

〈論 文〉

부분 열유동이 있는 접합 경계면균열의 열응력세기계수 결정

이강용* · 박상준**

(1994년 1월 13일 접수)

Thermal Stress Intensity Factors for Partially Insulated Interface Crack under Uniform Heat Flow

Kang Yong Lee and Sang-Joon Park

Key Words : Interface Crack(접합면균열), Partial Insulation(부분단열), Hilbert Problem (Hilbert문제), Thermal Stress Intensity Factor(열응력세기계수)

Abstract

Hilbert problems are derived to evaluate thermal stress intensity factors for a partially insulated crack subjected to vertically uniform heat flow in infinite bonded dissimilar materials. In case of fully insulated crack surface, the present solutions of thermal stress intensity factors are reduced into the same as the previous results. For the homogeneous material, mode II thermal stress intensity factor only exists. However, in the bonded dissimilar materials, both mode I and II thermal stress intensity factors are obtained. Specially, in this case, mode II thermal stress intensity factor is dominant. Also, thermal stress intensity factors are strongly influenced by the material properties. Thermal stress intensity factors decrease when the degree of insulation decreases.

1. 서 론

열경계조건하에서 서로 다른 물성치를 갖는 접합 재료의 경계면에 존재하는 균열에 대한 열응력세기계수의 결정은 중요한 연구대상이 되고 있다.

Bogdanoff⁽¹⁾는 정상 온도분포하에 있는 2차원 탄성체내의 열응력을 구하기 위한 복소포텐셜 관계식을 제시하였다. Florence와 Goodier^(2,3)는 균일 열유동하에 있는 구와 원형구멍에 대한 열응력과 열전위개념, Muskhelishvili⁽⁴⁾의 복소포텐셜 관계식을 이용하여 단열된 구멍에 대한 열응력을 구하였다. Sih⁽⁵⁾는 Florence의 해석결과로부터 2차원 탄성체내의 균열선단에서의 열응력장은 Irwin이 제시한

기계적 하중하에서의 응력장과 동일한 형태를 보인다는 것을 증명하고 단열된 Griffith 균열선단에서의 열응력세기계수를 구하였다. Sekine⁽⁶⁾는 균일 열유동을 받는 2차원 반무한체 내에 있는 Griffith 균열에 대한 열응력세기계수를 전위개념과 복소함수 방법론을 이용하여 수치적으로 구하였다. Sumi^(7,8)는 유한 직각평판 내의 Griffith 균열에 대한 열응력세기계수를 수정 사상배열방법 및 복소함수 방법론을 이용하여 수치적으로 구하였다.

균일 열유동을 받는 접합재료의 경계면균열에 대한 문제는 Brown과 Erdogan⁽⁹⁾이 일련의 직렬 선형균열에 대해 응력분포를 제시하였으나 열응력세기계수(TSIF : Thermal Stress Intensity Factor)에 대한 구체적 결과를 주지는 못하였다. 한편 Bregman과 Kassir⁽¹⁰⁾는 동전형 균열에 대해서, Takakuda⁽¹¹⁾는 양쪽 가장자리 균열에 대하여 Muskhelishvili⁽⁴⁾

*정회원, 연세대학교 기계공학과

**정회원, 기아자동차(주) 중앙연구소

의 복소함수론을 이용하여 열응력세기계수에 관한 식을 제시하였다. Sumi와 Ueda⁽⁷⁾는 이중 정방형 유한평판 내의 중앙 경계면균열과 모서리 경계면균열에 대해서 열응력세기계수를 수치해석법에 의해 근사적으로 구하였다. Lee와 Shul⁽¹²⁾은 단열된 선형 경계면균열에 대한 열응력 문제를 Hilbert 문제화하고, 복소방법에 의해 이론적인 열응력세기계수식을 제시하였다. Lee와 Baik⁽¹³⁾은 수직 균열 열유동하에 있는 Griffith 균열 및 커스프형 균열의 표면이 완전단열되었거나 일정온도로 유지하는 경우에 대해 경계요소법을 이용하여 열응력세기계수를 구할 수 있도록 균열선단요소의 절점에서의 변위와 열응력세기계수와와의 관계식을 유도하였다.

부분 단열된 수직 균열 열유동하에 있는 균열에 대한 연구로는 Kuo⁽¹⁴⁾가 3차원 균열내에서 대류가 발생하는 문제를 수식화하고 무한평판에 균열이 있는 2차원 문제에서 균열표면을 통한 대류현상에 의한 부분 열유동이 모드 I, II 응력세기계수에 영향을 주고 모드 III 응력세기계수에는 영향을 주지 않음을 보였다. 또한 Kuo⁽¹⁵⁾는 반무한 접합체 경계면 균열내에서 열대류가 일어나는 부분 열유동 접합 경계면균열에 대한 해를 특이 적분방정식을 이용하여 제시하였다.

그러나 수직 균열 열유동하에 있는 반무한 이중 접합체내에 접합 경계면균열이 존재하고 그 균열면은 열전도로 인하여 부분 단열된 경우에 대한 열응력세기계수는 보고된 바 없으므로 본 논문에서는 복소해석방법을 이용하여 균열 및 접합재료 모두에 적용될 수 있는 열응력세기계수를 구하고자 한다.

2. 부분 단열된 경계면균열의 열응력세기계수 결정

2.1 지배방정식

본 연구의 균열문제 모델은 Fig. 1에서 보는 바와 같이 접합 경계면균열이 내재된 무한체에 경계면에 수직으로 균일한 열유동이 작용하며 균열면에서 열경계조건은 부분 단열로 가정한다.

Fig. 1에서 Q 는 y 방향의 열유동이며 S^+ 는 $y > 0$ 인 영역, S^- 는 $y < 0$ 인 영역이다. μ 는 횡탄성계수, α 는 열팽창계수, k 는 열전도계수, ν 는 푸아송비이다. 평면 열탄성문제에서 온도 T , 응력 σ 및 변위 u 는 다음식으로 주어진다.⁽¹⁾

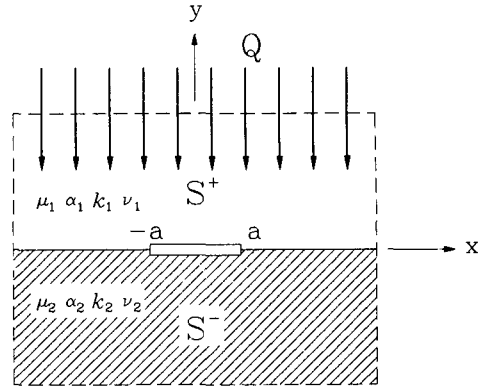


Fig. 1 The crack with the partially insulated surface along the interface of two bonded dissimilar half-planes subjected to the uniform heat flow

$$T_j = Re[\Omega_j(z)] \tag{1}$$

$$\sigma_{jyy} - i\sigma_{jxy} = \varphi_j'(z) + \overline{\varphi_j'(z)} + z\overline{\varphi_j''(z)} + \overline{\phi_j''(z)} \tag{2}$$

$$2\mu_j(u_{jx} + iu_{jy}) = \kappa_j\varphi_j(z) - z\overline{\varphi_j'(z)} - \overline{\phi_j'(z)} + 2\mu_j\alpha_j^* \int \Omega_j(z) dz \tag{3}$$

여기서, 하첨자 j 는 1, 2로서 상하영역을 뜻하며 z 는 복소변수, $i = \sqrt{-1}$, $\Omega_j(z)$ 는 복소온도 포텐셜 함수, $\varphi_j(z)$ 와 $\phi_j(z)$ 는 복소응력 포텐셜함수이고 κ_j 와 α_j^* 는 아래와 같이 정의된다.

$$\kappa_j \equiv \begin{cases} 3 - 4\nu_j & (\text{평면 변형률상태}) \\ \frac{3 - \nu_j}{1 + \nu_j} & (\text{평면 응력상태}) \end{cases} \tag{4}$$

$$\alpha_j^* \equiv \begin{cases} (1 + \nu_j)\alpha_j & (\text{평면 변형률상태}) \\ \alpha_j & (\text{평면 응력상태}) \end{cases} \tag{5}$$

2.2 열경계조건의 Hilbert 문제화

이 모델에 대한 열경계조건은 아래와 같다.

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = k_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} = \eta Q \quad (|x| \leq a, y=0) \tag{6}$$

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = k_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} \quad (|x| > a, y=0) \tag{7}$$

$$T_1 = T_2 \quad (|x| > a, y=0) \tag{8}$$

여기서, η 는 0부터 1까지 변화되는 부분 단열계수로 0일 때는 균열이 완전 단열인 경우이고, 1일 때는 열유동이 균열에 영향을 받지 않는 경우이다.

열경계조건 식(7), (8)을 이용하여 S^+ 와 S^- 에서 정칙인 구분 정칙함수 $f'(z)$ 와 $g'(z)$ 를 아래와 같

이 정의한다.

$$f'(z) \equiv k_1 \Omega_1'(z) + k_2 \overline{\Omega_2''}(z) \quad (z \in S^+) \quad (9)$$

$$f'(z) \equiv k_1 \overline{\Omega_1'}(z) + k_2 \Omega_2'(z) \quad (z \in S^-) \quad (10)$$

$$g'(z) \equiv \Omega_1'(z) - \overline{\Omega_2''}(z) \quad (z \in S^+) \quad (11)$$

$$g'(z) \equiv -\overline{\Omega_1'}(z) + \Omega_2'(z) \quad (z \in S^-) \quad (12)$$

식(1), (9)~(12)를 이용하여 식(6)을 다시 쓰면 아래와 같은 열경계조건에 대한 Hilbert문제를 얻는다.

$$f^{'+}(x) - f'^-(x) = 0 \quad (|x| \leq a, y=0) \quad (13)$$

$$g^{'+}(x) + g'^-(x) = -2i\eta Q \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \quad (|x| \leq a, y=0) \quad (14)$$

2.3 기계적 경계조건인 Hilbert 문제화

트랙션이 없는 접합 경계면균열에서의 기계적 경계조건은 아래와 같다.

$$(\sigma_{1yy} - i\sigma_{1xy})^+ = (\sigma_{2yy} - i\sigma_{2xy})^- = 0 \quad (|x| \leq a, y=0) \quad (15)$$

$$(\sigma_{1yy} - i\sigma_{1xy})^+ = (\sigma_{2yy} - i\sigma_{2xy})^- \quad (|x| > a, y=0) \quad (16)$$

$$(u_{1yy} - iu_{1xy})^+ = (u_{2yy} - iu_{2xy})^- \quad (|x| > a, y=0) \quad (17)$$

기계적 경계조건 식(16), (17)을 이용하여 구분 정칙함수 $\theta'(z)$ 와 $\phi'(z)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\theta'(z) \equiv \varphi_1'(z) - \overline{\varphi_2''}(z) - z \overline{\varphi_2'''}(z) - \overline{\varphi_2'''}(z) \quad (z \in S^+) \quad (18)$$

$$\theta'(z) \equiv \varphi_2'(z) - \overline{\varphi_1''}(z) - z \overline{\varphi_1'''}(z) - \overline{\varphi_1'''}(z) \quad (z \in S^-) \quad (19)$$

$$\phi'(z) \equiv \mu_2 k_1 \varphi_1'(z) + \mu_1 \overline{\varphi_2''}(z) + \mu_1 z \overline{\varphi_2'''}(z) + \mu_1 \overline{\varphi_2'''}(z) + 2\mu_1 \mu_2 \alpha_1^* \Omega_1(z) \quad (z \in S^+) \quad (20)$$

$$\phi'(z) \equiv \mu_1 k_2 \varphi_2'(z) + \mu_2 \overline{\varphi_1''}(z) + \mu_2 z \overline{\varphi_1'''}(z) + \mu_2 \overline{\varphi_1'''}(z) + 2\mu_1 \mu_2 \alpha_2^* \Omega_2(z) \quad (z \in S^-) \quad (21)$$

식(2), (18)~(21)을 이용하여 식(15)를 표현하면 아래와 같은 기계적 경계조건에 대한 Hilbert문제를 얻는다.

$$\theta^+(x) + \theta^-(x) = 0 \quad (|x| \leq a, y=0) \quad (22)$$

$$\omega^+(x) + \beta \omega^-(x) = h(x) \quad (|x| \leq a, y=0) \quad (23)$$

여기서,

$$h(x) \equiv 2\mu_1 \mu_2 \{ \alpha_1^* \Omega_1^+(x) + \beta \alpha_2^* \Omega_2^-(x) \} \quad (24)$$

$$\omega'(z) \equiv \Gamma \theta'(z) - \phi'(z) \quad (25)$$

$$\beta \equiv \frac{\mu_1 + \mu_2 k_1}{\mu_2 + \mu_1 k_2} \quad (26)$$

$$\Gamma \equiv -\frac{\mu_1(1 - \beta k_2)}{1 + \beta} \quad (27)$$

2.4 Hilbert문제의 해

2.4.1 온도포텐셜에 대한 Hilbert문제의 해

식(13)을 만족하는 $f'(z)$ 는 전 영역에서 정칙이므로, 그리고 식(14)를 만족하는 $g'(z)$ 는 Muskhelishvili⁽⁴⁾의 복소해석방법에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$f'(z) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m z^{-m} \quad (28)$$

$$g'(z) = -\frac{(k_1 + k_2) X_0(z)}{\pi k_1 k_2} \int_{-a}^a \frac{\eta Q}{(x-z) X_0^+(x)} dx + X_0(z) \sum_{n=0}^{\infty} B_n z^n \quad (29)$$

여기서,

$$X_0^+(x) + X_0^-(x) = 0 \quad (30)$$

$$X_0(z) \equiv (z+a)^{-\frac{1}{2}}(z-a)^{-\frac{1}{2}} \quad (31)$$

무한경계에서 y 방향의 열유동 Q 만 존재하므로 구분 정칙함수 $f'(z)$ 는 다음 조건을 만족한다.

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} f'(z) = 0 \quad (32)$$

식(32)의 결과와 $f'(z)$ 가 전 영역에서 정칙일 조건을 이용하면 $f'(z) = 0$ 이다.

함수 $g'(z)$ 는 무한대에서 일정한 값을 갖어야 하므로 식(29)의 오른쪽 두번째 항의 계수는 B_0 와 B_1 만 남는다.

식(29)의 적분항을 계산하기 위해 유수정리를 이용하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$g'(z) = i\eta Q \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \right] + \frac{B_0 + B_1 z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (33)$$

무한경계 상에서 y 방향의 열유동이 존재하므로 식(33)에 식(11)과 (12)를 이용하면 B_1 은 아래와 같다.

$$B_1 = iQ \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \quad (34)$$

식(14)로부터 온도 일가조건은 아래와 같이 표현된다.

$$\int_a^a [g^{+'}(x) - \overline{g^{+'}}(x) + 2i\eta Q \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}] dx = 0 \quad (35)$$

식(33) ~ (35)와 온도가 y 축에 대칭이라는 조건을 이용하면 $B_0 = 0$ 이 된다. 따라서 식(9) ~ (12)에 위의 결과를 대입하면 복소온도포텐셜의 세기는 아래와 같이 유도된다.

$$\Omega_1'(z) = i \frac{\eta Q}{k_1} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \right] + i \frac{Q}{k_1} \frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (36)$$

$$\Omega_2'(z) = i \frac{\eta Q}{k_2} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \right] + i \frac{Q}{k_2} \frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (37)$$

2.4.2 응력포텐셜에 대한 Hilbert문제의 해

식(22)를 만족하는 $\Theta'(z)$ 는 경계면과 균열면을 포함한 전 영역에서 정칙이므로, 그리고 식(23)을 만족하는 $w'(z)$ 는 Muskhelishvili⁽⁴⁾의 복소해석방법에 의해 다음과같이 주어진다.

$$\Theta'(z) = \sum_{p=0}^{\infty} C_p z^p \quad (38)$$

$$w'(z) = \frac{R_0(z)}{2\pi i} \int_a^a \frac{h(x)}{(x-z)R_0^+(x)} dx + R_0(z) \sum_{s=0}^{\infty} D_s z^s \quad (39)$$

여기서,

$$R_0^+(x) + \beta R_0^-(x) = 0 \quad (40)$$

$$R_0(z) \equiv \left[\frac{z+a}{z-a} \right]^{\gamma} \frac{1}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (41)$$

$$\gamma \equiv \frac{\ln \beta}{2\pi} \quad (42)$$

무한경계에서 트랙션과 회전성분이 없으므로 $\varphi_j'(z)$ 와 $\phi_j''(z)$ 는 다음 조건을 만족한다.⁽⁴⁾

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \varphi_j'(z) = 0 \quad (43)$$

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \phi_j''(z) = 0 \quad (44)$$

그러므로 식(18), (19)에 의해 구분 정칙함수 $\Theta'(z)$ 는 무한원점에서 다음 조건을 만족한다.

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \Theta'(z) = 0 \quad (45)$$

따라서 전 영역에서 정칙이 되기 위하여 $\Theta'(z)$ 는 다음과 같다.

$$\Theta'(z) = 0 \quad (46)$$

식(39)의 우측 선적분은 큰 $|z|$ 값에 대해서 다음식을 만족한다.

$$\frac{1}{2\pi i} \int_a^a \frac{h(x)}{(x-z)R_0^+(x)} dx = - \sum_{t=1}^{\infty} \frac{P_t}{z^t} \quad (47)$$

여기서,

$$P_t \equiv \frac{1}{2\pi i} \int_a^a \frac{x^{t-1} h(x)}{R_0^+(x)} dx \quad (t=1, 2, 3, \dots) \quad (48)$$

구분 정칙함수 $w'(z)$ 는 온도분포가 y 축에 대칭이므로 식(39)의 다항식의 계수는 D_0 만 남으며 식(47)과 (48)에 의해 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$w'(z) = \frac{h(z)}{1+\beta} - \frac{2i\mu_1\mu_2 QR_0(z)}{1+\beta} \left[\frac{\alpha_1^*}{k_1} + \beta \frac{\alpha_2^*}{k_2} \right] \left[z^2 - 2i\gamma az - a^2 \left(1 + 2\gamma^2 - \frac{\eta}{2} \right) \right] + R_0(z) D_0 \quad (49)$$

식(23)으로 부터 변위일가 조건식은 아래와 같다.

$$\int_a^a \left[w^{+'}(x) - \frac{h(x)}{1+\beta} \right] dx = 0 \quad (50)$$

식(50)에 식(49)를 대입하면 다음식을 얻을 수 있

$$D_0 = i(2\eta - 1) Q a^2 \frac{\mu_1 \mu_2}{1+\beta} \left[\frac{\alpha_1^*}{k_1} + \beta \frac{\alpha_2^*}{k_2} \right] \quad (51)$$

식(51)를 식(49)에 대입하면 $w'(z)$ 는 아래와 같다.

$$w'(z) = \frac{h(z)}{1+\beta} - \frac{2i\mu_1\mu_2 QR_0(z)}{1+\beta} \left[\frac{\alpha_1^*}{k_1} + \beta \frac{\alpha_2^*}{k_2} \right] \left[z^2 - 2i\gamma Raz - a^2 \left(1 + 2\gamma^2 - \frac{\eta}{2} \right) \right] \quad (52)$$

식(2)와 식(18) ~ (21)을 이용하여 응력을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_{1yy} - i\sigma_{1xy} &= \frac{1}{\mu_1 + \mu_2 k_1} \left[(\mu_1 + \Gamma) \{ \Theta'(z) - \Theta'(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{\Theta''(z)} \} \right. \\ &\quad + \{ w'(z) + \beta w'(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{w''(z)} \} \\ &\quad \left. - 2\mu_1 \mu_2 \{ \alpha_1^* \Omega_1(z) + \beta \alpha_2^* \Omega_2(\bar{z}) + \alpha_1^* (z - \bar{z}) \overline{\Omega_1'(z)} \} \right] \quad (53) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{2yy} - i\sigma_{2xy} &= \frac{1}{\mu_2 + \mu_2 k_2} \left[(\mu_2 + \Gamma) \{ \Theta'(z) - \Theta'(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{\Theta''(z)} \} \right. \\ &\quad + \{ w'(z) + \frac{1}{\beta} w'(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{w''(z)} \} \\ &\quad \left. - 2\mu_1 \mu_2 \left\{ \frac{1}{\beta} \alpha_1^* \Omega_1(\bar{z}) + \alpha_2^* \Omega_2(z) \right\} \right] \end{aligned}$$

$$+ \alpha_2^* (z - \bar{z}) \overline{\Omega_2^*(z)} \} \quad (54)$$

접합경계면 상 ($y=0$)의 응력을 구하기위해서 식 (53)에 $\Theta^+(x) = \Theta^-(x) = 0$, $\omega^+(x) = \omega^-(x)$ 의 관계와 식 (52)를 대입하여 다음과 같은 접합 경계면상에서의 응력분포를 얻었다.

$$\begin{aligned} & (\sigma_{yy} - \sigma_{xy})^+ \\ &= \frac{-2\mu_1\mu_2 \left[\frac{x+a}{x-a} \right]^{i\gamma} \frac{Qi}{\sqrt{x^2-a^2}} \left[\frac{\alpha_1^*}{k_1} + \beta \frac{\alpha_2^*}{k_2} \right]}{\mu_1 + \mu_2 k_1} \\ & \left[x^2 - 2i\gamma ax - a^2(\eta - 2\gamma^2 + \frac{1}{2}) \right] \quad (55) \end{aligned}$$

2.5 열응력세기계수의 결정

접합경계면에서 응력분포식이 주어졌을 때 응력세기계수식은 다음과 같다. (16)

$$\begin{aligned} & K_I - iK_{II} \\ &= \lim_{r \rightarrow 0} 2\sqrt{2\pi} \left[\frac{1}{e^{\pi\gamma} - e^{-\pi\gamma}} \right] r^{\frac{1}{2} + i\gamma} (\sigma_{yy} - i\sigma_{xy}) \quad (56) \end{aligned}$$

여기서, r 은 균열선단으로부터의 거리이다. 식 (55)를 식 (56)에 대입하면 부분 단열된 경계면균열을 갖는 접합재료에 균일 열유동 Q 가 경계면에 수직하게 흐르고 있는 경우의 열응력세기계수식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} K_I - iK_{II} &= \frac{-2i\mu_1\mu_2 Q \left[\frac{\alpha_1^*}{k_1} + \beta \frac{\alpha_2^*}{k_2} \right] \frac{a\sqrt{\pi a}}{\cosh(\pi\gamma)}}{\left[2\gamma + i\left(\frac{1-\eta}{2} - 2\gamma^2\right) \right]} \\ & \left[\cos(\gamma \ln 2a) + i\sin(\gamma \ln 2a) \right] \quad (57) \end{aligned}$$

3. 검 토

열응력세기계수 식(57)의 타당성을 검증하기 위하여 균질재료에 균열면이 단열인 모델에 균열과 수직으로 균일 열유동 Q 가 작용하는 경우에 대해서 기존해(6)와 비교하였을 때 아래와 같이 동일한 결과를 준다.

$$\begin{aligned} & K_I = 0 \\ & K_{II} = \frac{2a^* \mu \sqrt{\pi} a^{\frac{3}{2}} Q}{k(1+\kappa)} \quad (58) \end{aligned}$$

편의상 무차원화된 열응력세기계수를 아래와 같이 정의한다.

$$Y_I \equiv \frac{K_I}{K_m}, \quad Y_{II} \equiv \frac{K_{II}}{K_m} \quad (59)$$

여기서,

$$K_m \equiv \frac{2a^* \mu \sqrt{\pi} a^{\frac{3}{2}} Q}{k(1+\kappa)} \quad (60)$$

그리고 물성치비, 즉 $\mu_0 \equiv \mu_1/\mu_2$, $\alpha_0^* \equiv \alpha_1/\alpha_2^*$, $k_0 \equiv k_1/k_2$ 를 정의하고, 부분 단열계수와 열응력세기계수와와의 관계를 검토한다. $\mu_1 = 8 \times 10^4$ (MPa), $\alpha_1 = 2 \times 10^{-5}$ (/K), $k_1 = 1.0$ (K/m), $\nu_1 = \nu_2 = 3 \times 10^{-1}$ 로 그리고 평면 변형률상태로 가정한다. Fig. 2는 횡탄성계수비의 영향을 분석하기 위하여 $k_0 = 1/3$, $\alpha_0^* = 1/5$ 로 고정시켜 놓고 부분 단열계수를 변화시켰을 때 횡탄성계수비가 열림형 열응력세기계수의 변화에 미치는 영향을 검토하기 위한 그림이다. 횡탄성계수비가 1보

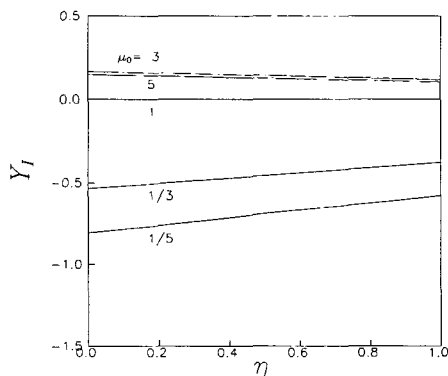


Fig. 2 The variation of dimensionless mode I thermal stress intensity factor under the partially insulated interface crack surface condition with the ratio of shear modulus ($\alpha_0^* = 1/5$, $k_0 = 1/3$)

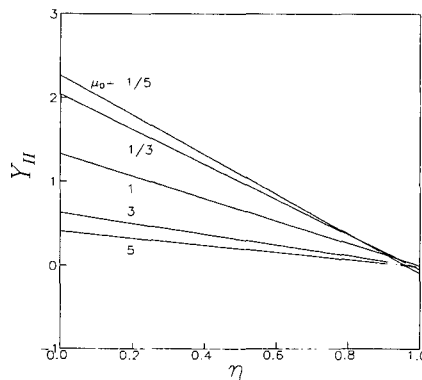


Fig. 3 The variation of dimensionless mode II thermal stress intensity factor under the partially insulated interface crack surface condition with the ratio of shear modulus ($\alpha_0^* = 1/5$, $k_0 = 1/3$)

다 작은 값에서는 열림형 열응력세기계수가 음의 값을 나타내지만, 횡탄성계수비가 1보다 커지면 양의 값으로 바뀌고 있다. 즉, 횡탄성계수가 큰 쪽에서 열유동이 들어오면 균열 열림현상이 일어나지만, 횡탄성계수가 작은 쪽에서 열유동이 들어오면 균열 닫힘현상이 일어난다. 이는 Lee와 Baik⁽¹³⁾의 연구와 유사한 경향이다. 부분 단열계수가 커짐에 따라 횡탄성계수가 1보다 큰 경우와 1보다 작은 경우의 열림형 열응력세기계수는 모두 0으로 가까워짐을 알 수 있다.

Fig. 3은 횡탄성계수비의 영향을 분석하기 위하여 $k_0=1/3$, $\alpha_0^*=1/5$ 로 고정시켜 놓고 부분 단열계수를 변화시켰을 때 횡탄성계수비가 미끄럼형 열응력세기계수의 변화에 미치는 영향을 검토하기 위한 그림이다. 부분 단열계수가 증가함에 따라 미끄럼형 열응력세기계수는 감소함을 알 수 있다. Fig. 2와 비교하여 보면 부분 단열계수의 변화는 열림형 열응력세기계수보다 미끄럼형 열응력세기계수에 더 큰 영향을 줌을 알 수 있다.

Fig. 4는 횡탄성계수비를 5로 고정시킨 후 부분 단열계수를 변화시켰을 때 일정한 열전도계수비 하에서 선펡창계수비가 열림형 열응력세기계수의 변화에 미치는 영향을 검토하기 위한 그림이다. 이때 열전도계수비는 1과 1/3 두 가지로 변화시켰다. 선펡창계수비와 부분 단열계수가 증가할수록 열림형 열응력세기계수는 0으로 접근한다. 또한 열전도계수비가 감소할수록 열림형 열응력세기계수는 더욱더 0으로 접근한다.

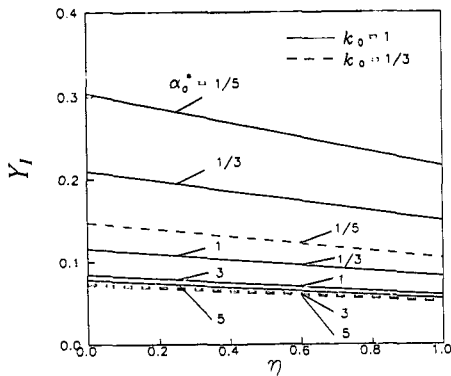


Fig. 4 The variation of dimensionless mode I thermal stress intensity factor under the partially insulated interface crack surface condition with the ratio of thermal expansion coefficient ($0=5$, $k_0=1, 1/3$)

Fig. 5는 횡탄성계수비를 5로 고정시킨 후 부분 단열계수를 변화시켰을 때 일정한 열전도계수비 하에서 선펡창계수비가 미끄럼형 열응력세기계수에 미치는 영향을 보기 위한 그림이다. Fig. 4에서와 마찬가지로 열전도계수비는 1과 1/3 두 가지로 변화시켰다. 선펡창계수비가 1이상인 경우 미끄럼형 열응력세기계수는 선펡창계수비가 1이하인 경우보다 변화가 적음을 알 수 있다. 열전도계수비가 감소할수록 미끄럼형 열응력세기계수는 0으로 접근한다.

Fig. 6은 횡탄성계수비를 5로 고정시킨 후 부분 단열계수를 변화시켰을 때 일정한 선펡창계수비 1

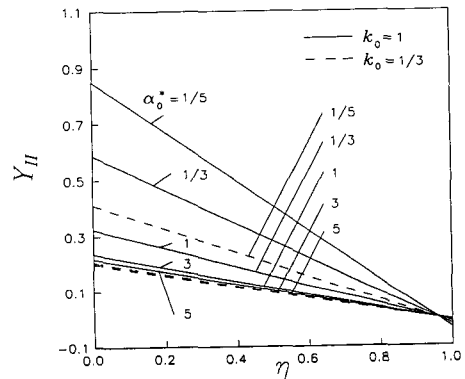


Fig. 5 The variation of dimensionless mode II thermal stress intensity factor under the partially insulated interface crack surface condition with the ratio of thermal expansion coefficient ($0=5$, $k_0=1, 1/3$)

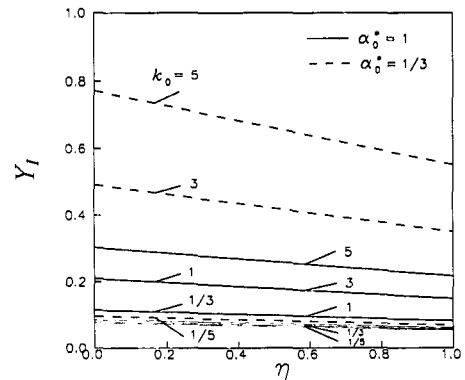


Fig. 6 The variation of dimensionless mode I thermal stress intensity factor under the partially insulated interface crack surface condition with the ratio of heat conductivity ($0=5$, $\alpha_0^*=1, 1/3$)

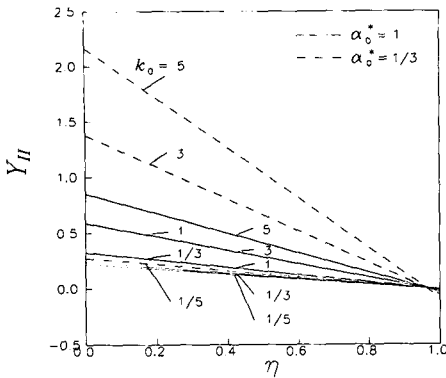


Fig. 7 The variation of dimensionless mode II thermal stress intensity factor under the partially insulated interface crack surface condition with theratio of heat conductivity ($k_0=5, \alpha_0^*=1, 1/3$)

과 1/3 하에서 열전도계수비가 열림형 열응력세기계수에 미치는 영향을 보기 위한 그림이다. 열전도계수비가 감소할수록 부분 단열계수가 증가할수록 열림형 열응력세기계수는 0으로 접근한다. 또한 동일한 열전도계수비 하에서 선펡창계수비가 증가하면 열림형 열응력세기계수는 0으로 접근한다.

Fig. 7은 횡탄성계수비를 5로 고정시킨 후 부분 단열계수를 변화시켰을 때 일정한 선펡창계수비 1 과 1/3 하에서 열전도계수비가 미끄럼형 열응력세기계수에 미치는 영향을 보기 위한 그림이다. Fig. 6에서와 마찬가지로의 경향을 보인다.

4. 결 론

균일 열유동 하의 2차원 탄성체 내에 부분 단열된 경계면균열이 존재할 때 온도포텐셜과 응력포텐셜을 Hilbert문제로 해석하여 열응력세기계수를 구하는 문제에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 균열면이 부분 단열된 접합재료 및 균질재료 모두에 적용될 수 있는 열응력세기계수를 유도하고 균열면이 완전 단열된 경우에는 기존해와 일치함을 보였다.

(2) 균질재료의 경우에는 단열계수에 상관없이 미끄럼형 열응력세기계수만 존재한다.

(3) 접합재료인 경우에는 열림형 및 미끄럼형 열응력세기계수가 모두 존재하며 미끄럼형 열응력세기계수가 지배적이다.

(4) 접합재료인 경우 물성치의 변화에 따라 열응

력세기계수는 민감하게 변화하며 단열정도가 약화될수록 열응력세기계수는 감소한다.

참고문헌

- (1) Bogdanoff, J. L., 1954, "Note on Thermal Stress," *J. Appl. Mech.*, Vol. 21, p. 88.
- (2) Florence, A. L. and Goodier, J. N., 1959, "Thermal Stress at Spherical Cavities and Circular Holes in Uniform Heat Flow," *J. Appl. Mech.*, Vol. 26, pp. 293~294.
- (3) Florence, A. L. and Goodier, J. N., 1960, "Thermal Stress due to Disterbance of Uniform Heat Flow," *J. Appl. Mech.*, Vol. 27, pp. 635~639.
- (4) Muskhelishvili, N. I., 1963, *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*, Noordhoff Int. Publishing Company, Leyden.
- (5) Sih, G. C., 1962, "On the Singular Character of Thermal Stresses near a Crack Tip," *J. Appl. Mech.*, Vol. 28, pp. 587~589.
- (6) Sekine, H., 1974, "Thermal Stress Singularities at Tips of a Crack in a Semi-Infinite Medium under Uniform Heat Flow," *Engng Fracture Mech.*, Vol. 10, No. 1, pp. 713~729.
- (7) Sumi, N. and Ueda, S., 1989, "Thermal Stress in Bonded Dissimilar Finite Materials with External Interface Cracks," *日本機械學會論文集 (A編)*, 55卷, 519號, pp. 2325~2329.
- (8) Sumi, N., 1986, "Thermal Stress in Bonded Dissimilar Finite Materials with Interface Cracks," *日本機械學會論文集 (A編)*, 52卷, 473號, pp. 13~18.
- (9) Brown, J. and Erdogan, F., 1968, "Thermal Stresses in Bonded Materials Containing Cuts on the Interface," *Int. J. Engng Sci.*, Vol. 6, No. 9, pp. 517~529.
- (10) Bregman, A. M. and Kassir, M. K., 1975, "Thermal Fracture of Bonded Dissimilar Media Containing a Penny Shaped Crack," *Int. J. Fracture*, Vol. 10, No. 1, pp. 87~98.
- (11) Takakuda, K., 1984, "Steady State Thermal Stresses in a Bonded Dissimilar Medium with an External Crack on the Interface," *Bulletin of the Japanese Society of Mechanical Engineers*, Vol.

- 27, No. 234, pp. 2643~2650.
- (12) Lee, K. Y. and Shul, C. W., 1991, "Determination of Thermal Stress Intensity Factors for the Interface Crack between Dissimilar Materials under Uniform Heat Flow," *Engng. Fracture Mech.*, Vol. 40, No. 6, pp. 1067~1074.
- (13) Lee, K. Y. and Baik, W. C., Vol. "Boundary Element Analysis of Thermal Stress Intensity Factors for Interface Griffith and Cusp Cracks," *Engng. Fracture Mech.*, in Press.
- (14) Kuo, A. Y., 1990, "Effects of Crack Surface Heat Conductance on Stress Intensity Factors," *J. Appl. Mech.*, Vol. 57, No. 7, pp. 354~358.
- (15) Kuo, A. Y., 1990, "Interface Crack Between Two Dissimilar Half Spaces Subjected to a Uniform Heat Flow at Infinity-Open Crack," *J. Appl. Mech.*, Vol. 57, No. 7, pp. 359~364.
- (16) Nakanishi, H., Umakwa, S., Akasaki, T. and Suzuki, M., 1986, "Stress Intensity Factors of Interface Cracks around a Circular Inclusion," *日本機械學會論文集(A編)*, 52卷, 479號, pp. 1655~1662.