

〈論 文〉

# 잉여구동을 지닌 4절 기구에서의 강성효과에 대한 해석

이 병 주\*

(1993년 10월 29일 접수)

## Stiffness Analysis in a Redundantly Actuated Four-Bar Mechanism

Byung-Ju Yi

**Key Words :** Redundant Actuation(잉여구동), Closed-Chain Mechanism(폐쇄체인 메카니즘), Stiffness Analysis(스티프니스해석), Antagonism(상반작용), Four-Bar Mechanism(4절 기구), Load Distribution(힘분배)

### Abstract

An effective stiffness, analogous to that of a wound spring, can be created by antagonistic redundant actuation of general closed-chain mechanisms. The qualitative and quantitative characteristics of the effective stiffness are investigated through a Four-bar mechanism, and a load distribution method is introduced which simultaneously guarantees the required system motion and the effective stiffness of the Four-bar mechanism. Furthermore, a simulation is performed to understand the inter-relationship among the effective stiffness, the Four-bar geometry, and the actuation effort. Based on this analysis, the Four-bar synthesis problem for effective stiffness generation is discussed.

### 1. 서 론

잉여구동 시스템(redundantly actuated system)에 대한 연구는 근래에 접어들면서 그 관심도가 날로 높아져 가고 있다.<sup>(6,8,10,13,16,17,19~21,23)</sup> 그 예들로서는 Dual arm, multi-fingered hand, Walking machine, 그리고 사람의 몸과 같은 동물학적 구조 등과 같이 폐쇄구조(closed-chain structure)로 이루어진 시스템들이다. 이러한 시스템들은 그 자유도(degree of freedom)보다도 구동되는 액추에이터에이터의 수가 많기 때문에 전체 시스템을 운용하는 데 필요한 힘을 잉여구동된 액추에이터 간에 적절히 분배하는 여러 가지 기준들을 도입할 수 있을 뿐 아니라, 내력(internal force)을 이용하여 다

른 효과를 추가적으로 얻을 수 있는 장점이 있다. 이 밖에도 잉여구동의 특성은 시스템의 일부 액추에이터의 고장에도 견딜 수 있는 능력(fault tolerant capability)을 부여해 준다.<sup>(14,15)</sup> 본 논문에서는 이러한 잉여구동을 통하여 발생하는 효과적인 강성(effective stiffness) 현상에 대하여 논한다.

기존의 로봇 메카니즘에서의 강성에 관한 연구는 로봇구조자체에 대한 강성모델링,<sup>(9,11,18)</sup> 그리고 피드백에 근거한 강성제어<sup>(1,4,5,12)</sup> 등을 들 수 있다. 이와는 달리 Hogan<sup>(7)</sup>은 동물학적 구조에서 상반되는 잉여구동(antagonistic redundant actuation)에 의하여, 실제의 스프링에서와 같은 강성효과가 발생하는 현상에 대한 개념을 최초로 소개하였다. 즉 하나의 회전축에 달린 링크를 두 개의 힘줄이 상반되게 잡아 당기고 있을 때 이로 인하여 효과적인 강성이 발생함을 설명하였다. 마찬가지로, Tong과 Somerset<sup>(16)</sup>는 두 개의 미끄럼 모터가 하나의 회전

\*정회원, 한국기술교육대학 제어기계공학과

축을 상반되게 구동하고 있을 때의 강성효과에 대하여 설명하였다. 그러나, 이상의 연구에서는 이러한 강성효과에 대한 정확한 수학적 모델이 제시되지 않았을 뿐만 아니라, 잉여구동 형태에 따른 안정성에 관하여도 언급하지 않았고, 일반적인 경우(즉, 다자유도 시스템)에 대하여도 논하여지지 않았다. 이러한 점들에 근거하여 일반적인 다자유도 시스템에서의 상반 잉여구동에 의하여 발생하는 강성효과에 대한 수학적 모델링과 이 성질에 관한 분석(analysis) 및 합성(synthesis)에 관한 연구가 현재까지 진행되어 왔다.<sup>(20,21)</sup> 그러나, 지금까지의 연구결과를 분석하여 볼 때 다자유도 시스템에서의 강성 모델링의 복잡성 및 모델링 방식의 특이성 때문에 이 강성효과에 대한 기본적인 개념을 전달하는 데는 많은 어려움이 뒤따랐다. 그리하여, 본 논문에서는 가장 간단한 형태를 지닌 1자유도 4절 기구(four-bar mechanism)의 예를 들어서, 잉여구동에 의한 강성효과가 발생하는 현상과 이에 관련된 안정성 문제를 정성적으로 설명하고, 수학적 모델링을 통하여 이러한 강성효과를 정량화 시키고자 한다. 또한 시스템의 원하는 운동과 강성효과를 내기 위한 힘분배방식을 소개하고, 더욱이 운동과 강성효과를 내기에 필요한 것 이상의 구동이 있을 경우, 이것을 활용하여 액추에이터 간에 힘을 재분배하는 알고리즘에 대하여 설명할 것이다. 마지막으로 절제적인 예제를 통하여 4절 기구의 활동구간에 있어서의 강성효과에 대한 분석을 행한다. 또한 이 해석을 통하여 효율적인 강성효과를 내기 위한 4절 기구의 최적설계에 대한 알고리즘을 논한다.

본 논문의 순서는 다음과 같다. 우선 4절 기구의 예를 통하여 잉여구동의 종류에 대하여 소개하며, 상반 구동시 효과적인 강성이 발생하는 현상과 이에 따른 안정성에 대하여 설명하고, 그 수학적 모델을 제시한다. 다음으로는, 잉여구동을 지닌 4절 기구에서 동시에 시스템의 운동과 강성효과를 내기 위한 힘분배방식을 논한다. 또한, 효율적인 강성을 내기 위한 4절 기구의 최적화 문제에 대한 점들이 토론되며, 마지막으로 결론이 뒤따른다.

## 2. 상반 잉여구동시 발생하는 강성효과에 대한 해석

잉여구동에는 두 가지 형태가 존재한다. Fig. 1의 4절 기구의 경우는 시스템이 원하는 운동을 하

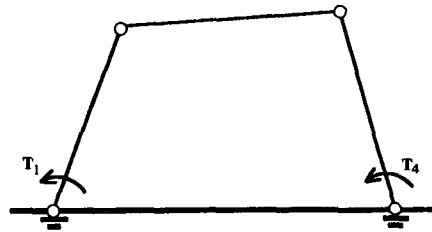


Fig. 1 Load sharing mode

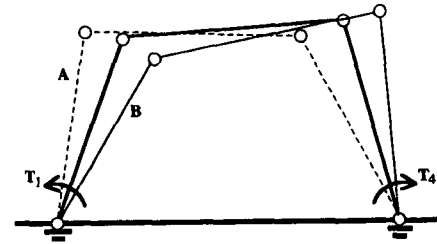


Fig. 2 Load balancing mode I

기 위하여 두 개의 액추에이터가 힘을 분배하여 구동하는 방식을 나타내며(load sharing), Fig. 2의 4절 기구의 경우는 두 개의 액추에이터가 서로 다른 반대방향으로 구동되어 평형(equilibrium)을 이루고 있는 방식을 보여 준다(load balancing). 이 두 경우를 합한 경우, 즉 운동을 하면서 동시에 내부적으로 평형을 이루는 방식이 가장 일반적인 경우라고 할 수 있다.

이 절에서는, Fig. 2의 경우에 상반 잉여구동으로 말미암아 실제로 스프링에서와 같은 강성효과가 발생하는 현상에 대하여 논하고자 한다. Fig. 2의 4절 기구는 두 개의 액추에이터의 상반구동에 의해 평형을 이루고 있으며, 이때 액추에이터들로부터 시스템에 가해진 구동력( $T_1$ ,  $T_4$ )은 일정하다고 가정한다. 이러한 상황에서, 이 시스템이 Fig. 2의 (A) 또는 (B) 형태로 변위가 주어지면 이 시스템은 더이상 평형을 이루지 않고 어느 특정한 패턴으로 움직일 것이다. Fig. 3는 이 4절 기구의 각 링크들에 대한 자유물체도(free-body diagram)를 나타내며,  $F_1$ 과  $F_2$ 는 각각 1축과 2축으로부터 떠 있는 링크(floating link)에 작용하는 내력이라고 가정한다.

한편, 평형 상태에서 1축에 대하여 표현된 시스템 방정식은 다음과 같이 표현되는데

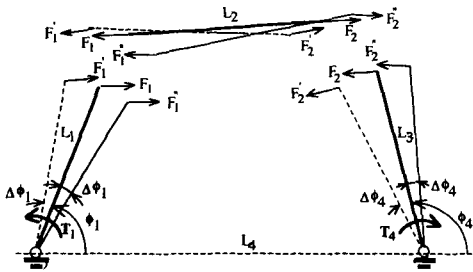


Fig. 3 Free-body diagram of Fig. 2

$$T_1^* = I_1^* \ddot{\phi}_1 + c(\phi_1, \dot{\phi}_1) \quad (1a)$$

$$= T_1 - F_1 L_1 \sin \phi_1 = 0 \quad (1b)$$

여기서, 식(1a)은 1축에 대하여 표현된 4절 기구의 운동 방정식으로서, (3) 첫번째 항은 회전 가속도에 의한 항이고, 두번째 항은 일반적으로 코리올리(coriolis) 효과나 원심력에 의한 항인데 평형상태에서는 모두 0이다.  $I_1^*$ 는 1축에 대하여 나타내어진 관성모멘트(moment of inertia)를 의미한다. Fig. 2의 (A)형태로 변위가 일어났을 때의 1축에 대한 시스템 방정식은

$$T_1^* = T_1 - F_1' L_1 \sin(\phi_1 + \Delta\phi_1) \quad (2)$$

와 같이 주어진다. 여기서, 실제로 시스템이 동적으로 변위하는 상황에서는  $F_1'$ 과  $F_1$ 의 값이 다르지만 미소한 변위하에서 여기서는 동일하다고 가정한다. 식(2)를 살펴보면,  $F_1'$ 에 대한 모멘트 암(moment arm)의 값이 커졌기 때문에  $T_1^*$ 은 음의 크기를 가지며 따라서 변위된 링크를 다시 본위치로 복원시키려는 복원력이 발생된다. 그리고 관성력에 의하여 이 링크는 Fig. 2의 평형상태(굵은 실선의 링크)를 지나치게 되며, Fig. 2의 (B)위치까지 이동한다고 가정한다. 이러한 형태로 이동한 상황에서의 1축에 대한 시스템 방정식은

$$T_1^* = T_1 - F_1'' L_1 \sin(\phi_1 - \Delta\phi_1) \quad (3)$$

으로 표현되는데, 역시  $F_1''$ 와  $F_1$ 가 거의 일치한다고 가정하면  $F_1''$ 에 대한 모멘트 암이 작아지므로  $T_1^*$ 은 양의 크기를 가지며 이에 따라서 다시 원위치로 복귀하려는 복원력을 갖는다. 이와 같은 반복작용은 마치 스프링이 변위를 받아 어느 기준위치(즉, 평형상태)를 중심으로 왕복운동 하는 것과 같은 현상을 초래한다. 4축과 떠있는 링크에 대하여도 같은 분석을 할 수 있으며, 동일한 현상이 발생할 수 있다.

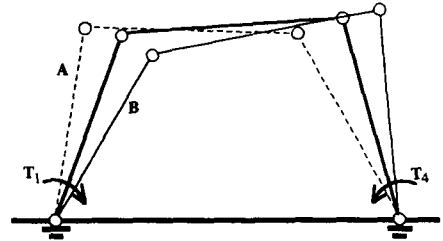


Fig. 4 Load balancing Mode II

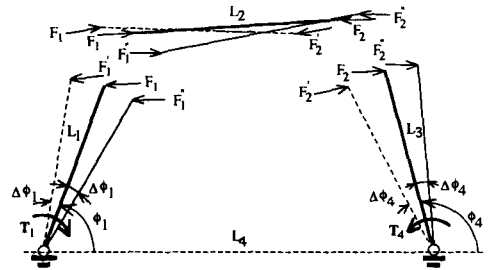


Fig. 5 Free-body diagram of Fig. 4

반면에 Fig. 4에서와 같이, 4절 기구에 반대방향의 상반구동이 작용되었을 때를 살펴본다. Fig. 5는 각 링크들에 대한 자유물체도를 나타낸다.

평형상태하에서 1축에 대하여 표현된 시스템 방정식은 다음과 같이 표현되며

$$T_1^* = -T_1 + F_1 L_1 \sin \phi_1 = 0 \quad (4)$$

Fig. 4의 (A)형태로 변위가 주어졌을 때의 1축에 대한 시스템 방정식은

$$T_1^* = -T_1 + F_1' L_1 \sin(\phi_1 + \Delta\phi_1) \quad (5)$$

와 같이 표현된다. 역시, 마찬가지로 작은 변위에 대하여  $F_1'$ 과  $F_1$ 는 동일하다고 가정한다. 식(5)를 살펴보면,  $F_1'$ 에 대한 모멘트 암의 값이 커졌기 때문에  $T_1^*$ 은 양의 크기를 갖는다. 따라서, 변위된 링크는 다시 본 위치로 복원하려는 힘을 가지지 않으며 변위된 방향으로 계속 움직여서 결과적으로 무너져 버리는 현상을 초래한다. 또한 Fig. 4의 (B)의 위치로 변위가 주어졌을 때의 1축에 대한 시스템 방정식은

$$T_1^* = -T_1 + F_1'' L_1 \sin(\phi_1 - \Delta\phi_1) \quad (6)$$

으로 표현되는데, 역시  $F_1''$ 와  $F_1$ 가 거의 일치한다고 가정하면  $T_1^*$ 은 음의 크기를 갖기 때문에 마찬가지로 변위가 일어난 방향으로 움직이게 되므로

불안정한 상태로 됨을 알 수 있다. 마찬가지로 4축과 떠있는 링크에서도 같은 현상이 일어남을 이상과 같은 분석을 통하여 보일 수 있다. 이상에서, Fig. 4와 같은 상반 잉여구동을 갖는 경우는 Fig. 2의 경우와는 반대의 현상을 지님을 보여 주었는데, 이것을 통하여 볼 때 시스템에 가해진 내력의 방향과 시스템의 안정성과는 밀접한 연관관계가 있음을 알 수 있다.

이상에서는 4절 기구에서의 상반구동에 의하여 발생하는 강성효과에 대한 정성적인 분석(qualitative analysis)을 수행하였으나, 다음에서는 강성효과와 수학적 모델링을 통한 정량적인 분석(quantitative analysis) 및 강성의 합성(synthesis)에 관하여 논하고자 한다. 이에 앞서, 부록에서는 이에 필요한 4절 기구에 대한 기구학적 모델링이 소개되는데, 강성모델링에서 활용되는 자코비안(Jacobian)과 Hessian(Second-order geometric properties)의 요소들이 유도된다.

Fig. 2에서 시스템이 평형상태를 유지하고 있을 때, 1축에 대하여 표현된 시스템 구동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$T_1^* = T_1 + g_1^4 T_4 = 0 \quad (7)$$

여기서,  $g_1^4$ 는 1축에 대한 4축의 관계를 나타내어 주는 자코비안이다.(부록 참조) 이러한 상태에서 시스템이 변위( $\Delta\phi_1$ )를 받았을 때에 1축에 대하여 표현된 구동량의 변위는 다음과 같다.

$$\Delta T_1^* = \Delta(T_1 + g_1^4 T_4) \quad (8)$$

여기서,  $T_1$ 과  $T_4$ 가 일정하다는 가정하에서 구동량의 변위는

$$\Delta T_1^* = \frac{\partial}{\partial \phi_1} (g_1^4) \Delta\phi_1 T_4 = h_{11}^4 T_4 \Delta\phi_1 \quad (9)$$

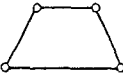


로 주어지며,  $h_{11}^4$ 는 1축에 대한 4축의 관계를 나타내어 주는 Hessian을 나타낸다.(부록 참조) 주어진 작은 변위에 대하여 시스템이 스프링처럼 복원하려는 현상을 나타내는 강성상수는 다음과 같이 모델링된다.

$$K_1 = - \lim_{\Delta\phi_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta T_1^*}{\Delta\phi_1} = -h_{11}^4 T_4. \quad (10)$$

식(10)을 통하여, Fig. 2의 경우를 살펴보면  $T_4$ 는 음(시계 방향이므로)이기 때문에,  $h_{11}^4$ 의 부호에 따라서  $K_1$ 의 부호가 결정된다.  $h_{11}^4$ 가 양이라면  $K_1$ 의 값은 양이므로 이 시스템은 평형상태를 기준으로 하여 일정한 크기의 강성상수를 갖는 스프링처럼 진동할 것이고, 음이라면  $K_1$ 값은 음이 되어 시스템은 불안정하게 된다. 다시 말해서, 주어진 변위의 반대방향으로 복원되지 않고 변위가 주어진 방향으로 무너져 버리는 현상을 초래한다. 따라서, 안정된 강성효과를 얻기 위하여는, 4절 기구의 주어진 형태( $h_{11}^4$ )에 대하여  $T_4$ 의 방향이 주의깊게 선정되어야 한다. 4절 기구의 원하는  $K_1$ 의 값에 대하여는 식(10)으로부터  $T_4$ 이 계산된 후, 시스템의 정적 평형을 이루기 위한 상반되는 구동량  $T_1$ 의 값은 식(7)로부터 구하여진다.

Table 1은 세 가지 다른 형태를 지니고 있는 4절 기구에서 상반 잉여구동 형태에 따른 강성효과와 안정성에 관한 분석을 보여주고 있는데, 첫 번째에 대한 안정성은 Fig. 2와 Fig. 4에서의 정성적인 해석의 결과와 일치함을 보여주고 있다. 그러나, 세번째 형태를 지닌 4절 기구는 첫번째 경우와는 반대의 안정성을 지님을 보여주고 있는데 마찬가지로 정성적인 해석을 통하여 이 결과를 확인할 수 있다. 또한, 두번째 형태를 지닌 4절 기구는 자코비안의 선형특성(즉,  $g_1^4$ 가 전 활동구간에서 1임)

Table 1 Kinematic parameter description of four-bar mechanisms

Configuration	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\phi_4$	$g_1^2$	$g_1^3$	$g_1^4$	$h_{11}^4$	$T_1$	$T_4$	$K_1$
	1	1	1	2	60	300	300	120	-2	2	1	4	+	-	+
												$\sqrt{3}$	-	+	-
	1	1	1	1	90	270	270	90	-1	1	1	0	+	-	0
													-	+	0
	1	2	1	1	120	200	240	60	-0.5	0.5	1	$\sqrt{3}$	+	-	-
												3	-	+	+

으로  $h_{11}^*$ 가 항상 0이 되어 구동의 방향과 구동량에 무관하게 강성효과를 내지 않는다. 이 세가지 경우에 대한 분석결과를 정리하여 보면, 시스템이 강성효과를 지니기 위해서는 우선 비선형 구조를 지니야 하며( $h_{11}^*$ 는 0이 아님), 강성효과와 안정성을 보장하기 위해서는 그 형체에 있어서(주어진  $h_{11}^*$ 의 값에 대하여) 상반 구동방향을 잘 선택해야 함을 말해주고 있다.

다음 절에서는, 4절 기구에서 원하는 운동과 강성효과를 동시에 내기 위한 힘분배방식에 관하여 논하고자 한다.

### 3. 4절 기구에서의 운동 및 강성효과를 동시에 내기 위한 힘분배방식

식(7)과 식(10)은 다음과 같이 행렬의 형태로 나타낼 수 있다.

$$T_1^* = [1 \ g_1^*] \begin{pmatrix} T_1 \\ T_4 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$K_1 = [0 \ -h_{11}^*] \begin{pmatrix} T_1^* \\ T_4^* \end{pmatrix} \quad (12)$$

여기서,  $T_4^*$ 는 강성을 내기 위한  $i$ 번째 조인트 액추에이터에서의 구동량을 의미한다. 그리고, 식(11)에 대한 일반해는

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_4 \end{pmatrix} = [1 \ g_1^*]^+ T_1^* + ([I] - [1 \ g_1^*]^+ [1 \ g_1^*]) \epsilon_1 \quad (13)$$

와 같이 구해지는데, 여기서 첫번째 항은 시스템의 운동을 담당하고, 두번째 항은 내력(internal force)을 의미하는데, 여기서는 강성효과를 발생시키는 데에 사용될 것이다. 그러나, 일반적인 잉여구동 시스템에서는 운동을 담당하는 첫번째 항에서도 부수적으로 내력이 발생한다는 사실이 알려져 왔다.<sup>(17)</sup> 따라서, 운동을 나타내는 항으로부터의 부수적인 강성효과를 배제하고 동시에 원하는 강성효과를 얻는 힘분배방식이 필요로 된다.<sup>(21)</sup> 본 논문에서는 이러한 목적을 달성하기 위하여 식(11)과 식(12)의 행렬식들을 융합하는 힘분배방식을 소개한다. 먼저 평형상태에서 상반 잉여구동에 의한  $K_1$ 만큼의 강성효과를 얻기 위한 구동량은 다음의 행렬식으로부터 구해지며

$$\begin{bmatrix} 1 & g_1^* \\ 0 & -h_{11}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_1^* \\ T_4^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ K_1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

그 해는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} T_1^* \\ T_4^* \end{pmatrix} = \frac{1}{h_{11}^*} \begin{bmatrix} h_{11}^* & g_1^* \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ K_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{h_{11}^*} \begin{bmatrix} g_1^* K_1 \\ -K_1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

다음으로는, 부가적인 강성효과를 배제하고 오직 운동을 내기 위한 구동량은 다음 식으로부터 구해지는데

$$\begin{bmatrix} 1 & g_1^* \\ 0 & -h_{11}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1^* \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

그 해는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{h_{11}^*} \begin{pmatrix} h_{11}^* T_1^* \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1^* \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

식(17)의 결과를 살펴보면, 시스템의 운동을 하는데 있어서 부수적인 강성효과를 갖지 않기 위해서는 비잉여구동의 형태를 지닌 힘분배가 되었음을 알 수 있다. 따라서, 시스템의 원하는 운동과 강성을 위한 전체 구동량은 식(15)과 식(17)의 합으로 나타내어 진다.

### 4. 과다 잉여구동시 내력을 이용한 힘의 재분배방식

3절에서는 동시에 운동과 강성을 내는 힘분배방식에 대하여 살펴 보았다. 이 절에서는, 4절 기구가 원하는 운동과 강성을 내는데 필요한 것 이상의 잉여구동을 지니고 있을 때, 이 추가적인 잉여구동을 이용하여 운동과 강성을 발생시키는 데에 영향을 끼치지 않으며 독립적으로 내력을 제어할 수 있는 하나의 힘분배방식을 소개하고자 한다.

여기서는 두 개의 잉여구동(1, 2, 4축의 액추에이터 구동 시)이 있는 경우를 예로 든다. 이에 따라서, 식(7)과 식(10)은 다음과 같이 하나의 행렬 꼴로 나타내어 진다.

$$[C] \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} T_1^* \\ K_1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

여기서,  $[C]$ 는

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & g_1^* & g_4^* \\ 0 & -h_{11}^* & -h_{41}^* \end{bmatrix} \quad (19)$$

이고, 식(18)의 일반해는

$$T_\phi = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = [C]^+ \begin{pmatrix} T_1^* \\ K_1 \end{pmatrix} + ([I] - [C]^+[C])\epsilon_2 \quad (20)$$

으로 나타내어 지는데, 식(20)의 첫번째 항은 원하는 운동과 강성을 담당하고 두번째 항은 이와는 독립적으로 내력을 조절하여 주는 역할을 한다. 이와 같이 다른 하나의 영공간(null space)  $([I] - [C]^+[C])$ 의 존재는 결과적으로, 다른 세트의 액추에이터 부하로도 같은 운동과 강성을 발생시킬 수 있음을 의미한다. 여기서는 하나의 응용 사례로서, 이 영공간을 이용하여 시스템 액추에이터들의 부하 제한(torque limit)을 고려한 구동량의 재분배방식에 대해 논하고자 한다. 먼저 식(19)의 두번째 항을 다음과 같이 나타낸다.

$$([I] - [C]^+[C])\epsilon_2 = [Z]b \quad (21)$$

여기서,  $[Z]$ 는  $([I] - [C]^+[C])$ 에서의 하나의 독립적인 열(independent column)을 나타낸다. 시스템 액추에이터들의 부하 제한이 다음과 같이 주어질 때

$$(T_\phi)_{\min} \leq T_\phi \leq (T_\phi)_{\max} \quad (22)$$

식(20)를 식(22)에 대입하여 정리하면, 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$[Z]^+((T_\phi)_{\min} - a) \leq b \leq [Z]^+((T_\phi)_{\max} - a) \quad (23)$$

여기서,  $[Z]^+$ 는  $[Z]$ 의 좌측위 역행렬(left-pseudo inverse)을 의미하고 벡터  $a$ 는

$$a = [C]^+ \begin{bmatrix} T_1^* \\ K_1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

로 주어진다. 따라서, 벡터  $b$ 를 식(23)의 범위 안에서 적절히 선택함으로써(예를 들면, 두 극한값의 중간 값) 두번째 영공간은 시스템의 운동과 강성을 발생시키는 데에 영향을 끼치지 않고, 할수 있는 만큼, 시스템을 운용하는데 소요되는 구동량들이 액추에이터들의 부하 제한안에 들어갈 수 있도록 액추에이터들 간에 힘을 재분배하는데 유용하게 쓰일 수 있다. 이 밖에도 이 영공간은 여러가지 용도<sup>(8,13,17)</sup>로 쓰일 수 있으리라 기대된다.

### 5. 수치예제와 토론

Table 1에서는 세 개의 고정된 위치에서의 강성효과 그리고 안정성에 대한 분석을 하였으나, 논하여 지는 강성효과는 순수한 기하학적 함수이므로 메카니즘의 각 위치에 따라 변화되는 현상을 보일 것이다. Fig. 6은 Table 1의 첫번째 형태의 경우에 있어서  $\phi_1$ 의 변위( $0^\circ - 70^\circ$ )에 따른  $\phi_4$ 의 변위를 나타내어 준다. 이에 따라, Fig. 7과 Fig. 8은  $\phi_1$ 의 변위에 대한  $g_1^4$ 와  $h_{11}$ 의 변위를 각각 나타내어 준다. Fig. 1의 4절 기구에서는  $T_1$ 과  $T_4$ 간의 상반된 구동으로부터, 효과적인 강성이 식(10)에서와 같이 발생되며, 큰 강성효과를 얻으려면  $h_{11}$  그리고  $T_4$ 가 모두 큰 값을 지녀야 함을 살펴볼 수 있다. 그러나, 액추에이터의 구동사이즈는 제한되어 있기 때문에 큰  $h_{11}$ 의 값을 갖는 것이 바람직하다. Fig. 9은 일정한 스프링효과( $K_1=10 \text{ Nm/rad}$ )를 내기 위해 필요로 되는  $T_4$ 의 분포를 나타내어 주며, Fig. 10은 시스템이 평형을 이루기 위한  $T_1$ 의 분포를 각각 나타내어 준다. Fig. 11은 구동량의 2-norm( $=\sqrt{T_1^2 + T_4^2}$ )을 나타낸다. 위의 결과들을

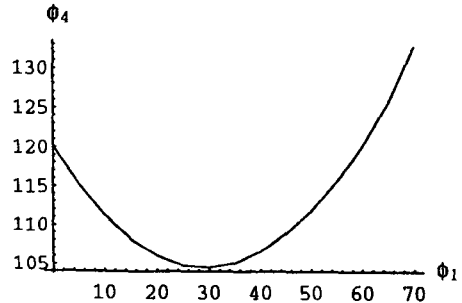


Fig. 6 Displacement of  $\phi_4$  w.r.t.  $\phi_1$

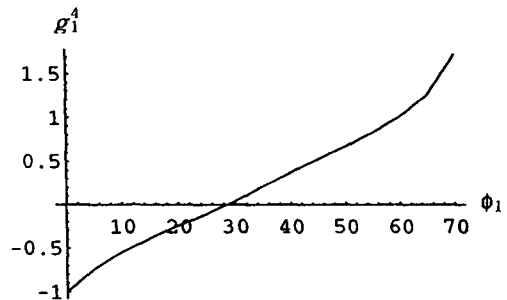


Fig. 7  $g_1^4$  w.r.t.  $\phi_1$

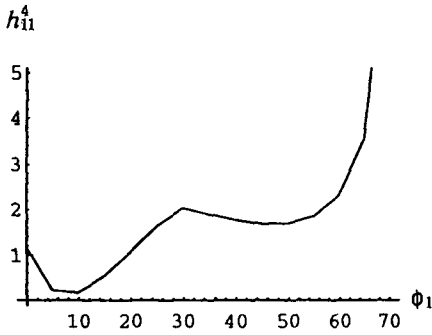


Fig. 8  $h_{i1}^4$  w.r.t.  $\phi_1$

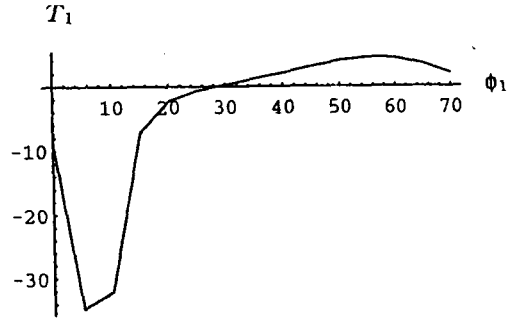


Fig. 10  $T_1$  w.r.t.  $\phi_1$

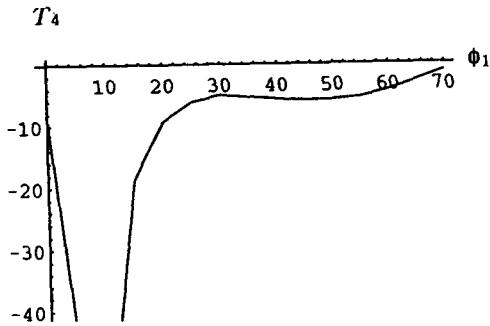


Fig. 9  $T_4$  w.r.t.  $\phi_1$

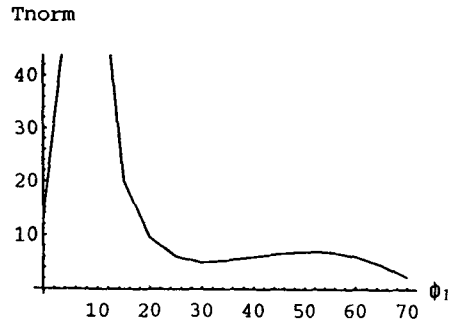


Fig. 11 Torque norm w.r.t.  $\phi_1$

분석하여 보면,  $10^\circ$  주변에서는  $h_{i1}^4$ 이 작은 값을 지니기 때문에 식(10)으로부터 주어진  $K_1$ 에 대하여 큰  $T_4$ 값이 요구된다. 이와 동시에 2-norm 값도 커진다. 또한  $70^\circ$  주변에서는  $h_{i1}^4$ 가 급격히 증가하기 때문에 결과적으로 구동량의 2-norm은 가장 작은 값을 가지고 있음을 알 수 있으나, 이 위치는 특이점(singularity) 주변이기 때문에 넓은 범위 안에서 동일한 강성효과를 유지하지 못하므로 안정된 강성효과를 내기에는 바람직하지 못한 지역이다.  $30^\circ \sim 60^\circ$  주변을 살펴보면 상대적으로 작은 구동량이 요구됨을 살펴볼 수 있는데 이 위치에서는 비교적 큰  $h_{i1}^4$ 를 지니고 있으며 그 변위가 급격히 일어나지 않으므로 강성효과를 내는데 있어서 좋은 지역이라고 판단된다.

이상에서는 그 형체가 정하여진 4절 기구에서의 강성효과에 대한 해석이 행하여 졌으나, 4절 기구의 전 활동구간(V)에 걸쳐 평균적으로 효율적인 강성효과를 내기 위해서는 4절 기구의 최적설계가 행해져야 한다. 위의 예제에서 살펴본 바와 같이 효율적인 강성효과를 내기 위해서는 4절 기구의 전 활동구간(V)에 걸쳐 평균적으로 가능한 한 적은

구동량으로 큰 강성효과를 내는 것이 바람직하므로, 다음과 같은 전체 성능지수(global performance index : GPI)가 제시된다.

$$\text{Maximize } \frac{\int_V \frac{(K_1)^2}{(T_1^2 + T_4^2)} dV}{\int_V dV} \quad (25)$$

그리고 이에 관련된 일반적인 제한조건(constraint equation)들은 아래와 같이 주어진다.

$$T_1 + g^4 T_4 = 0 \quad (26)$$

$$K_1 = -h_{i1}^4 T_4 \quad (27)$$

$$K_1 > 0 \quad (28)$$

$$(T_1)_{\min} < T_1 < (T_1)_{\max} \quad (29)$$

$$(T_4)_{\min} < T_4 < (T_4)_{\max} \quad (30)$$

$$(L_i)_{\min} < L_i < (L_i)_{\max} \quad (i=1-4) \quad (31)$$

$$(\phi_i)_{\min} < \phi_i < (\phi_i)_{\max} \quad (i=1-4) \quad (32)$$

식(30)과 (31)에서의  $g^4$ 와  $h_{i1}^4$ 는 부록에서 유도된 식을 사용한다. 따라서, 특정한 비선형 최적화기법(nonlinear optimization technique)을 사용하여 GPI를 최대화시키는  $T_1, T_4, L_i, \phi_i (i=1-4)$ 의 값

을 산출하게 된다.

참고문헌 (20)에서는 잉여구동된 3자유도 병렬형 메카니즘에서의 강성효과에 대한 분석을 통하여 메카니즘의 각 활동구간에서는 다른 안정성을 지니고 있음을 보여 주었고, 그 강성효과는 국소값(local value)이기 때문에 가능한 한 넓은 범위에서 안정성을 지녀야 함을 제시하였다. 다시 말해서, 허용되는 변위에 대하여 원하는 강성효과를 계속 유지하는 강인성을 지녀야 한다. 이와 같이 넓은 안정대를 지니는 위치란 Fig. 8에서 보인 바와 같이  $h_{11}^*$ 의 값이 각 평형상태 주변에서 급격히 변하지 않는 주변을 의미한다. 따라서, 이러한 점을 고려하여 다음과 같은 하나의 제한조건이 추가될 수 있다.

$$\frac{|(h_{11}^*)_{i+1} - (h_{11}^*)_i| + |(h_{11}^*)_i - (h_{11}^*)_{i-1}|}{2} < \alpha \quad (33)$$

여기서,  $(h_{11}^*)_i$ 는 평형상태(즉, 어느 특정한  $\phi_1$ )에서의  $h_{11}^*$ 값을 의미하고,  $(h_{11}^*)_{i-1}$ 와  $(h_{11}^*)_{i+1}$ 은 각각  $\phi_1 - \Delta\phi_1$  그리고  $\phi_1 + \Delta\phi_1$ 에서의  $h_{11}^*$ 값을 의미한다. 그리고,  $\Delta\phi_1$ (스텝 사이즈)와  $\alpha$ 의 값은 안정성의 원하는 정도에 따라 임의로 정하여 질 수 있다. 일반적으로 큰 스텝 사이즈에 대하여 작은  $\alpha$ 값을 갖는 경우가 큰 안정성을 지님을 나타낸다. 4절에서 토론된 두번째 영공간은 시스템의 안정성을 증진시키기 위한 하나의 방식으로 사용될 수 있는데, 식 (33)의 절대치 값이 최소화되도록 운동과 강성을 내기 위해 필요로 되는 최소의 구동축을 연속적으로 선택하는 힘분배방식이 고려될 수 있다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 4절 기구에서 상반되는 잉여구동으로 말미암은 효과적인 강성에 대한 정성적인 분석과 정량적인 수학적 모델링, 또한 시스템의 원하는 운동 그리고 강성을 내기 위한 힘분배방식들에 대하여 논하였다. 더욱이 필요 이상의 과도한 잉여구동이 있을 때는 운동과 강성에 영향을 미치지 않고 독립적으로 내력을 제어하는 부수적인 효과를 얻을 수 있음을 설명하였다. 실제적인 수치예제를 통하여 4절 기구의 활동구간에 있어서의 강성효과에 대한 분석이 행하여졌으며, 능률적인 강성효과를 얻기 위한 최적화 알고리즘이 제시되었다.

본 논문에서는 단지 4절 기구와 같은 단순한 1

자유도 시스템에서의 강성효과 및 이에 따른 최적설계의 개념에 대해서만 소개하였으나, 강성산출의 효율성을 증대시키기 위하여 Stephanson I, II 그리고 Watts I, II<sup>(22)</sup>와 같이 보다 많은 비선형을 지닌 일반적인 1자유도 시스템에 대한 분석이 진행되어야 하겠다. 본 논문에서 수행된 1자유도 4절 기구를 통한 강성효과에 대한 고찰은 다 자유도 메카니즘에서의 강성모델링, 해석<sup>(20,21)</sup>의 이해에 있어서 도움이 되리가 기대된다.

더 나아가서 본 연구에서 제시된 강성효과는 시스템 액추에이터들 간의 힘분배에 의하여 제어가능하므로 능동스프링(active spring)의 개념<sup>(20)</sup>을 가능케 하고, 고기능이 요구되는 메카니즘 설계에 있어서 유용하게 쓰이리라 기대된다. 일반적인 생체 시스템(bio-mechanical system)들은 수 많은 잉여구동으로 이루어져 있음을 알 수 있는데, 이러한 구조에서의 상반구동에 의한 강성효과의 존재는 Hogan<sup>(7)</sup>을 비롯한 많은 의공학자들에 의해 언급되어 왔으나 그동안 일반적인 수학적 모델링을 통한 분석이 부분적으로 밖에는 행하여지지 않았다.<sup>(19)</sup> 계속적으로 진행되는 연구로서는 29개의 구동을 지니는 사람팔(7 자유도 보다는도 22개 많은 잉여구동으로 이루어진 시스템) 또는 그밖의 여러가지 동물학적 구조들에서 강성효과에 대한 분석 등을 들 수 있으며, 이러한 구조들의 고찰을 통하여 얻어진 경험은 여러가지 용도를 지닌 능동 스프링 메카니즘의 최적설계에 있어서 유용하게 쓰일 수 있으리라 기대된다.

## 부 록

### 4절의 기구의 기구학 모델링

Fig. 1A에서는 4절 기구의 치수와 변수들을 정의해 주고 있다.

이 메카니즘은 아래와 같이 세 개의 홀로노믹 구속방정식(holonomic constraint equation)을 가지고 있다.

$$\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_5 = \pi \quad (A1)$$

$$L_1 C_1 + L_2 C_{12} + L_3 C_{123} + L_4 L_{1235} = 0 \quad (A2)$$

$$L_1 S_1 + L_2 S_{12} + L_3 S_{123} + L_4 S_{1235} = 0 \quad (A3)$$

위의 홀로노믹 구속방정식들을 시간에 관하여 미분하고,  $\dot{\phi}_1$ 을 독립변수로 정하고 나머지 변수들을 종



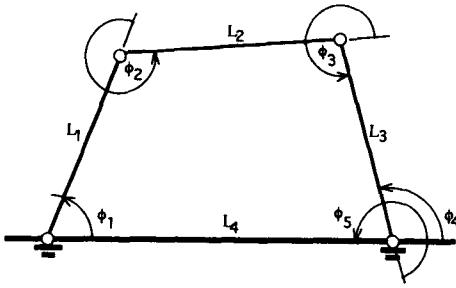


Fig. A1 Kinematic parameter description of for-bar mechanism

속변수로 하여 정리하면 다음과 같은 형태가 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \dot{\phi}_5 \end{bmatrix} = [G_a^p] \dot{\phi}_1 \quad (A4)$$

여기서, 독립변수와 종속변수와의 관계를 나타내는 일차원 기구학적 영향계수 (Jacobian)  $[G_a^p]$ 의 각 요소들은

$$[G_a^p] = \begin{bmatrix} g^2 \\ g^3 \\ g^5 \end{bmatrix} = \frac{1}{L_2 L_3 S_3} \begin{bmatrix} -L_3 L_4 S_{123} \\ L_4 (L_2 S_{12} + L_3 S_{123}) \\ -L_2 (L_3 S_3 + L_4 S_{12}) \end{bmatrix} \quad (A5)$$

로 주어진다. Fig. 1A에서 4축에 대한 절대각  $\phi_4$ 는  $(360^\circ - \phi_5)$ 이므로

$$g^4 = -g^5 \quad (A6)$$

이고, 독립변수와 종속변수와의 관계를 나타내는 이차원 기구학적 영향계수 (Hessian)의 요소인  $h_{11}^1$ 와  $h_{11}^2$ 는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} h_{11}^1 &= \frac{\partial}{\partial \phi_1} (g^4) \\ &= -\frac{\partial}{\partial \phi_1} (g^5) \\ &= \frac{L_4 C_{12} (1.0 + g_1^2) S_3 - L_4 S_{12} C_3 g_1^3}{L_3 (S_3)^2} \quad (A7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{11}^2 &= \frac{\partial}{\partial \phi_1} (g^2) \\ &= \frac{(1 + g_1^2 + g_1^3) L_4 C_{123} S_3 - L_4 S_{123} C_3 g_1^3}{L_2 (S_3)^2} \quad (A8) \end{aligned}$$

### 참고문헌

(1) Cutkosky, M. R. and Kao, I., 1989, "Computing

and Controlling the Compliance of a Robotic Hand," *IEEE Trans. on Journal of Robotics and Automation*, Vol. 5, No. 2, pp. 151~165.

(2) Cutkosky, M. R. and Wright, P. K., 1985, "Active Control of a Compliant Wrist in Manufacturing Tasks," *ASME Trans. on Journal of Eng. for Ind.*, Vol. 108, No. 1, pp. 36~43.

(3) Freeman R. A. and Tesar, D., 1982, "The Generalized Coordinate Selection for the Dynamics of Complex Planar Mechanical System," *ASME Trans. on Journal of Mechanical Design*, Vol. 104, pp. 206~217.

(4) Goswami, A., Peshikin, M. and Colgate, J.E., 1990, "Passive Robotics and exploration of Medchical Computation," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Cincinnati, OH, pp. 279~284.

(5) Griffis, M., 1991, *Kinestatic Control : A Novel Theory for Simultaneously Regulating Force and Displacement*, Ph. D Dissertation, University of Florida, Gainesville, FL.

(6) Hayward, V. and Kurtz, R., 1992, "Multi-Criteria Design of a Parallel Wrist Mechanism with Actuator Redundancy," *IEEE Trans. on Journal of Robotics and Automation*, Vol. 8, No. 5, pp. 644~651.

(7) Hogan, N., 1982, "Mechanical Impedance Control in Assistive Devices and Manipulators," *Robot Motion: Planning and Control*, MIT Press, pp. 361~371.

(8) Kumar, V. J. and Gardner, J., 1990, "Kinematics of Redundantly Actuated Closed Chains," *IEEE Trans. on Journal of Fobotics and Automation*, Vol. 6, No. 2, pp. 269~273.

(9) Loncaric, J., 1985, *Geometric Analysis of Compliant Mechanisms in Robotics*, Ph. Dissertation, Harvard University.

(10) Meyer, A. N. and Angeles, J., 1989, "Force Optimization in Redundantly Actuated Closed-Chain Kinematic Chains," *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Scottsdale, AZ. Vol. 1, pp. 951~956.

(11) Patterson, T. and Lipkin, H. 1992, *Structure of Robot Compliance*, Proc. 21st ASME Mecha-

- nism Conf., Chicago, IL.
- (12) Nguyen, V. D., 1987, "Constructing Stable Grasp in 3D," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Raleigh, Nc. pp. 234~239.
- (13) Ropponen, T. and Nakamura, Y., 1990, "Singularity-Free Parameterization and Performance Analysis of Actuation Redundancy," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Cincinnati, OH, pp. 806~811.
- (14) Sreevijayan, D., 1992, "On the Design of Fault-Tolerant Robotic Manipulator Systems," Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, The Univ. of Texas at Austin, Austin, TX.
- (15) Ting, Y, Tosunoglu, S., and Tesar, D., 1993, "A Control Structure for Fault-Tolerant Operation of Robotic Manipulators," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. 3, pp. 684~690.
- (16) Tong, J. and Somerset, J., 1985, "Control Performance and Application of Antagonistic Actuated Manipulator Systems," *Proc. of American Control Conf.*, Boston, MA, pp. 63~64.
- (17) Walker, I. D., Freeman, R. A., and Marcus, S. I., 1989, "Internal Object Loading for Multiple Cooperating Robot Manipulators," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Scottsdale, AZ, Vol. 1, pp. 606~611.
- (18) West, H. and Asada, H., 1985, "A Method for the Design of Hybrid Position/Force Controllers for Manipulators Constrained by Contact with the Environment," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automaiton*, St. Louis, MO, pp. 251~259.
- (19) Yi, B. J. and Freeman, R. A., 1991, "Modeling and Control of Impedance Properties in Biomechanical Systems," *Proc. ASME WAM, BED-1991 Advances in Bioengineering*, Atlanta, GA, Vol. 20, pp. 521~524.
- (20) Yi, B. J. and Freeman, R. A., Sept. 1992, "Synthesis of Actively Adjustable Springs by Antagonistic Redundant Actuation," *ASME Trans. on Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control*, Vol. 114, pp. 454~461.
- (21) Yi, B. J. and Freeman, R. A., July 1993, "Geometric Analysis of Antagonistic Stiffness in Redundantly Actuated Parallel Mechanisms," *Special Issues on Parallel Closed-Kinematic Chain Mechanisms and Devices, Journal of Robotic Systems* 10 (5), 581~603.
- (22) Hain, K., 1967, *Applied Kinematics*, McGraw Hill Book Company, New York.
- (23) 이병주, 1993, "잉여구동을 지닌 Four-bar 메카니즘에 대한 해석," 대한기계학회 '93년 춘계 학술대회 논문집 ( I ), pp. 284~288.