

〈論 文〉

장섬유로 보강된 세라믹 복합재료에서 섬유파단이 마찰일에 미치는 영향

조 종 두

(1994년 2월 3일 접수)

Influence of Fiber Breaks on the Frictional Work in a Continuous Fiber-Reinforced Ceramic Matrix Composite

Chongdu Cho

Key Words : Fiber Break (강화섬유파단), Matrix Crack (모재균열), Slip Zone (마찰영역), Interfacial Shear Stress (계면전단응력), Frictional Work (마찰일)

Abstract

Theoretical equations for an influence of fiber breaks on the frictional heating phenomenon in a uniaxially fiber-reinforced ceramic matrix composite are formulated. The microslip and gross slip phases are considered for deriving the equations. During a complete loading/unloading cycle, the work done against friction is derived. In order to estimate interfacial shear in a unidirectionally reinforced ceramic matrix composite which has fiber fractures as well as matrix cracks, parametric studies using the derived equations are done. In a case of less than 10% fiber fractures, additional frictional work due to fiber breaks can be neglected compared to the rest.

기 호 설 명

<p>d_f : 섬유 지름</p> <p>E_m, E_f : 모재, 섬유의 탄성계수</p> <p>g, G : 섬유파단의 누적 확률밀도함수</p> <p>h : 모재 균열면에서 섬유파단 지점까지의 거리</p> <p>l : 마찰영역길이</p> <p>m : Weibull분포에서 형상인자</p> <p>N : 총 섬유개수</p> <p>$p(\sigma_0, h)$: 섬유파단 확률밀도함수</p> <p>p, q : 섬유, 모재의 평면 변형률 응력</p> <p>v_f, v_m : 섬유, 모재의 부피비</p> <p>ϕ_{frac} : 섬유파단이 있는 경우의 마찰일</p> <p>ϕ_{unfrac} : 섬유파단이 없는 경우의 마찰일</p> <p>σ_0 : 모재 균열면에서 작용하는 섬유응력</p>	<p>$\Delta\sigma$: 피로하중한도</p> <p>Δu : 균열 개구변위의 변화량</p> <p>τ : 모재/섬유 계면전단응력</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

1. 서 론

섬유로 보강된 복합재료는 무게가 가벼울뿐 아니라 비강도가 우수하기 때문에 점차 금속의 대체재질로 자리를 잡아가고 있다. 특히 최근 복합재료에 대한 연구의 경향은 효율이 높은 엔진 등을 개발하기 위하여 섭씨 1200도 이상의 극고온에서도 재료의 기계적 성질이 현저히 저하되지 않고 사용될 수 있는 재질의 합성에 큰 관심이 집중되고 있다. 이에 대한 가능성이 큰 신소재중 하나로서 1980년대 이후 세라믹모재 복합재료(이하 CMC)에 대한 많은 연구가 진행되었다. 복합재료 내부에 균열등의

*정회원, 인하대학교 기계공학과

결합이 생겼을 때 CMC의 기계적 거동을 지배하는 가장 큰 요인은 모재와 섬유사이에서 작용하는 계면전단응력(interfacial shear stress)의 크기이므로 복합재료에서 이 값을 결정하는 것은 매우 중요한 연구과제중 하나이다.⁽¹⁾

현재 계면전단응력을 결정하기 위하여 일반적으로 강화섬유뽑기(fiber pull-out)^(2,3)와 강화섬유밀어넣기(fiber push out or indentation)⁽⁴⁻⁷⁾ 두가지의 방법이 보편적으로 사용되고 있다. 이 방법들은 실험이 매우 까다로운 뿐만 아니라 계면전단응력을 결정하기 위해서 여러번 실험하여 측정된 값들의 평균값을 계산하여야 한다.

최근 Holmes 등⁽⁸⁻¹¹⁾은 장섬유로 보강된 세라믹 복합재료의 피로시험중 시편의 표면으로부터 현저한 온도상승을 발견하였다. 예를 들어 C섬유로 보강된 SiC모재 복합재료의 실험에서 피로응력한도가 250 MPa과 10 MPa인 경우에 1 Hz주파수에서는 0.5 K의 온도가 상승되었고 85 Hz시에는 30 K의 온도가 상승되었다. 그리고 온도상승의 영향이 복합재료내의 마찰에서 기인한다고 결론지었다. 이에 착안하여 Cho 등^(8,9)은 피로시험시 시편의 온도상승만을 측정하여 계면전단응력을 계산할 수 있는 새로운 방법을 연구하였다. 이 방법은 한번의 간단한 온도측정으로 시편내 모든 계면에 작용하고 있는 전단응력의 평균값을 결정할 수 있을 뿐만 아니라 계면전단응력값의 연속적인 추적도 가능케 하는 특징을 가지고 있다.

그러나 기존에 발표된 모델에서는 손상된 복합재료에서 보강섬유의 파단은 무시하고 단지 모재균열만 존재하는 것으로 단순화하여 식을 유도하였다. 본 논문에서는 모재의 균열과 보강섬유의 파단이 동시에 존재하는 일반적인 경우에 대하여 식을 유도하였다.

2. 피로하중을 받는 복합재료

2.1 모재균열

장섬유에 의하여 길이방향으로 균일하게 보강된 복합재료에 단축 인장하중이 작용할 경우에 시편에는 전 영역에 걸쳐 동일한 변형률이 분포한다. 인장하중이 모재의 파괴한도를 초과하게 되면 복합재료에는 최초의 모재균열이 발생하게 되고 시편의 응력장은 더 이상 균일하지 않게 된다. 균열이 일어나면 균열면에서 모재는 어떤 하중도 전달할 수

없으므로 균열면을 연결하고 있는 강화섬유가 모든 하중을 지지해야 한다.

따라서 평면 변형률상태는 균열의 발생으로 깨어지게 되고 모재의 응력은 균열면으로부터 모재와 보강섬유의 계면을 따라 $4\tau v_f/d_f v_m$ (Fig. 1 참조)에 비례하여 응력이 회복되고 역으로 섬유는 $4\tau/d_f$ 의 비율로 응력이 감소된다. 여기서 τ 는 계면전단응력의 크기이고 d_f 는 섬유의 지름을 의미하며 v 는 복합재료 전체에 대한 각 요소의 부피비를 나타낸다. 이러한 응력의 전달은 섬유와 모재가 평면변형률의 크기로 회복될 때까지 계속된다. 응력이 전달되는 과정에서 모재와 섬유사이의 상대운동이 일어나는 길이를 마찰길이(slip length, l)라고 한다.

계속해서 하중을 증가시키면 평면 변형률의 크기가 커지므로 마찰길어도 증가하게 된다. 균열면에서 섬유는 가장 큰 응력을 받는다. 섬유에 σ_0 의 인장응력이 작용할때 힘의 평형조건식을 이용하면 평면 변형률의 상태에서 섬유와 모재에 작용하는 응력의 크기를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$p = \sigma_f^* = \frac{\beta \sigma_0}{1 + \beta} \tag{1}$$

$$q = \sigma_m^* = \frac{v_f \sigma_0}{v_m (1 + \beta)} \tag{2}$$

여기서, $\beta = v_f E_f / v_m E_m$ 으로 정의되었다. 또한 식(2)와 Fig. 1로부터 마찰길이 l 은 다음의 식(3)으로 주어진다.

$$l = \frac{\sigma_0 d_f}{4\tau(1 + \beta)} \tag{3}$$

복합재료에서 재료의 기계적 거동은 종종 균열 개구변위(crack opening displacement, u)에 의하여 편리하게 기술될 수 있다. 균열 개구변위를 이용하여 균열면에서 강화섬유에 작용하는 인장응력

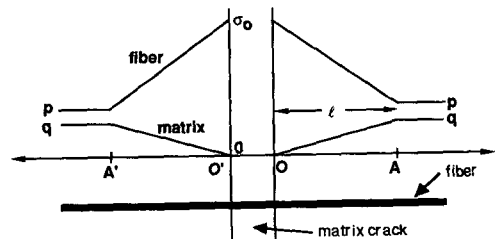


Fig. 1 Stresses in fiber and matrix prior to fiber breaks are shown. p and q are plane strain stresses of fiber and matrix, respectively. The fiber is bridging over a matrix crack

의 크기는 식(4)로 표현할 수 있다. ⁽¹²⁻¹⁴⁾

$$\sigma_0(u) = 2\sqrt{u} \left[\frac{E_f \tau (1 + \beta)}{d_f} \right]^{1/2} \quad (4)$$

2.2 강화섬유의 파단

균열면에서 모든 하중은 강화섬유에 의하여 지지되어야 하므로 강화섬유는 모재 균열주위에서 상대적으로 높은 하중을 받게 된다. 강화섬유의 파단은 섬유의 응력에 직접적인 영향을 받고 섬유의 응력 상태는 마찰영역의 끝에서 평면 변형률상태의 값으로 회복되므로 보강섬유의 응력값이 최대인 모재 균열면 주위에서 섬유의 파단위치가 집중될 것이다. 따라서 대다수의 섬유파단위치는 Fig. 1에서 보여진 A와 A' 사이에서 일어나게 된다. 주어진 외부 하중의 상태에서 섬유파단이 일어나는 위치를 결정하기 위하여 Weakest Link Theory⁽¹⁴⁻¹⁶⁾를 응용할 수 있다.

모재 균열면에서 h만큼 떨어진 위치에 섬유의 파단이 일어났다고 가정하자. 섬유는 파단이 일어난 위치에서 어떠한 하중도 전달할 수 없으므로 파단된 섬유는 모재 균열면으로부터 뿔혀지면서 모재 내에 남아있는 섬유의 길이(h)를 따라서 마찰영역이 형성된다. 모재 균열면에서 섬유가 뿔히기 위하여 섬유는 계면에 작용하는 마찰력을 받아야 하므로 파단된 섬유에 작용하는 최대 인장응력의 크기는 다음의 식(5)에 의하여 계산된다.

$$\sigma_f = \frac{4\tau}{d_f} h \equiv \alpha \sigma_0 \quad (5)$$

여기서, $\alpha = 4\tau h / \sigma_0 d_f$ 로 정의되었으며 파단되지 않은 섬유에 작용하는 응력에 대한 비율을 의미한다. 일단 강화섬유에 파단이 일어나면 Fig. 2에 보여진 바와 같이 응력의 크기는 파단위치(h)에 따라서 줄어든다. 그리고 계속적인 변형률의 증가는 섬유 파단면 사이의 간격을 증가시킬뿐 모재 균열면 양편으로 응력의 변화는 일어나지 않는다. 그러므로 강화섬유의 파단은 모재 균열면의 한쪽에만 존재한다는 결론을 얻을 수 있다.

Fig. 2에서 사다리꼴 BCDG는 사다리꼴 B'C'D'G'과 합동이므로 O'F의 길이와 BE의 길이는 동일해야 한다. Fig. 2에 보여진 영역 AA' 외부에서는 식(1)과 식(2)에서 표현된 바와 같이 평면 변형률 상태가 유지되며 Fig. 2에서 섬유의 파단이 일어난 후 모재에 작용하는 평면 변형률상태의 응력차이는

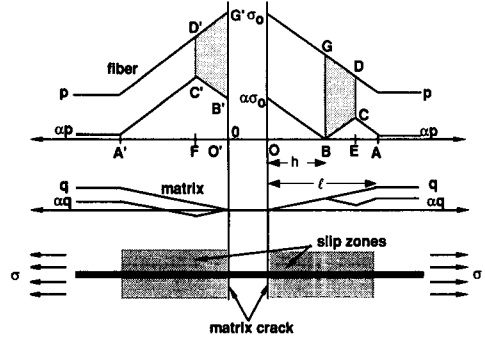


Fig. 2 Fiber and matrix stress distributions when a fiber break point B is small enough for point E not to exceed A

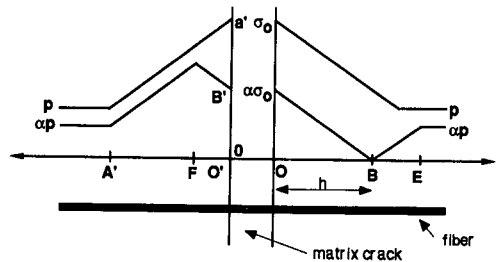


Fig. 3 Fiber stress distribution change is shown when a fiber fracture location h=OB is large.

다음의 식(6)으로 표현된다.

$$\Delta \sigma_m^{\infty} = (1 - \alpha) q = \frac{4\tau v_f}{d_f v_m} 2O'F \quad (6)$$

식(2)와 식(5)를 식(6)에 대입하여 O'F에 대하여 풀면 다음의 식(7)을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} O'F = BE &= \frac{d_f}{8\tau(1+\beta)} (1-\alpha) \sigma_0 \\ &= \frac{l}{2} - \frac{h}{2(1+\beta)} \end{aligned} \quad (7)$$

Fig. 2에서 보여진 응력분포로부터 $BE \leq BA = (l - h)$ 이므로 다음의 관계가 성립된다.

$$h \leq \frac{1+\beta}{1+2\beta} l \equiv h_c \quad (8)$$

강화섬유파단이 식(8)에서 정의된 h_c 와 마찰영역 길이 l 사이에서 일어날 때에는 Fig. 3의 응력분포와 같이 더 간단한 경우가 된다. 이 경우에는 섬유의 파단이 일어난 후 파단전의 마찰영역길이(l) 밖으로 영역의 길이가 연장된다. Fig. 3의 좌측에서 마찰영역길이 O'F는 여전히 식(7)로서 결정될 수

있으나 우측의 마찰영역길이 BE는 Fig. 3으로 부터 식(9)로 구해야 한다.

$$\overline{BE} = \frac{\alpha p d_f}{4\tau} = \frac{\beta h}{1+\beta} \quad (9)$$

2.3 피로하중

모재균열 및 강화섬유의 파단이 일어난 후 반복 하중이 시편에 작용되는 경우에 대하여 살펴보자. 인장하중후 제하(unloading)와 재하중(reloading)을 가할때 임의의 시간에 모재와 섬유간에 상대운동이 일어나지 않으면 마찰이 없는 영역(stick zone)을 형성하게 되므로 변형장의 변화는 국부적으로 평면 변형상태를 지속하게 된다. 지금 섬유파단점이나 모재의 균열이 일어난 위치에서 섬유와 모재는 각각 하중을 전달할수 없으므로 하중의 방향이 바뀌게 되면 각각의 파단위치에서 양방향으로 마찰영역이 생성되어야 한다. Fig. 4에는 마찰영역과 상대운동이 없는 영역을 개략적으로 보여준다. 마찰이 일어나는 영역에서 섬유에 작용하는 응력은 파단점을 중심으로 국부적인 대칭이므로 Fig. 4에 보여진 4개의 마찰영역길이에 대하여 $l_1=l_2$ 와 $l_3=l_4$ 의 관계식이 성립되어야 한다. 여기서 l_2 와 l_3 의 관계는 Fig. 2와 Fig. 3에서 섬유 OB 구간에 대한 제하과정 을 고려함으로써 식(10)과 같이 결정된다.

$$l_3 = \beta l_2 \quad (10)$$

Fig. 4의 마찰영역 l_1 과 l_2 에서 일어나는 섬유와 모재의 상대운동의 결과로 모재균열의 양쪽면으로 부터 뿜혀지는 섬유의 길이는 다음의 식(11)에 의하여 결정될 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta u_2 = \Delta u_1 &= \int_0^l (\Delta \epsilon_f(x) - \Delta \epsilon_m(x)) dx \\ &= \frac{4(1+\beta)\tau l^2}{E_f d_f} \end{aligned} \quad (11)$$

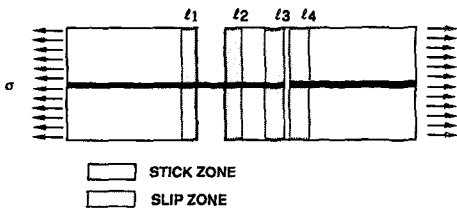


Fig. 4 Slip zones form at the both sides each fractures. Stick and slip zones formed during cyclic loading are schematically shown

식(11)은 Fig. 4에서 보여진 바와 같이 마찰영역 2와 3 사이에 마찰이 없는 영역이 존재하는 경우에만 적용되어야 한다. 이와 같은 하중국면을 미소마찰국면(microslip phase)이라고 한다.

그러나 높은 하중조건이거나 혹은 파단된 위치 h 가 비교적 짧은 경우에는 제하중에 마찰영역 2와 3이 한 영역으로 합쳐질 수 있으며 이 경우에 파단된 섬유와 모재사이에서는 전체계면을 따라서 마찰이 발생하게 된다. 이러한 국면을 전체마찰국면(gross slip phase)이라고 한다. 마찰영역 2와 3이 합쳐지게 되는 경계상황에서 $l_2+l_3=h$ 의 관계가 성립하므로 식(10)으로부터 마찰영역 1 또는 2에서 일어날 수 있는 최대 마찰영역길이는 식(12)로 주어진다.

$$l_1 = \frac{h}{1+\beta} \equiv l_c \quad (12)$$

식(12)를 식(11)에 전술한 경계상황에서 모재 균열 개구변위의 변화량은 식(13)으로 계산된다.

$$\Delta u_c = \Delta u_1 + \Delta u_2 = 2\Delta u_1 = \frac{8\tau h^2}{(1+\beta)E_f d_f} \quad (13)$$

그러나 섬유가 끊어진 경우와 그렇지 않은 경우의 모재 균열에서 모재 응력의 분포는 같지 않으므로 섬유가 파단된 경우의 모재균열에서는 모재의 균열만 있을 때와 비교하여 추가적인 균열 개구변위량이 발생하게 된다. 강화섬유가 파단된 모재 균열에서 피로중 발생하는 모재 균열 개구변위량을 계산하기 위하여 섬유파단이 없는 모재 균열사이에서 피로하중시 발생하는 길이의 변화를 우선 고려한다. 섬유의 파단이 포함된 경우 여기에는 두가지 상황이 존재한다. 즉 섬유의 파단이 포함되어 있는 반쪽모델과 섬유가 파단되지 않은 다른 편의 반쪽 부분이다. 각 부분의 길이변화를 계산함으로써 파단된 섬유를 포함하는 모재 균열사이에서 일어나는 모재의 변위를 산출할 수 있다. 파단이 일어난 균열에서 총균열 개구변위량의 변화량(Δu_c)은 파단된 섬유를 포함하지 않는 모재 균열사이의 변화량(Δu)과 파단된 섬유를 포함하는 균열에서 추가적으로 일어나는 개구변위량을 더함으로써 얻어질 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta u_c &= \frac{\Delta u}{1+\beta} + \tau \left[\frac{\beta}{1+\beta} \sqrt{\frac{8\Delta u(1+\beta)\tau}{E_f d_f}} - \frac{8\tau l_2 \beta}{E_f d_f} \right] \\ &\quad + \frac{8\tau l_2^2 \beta (1-\beta^2)}{E_f d_f} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, \bar{l} 은 모재 균열면사이의 평균거리로 정의하였다. 피로응력의 범위 $\Delta\sigma$ 는 참고문헌⁽¹⁴⁾에서 유도된 균열 개구변위 Δu 를 이용하여 아래와 같이 표현하였다.

$$\Delta\sigma = \left[\frac{8\Delta u(1+\beta)\tau E_f \nu_f^2}{d_f} \right]^{1/2} \quad (15)$$

만약에 외부에서 주어지는 변위의 변화량(Δu_c) 이 식(14)에서 주어진 총 균열 개구변위의 변화량(Δu_t)보다 크면 전체 제하과정중 미끄럼은 미소마찰국면으로 진행될 것이며 반대의 경우에는 처음에 미소마찰국면으로 시작하여 아래의 식(16)에서 보여진 Δu^* 만큼은 전체마찰국면으로 이어질 것이다.

$$\Delta u^* = \Delta u_t - \Delta u_c \quad (16)$$

식(12), (13), (14)를 풀면 $\Delta u_t = \Delta u_c$ 와 일치하는 경우의 보강섬유파단위치의 경계값 h_c 가 식(17)로 계산된다.

$$h_c = \frac{\sqrt{D} - 4\tau\beta t}{8\tau(1-\beta+\beta^2)} \quad (17)$$

여기서, D 는 아래의 식(18)로 정의되었다.

$$D = 16\tau^2\beta^2 T^2 + 8\tau(1-\beta+\beta^2) (\beta t \sqrt{8\Delta u(1+\beta)E_f d_f \tau} + \Delta u E_f d_f) \quad (18)$$

전체마찰국면중에 응력상태 즉 l_1 , l_2 는 변형률이 증가하더라도 변하지 않게 된다. 그리고 식(10)으로부터 이 국면중에는 $l_1 = \beta l_2$ 이고 $l_2 = h/(1+\beta)$, $l_1 = BE$ 이므로 항상 $l_1 \leq BE$ 를 만족해야 한다.

3. 마찰일의 계산

3.1 섬유 파단이 일어나지 않은 경우

모재 균열만 존재하고 섬유의 파손이 없는 경우에 마찰일의 계산은 Cho 등⁽⁶⁾에 의하여 계산되었다. 제하(혹은 하중)시에 발생하는 섬유와 모재사이의 계면을 따라서 상대 미끄럼변위($\Delta u_f - \Delta u_m$)(x)= $\delta(x)$ 와 마찰력 $\pi d_f \tau dx$ 을 고려하여 마찰일을 아래의 식(19)로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_{unfrac}(\Delta u) &= 4(\pi d_f \tau) \int_0^{l_s} \delta(x) dx \\ &= \frac{16\pi(1+\beta)\tau^2 l_s^3}{3E_f} \\ &= \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{E_f d_f^3 \tau}{2(1+\beta)}} \Delta u^{3/2} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, l_s 는 마찰영역길이를 나타낸다.

3.2 모재내의 보강섬유에 파단이 일어난 경우

반복하중시 발생하는 마찰일을 계산하기 위하여 우리는 미소마찰국면과 전체마찰국면을 모두 고려하여야 한다. 미소마찰국면에서 계면에는 내개의 마찰영역이 존재한다. 미소마찰국면에서 마찰일의 크기는 위의 식(19)으로 계산될 수 있으며 단지 마찰영역의 길이(l_s)를 적절히 선택하여 계산할 수 있다. 이 경우의 마찰일은 식(20)으로 유도된다.

$$\begin{aligned} \phi_{frac} &= E_{frac}^{micro} = \frac{8\pi(1+\beta)\tau^2}{3E_f} (l_1^3 + l_2^3 + l_3^3 + l_4^3) \\ &= \frac{\pi(1+\beta^3)}{3} \sqrt{\frac{E_f d_f^3 \tau}{2(1+\beta)}} \Delta u^{3/2} \end{aligned} \quad (20)$$

만약 식(13)에서 정의된 변위차가 $\Delta u < \Delta u_c$ 을 만족하는 경우에는 계면에서 마찰국면은 전 피로하중시 항상 미소마찰국면에서 변화할 것이다. 그러나 이와 반대의 경우에 하중의 방향이 바뀐후 처음 얼마동안은 미소마찰국면으로 남아 있지만 상태는 곧 전체마찰국면으로 이어져 마찰이 진행될 것이다. 따라서 미소마찰국면이 끝나는 마찰영역길이를 식(20)의 영역길이에 대입하면 전체마찰국면으로 이어지기 전까지의 마찰일을 계산할 수 있다. 이어서 일어나는 전체마찰국면중에는 보강섬유는 계면을 따라서 식(16)에 정의된 Δu^* 만큼 강제운동을 하게 되므로 이경우의 마찰일은 $2\pi d_f \tau h \Delta u^*$ 으로 계산할 수 있다. 결과적으로 $\Delta u > \Delta u_c$ 의 경우에 일어나는 총 마찰일의 양은 다음의 식(21)로 결론지을 수 있다.

$$\phi_{frac} = E_{frac}^{gross} = \frac{16\pi(1+\beta^3)\tau^2 h^3}{3(1+\beta)^2 E_f} + 2\pi d_f \tau h \Delta u^* \quad (21)$$

4. 평균 마찰일의 계산

Weakest link theory를 이용하고 Oh와 Finnie⁽⁶⁾의 해석방법을 따르면 확률밀도함수 $p(\sigma_0, h)$ 를 식(22)로 유도할 수 있다.⁽¹⁴⁾ 확률분포함수는 모재균열면에서 섬유에 작용하는 응력(σ_0)과 균열면으로부터 섬유파단지점까지의 거리(h)의 함수로써 이 식으로부터 복합재료 내에서 일어나는 섬유파단위치의 확률적 분포를 고찰할 수 있다.

$$\begin{aligned} p(\sigma_0(u), h) &= \frac{\pi d_f m}{A_0 S_0^m} \exp\left(-\left(\frac{\sigma_0(u)}{\Sigma}\right)^{m+1}\right) \\ &\quad \left(\sigma_0(u) - \frac{4\tau h}{d_f}\right)^{m-1} H\left(\sigma_0(u) - \frac{4\tau h}{d_f}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서, m 은 형상인자(shape parameter)이고 A_0 는 보감인자(scaling factor) S_0 와 함께 보강 섬유의 기준 표면적을 정의한다. A_0 와 S_0 는 $A_0^{1/m}S_0$ 을 항상 일정한 값으로 유지하도록 선택되어야 한다. H 는 Heavi-Side step 함수이고 σ_0 는 식(4)에 의하여 정의 되었으며 Σ 는 다음의 식(23)에 의하여 정의 된다.

$$\Sigma = \left(\frac{2A_0 S_0^m \tau (m+1)}{\pi d_f^2} \right)^{\frac{1}{m+1}} \quad (23)$$

$p(\sigma_0, h)$ 는 섬유의 최대응력이 σ_0 에서 $\sigma_0 + \delta\sigma_0$ 으로 증가하는 경우에 섬유가 모재 균열면으로부터 h 내지 $h + \delta h$ 의 위치에서 추가적으로 파단이 일어날 수 있는 섬유의 개수가 $Np(\sigma_0, h)\delta h\delta\sigma_0$ 임을 의미한다. 여기서, N 은 전체 섬유의 개수이다. 따라서 섬유가 σ_0 의 응력을 받는 경우에 h 내지 $h + \delta h$ 의 범위에서 파단이 일어날 섬유 개수의 기대치는 아래의 식(24)에 의하여 표현된다.

$$Ng(\sigma_0, h)\delta h = N \left(\int_0^{\sigma_0} p(\sigma_0, h) d\sigma_0 \right) \delta h \quad (24)$$

위에서 정의된 $g(\sigma_0, h)$ 를 이용하면 응력 σ_0 에서 파단이 일어나는 섬유의 개수는 함수 $G(\sigma_0)$ 로 표현될 수 있다.

$$NG(\sigma_0) = N \int_0^l g(\sigma_0, h) dh \quad (25)$$

섬유에 응력의 크기 σ_0 와 일치하는 최대 모재 균열 개구변위(u_0)가 가해진 후 반복적으로 Δu 의 피로하중이 복합재료에 작용하면 각각의 파단된 섬유는 식(20) 혹은 (21)로 주어진 마찰열을 일으킨다. 따라서 식(25)를 참조하여 피로시 복합재료에서 일어나는 총 마찰열의 크기는 다음의 식(26)으로 계산할 수 있다.

$$N\phi(\Delta u) = \int_0^l Ng(\sigma_0, h)\phi_{frac}(h, \Delta u) dh + N(1-G(\sigma_0))\phi_{unfrac} \quad (26)$$

그러므로 모재 균열사이에 있는 복합재료에서 평균적으로 한개의 보강섬유는 피로시 매 주기당 식(27)로 표현되는 양만큼 마찰열을 발생시키게 된다.

$$\phi(\Delta u) = \int_0^l g(\sigma_0, h)\phi_{frac}(h, \Delta u) dh + (1-G(\sigma_0))\phi_{unfrac} \quad (27)$$

5. 결과 및 고찰

Fig. 5에는 섬유의 파단위치(h)와 모재 균열면 사이의 평균거리(\bar{l})가 피로하중시 마찰열의 발생에 미치는 영향이 보여져 있다. 모재 균열의 평균거리가 일정한 경우에 강화섬유의 지름에 비교하여 1~2배의 거리에서 파단이 일어나는 경우가 가장 큰 마찰열을 발생시킴을 알 수 있다. 여러가지 형상인자에 대하여 섬유의 파단이 마찰열에 미치는 영향을 검토하기 위하여 Fig. 6에 보여진 바와 같이 파단이 일어난 섬유가 전체의 5%, 10% 그리고 20%를 이루고 있는 경우에 대하여 고려하였다. Fig. 6에서 각각의 자료는 동일한 파손율을 유지하기 위하여 식(23)과 식(25)에서 보여진 S_0 의 값을 조정하였다. 형상인자가 커질수록 파단된 섬유로부터 얻는 평균 마찰열의 양이 파단이 일어나지 않은 경우의 마찰열을 훨씬 능가함을 알 수 있다.

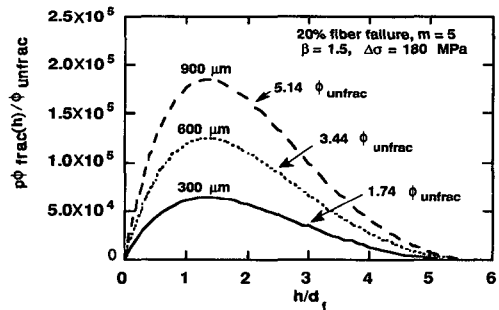


Fig. 5 Influence of fiber breaks and mean crack spacing on energy dissipation

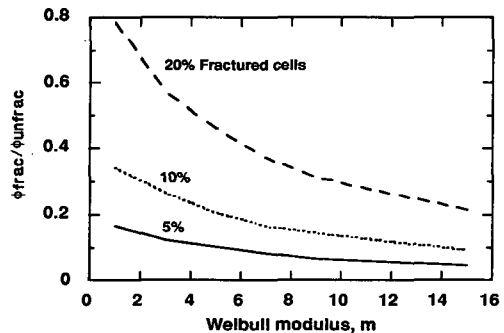


Fig. 6 The ratios of frictional energy dissipation due to the fractured cells to that from the unfractured cells are plotted against Weibull moduli

Cho 등⁽⁸⁾은 최근 연구에서 세라믹 복합재료의 피로시험시 발생하는 마찰열을 측정하여 모재와 계면사이에 존재하는 마찰전단응력을 도출할 수 있는 새로운 방법을 개발하였다. 이 방법은 복합재료 내에서 일어나는 모재와 섬유유리의 마찰열을 피로시험의 표면에서 주위로 방출되는 열에너지 사이에서 만족되어야 할 에너지의 평형을 고려하였다. 시험으로부터 열로 방출되는 에너지의 양(식(28)참조)은 앞에서 유도된 식(27)에 피로주파수 f 를 곱한 양과 같아야 할 것이다.

$$\frac{dQ}{dt} = [h_a(T_s - T_a) + \epsilon\beta(T_s^4 - T_a^4)]A_{surf} + 2kA_{conda} \left[\frac{\Delta T}{\Delta z} \right]_{axial} \quad (28)$$

게이지섹션(gage section)으로 부터 주위로 빼앗기는 열손실율, dQ/dt 은 시험의 표면온도 T_s , 대기 온도 T_a , 열전달계수 h_a , 방출율(emissivity) ϵ , 그리고 섬유방향의 복합재료 열전도율 k 의 함으로 표현되었으며 β 는 Stefan-Bolzman상수($5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$)이고 $[\Delta T/\Delta z]_{axial}$ 는 게이지섹션의 끝에서 섬유방향의 온도구배이다. 또한 A_{surf} 과 A_{conda} 은 각각 게이지섹션의 표면적과 단면적의 기호로 사용하였다.

섬유의 파단이 일어나지 않은 경우에는 식(24)의 g 와 식(25)의 G 가 모두 영이므로 $\phi = \phi_{frac}$ 가 되어 참고문헌(8)의 결과와 일치하게 된다. Holmes와 Cho⁽⁹⁾는 새로운 방법을 이용하여 피로하중 180 MPa와 10 MPa를 받고 있는 NicalonTM섬유를 이용하여 길이방향으로 보강된 CAS¹(Calcium-Alumino-Silicate)모재의 복합재료에서 약 3백만 사이클후 마찰계면에서 7MPa의 전단응력이 존재함을 발표하였다. Fig. 7에서는 새로이 유도된 식(27)을 이

용하여 계산된 결과를 참고문헌⁽⁹⁾의 실험결과와 비교하였다. 보여진 바와 같이 파단된 보강섬유의 양이 전체의 10%를 넘지 않는 경우에는 참고문헌⁽⁹⁾에서와 같이 섬유의 파단을 무시한 단순히 모재의 균열만을 고려한 모델을 식(27)대신 사용할 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 피로하중을 받는 취성모재 복합재료에서 섬유의 파단이 마찰열에 미치는 영향을 연구하기 위하여 섬유의 확률밀도함수를 이용하였다. 연구의 결과는 Nicalon/CAS 복합재료에 적용되었으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 마찰열의 크기는 섬유의 파단위치에 민감하며 파단위치가 모재 균열면으로부터 비교적 짧은 범위에서 급격히 증가한 후에 마찰계면길이까지 완만하게 감소하였다.
- (2) 같은 비율로 섬유파손이 일어난 경우에 평균 마찰열은 형상인자가 커질수록 감소하였다.
- (3) 파단된 보강섬유의 수가 전체 섬유수의 10%를 넘지 않을 경우 평균 마찰열의 계산은 섬유의 파단이 없는 경우로 가정될 수 있다.

후기

본 연구는 1993년도 인하대학교 교내연구에 의하여 지원받았으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Evans, A. G., 1990, "Perspective on the Development of High Toughness Ceramics," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 73, No. 2, pp. 187~206.
- (2) Griffin, C. W., Shetty, D. K., Limaye, S. Y. and Richardson, D. W., 1987, "Evaluation Interfacial Properties in Borosilicate-SiC Composite using Pull-Out Test," *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, Vol. 12, No. 7, pp. 671~678.
- (3) Goettler, R. W. and Faber, K. T., 1988, "Interfacial Shear Stresses in SiC Alumina Fiber Reinforced Glasses," *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, Vol.

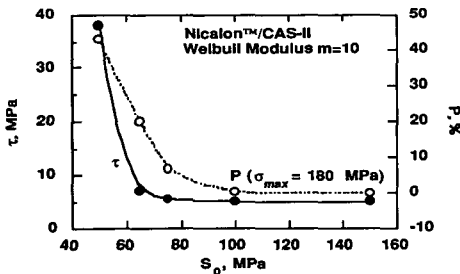


Fig. 7 Estimation of interfacial shear on constant energy dissipation as a function of flaw density parameter

1 Corning, USA designation

- 6, No. 7, pp. 861~872.
- (4) Mandell, J. F., Hong, K. C. C. and Grande, D. H., 1987, "Interfacial Shear Strength and Sliding Resistance in Metal and Glass-Ceramic Matrix Composites," *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, Vol. 7, No. 7, pp. 937~940.
- (5) Laughner, J. W., Shaw, N. J., Bhatt, R. T. and Dicarlo, J. A., 1987, "Simple Indentation Method for Measurement of Interfacial Shear Strength in SiC/Si₃N₄ Composites," *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, Vol. 7, pp. 932~936.
- (6) Brun, M. K. and Singh, R. N., 19088,k "Effect of Thermal Expansion Mismatch and Fiber Coating on the Fiber /Matrix Interfacial Shear Stress in Ceramic Matrix Composites," *Adv. Ceram. Mater.*, Vol. 3, No. 5, pp. 506~509.
- (7) Marshall, D. B. and Oliver, W. C., 1987, "Measurement of Interfacial Mechanical Properties in Fiber-Reinforced Ceramic Composites," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 70, pp. 542~548.
- (8) Cho, C., Holmes, J. W. and Barber, J. R., 1991, "Estimation of Interfacial Shear in Ceramic Composites from Frictional Heating Measurements," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 74, No. 11, pp. 2802~2808.
- (9) Holmes, J. W. and Cho, C., 1992, "Experimental Observations of Frictional Heating in Fiber-Reinforced Ceramics," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 75, No. 4, pp. 929~938.
- (10) Holmes, J. W. and Shuler, S. F., 1990, "Temperature Rise During Fatigue of Fiber-Reinforced Ceramics," *J. Mater. Sci. Lett.*, Vol. 9, pp. 1290~1291.
- (11) Holmes, J. W. and Cho, C., 1992, "Frictional Heating in a Unidirectional Fiber-Reinforced Ceramic Composite," *J. Mater. Sci. Lett.*, Vol. 11, pp. 41~44.
- (12) McMeeking, R. M. and Evans, A. G., 1990, "Matrix Fatigue Cracking in Fiber Composites," *Mech. Mater.*, Vol. 9, pp. 217~227.
- (13) Marshall, D. B., Cox, B. N. and Evans, A. G., 1985, "The Mechanics of Matrix Cracking in Brittle-Matrix Fiber Composites," *Acta Metall.*, Vol. 33, No. 11, pp. 2013~2021.
- (14) Thouless, M. D. and Evans, A. G., 1988, "Effects of Pull-Out on the Mechanical Properties of Ceramic-Matrix Composites," *Acta Metall.*, Vol. 36, No. 3, pp. 517~522.
- (15) Sutcu, M., 1988, "Statistical Fibre Failure and Single Crack Behaviour in Uniaxially Reinforced Ceramic Composites," *J. Mater. Sci.*, Vol. 23, pp. 928~933.
- (16) Sutcu, M., 1989, "Weibull Statistics Applied to Fiber Failure in Ceramic Composites-Work of Fracture," *Acta Metall.*, Vol. 37, No.2, pp. 651~661.
- (17) Oh, H. L. and Finnie, I., 1970, "On the Location of Fracture in Brittle Solids- I," *Int. J. Fract. Mechs.*, Vol. 6, No. 3, pp. 287~300.