이다.

유동장에 교란이 가해지면 대형와의 형성이 촉진되어 시간평균 재부착점에서 대형와들의 홀림 주파수를 쉽게 찾을 수 있는데, 교란을 받지않는 경우의 유동에서는 대형와들의 홀림주파수를 구하기 어렵다. 이는 교란을 받지 않은 유동은 덜 주기적이기 때문에 속도나 압력의 스펙트럼을 구해서 홀림 주파수를 알아내기가 어렵기 때문이다. 이런 경우에 보다 정확한 홀림주파수를 구하기 위해 속도 상관관계를 구하였다. 속도 상관관계를 이용해서 홀림주파수를 구하는 것은 Diaz 등이 원봉후류의 홀림 주파수를 구할때 사용하였다.⁽¹⁶⁾ Fig. 10에 나타난 것처럼 속도상관관계($R_{uu} = \overline{u(x, y, t)}$)

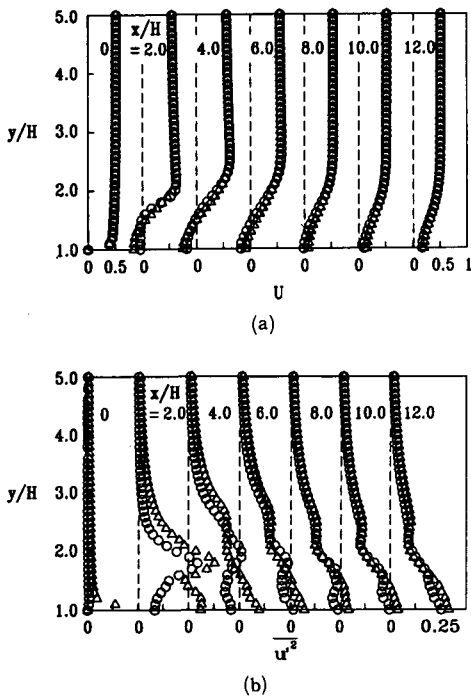


Fig. 9 (a) Profiles of the time-mean streamwise velocity U
 (b) Profiles of the time-mean streamwise velocity fluctuation u'

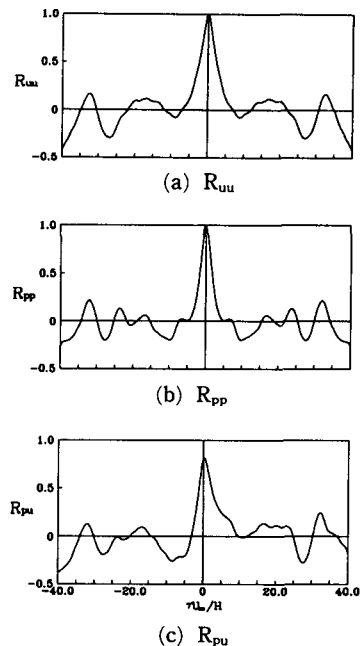


Fig. 10 Cross-correlations at reattachment for natural flow

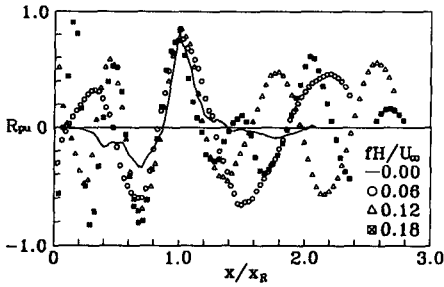


Fig. 11 Cross-correlation of pressure-velocity without time lagging at reattachment

$\overline{u(x, y, t + \tau) / u_{rms} u_{rms}}$ 에서 구한 유동의 주기는 약 16정도이고 따라서 홀림주파수는 약 0.06정도이다. 실험에서는 홀림주파수가 약 0.06~0.07 정도라고 보고되는데, (16) 계산결과가 실험결과와 잘 일치한다.

재부착길이에 영향을 미치는 인자는 박리기포내로의 외부 공기의 유입과 전단층의 후류방향으로의 성장물등이라고 알려져 왔다. (5) Hasan은 후방계단의 실험에서 유동장에 가해진 교란은 이들 인자에 영향을 주고 그 결과로 유동의 재부착길이가 바뀐다고 했다. (17) 본 연구에서는 유동장에 가해진 교란이 이러한 시간평균적인 물리량에 미치는 영향보다 유동장의 유동구조에 미치는 영향을 알아보고 유동장의 압력-속도 상관관계 ($R_{pu} = \overline{p(x, y, t) u(x + \Delta x, y, t + \tau) / p_{rms} u_{rms}}$)를 나타내었다. 비교를 위해 교란을 받지 않은 유동장의 결과도 포함시켰다. 그림에서 끝짜기와 끝짜기 사이의 거리는 재부착지점근처에서 유동장의 길이 척도를 나타내는 것이고 이는 대형와들의 공간 간격으로 해석될 수 있다. 유동장이 교란을 받는 경우에는 교란주파수가 증가할수록 끝짜기 사이의 간격이 짧아졌으며 이를 박리기포내의 대형와들간의 간격이 줄어들음을 나타낸다.

Fig. 12는 교란을 받지 않은 경우의 시간지연이 있는 압력-속도 상관관계 ($R_{pu} = \overline{p(x, y, t) u(x + \Delta x, y, t + \tau) / p_{rms} u_{rms}}$)를 나타낸 것으로서 유동의 대형구조가 후류로 움직이는 것을 볼수 있다. 유동의 대류위상속도 (convection velocity)는 그림에서 상관관계가 최대값을 갖는 점이 움직이는 속도로 구할 수 있는데, (19) 이를 구해보면 상류 자유류흐름의 약 50% 정도가 된다. 유동장이 교란을 받는 경우에 대해서도 상관관계를 구해보면 교란을

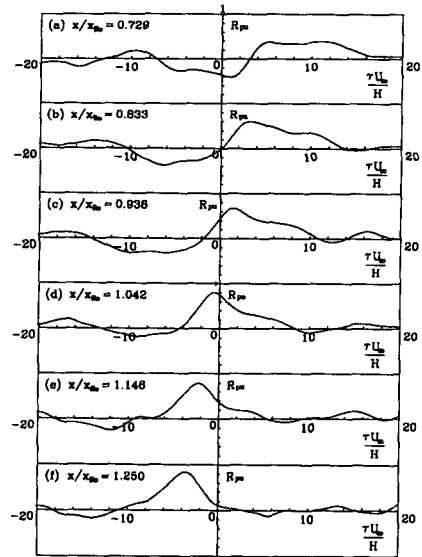


Fig. 12 Time-lagged cross-correlations (R_{pu}) for the natural flow between pressure fluctuation at reattachment and various streamwise velocity at various instants

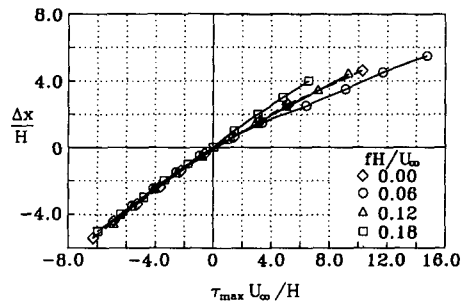


Fig. 13 Spatial separation versus time delay for maximum correlation based on R_{pu}

받지않은 유동에 비해 주기성이 훨씬 더 분명히 보인다. Fig. 13에는 세가지 교란주파수 ($fH/U_{\infty} = 0.5, 1.0, 1.5$)에 대해 유동장의 여러 위치에서 상관관계가 최대값을 갖는 시간간격 (τ_{max})을 나타내었다. 그림에서 기울기는 대류속도를 나타낸다. 그림에서 보면 교란이 가해지면 위상 속도가 현저히 달라지는 것을 알 수 있다. 교란주파수가 커지면 처음 낮은 주파수에서는 위상속도가 교란을 받지 않은 경우에 비해 느려졌고, 교란 주파수가 조금더 증가하면 위상속도가 교란을 받지 않은 경우와 같아지고 교란주파수를 더 증가시키면 위상속도가 더

빨라졌다. 즉, 교란의 주파수는 박리기포내의 위상 속도와 밀접한 관련이 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

두께가 유한한(2H) 평판 주위의 박리유동이 박리점 부근에서 국소교란을 받을 때 유동장의 거동을 이산와류수치계산을 이용하여 알아보았다. 국소교란을 모사하기위해 새로운 이산와류방법인 국소교란와류방법을 제안하였다. 이 방법을 이용한 계산결과는 실험결과와 정성적으로 비교해서 만족할 만한 결과를 얻었으며, 이는 본 연구에서 제안한 국소교란와류방법이 난류박리유동의 교란에 대한 유동 거동을 정성적으로 잘 예측할 수 있음을 보여 준다. 난류박리기포의 재부착 길이의 최대 감소를 일으키는 특정 교란주파수가 존재함을 확인하였으며 비선형 거동 예측도 실험결과와 정성적으로 비교함으로써 가능하게 하였다. 박리유동이 국소교란을 받으면 대형와의 형성이 촉진되고 이로인해 박리기포내의 재순환 운동이 활발해지며 그 결과 재부착 길이의 감소가 일어났다. 이런 현상을 박리기포내의 유동장(U, u')과 흐름간헐도(Ir), 벽면근처의 흐름방향속도(U_w) 등으로 고찰할 수 있었다. 특히 시간에 따른 난류박리기포의 유동형태를 도시함으로써 교란의 영향에 따른 대형와구조를 이해할 수 있었다. 교란이 가해지면 박리기포내에 있는 대형와들간의 거리가 줄어들고 교란주파수에 따라 대류위상속도가 빨라졌다. 재부착 길이의 감소는 전단층 내로의 외부 공기의 유입량과 전단층의 후류로의 발달등에 영향을 받지만 다른 한편으로는 박리기포 내의 대형와들간의 간격과 대형와들이 후류로 움직이는 대류위상속도와도 밀접한 관련이 있음을 고찰하였다.

참고문헌

- (1) Gai, S. L. and Sharma, S. D., 1987, "Pressure Distributions behind a Rearward facing Segmented Step", *Exp. in Fluids*, Vol. 5, pp. 154 ~ 158.
- (2) Isomoto, K. and Honami, S., 1989, "The Effect of Inlet Turbulence Intensity on the Reattachment Process over a Backward-Facing Step," *ASME J. Fluids Engineering*, Vol. 111, pp. 87 ~ 92.
- (3) Bhattacharjee, S., Scheelke, B. and Troutt, T. R., 1986, "Modification of Vortex Interactions in a Reattaching Separated Flow," *AIAA J.* Vol. 24, pp. 623~629.
- (4) Roos, F. W. and Kegelmann, J. T., 1986, "Control of Coherent Structures in Reattaching Laminar and Turbulent Shear Layers," *AIAA J.* Vol. 24, pp. 1956~1963.
- (5) Sigurdson, L. W. and Roshko, A., 1988, "The Structure and Control of a Turbulent Reattaching Flow," *Turbulent management and Relaminarization*(ed. H. W. Liepmann and R. Narasimha, Springer.), pp. 497~514.
- (6) Kiya, M., Mochizuki, O., Tanaka, H. and Tsukasaki, T., 1991, "Control of a Turbulent Leading-Edge Separation Bubble," *Proc. IUTAM Sym. on Separated Flows and Jets*(ed. V. V. Kozlov and A. V. Dovgal, Springer.), pp. 647~656.
- (7) Kiya, M., Shimizu, M., Mochizuki, O., Ido, Y. and Ogura, Y., 1992, "Sinusoidal Forcing of an Axisymmetric Leading-Edge Separation Bubble," *11th Australasian Fluid Mechanics Conference Hobart, Australia*, pp. 993~996.
- (8) Inoue, O., 1992, "Double-frequency Forcing on Spatially Growing Mixing Layers," *J. Fluid Mech.*, Vol. 234, pp. 553~581.
- (9) Chorin, A. J., 1973, "Numerical Study of Slightly Viscous Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 57, pp. 758 ~ 796.
- (10) milizzano, F and Saffman, P. G., 1977, "The Calculation of Large Reynolds Number Two-dimensional Flow Using Discrete Vortices with Random Walk," *J. Comput. Phys.*, Vol. 23, pp. 380 ~ 392.
- (11) Kiya, M., Sasaki, K. and Arie, M., 1982, "Discrete-Vortex Simulation of a Turbulent Separation Bubble," *J. Fluid Mech.*, Vol. 120, pp. 210 ~ 244.
- (12) Nagano, S. Naito, M. and Takata, H., 1982, "A Numerical Analysis of Two-Dimensional Flow Past a Rectangular Prism by a Discrete Vortex Model," *Computers and Fluids*, Vol. 10,

- pp. 243~259.
- (13) Clements, R. R., 1973, "An Inviscid Model of Two-Dimensional Vortex Shedding," *J. Fluid Mech.*, Vol. 57, pp. 321-336.
- (14) Fage, A. and Johnson, F. C., 1927, "On the Flow of Air behind and Inclined Flat plate of Infinite Span," *Proc. Roy. Soc.*, Vol. A. 116, pp. 170~197.
- (15) Ghoniem, A. F. and Ng, K. K., 1987, "Numerical Study of the Dynamics of a Forced Shear Layer," *Phys. Fluids*, Vol. 30, pp. 706~721.
- (16) Kiya, M. and Sasaki, K., 1985, "Structure of Large-scale Vortices and Unsteady Reverse Flow in the Reattaching Zone of a Turbulent Separation Bubble," *J. Fluid Mech.*, vol. 154, pp. 463-491.
- (17) Diaz, F., Gavalda, J. G., Keffer, J. F. and Giralt, F., 1983, "Vortex Shedding from a Spinning Cylinder," *Phys Fluids*, Vol. 26, pp. 3454~3460.
- (18) Hasan, M. A. Z., 1992, "The Flow over a Backward-Facing Step under Controlled Perturbation: Laminar Separation," *J. Fluid Mech.*, Vol. 238, pp. 73~96.
- (19) Cherry, N. J., Hillier, R. and Latour, M. E. M. P., 1984, "Unsteady Measurements in a Separated and Reattaching Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 144, pp. 13~46.