

(論 文)

손목오프셋을 갖는 6축 로봇을 위한 효과적인 역기구학 해 방법

범진환* · 임생기** · 손명현**

(1993년 10월 23일 접수)

An Efficient Inverse Kinematics Solution Method for the 6 Axes Robot with Offset Wrist

Jin Hwan Borm, Saeng Ki Lim and Mung Hyun Son

Key Words : Inverse Kinematics(역기구학), Wrist Offset(손목오프셋), Iterative Back Substitution(반복 재대입), Convergency(수렴성)

Abstract

An algorithm is developed for solving the inverse kinematic problem of a 6-degree-of-freedom robot with a wrist offset for which the closed form inverse solutions are not obtainable, but knowledge of one joint variable allows closed form solutions of the remaining joint variables. The algorithm does not require Forward Kinematics nor Jacobian but uses the implicit kinematic relationships between joint variables and the given hand position. An iterative back substitution method is used to solve the inversion and the optimal conditions of the convergence are incorporated. An example is given to illustrate the concepts, the solution procedure and its convergency.

1. 서 론

로봇 손끝(end-effector)을 주어진 자세(위치 및 방향)로 위치하도록 하기 위해서는 그 자세(pose)에 해당되는 로봇 조인트 값을 계산해야 하며, 이를 역기구학 해라 한다. 로봇의 순기구학(forward kinematics)은 유일한 반면, 역기구학 해는 유일하지 않음은 잘 알려져 있다. 또한 역기구학 해는 아주 간단한 형상을 가진 특별한 로봇의 경우에만 그 닫힌(closed form) 해가 존재한다. 한 예로서 인접한 3축이 서로 교차하는 로봇은 닫힌 역기구학 해가 존재함⁽²⁾은 주지된 사실이다. 닫힌 역기구학 해

는 그 계산시간이나 해법이 간단하기 때문에 대부분의 산업 로봇은 닫힌 역기구학 해가 존재하도록 설계하는 것이 보통이다. 그러나, 특별한 기능이 요구되거나 혹은 특별한 제약이 있는 경우, 닫힌 역기구학 해가 존재하지 않는 형상으로 로봇이 설계되는 경우도 있다. 특히 소형 아크용접용 로봇의 경우에는 설계 및 제작의 용이, 5축 조인트의 회전 범위 증대, 용접케이블과 로봇 링크와의 간섭방지 등의 이유로 마지막 3축이 교차하지 않도록 설계하는 경우가 대부분이며, 이 경우엔 닫힌 역기구학 해가 존재하지 않는다.

닫힌 해가 존재하지 않는 로봇의 역기구학 해를 구하는 효과적인 방법들에 관한 연구가 이미 오랫동안 수행되어져 왔었다. Albus(1975)는 Table look up을 통한 보간법으로 역기구학 해를 구했으며, Milenkovic and Huang(1983)은 마지막 3개의 조인트

*정회원, 아주대학교 기계공학과

**고등기술원 생산연구실

값을 고정시킨 후 처음 3개의 조인트 값을 계산하여 위치를 조절하고, 또 처음 3개의 조인트를 고정시킨 후 마지막 3개 조인트 값을 계산하여 방향을 조절하는 반복적 방법을 사용하였다. Elliott and Wolovich(1984), Sciavicco and Siciliano(1986)는 약간 다르긴 하지만 순기구학 계산을 필요로 하는 반복법을 사용하였다. 또한 Angeles(1985)는 6축 로봇의 역기구학 문제를 풀기 위해 7개의 식과 그 자코비안(6×7 매트릭스)의 가상역(pseudo-Inverse)을 이용하여 역기구학 해를 구하였으며, 그밖의 많은 연구자들, Golenberg and Benhabib 및 Fenton(1985) 등이 다차원 Newton-Raphson 방법과 유사한 자코비안을 이용하는 방법을 제시하였다. 또한 Manseur and Doty(1988)는 Newton 방법을 이용하여 자코비안이나 순기구학을 반복적으로 이용한 대부분의 다른 연구결과보다는 빠르고 효과적인 방법을 제시하였다. 그러나 이 방법은 매 반복시마다 식의 미분값을 구해야 되기 때문에 계산 시간이 다소 걸리며, 로봇형상이나 그 자세에 따라 그 수렴성이 매우 불안정하다. 6축 이상의 로봇에 대해서 Sciavicco and Siciliano(1988), Abdel-Rahman(1991) 등을 포함한 많은 연구자들이 자코비안을 이용한 역기구학 해법을 제시하고 있으나 계산시간이 과다하다. 또한 대부분의 상기 방법들은 나름대로의 장단점이 있지만 Manseur and Doty(1988)를 비롯한 몇몇 방법을 제외하고는 실시간 계산이 불가능하다.

손목오프셋이 있는 로봇 중 현재 산업현장에서 사용되고 있는 로봇으로는 IGM사의 Limat 시리즈, 고베제강(일본)의 포코(Poco) 시리즈, 히다치(Hitachi, 일본)사의 하이-로보(Hi-Robo), Funuc(일본)사의 Arc Mate 시리즈 등이 있으며, 이들 대부분은 아크용접용 로봇으로서 Fig. 1 및 Table 1과 같은 링크파라미터를 갖고 있다. Table 1과 같은 링크파라미터를 갖는 로봇은 역기구학 해가 닫힌 형태로 존재하지 않지만, 한개의 조인트 값을 알게 될 경우 다른 모든 조인트 값들이 닫힌 형태로 표시될 수 있다. 본 논문에서는 이런 형태의 로봇 역기구학 해를 안정적이며 빠르게 구하는 반복적 방법을 제시하고자 한다. 이 방법은 순기구학 식이나 자코비안을 이용하지 않을 뿐 아니라, 한 식의 미분을 반복시마다 구하지 않는다.

이 방법을 본 연구에서 현재 개발중인 용접용 로봇에 적용하여, 이를 모사해 본 결과 역기구학 해

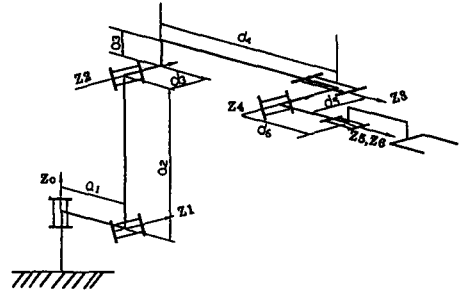


Fig. 1 Robot with axial offset wrist

Table 1 Link parameters

Joint no.	Link length a_i (mm)	Twist angle α_i (Deg.)	Link offset d_i (mm)	Joint angle θ_i (Deg.)
1	a_1	-90	0	θ_1
2	a_2	0	0	$\theta_2 - 90$
3	a_3	-90	d_3	θ_3
4	0	90	d_4	θ_4
5	0	-90	$-d_5$	θ_5
6	0	0	d_6	θ_6

를 구하는데 486(33 MHz) 퍼스널 컴퓨터에서 약 2.5 msec밖에 걸리지 않았다. 이 값은 현재 486 보드를 이용하여 개발 중인 로봇에서 실시간 제어를 위해 목표로 하고 있는 경로계획 시간인 16 msec보다 충분히 빠르다.

2. 좌표계 및 좌표변환

본 연구에서는 대부분의 용접용 로봇에서 볼 수 있는 Fig. 1 및 Table 1과 같은 형태의 로봇을 예로 들어 역기구학 해를 구하는 방법을 설명하고자 한다. 이런 로봇은 Table 1과 같은 링크 파라미터들을 가지며, 5축 로봇인 경우는 4축이나 6축 중 하나를 생략하는 것이 일반적이다. 로봇의 각 링크 간의 좌표설정, 자세표현 등은 Denavit-Hartenberg(1955)의 규약을 따르기로 한다. 즉, 두개의 인접한 i 및 $i+1$ 번째 링크에 대한 상대적 운동관계를 표현하기 위해 4개의 파라미터(d_i : 링크오프셋, a_i : 링크길이, α_i : 트위스트각, θ_i : 조인트각)를 사용하며, 이들 두개의 링크에 설정된

좌표계, $[i-1]$ 에서 $[i]$ 로의 변환메트릭스는 식(1)과 같다.⁽⁴⁾

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, $S\theta = \sin(\theta)$ 이고, $C\theta = \cos(\theta)$ 이다. 또한 6축 로봇의 경우, 로봇 기준좌표계 $[0]$ 에 대한 손끝의 자세(위치 및 방향)는 0T_6 로 표시하고, 이는 식(2)와 같다.

$${}^0T_6 = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 \cdots {}^5A_6 \quad (2)$$

3. 역기구학 방정식

6축 로봇의 손끝 자세가 식(3)과 같이 주어졌다고 하자.

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

식(2)와 식(3)으로부터 식(4)와 같은 관계식을 얻을 수 있으며, 이 식을 만족하는 조인트각(θ_i)이 역기구학 해이다.

$$\begin{bmatrix} \bar{n} & \bar{o} & \bar{a} & \bar{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 \cdots {}^5A_6 \quad (4)$$

여기서,

$$\bar{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}, \bar{o} = \begin{bmatrix} o_x \\ o_y \\ o_z \end{bmatrix}, \bar{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, \bar{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

한편, 식(4)로부터 총 12개의 식이 나오나 이중 오직 6개만이 상호독립(independent)이다. 이 6개의 상호독립적이며, 가능한 한 간단한 식을 선택하는 방법은 여러 문헌(Tsai and Morgan : 1984, Angeles : 1985, Paul and Zhang : 1986)에서 많은 방법들을 소개하고 있다. 대표적이면서 간단한 방법으로는 Paul(1981)에서와 같이, 식(4)의 양변에 ${}^0A_1^{-1}$, $({}^0A_1 {}^1A_2)^{-1}$ 혹은 $({}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3)^{-1}$ 을 곱하여 면밀히 비교해 보면, 간단한 6개의 식을 유추해 낼 수 있다. Table 1에서와 같은 링크파라미터를 갖는 로봇의 경우, 식(5)와 같은 일반적인 형태의 6개 식

로 독립된 역기구학 식의 형태를 유추해 낼 수 있다.

$$\theta_1 = F_1(\theta_4) \quad (5a)$$

$$\theta_2 = F_2(\theta_1, \theta_4) \quad (5b)$$

$$\theta_3 = F_3(\theta_1, \theta_2, \theta_4) \quad (5c)$$

$$\theta_5 = F_4(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) \quad (5d)$$

$$\theta_4 = F_5(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_5) \quad (5e)$$

$$\theta_6 = F_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) \quad (5f)$$

식(5a)에서 θ_1 은 θ_4 의 함수이므로, 이 θ_1 을 식(5b)에 대입하면 θ_2 는 오직 θ_4 의 함수로만 표시할 수 있다. 같은 방법으로 식(5c) 및 (5d)의 θ_3 , θ_5 역시 θ_4 의 함수로 표현할 수 있다. 따라서 식(5a), (5b), (5c), (5d)의 θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_5 를 식(5e)에 대입하면 식(6)과 같은 형태의 단일 식을 구할 수 있다.

$$\theta_4 = \Psi(\theta_4) \quad (6)$$

4. 역기구학 해법

상기 식(5a)에서 식(5f)까지 6개의 식에서 보는 바와 같이, 만일 θ_4 의 값을 알 경우 식(5a), (5b), (5c) 및 (5d)를 이용하여 나머지 미지수 θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_5 를 닫힌 형태로 구할 수 있다. 즉, 식(6)을 이용하여 θ_4 를 구할 수 있다면 나머지는 쉽고 빠르게 계산되어 질 수 있는 것이다. 앞으로의 식을 간단히 하기 위해서 식(6)을 다시 고쳐 쓰면 식(7)과 같다.

$$X = \Psi(X) \quad (7)$$

본 논문에서는 위의 식을 풀기 위해 식(8)과 같은 순환 관계식을 제안한다.

$$X_{i+1} = (1 - k_i) X_i + K_i \Psi(X_i) \quad (8)$$

여기서, X_i 는 i 번째 반복시기의 값이며, k_i 는 식(8)이 발산하지 아니하고 수렴되도록 계산되어지는 상수값이다.

한편 식(7)을 만족하는 해를 α 라 하면, $\alpha = \Psi(\alpha)$ 이므로 식(8)은 식(9)와 같다.

$$\alpha = (1 - k) \alpha + k \Psi(\alpha) = (1 - k) \alpha + k \alpha = \alpha \quad (9)$$

즉, 식(7)을 만족하는 해는 식(8)도 만족한다. 따라서, 초기값 X_1 을 적절히 가정하면, 식(8)을 반복적으로 이용하여 식(7)의 정해(exact solution)

에 점점 접근하는 X 를 구할 수 있을 것이다.

또한 식(8)이 반복적으로 사용될 때, X_i 가 수렴하는 조건을 생각해 보자. 만일 i 번째 반복시기에서 아래의 식(10)을 만족하면서, 항상 $|\rho| < 1$ 인 ρ 가 존재한다면 식(8)은 항상 수렴할 것이다.

$$(X_{i+1} - \alpha) = \rho(X_i - \alpha) \tag{10}$$

식(10)을 다시 쓰면 식(11)과 같다.

$$\begin{aligned} (X_{i+1} - \alpha) &= \rho(X_i - \alpha) = \rho^2(X_{i-1} - \alpha) \\ &= \dots \\ &= \rho^i(X_1 - \alpha) \end{aligned} \tag{11}$$

따라서, $\lim_{i \rightarrow \infty} (X_{i+1} - \alpha) = 0$ 이다. 그러므로 $|\rho| < 1$ 이면 수렴한다.

한편 식(8)를 식(12a)와 같이 간단히 써 보자.

$$X_{i+1} = g(X_i) \tag{12a}$$

여기서,

$$g(X_i) = (1 - k_i)X_i + k_i\psi(X_i) \tag{12b}$$

이다. 식(12a)로부터 X_i 가 정해 α 근처에 있다면, X_i 와 α 사이에서 임의의 값 ξ 에 대해 식(13)이 성립된다.

$$X_{i+1} = g(X_i) = g(\alpha) + \frac{dg(X)}{dX} \Big|_{X=\xi} (X_i - \alpha) \tag{13a}$$

또한, $\alpha = \psi(\alpha)$ 이므로 식(13a)는 식(13b)와 같이 쓸 수 있다.

$$X_{i+1} - \alpha = g'(\xi_i)(X_i - \alpha) \tag{13b}$$

따라서 $|g'(\xi)| < 1$ 이면, 식(12a)는 수렴한다. 즉, 수렴조건은 식(14)와 같다.

$$-1 < 1 + k_i[\psi'(\xi) - 1] < 1 \tag{14}$$

여기서, $\psi'(\xi) - 1 > 0$ 이면, $\frac{-2}{\psi'(\xi) - 1} < k_i < 0$]
 $\psi'(\xi) - 1 < 0$ 이면, $0 < k_i < \frac{-2}{\psi'(\xi) - 1}$] (15)

단, ξ 는 X_i 와 α 의 사이에 있는 임의의 값이다. 식(8)이 수렴되기 위해서는 식(15)를 만족하는 적절한 k_i 값을 선택하여야 한다. 그러나 식(13)에서 알 수 있듯이, $g'(\xi) = 0$ 이 되면 그 수렴속도는 매우 빨라지게 될 것이다. 본 연구에서는 근사적으로 $\xi = X_i$ 로 놓고, $g'(X_i) = 0$ 을 만족하는 k_i 를 구하여 사용하도록 하였으며, 이때의 k_i 값은 식(16)과 같다.

$$k_i = \frac{-1}{\psi'(X_i) - 1} \tag{16}$$

식(16)에서 k_i 값이 존재하기 위해서는 첫째로 $\psi'(X_i)$ 가 정의되어야 하며, 둘째로 $\psi'(X_i)$ 가 1이 되어서는 안된다. 첫째로, $\psi'(X_i)$ 가 정의되어 지지 않는 경우는 로봇이 퇴보현상(degeneracy)을 나타내는 위치에서이다. 즉, $\theta_0 = 0$ 인 곳에서 $\psi(X)$ 는 불연속이며, 이때 퇴보현상이 일어난다. 퇴보현상 문제는 거의 모든 형태의 로봇이 가지고 있는 원천적인 문제로서 이 부분에서는 로봇이 1개의 자유도를 잃게 되어 약간의 오차를 발생시키긴 하지만, 이는 한 축을 고정시킴으로써 그 문제를 해결할 수 있다. 두번째의 경우, $\psi'(X_i)$ 가 1이 되는 경우는 $g'(X_i)$ 도 1이 되므로 식(13b)으로부터 알 수 있듯이 식(8)은 수렴하지 않는다. 즉, 이곳에서는 두 선의 기울기가 순간적으로 평행하므로 그 교점을 구하기 위한 방향을 구할 수 없게 된다. 함수 $\psi(X)$ 는 퇴보현상이 일어나는 지점을 제외하고 $X_i = \alpha$ 근처에서 일반적으로 잘 정의되어 있기 때문에 상기 현상이 나타나기 어렵지만 만일 그럴 경우가 발생하면 X_i 값을 약간 변화시켜 $\psi'(X_i)$ 를 구함으로써 상기 현상을 피할 수 있다. 또한 식(16)에서 $\psi'(X_i)$ 는 근사적으로 식(17)과 같이 수치적으로 구할 수 있으며,

$$\psi'(X_i) = \frac{\psi(X_i + \Delta) - \psi(X_i)}{\Delta} \tag{17}$$

이는 식(5a)부터 (5e)까지의 5개 함수식의 계산을 필요로 한다. 식(8)을 반복적으로 이용하여 식(7)의 해를 구하는데 있어서, k_i 값을 매 반복시기마다 계산할 필요는 없다. 즉, k_i 값이 식(15)를 만족하면 되는 것이다. 만일, 한 두번의 반복후 X_i 가 정해 α 근처에 있다면, 2회 반복시기때 계산된 k 값은 그 이후의 반복시기때에도 식(15)를 만족시킬 것이기 때문에 그 값을 그대로 이용할 수 있을 것이다. 실제 본 연구에서는 두번의 반복시기까지는 식(17)을 이용하였고, 그 이후에는 식(18)을 이용하여 그 계산시간을 줄였다.

$$\psi'(X_i) = \frac{\psi(X_i) - \psi(X_{i-1})}{X_i - X_{i-1}} \tag{18}$$

상기 방법의 기본적 유통도는 Fig. 2와 같으며 이를 모사해본 결과, 퇴보현상이 일어나는 지점 근처를 제외하고는 4번의 반복시기후에 0.0001 mm의 손끝 오차내로 정확한 해를 얻을 수 있었고, 이때

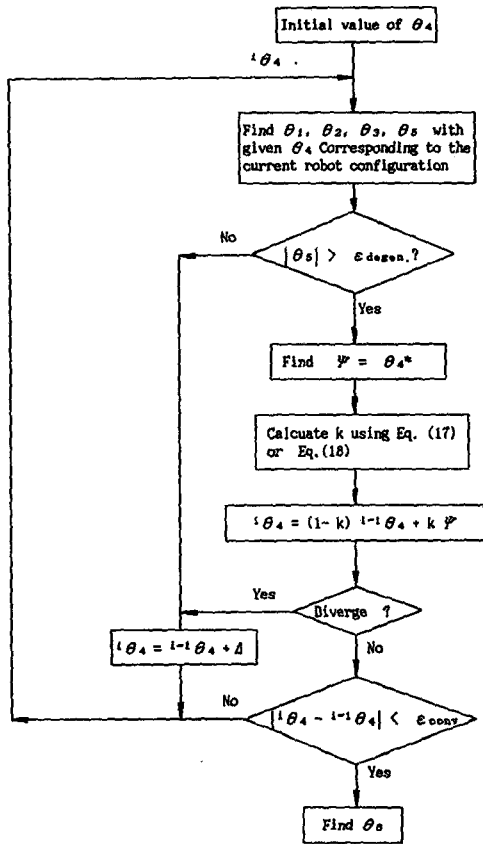


Fig. 2 Simple flow chart for inverse kinematic solution

계산시간은 약 2.5 msec 정도였다. 많은 문헌에서 제시되었던 자코비안 및 역자코비안을 이용한 Newton-Raphson방법을 이용한 형태에서는 퇴보현상이 일어나는 자세뿐만 아니라 특이점(singular position) 근처에서도 여러가지 문제가 발생하며, 이의 해결을 위해 또 다른 계산시간을 소모하게 된다. 대부분의 산업용 로봇에서의 특이점은 로봇 작업범위 내에서도 무한히 많이 존재하므로, 특수한 경우를 제외하고는 역자코비안을 이용하여 역기구학 해를 구하는 방법은 비효율적이라 할 수 있다.

5. 용접용 로봇에의 적용예

본 연구에서는 현재 개발중인 Fig. 3과 같은 구조의 아크용접용 6축 로봇에 상기 방법을 적용하여 역기구학 해를 구해 보고자 한다. 이 로봇의 조인트 파라미터 값은 Table 2와 같으며, 그 닫힌 역

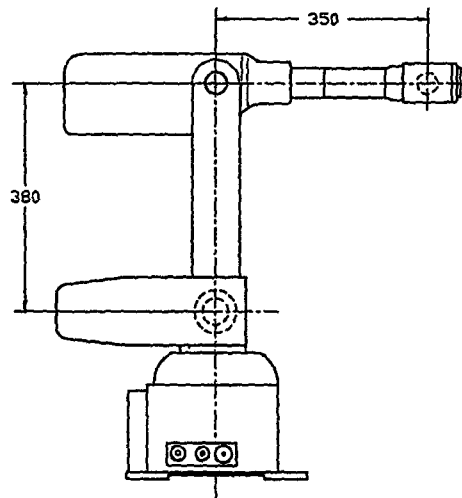


Fig. 3 A Robot for arc welding

Table 2 Link parameters for the robot in Fig. 3

Joint no.	Link length a_i (mm)	Twist angle α_i (Deg.)	Link offset d_i (mm)	Joint angle θ_i (Deg.)
1	0	-90	0	θ_1
2	380	0	0	$\theta_2 - 90$
3	0	-90	80	θ_3
4	0	90	350	θ_4
5	0	-90	-60	θ_5
6	0	0	0	θ_6

기구학 해는 존재하지 않는다.

식(3)과 같이 손끝의 자세가 주어졌을 경우 식(4)의 양변에 ${}^0T_2^{-1}$ 를 곱해 주면,

$${}^4T_6 = \begin{bmatrix} \bar{n} & \bar{o} & \bar{a} & \bar{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^0T_2^{-1} \quad (19)$$

이며, 또한 식(4)의 양변에 ${}^0T_3^{-1}$ 를 곱하여 정리하면 식(20)과 같다.

$${}^3T_6 = \begin{bmatrix} \bar{n} & \bar{o} & \bar{a} & \bar{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^0T_3^{-1} \quad (20)$$

식(19) 및 (20)로부터 다음과 같은 식을 이용할 수 있다.

$$C_4 d_5 = S_1 P_x - C_1 P_y + d_3 \quad (21a)$$

$$-S_4d_5 = S_{23}(C_1P_x + S_1P_y - A_1) + C_{23}P_z - A_2C_3 \quad (21b)$$

$$d_4 = C_{23}(C_1P_x + S_1P_y - A_1) - S_{23}P_z + A_2S_3 \quad (21c)$$

$$\left. \begin{aligned} C_5 &= C_{23}(C_1a_x + S_1a_y) - S_{23}a_z \\ S_5 &= -S_{23}C_4(C_1a_x + S_1a_y) \\ &\quad - S_4(S_1a_x - C_1a_y) - C_{23}C_4a_z \end{aligned} \right\} \quad (21d)$$

$$\left. \begin{aligned} C_4S_5 &= -S_{23}(C_1a_x + S_1a_y) - C_{23}a_z \\ S_4S_5 &= -(S_1a_x - C_1a_y) \end{aligned} \right\} \quad (21e)$$

$$\left. \begin{aligned} C_6 &= -S_{23}S_4(C_1o_x + S_1o_y) \\ &\quad + C_4(S_1o_x - C_1o_y) - C_{23}S_4o_z \\ S_6 &= -S_{23}S_4(C_1n_x + S_1n_y) \\ &\quad + C_4(S_1n_x - C_1n_y) - C_{23}S_4n_z \end{aligned} \right\} \quad (21f)$$

단, $C_i = \cos \theta_i$, $S_i = \sin \theta_i$ 이다.

상기 방정식에서 식(21a)~(21c)는 주로 위치

관계를 나타내며, 식(21d)~(21f)는 주로 방향 관계를 만족시키고 있다. 만일 θ_4 의 초기값이 주어졌다고 가정하면 식(21a), (21b), (21c) 및 (21d)를 이용하여 θ_1 , θ_2 , θ_3 및 θ_5 의 값들을 닫힌 형태로 구할 수 있으며, 다시 식(21e)를 이용하여 θ_4 의 값을 닫힌 형태로 구할 수 있다. 즉, 식(5) 및 식(6)과 같은 형태가 되는 것이다. 각 조인트 값을 구하는 상세한 식들은 참고삼아 부록 A에 수록하였다. Table 3 및 Table 4에서는 로봇의 몇몇 자세에 대해 역기구학 해를 구하는데 있어서 상기 방법의 수렴성과 각 반복시기후의 손끝 오차를 보여주고 있다. 여기서, 손끝의 오차는 식(22)으로 구하였다.

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & -\delta_z & \delta_y & d_x \\ \delta_z & 0 & -\delta_x & d_y \\ -\delta_y & \delta_x & 0 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = (T_r - T_s) T_r^{-1} \quad (22)$$

Table 3 Results of the inverse kinematic solution method

[Example 1]					[Example 2]			
Exact Solution :					Exact solution :			
$\theta_1 = -30, \theta_2 = 40, \theta_3 = 70$					$\theta_1 = 0, \theta_2 = 50, \theta_3 = -20$			
$\theta_4 = 0, \theta_5 = -80, \theta_6 = 20$					$\theta_4 = 90, \theta_5 = -10, \theta_6 = 30$			
Initial value of $\theta_4 = -5$					Initial value of $\theta_4 = 85$			
	Iteration No.				Iteration No.			
	1	2	3	4	1	2	3	4
k	0.9546	0.9990	0.9990*	0.9990*	0.8451	0.9256	0.9256	0.9256*
θ_1	-29.8653	-29.9999	-30.0000	-30.0000	-0.5373	-0.0250	-0.0001	0.0000
θ_2	39.8653	40.0000	40.0000	40.0000	50.1469	50.0066	50.0000	50.0000
θ_3	69.0808	69.9789	70.0000	70.0000	-20.3009	-20.0120	-20.0000	-20.0000
θ_4	-0.1135	-0.0001	0.0000	0.0000	89.7680	89.9995	90.0000	90.0000
θ_5	-79.0239	-79.9790	-80.0000	-80.0000	-9.4898	-9.9783	-10.0000	-10.0000
θ_6	20.0889	20.0000	20.0000	20.0000	29.9386	29.9873	30.0000	30.0000
ΔP_x	-4.3994	-0.1047	0.0001	0.0000	-0.2634	-0.0055	-0.0000	0.0000
ΔP_y	2.7991	0.0606	0.0000	0.0000	5.9372	0.2671	0.0004	0.0001
ΔP_z	1.6903	0.0439	0.0000	0.0000	1.2877	0.0337	0.0001	0.0000
δ_x	-0.1201	-0.0001	0.0000	0.0000	-0.0002	0.0004	0.0000	0.0000
δ_y	0.0195	0.0000	0.0000	0.0000	0.1426	0.0032	0.0000	0.0000
δ_z	-0.1975	-0.0001	0.0000	0.0000	-0.0508	0.0004	-0.0000	0.0000

*k values for iteration 3 and 4 are not calculated, but are taken from the value of iteration 2.

*Unit is mm or degree.

Table 4 Examples of inverse kinematic solutions near the degenerate position ($\theta_5=0$)

[Example 1]					[Example 2]			
Exact solution :					Exact solution :			
$\theta_1 = -10, \theta_2 = 90, \theta_3 = -79$					$\theta_1 = 0, \theta_2 = 0, \theta_3 = -20$			
$\theta_4 = 0, \theta_5 = 0.2, \theta_6 = 10$					$\theta_4 = 40, \theta_5 = 0, \theta_6 = 0$			
Initial value of $\theta_4 = -5$					Initial value of $\theta_4 = 45$			
	Iteration No.				Iteration No.			
	1	2	3	4	1	2	3	4
k	1.3516	0.7913	0.7913*	0.9990*	1.9527	XX	XX	XX
θ_1	10.0204	10.0001	10.0000	10.0000	-0.6283	0.0001	-0.0001	-0.0001
θ_2	89.9548	89.9998	90.0000	90.0000	0.1528	0.0000	0.0000	0.0000
θ_3	-79.8375	-78.9394	-78.9925	-78.9999	-20.9218	-20.0001	-20.0001	-20.0001
θ_4	0.3242	0.0403	0.0005	0.0000	39.9993	39.9993	39.9993	39.9993
θ_5	1.0804	0.1396	0.1925	1.999	0.9676	0.0001	0.0001	0.0001
θ_6	9.6798	9.9597	9.9995	10.0000	0.2199	0.0007	0.0007	0.0007
ΔP_x	-1.0442	0.0607	0.0085	0.0001	-1.4161	0.0000	0.0000	0.0000
ΔP_y	-0.1132	0.0119	0.0015	0.0000	3.6930	0.0000	0.0000	0.0000
ΔP_z	-5.9120	0.3162	0.0443	0.0005	-4.0541	0.0000	0.0000	0.0000
δ_x	-0.0054	0.0000	0.0000	0.0000	0.0108	0.0000	0.0000	0.0000
δ_y	0.0015	0.0000	0.0000	0.0000	0.0264	0.0000	0.0000	0.0000
δ_z	-0.0257	0.0002	0.0000	0.0000	-0.0297	0.0000	0.0000	0.0000

*k values for iteration 3 and 4 are not calculated, but are taken from the value of iteration 2.

*Unit is mm or degree.

단, T_r 은 정해에서의 손끝 자세이며, T_s 는 계산된 역기구학 해에서의 손끝 자세이다. Table 3에서 보는 바와 같이 4회 정도의 반복후면 충분히 정확한 역기구학 해를 구할 수 있음을 알 수 있다. 또한 Table 4에서 알 수 있듯이 퇴보현상이 일어나리라 기대했던 ($\theta_5=0$) 부근에서도 많은 경우 4회 정도의 반복시후면 정확한 해를 얻을 수 있었다. 하지만 많은 다른 자세에서 모사해 본 결과 퇴보지점 근처에서는 수렴성이 매우 좋지않은 경우도 발생하였으며, 많은 서로 다른 역기구 해가 존재하기 때문에 퇴보지점 근처로의 이동은 가능하면 피하는 것이 좋을 것이다.

한편 개발 중인 로봇은 486 보드를 그 주 보드로 사용하고, 매 16 msec마다 계산된 각축의 조인트 값을 서보 제어부로 보내주며, 서보 제어부에서는

이 값들을 조인트 공간상에서 다시 보간하여 매 1 msec마다 서보 입력으로 보내 준다. 따라서 각종 보간계산 등을 포함하여 역기구학 해를 구하는데 16 msec이내의 계산속도가 필요하다. 실제로 프로그램에서는 좀 더 확실한 해를 구하기위해 반복회수를 8회로 하였던 데, 이때 역기구학 해를 계산하는데 걸리는 평균시간을 계산하기 위해 어떤 직선 위에 일정 간격으로 놓여있는 1000개의 점들을 골라 각 점에서의 역기구학 해를 구하였다. 이때 걸린 총 시간은 486 PC에서 약 2.5 sec로서, 직선 보간하는데 필요한 계산시간을 포함하여 역기구 해를 구하는데 평균 2.5 msec 밖에 걸리지 않았다. 이 값은 본 시스템에서 실시간 제어를 위해 목표로 하고 있는 16 msec보다 충분히 빠르다.

6. 결 론

손목부위의 오프셋이 존재하는 로봇은 일반적으로 닫힌 형태의 역기구학 해가 존재하지 않으며, 현재 산업현장에서 사용되고 있는 로봇로서는 IGM사의 Limat시리즈, 포코(Poco), 히다치의 하이로보(Hi-Robo), 파낙의 아크메이트(Arc Mate)시리즈 등의 수많은 용접용 로봇이 이와 같은 유형이다. 손목오프셋이 있는 로봇중 대부분의 형태(Table 1)는 그 역기구학 해가 닫힌 형태로 존재하지는 않지만 한개의 조인트 값을 알면 다른 모든 조인트 값들이 닫힌 형태로 표시될 수 있다. 본 논문에서는 이런 형태에 대한 로봇의 역기구학 해를 안정적이고 빠르게 구할 수 있는 반복적 방법을 제시하였으며, 이를 모사해 본 결과, 퇴보현상이 일어나는 지점 근처를 제외하고는 4번의 반복시기후에 0.0001 mm의 손끝 오차내로 정확한 해를 얻을 수 있었고, 이때 계산시간은 2.5 msec 이내였다. 이 값은 본 시스템에서 실시간 제어를 위해 목표로 하고 있는 16 msec보다 충분히 빠르다.

손목오프셋이 있는 로봇은 설계 및 제작이 간편할 뿐만 아니라 그 축의 회전범위를 크게 할 수 있기 때문에 많은 장점이 있으나, 닫힌 역기구학 해가 존재하지 않기 때문에 이를 구하는데 있어서 많은 시간이 소요되므로 조립과 같이 빠른 작업속도가 요구되는 곳보다는 아크용접과 같이 작업 속도가 비교적 느린 곳에 주로 이용되어 왔었다. 하지만, 본 연구에서 제시한 방법과 같이 효과적인 역기구학 해를 구하는 방법개발과 더불어 매우 빠른 속도를 가진 마이크로프로세서 및 DSP 칩들의 등장으로 앞으로는 빠르고 복잡한 연속 경로제어가 요구되는 응용작업에도 오프셋이 존재하는 로봇의 실시간 경로계획 및 제어가 용이해지리라 생각된다.

참고문헌

- (1) Denavit, J and Hartenberg, R. S., 1955, "A Kinematic Notation for Lower Pair Mechanism Based Upon Matrices," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol 22, pp. 215~221.
- (2) Pieper, D. L., 1968, *The Kinematics of Manipulator Under Computer Control*, Ph. D. Thesis, Stanford Univ., Stanford, California.
- (3) Albus, J. S., 1975, "Data Storage in the Celerbellar Model Articulation Controller (CMAC)," *ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, Vol. 100, No. 3, pp. 220~227.
- (4) Paul, R. P., 1981, *Robot Manipulators*, MIT Press, Cambridge, MA.
- (5) Milenkovic, V. and Huang, B., 1983, "Kinematics of Major Robot Linkage," *13th ISIR Robots 7*, Chicago, IL.
- (6) Angles, J., 1985, "On the Numerical Solution of the Inverse Kinematic Problem," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 4, No. 2, pp. 21~37.
- (7) Wolovich, W. A. and Elliott, H., 1984, "A Computational Technique for Inverse Kinematics," *23rd IEEE CDC*, Las Vegas, NV.
- (8) Sciavicco, L. and Sicillano, B., 1986, "An Inverse Kinematic Solution Algorithm for Robots with Two-by-Two Intersecting Axes at the End Effector," *Proceedings of 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, CA., Vol. 2, pp. 675~678.
- (9) Goldenberg, A. A., Benhabib, B. and Fenton, R. G., 1985, "A Complete Generalized Solution to the Inverse Kinematics of Robots," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, RA-1:1.
- (10) Tsai, L. W. and Morgan, A. P., 1984, "Solving the Kinematics of the Most General Six and Five-Degree-of-Freedom Manipulators by Continuation Methods" *ASME J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 107, No. 2, pp. 189~200.
- (11) Paul, R. P. and Zhang, H. 1986, "Computationally Efficient Kinematics for Manipulators with Spherical Wrists Based on the Homogeneous Transformation Representation," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 5, No. 2, pp. 32~44.
- (12) Angles, J., 1986, "Iterative Kinematic Inversion of General Five-Axis Robot Manipulators," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 4, No. 4, pp. 21~37.
- (13) Manseur, R. and Doty, K. L., 1988, "A Fast Algorithm for Inverse Kinematic Analysis of

Robot Manipulators," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 7, No. 3, pp. 52~63.

(14) Sciavicco, L. and Siciliano, B., 1988, "A Solution Algorithm to the Inverse Kinematic Problem for Redundant Manipulators," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 4, No. 4, pp. 403~410.

(15) Abdel-Rahman, T. M., 1991, "A Generalized Practical Method for Analytic Solution of the Constrained Inverse Kinematics Problem of Redundant Manipulators," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 10, No. 4, pp. 382~395.

부 록 A

식(21a)에서 식(21f)를 이용하여 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \Psi = \theta_4^*, \theta_6$ 를 구해보면 다음과 같다.

첫째, θ_4 가 주어질 경우, θ_1 은 식(21a)로부터 식(A1)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \cos\theta_1 &= \frac{RP_y + \text{ISHOULD } P_x \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - R^2}}{P_x^2 + P_y^2} \\ \sin\theta_1 &= \frac{-RP_x + \text{ISHOULD } P_y \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - R^2}}{P_x^2 + P_y^2} \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

여기서, $R = d_3 - d_5 \cos\theta_4$ 이며, ISHOULD는 1

$$\begin{aligned} C_{23} &= \frac{d_4(P_x \cos\theta_1 + P_y \sin\theta_1 - A_1 - A_2 \sin\theta_2) - d_5 \sin\theta_4 (P_x - A_2 \cos\theta_2)}{d_4^2 + (d_5 \sin\theta_4)^2} \\ S_{23} &= \frac{-d_5 \sin\theta_4 (P_x \cos\theta_1 + P_y \sin\theta_1 - A_1 - A_2 \sin\theta_2) + d_4 (P_x - A_2 \cos\theta_2)}{d_4^2 + (d_5 \sin\theta_4)^2} \end{aligned}$$

$$\therefore \theta_3 = \text{Atan2}(S_{23}, C_{23}) - \theta_2 \quad (\text{A4})$$

넷째, 또한 식(21d)로부터 θ_5 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_5 &= C_{23}(C_1 a_x + S_1 a_y) - S_{23} a_z \\ S_5 &= -S_{23} C_4 (C_1 a_x + S_1 a_y) - S_4 (S_1 a_x - C_1 a_y) \\ &\quad - C_{23} C_4 a_z \\ \therefore \theta_5 &= \text{Atan2}(S_5, C_5) \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

다섯째, 식(21e)로부터 $\sin\theta_5 \neq 0$ 경우 θ_4 를 식(A6)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_4 &= -[S_{23}(C_1 a_x + S_1 a_y) + C_{23} a_z] / S_5 \\ S_4 &= -(S_1 a_x - C_1 a_y) / S_5 \end{aligned}$$

혹은 -1 로서 1축의 두가지 서로 다른 자세에서의 해를 나타내고 있다.

둘째, 식(21a), (21b) 및 (21c)의 양변을 제곱하여 더해지면, 식(A2)와 같은 θ_1 과 θ_2 의 관계를 구할 수 있다.

$$P \cos\theta_2 + Q \sin\theta_2 = R$$

$$\text{단, } P = 2A_2 P_x,$$

$$\begin{aligned} Q &= 2A_2 (P_x \cos\theta_1 + P_y \sin\theta_1 - A_1) \\ R &= (P_x \cos\theta_1 + P_y \sin\theta_1 - A_1)^2 \\ &\quad + (P_x \sin\theta_1 + P_y \cos\theta_1 + d_3)^2 \\ &\quad + A_2^2 + P_x^2 - d_4^2 - d_5^2 \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

P, Q 및 R 이 식(A2)일 때 $\cos\theta_2$ 및 $\sin\theta_2$ 를 식(A3)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \cos\theta_2 &= \frac{RP + \text{IELBOW } Q \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - R^2}}{P^2 + Q^2} \\ \sin\theta_2 &= \frac{RQ - \text{IELBOW } P \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - R^2}}{P^2 + Q^2} \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

여기서, IELBOW는 1 혹은 -1 로서, ELBOW의 자세에 따라 1(UP) 혹은 -1 (DOWN)을 사용한다.

셋째, θ_3 는 식(21b)와 (21c)로부터 식(A4)과 같이 구할 수 있다.

$$\therefore \Psi = \theta_4^* = \text{Atan2}(S_4, C_4) \quad (\text{A6})$$

단, $\sin\theta_5 \neq 0$ 인 경우 Ψ 는 변화하지 않고 그 전 값(Previous Value)을 사용한다.

여섯째, θ_6 는 $\sin\theta_5 \neq 0$ 경우 식(21f)로부터 구할 수 있으며, $\sin\theta_5 = 0$ 경우에는 식(A7)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_{46} &= S_{23}(C_1 n_x + S_1 n_y) + C_{23} n_z \\ S_{46} &= S_1 n_x - C_1 n_y \\ \therefore \theta_6 &= \text{Atan2}(S_{46}, C_{46}) - \theta_4 \end{aligned} \quad (\text{A7})$$