

〈論 文〉

# 이상단열 모델에 의한 자유피스톤 스텔링엔진의 동적거동 해석

변형현\* · 최현오\*\* · 신재균\*\*\*

(1994년 2월 7일 접수)

## Dynamic Analysis of Free-Piston Stirling Engine Using Ideal Adiabatic Model

Hyung Hyun Byun, Heon O Choi and Jae Kyun Shin

**Key Words :** Free-Piston Stirling Engine(자유피스톤 스텔링엔진), Dynamic Analysis(동적해석), Ideal Adiabatic Model(이상단열 모델)

### Abstract

A new set of governing equations is derived for the dynamic analysis of the Free-Piston Stirling Engines (EPSE). Equations from the ideal adiabatic model for the thermodynamic analysis of the working fluid are incorporated with the equations of motion for the moving masses of the system, resulting in a set of nonlinear differential equations. The coupled set of equations are numerically integrated with proper initial conditions to obtain a steady state response of the engine. The proposed method is compared with the conventional method of analyzing EPSE based mainly on the ideal isothermal model. The results clearly shows the limitations of the conventional methods and the relative advantages of the method proposed in the present study.

### 1. 서 론

자유피스톤 스텔링엔진(Free-Piston Stirling Engine : EPSE)은 크랭크 등의 기구학적인 장치 없이 구동되기 때문에 그 작동상태의 파악을 위한 동역학적 해석이 기구학적으로 구동되는 경우보다 일반적으로 더 어렵다.<sup>(1)</sup> 그 이유로는 기구학적으로 구동되는 경우에는 피스톤이나 왕복기(displacer)의 최대 변위나 위상(phase) 등이 고정되어 있고, 특히 주어진 엔진에서는 부하의 크기나 고·저온부의 온도 등에 무관하며, 따라서 동역학적 해

석시에 엔진의 주파수 하나만이 주요 미지수가 되는 반면, FPSE에서는 최대 변위, 위상 및 주파수 등이 모두 엔진의 운전상황에 따라 변하여 미지수가 되기 때문이다. FPSE의 동역학적인 해석에서는 이러한 미지수들을 구하고, 이들을 토대로 엔진의 출력이나 효율 등을 구해내는 것을 목표로 한다.<sup>(5)</sup>

FPSE의 동역학적인 해석을 위해서는 먼저 작동 유체의 열·유체 역학적 해석이 선행되어야 한다. 특히 FPSE의 설계와 관련하여 비교적 간편한 해석방법이 많이 연구되었는데, 이상등온 모델(ideal Isothermal Model : 이하 IIM)과 이상단열 모델(Ideal Adiabatic Model : IAM)이 대표적이다.<sup>(1)</sup> 특히 IIM을 토대로 하여 얻어진 비선형의 운동 방정식을 선형화하여 얻은 방정식을 해석적으로 풀어 정상상태에서의 엔진의 주파수 등을 손쉽게 구하는

\*영남대학교 대학원 기계공학과

\*\*정회원, 한국기계연구원

\*\*\*정회원, 영남대학교 기계공학과

방법은 잘 알려져 있다.<sup>(1~5)</sup> 그러나, 이 방법에 의하여 피스톤과 왕복기의 최대 변위나 엔진의 출력 등을 구하기 위해서는 재생기(regenerator)를 통한 유체의 압력 강하를 피스톤이나 왕복기의 최대 변위에 대한 비선형함수로 취급해야만 했었다.<sup>(1,2,6)</sup> Benvenuto<sup>(6)</sup>의 연구에서는 유사한 근사 선형 방정식의 유도에 IIM 대신 IAM을 도입함으로써 압력 강하량을 가장 단순한 선형함수로 가정하고서도 필요한 정상상태 해를 얻을 수 있었다. 그러나, 이 방법에 있어서도 전체 지배방정식의 선형화를 가능케 하기 위하여 열교환기를 출입하는 작동유체의 온도에 대한 가정을 도입함으로써 IAM이 수정 적용되었으며, 해를 얻기 위한 과정도 복잡해지는 문제점을 가지게 되었다. 본 연구에서는 IAM에 의한 운동방정식을 선형화 등의 근사해에 의존치 않고 직접 수치적분법에 의해 해결하는 방법을 제시하고, 이를 이용 Benvenuto 등에 의해 제시된 근사화된 해석방법의 타당성을 검토하고, 마지막으로 수치적분법에 의한 해석방법의 설계에의 적용 가능성을 예제 해석을 통하여 알아보고자 한다.

2. FPSE의 구조

본 연구에서 해석 대상으로 삼은 FPSE의 구조가 Fig. 1(a)에 주어져 있는데, 이 구조는 Sunpower사의 RE-1000엔진을 나타내고 있다.<sup>(1)</sup> 하나의 피스톤과 왕복기를 가지고 있으며, 계에 대한 동역학적 요소만을 나타낸 그림이 Fig. 1(b)에 주어져 있다. 계의 동역학적 요소로는 각각 질량  $M_p, M_d$ 인 피스톤과 왕복기가 있으며, 외부로 일을 빼내기 위한 감쇄 형태의 부하  $C_{pc}$ 가 피스톤에 연결되어 있으며, 압력  $P_c, P_d$ 인 압축부(compression space) 및 팽창부(expansion space)내의 작동유체와 압력  $P_b, P_a$ 인 기체 스프링 부분 등으로

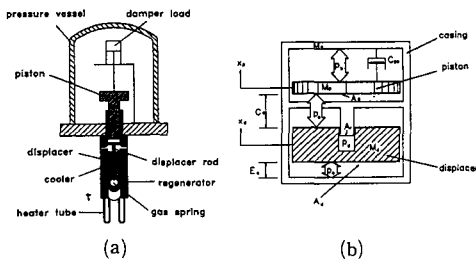


Fig. 1 (a) Schematics of Sunpower Re-1000 Engine (b) Dynamic elements

구성되어 있다. 또한 Fig. 1(a)에 보인 바와 같이 가열부(heater), 재생기(regenerator) 및 냉각부(cooler)로 구성된 열교환기가 있다.

3. 지배방정식의 유도

3.1 운동방정식

제2절에서 기술한 RE-1000엔진의 동적해석을 위한 지배방정식을 유도하기 위하여 계에 존재하는 2개의 질량에 대한 자유 물체도를 그려보면 Fig. 2와 같다. 그림에서 피스톤과 왕복기의 변위  $x_p, x_d$  들은 엔진의 초기 정지상태에서의 값이 0이 되도록 기준을 취했다. 피스톤에는 감쇄 부하  $C_{pc}x_p$ 가 작용하고 있으며, 기체 스프링부의 히스테리시스 손실(Hysterisis loss)은 등가의 감쇄력  $C_{Hdc} \dot{x}_d$ 로 환산되었다.<sup>(1)</sup>

각각의 질량에 대한 운동방정식은 다음과 같이 얻어진다.

$$M_p \ddot{x}_p = (P_c - P_b) A_p - C_{pc} \dot{x}_p \tag{1}$$

$$M_p \ddot{x}_d = (P_e - P_c) A_d + (P_c - P_d) A_r - C_{Hdc} \dot{x}_d \tag{2}$$

이상의 식들에서  $A_p, A_d$  및  $A_r$ 은 각각 피스톤, 왕복기 및 왕복기 봉의 단면적을 나타낸다. 식 (1), (2)로 주어지는 운동방정식을 풀기 위해서는 먼저 식들에 주어진 압력들을 독립변수  $x_p, x_d$  혹은 시간과 관련지어 표현할 수 있어야 한다. 특히 작동유체의 압력인  $P_c$  및  $P_b$ 는 열역학적으로 결정되므로 이들을 구하기 위해서는 열역학적 해석이 선행되어야 한다.

3.2 작동유체의 열역학적 해석

작동유체의 압력이나 온도 등은 압축부, 팽창부 등에 따라 다를 것이며, 온도의 경우 압축부 내에서도 위치에 따라 변할 것이다. 이처럼 각 위치에 따라 변하는 작동유체의 압력이나 온도 등을 엄밀히 구한다는 것은 그 자체로서 어려운 문제가 되기

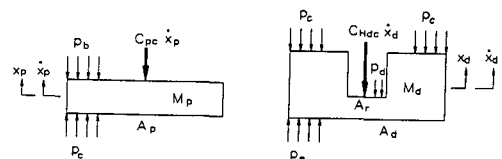


Fig. 2 Free body diagrams of piston and displacer

때문에 이들을 근사적으로 손쉽게 구하는 방법이 개발되었고, 대표적인 방법으로서 이상등온 모델과 이상단열 모델을 들 수 있다.

본 연구에서 채택한 이상단열 모델에서는 작동 유체가 흐르는 공간을 압축부, 냉동기, 재생기, 가열기 및 팽창부인 5개 부분으로 나누고 각 부분 내에서의 온도는 공간적으로 균일하다고 가정한다. 이들 중 냉동기, 재생기 및 가열기로 이루어진 열교환기 부분에서 작동유체의 온도는 시간에 따라 불변이나 압축부와 팽창부의 온도는 시간에 따라 가변적인 것으로 본다. 또, 압축부와 냉동기 사이와 가열기와 팽창부 사이의 출입 유체의 온도  $T_{ck}$  및  $T_{he}$ 는 이동방향에 따라 다르게 취급된다. 즉,

$$T_{ck} = \begin{cases} T_c & gF_{ck} \geq 0 \\ T_h & gA_{ck} < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$T_{he} = \begin{cases} T_h & gA_{he} \geq 0 \\ T_e & gK_{he} < 0 \end{cases} \quad (4)$$

로 가정되며 여기서,  $gA$ 는 질량플럭스(mass flux)를 나타낸다. (Fig. 3 참조) 또, 전체 작동유체의 압력  $P$ 는 모든 점에서 동일하다고 본다.

이상의 가정하에서 열역학적 해석을 통하여 얻은 작동유체의 압력변화 등에 대한 지배방정식은 식 (5), (6)과 Table 1에 정리되어 있다. <sup>(1)</sup>

$$\dot{P} = \frac{-rP(\dot{V}_c/T_{ck} + \dot{V}_e/T_{he})}{[V_c/T_{ck} + r(\dot{V}_k/T_k + \dot{V}_r/T_r + \dot{V}_h/T_h) + V_e/T_{he}]} \quad (5)$$

$$\dot{m}_c = \frac{(P \dot{V}_c + V_c \dot{P}/r)}{R T_{ck}} \quad (6)$$

수식들에서  $R$ 은 기체상수를,  $r$ 은 비열비를,  $m_c$ 는 압축부에 포함된 작동유체의 질량을 나타낸다.

한편, 이상등온 모델에서는  $T_c = T_k = T_{ck}$ ,  $T_h = T_e = T_{he}$  등으로 가정되어, 이상단열 모델에서 보다 더욱 단순화되었다.

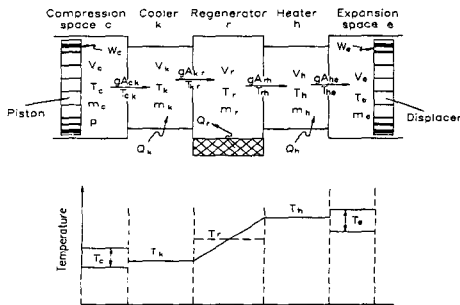


Fig. 3 Ideal Adiabatic Model (IAM)

### 3.3 IAM에 의한 지배방정식

3.1절의 운동방정식과 3.2절의 열역학적 해석결과를 결합하여 계의 지배방정식을 유도하기 위하여 다음과 같은 가정들이 도입되었다.

(i) IAM에서 얻어지는 압력  $P$ 는 압축부의 압력  $P_c$ 를 나타낸다.

(ii) 팽창부의 압력  $P_e = P_c + \Delta P$ 로 주어지고, 여기서  $\Delta P$ 는 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$A_d \Delta P = C_p \dot{x}_p + C_d \dot{x}_d \quad (7)$$

이들 중 가정 (i)은 식 (5), (6) 등에서의 압력  $P$ 는 압축부의 압력  $P_c$ 를 나타낸다는 것을 의미하며, 가정 (ii)는 열교환기 내의 유동에 의한 압력 강하를 나타내며, 식 (7)에 의해 계수  $C_p$ ,  $C_d$ 가 상수라고 보면 압력 강하는 유체의 속도에 비례하는 것으로 가정되었다. 이상의 가정들은 IIM에 의한 근사 해석에도 도입된 바 있다. <sup>(1)</sup>

또, 공기스프링들이 압력  $P_b$  및  $P_d$ 는 이상단열 기체로 보아

$$P_b = P_o (V_o^o / V_b)^r \quad (8)$$

$$P_d = P_o (V_o^o / V_d)^r \quad (9)$$

로 주어지는데, 여기서,  $P_o$ ,  $V_o^o$ ,  $V_o^o$ 는 엔진이 정지한 상태에서의 압력 및 부피들을 나타낸다. 또, 기하학적인 관계에서 부터 (Fig. 1(a) 참조)

$$V_b = V_o^o - A_p x_p \quad (10)$$

$$V_d = V_o^o - A_r x_d \quad (11)$$

$$V_c = A_p (C_c + x_p) - (A_d - A_r) x_d \quad (12)$$

$$V_e = A_d E_e + A_d x_d \quad (13)$$

으로 구해지며, 이 식에서  $C_c$ ,  $E_e$  등은 엔진이 정지한 상태에서의 초기 간극을 나타낸다.

이제 식 (1), (2), (5) 및 (6)으로 주어지는 4개의 미분방정식은 모두  $x_p$ ,  $x_d$ ,  $P (= P_c)$ ,  $m_c$ 와 이들의 시간에 대한 미분항으로 표현 가능함을 알 수 있다. 먼저 가정 (i), (ii)를 도입하여 식 (1), (2)를 다시 쓰면,

$$M_p \ddot{x}_p = (P - P_b) A_p - C_{pc} \dot{x}_p \quad (14)$$

$$M_d \ddot{x}_d = C_p \dot{x}_p + C_d \dot{x}_d + (P - P_d) A_r - C_{Hdc} \dot{x}_d \quad (15)$$

으로 됨을 알 수 있다. 식 (14), (15)에서  $P_b$ ,  $P_d$  등은 식 (8)~(11)들에 의해  $x_p$ ,  $x_d$ 의 함수로 표현이 가능하다. 또, 식 (5), (6)에서의  $V_c$ ,  $V_e$  등도 마찬가지로 식 (12), (13) 등에 의해  $x_p$ ,  $x_d$ 의 함수

로 표현되므로, 식 (5), (6), (14) 및 (15)는  $x_p, x_d, P, m_c$ 에 대한 연립 미분방정식으로 볼 수 있다. 이들 미분방정식을 모두 1차 미분방정식으로 표현하기 위해

$$z = (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6)^T = (x_p, \dot{x}_p, x_d, \dot{x}_d, P, m_c)^T \quad (16)$$

로 정의하면, 최종적으로 다음과 같은 6개의 1차 연립 미분 방정식들을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= \frac{A_p}{M_p} [z_6 - P_o \{V_6^o / (V_6^o - A_p z_1)\}^r] - \frac{C_{pc}}{M_p} z_2 \quad (18) \\ \dot{z}_3 &= z_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_4 &= \frac{A_r}{M_d} [z_5 - P_o \{V_d^o / (V_d^o - A_r z_3)\}^r] \\ &+ \frac{C_p}{M_d} z_2 + \frac{C_d - C_{Hac}}{M_d} z_4 \quad (20) \end{aligned}$$

$$\dot{z}_5 = \frac{-r z_5 \{ [A_p z_2 - (A_d - A_r) z_4] / T_{ck} + A_d z_4 / T_{he} \}}{\{A_p (C_c + z_1) - (A_d - A_r) z_3\} / T_{ck} + \{A_d E_e + A_d z_3\} / T_{he} + r S} \quad (21)$$

$$\dot{z}_6 = \frac{z_6 \{A_p z_2 - (A_d - A_r) z_4\} + \dot{z}_5 \{A_p (C_c + z_1) - (A_d - A_r) z_3\} / r}{R T_{ck}} \quad (22)$$

식 (19)에서  $S = V_k / T_k + V_r / T_r + V_h / T_h$ 를 나타내는데 그 값은 주어진 조건에서 상수이다.

식 (17) ~ (22)의 우변은 모두 상수나 상태변수  $z$ 의 함수이다.  $T_{ck}, T_{he}$  등은 Table 1에서 보인 식들에 의해 먼저  $gA_{ck}, gA_{he}$  등을 구하고 이들의 부호에 따라 식 (3), (4) 등에 의해 결정된다. 이때 필요한 온도  $T_c$ 는 이상기체라는 가정에 의해  $T_c =$

$P V_c / R m_c$ 로 계산된다.

식 (17) ~ (22)로 주어지는 미분방정식들의 해는 해석적으로 구할 수 없으나, 초기치  $z^o = (x_p^o, \dot{x}_p^o, x_d^o, \dot{x}_d^o, P^o, m_c^o)^T$ 를 주어 수치적으로 적분하여 구할 수 있다. 적절한 초기치로서는  $x_p^o = x_d^o = 0, P^o = P_o, m_c^o = P_o (A_p C_c) / R T_c$ 이고  $\dot{x}_p^o$  및  $\dot{x}_d^o$ 는 0이 아닌 작은 값을 가지는 것으로 하면 좋을 것이다. 이러한 초기치는 정지하고 있는 계에 약간의 충격을 주어 계의 운동을 시작시키는 실제적인 과정을 나타낸 것이다.

수치적분으로부터 목표로 하는 정상상태 해를 얻기 위해서는 적분을 계속해 나가면서 상태변수들이 충분히 작은 오차 한계내의 편차로 주기 운동을 계속하는가를 관찰하면 된다. 예를 들어 피스톤의 속도가 0일 때, 즉  $z_2 = 0$ 일 때의 상태변수들의 값과 다음번  $z_2 = 0$ 일 때의 상태변수들의 값들을 각각 비교하여, 이들의 차가 동시에 충분히 작을 때 정상상태에 도달했다고 볼 수 있다.

IAM에 의한 운동방정식이 6개 상태 변수에 대한 6개의 식으로 표시되었는데, 참고로 IIM에 의한 운동방정식은  $x_p, \dot{x}_p, x_d, \dot{x}_d$  등 4개의 상태변수에 대한 4개의 1차 연립 미분방정식으로 표현가능함을 밝혀둔다. IIM에 대한 수치적분법은 IAM의 방법과 유사한 과정을 따르면 되기 때문에 논문의 간결성을 위해 그 자세한 기술을 생략하였다.

#### 4. 예제 해석 및 검토

제3절에서 제시한 해석방법으로 구체적인 자료를 가진 예제를 해석해 보았다. 예제 해석의 구체적인 목표로서는 먼저 IIM에 의한 해석방법 및 IAM에 의한 해석방법들의 타당성과 한계를 조사하고, 다음에는 IAM에 의한 해석을 통해 부하의 크기변화에 따른 계의 출력변화 등을 관찰하여 보는 것이다.

먼저 예제로 택한 계에 대한 자료가 Table 2에 나타나 있다. 예제에서 택한 감쇄계수  $C_a - C_{Hac}, C_p$  등은 주어진 부하  $C_{pc}$ 에 대해 특정한 조건을 만족하도록 선택된 값이다. 즉, 주어진 감쇄계수들은 IIM에 의해 선형화된 방정식이 정상상태 해로서 0 아닌 주기적 해를 가질 수 있는 조건을 만족하도록 채택된 값이다.<sup>(1,3)</sup>

예제 해석을 통하여 여러가지 해석방법들을 비교해 보기 위하여 전체 4가지의 해석방법들이 고려되

**Table 1** Thermodynamic equations from IAM (D=d/dt)

$m_k = P V_k / (R T_k)$	$m_r = P V_r / (R T_r)$
$m_h = P V_h / (R T_h)$	$m_e = M - (m_c + m_k + m_r + m_h)$
$T_c = P V_c / (R m_c)$	$T_e = P V_e / (R m_e)$
$T_r = (T_h - T_k) / \ln(T_h / T_k)$	
$Dm_k = m_k DP / P$	$Dm_r = m_r DP / P$
$Dm_h = m_h DP / P$	
$gA_{ck} = -Dm_c$	$gA_{kr} = gA_{ck} - Dm_k$
$gA_{rh} = gA_{kr} - Dm_r$	$gA_{he} = gA_{rh} - Dm_h$

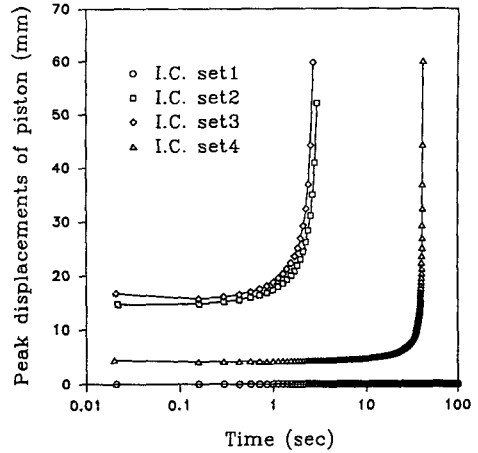
**Table 2** System data for the example problem

$M_p$ (kg)	6.2	$V_g$ (cm <sup>3</sup> )	2615	$C_c$ (mm)	18.3
$M_d$	0.426	$V_d^o$	37.97	$E_e$	18.61
$A_p$ (Cm <sup>2</sup> )	25.69	$V_h$	27.33	$T_k$ (K)	322.8
$A_p$	25.69	$V_k$	20.43	$T_h$	814.3
$A_r$	2.176	$V_r$	56.37	$C_{pc}$ (Ns/M)	365.8
$r$	1.667	$P_o$ (MPa)	7.1	$C_d - C_{hd}$	-215.7264
$R$ (J/Kg k)	2077.3			$C_p$	30.1693

었다. 먼저 IIM에 의한 지배방정식을 선형화된 방법에서는 해석적으로 엔진의 주파수나 피스톤과 왕복기의 진폭비 등이 계산되었다. (Table 4 참조) 두번째는 IIM에 의한 비선형 지배방정식을 선형화하지 않고 직접 수치적분하는 방법인데, 결과의 일부로서 초기 상태에서부터 시간의 경과와 더불어 변화가는 피스톤의 최대 변위를 나타낸 것이 Fig. 4이다. 수치적분에 사용된 4조의 초기 조건이 Table 3에 정리되어 있으며, IIM에 의한 경우, 이들 4조 중 어느 초기 조건에 의존하더라도 피스톤의 최대 변위가 시간에 따라 발산하거나, 0로 감쇠하여 0이 아닌 안정된 정상상태의 해가 얻어지지 않았다. 반대로 IAM에 의하면 같은 초기 조건들에서 시작하여도 피스톤의 최대 변위가 일정한 값에 수렴하여 0이 아닌 안정된 정상상태의 해가 존재함을 보여준다. (Fig. 5 참조) Table 4에는 이렇게 구해진 정상상태 해에 대한 주파수, 출력 등이 정리되어 있다. 이때 출력  $W$ 는 한 주기 동안의 순간 출력을 적분하여 쉽게 얻을 수 있다. 즉,

$$W = \frac{1}{\text{period}} \int_0^{\text{period}} C_{pc} \dot{x}_p^2 dt \quad (23)$$

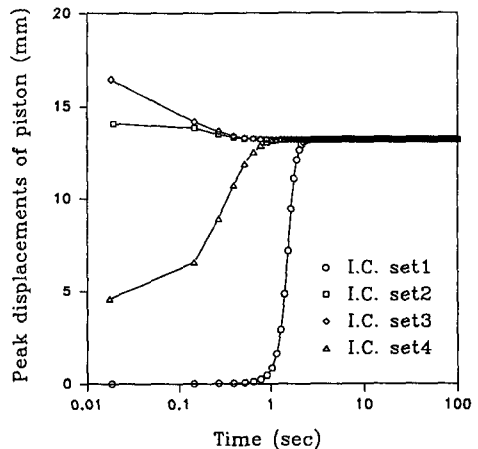
Table 4에 의하면 IIM의 선형화에 의해 구해진 주파수나 진폭 등은 비교적 IAM에 의한 수치해석 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 그러나, IIM의 경우, 원래의 방정식이 0이 아닌 안정된 정상상태 해를 가지지 않기 때문에, 그 선형화를 통한 근사해의 주파수나 진폭비 등은 의미가 없다고 볼 수 있다. 이러한 이유 때문에 IIM의 선형화에 의존했던 연구자들은 그 타당성에 관계없이 식(7)의 압력강하를 유동속도의 비선형함수로 가정<sup>(1,2,4)</sup>하지 않고서는 출력 등을 구할 수 없었다. 열교환기를 통한 유동의 압력강하를 유동속도의 비선형 함수로



**Fig. 4** Peak displacements of piston, for the case of IIM

**Table 3** Initial conditions used for the numerical integrations

	$x_p^o$	$\dot{x}_p^o$	$x_d^o$ <th><math>\dot{x}_d^o</math> </th>	$\dot{x}_d^o$
I. C. set1	0.0	0.001	0.0	0.001
I. C. set2	0.0	4.0	0.0	4.0
I. C. set3	0.0	4.0	0.0	0.001
I. C. set4	0.0	1.0	0.0	0.001

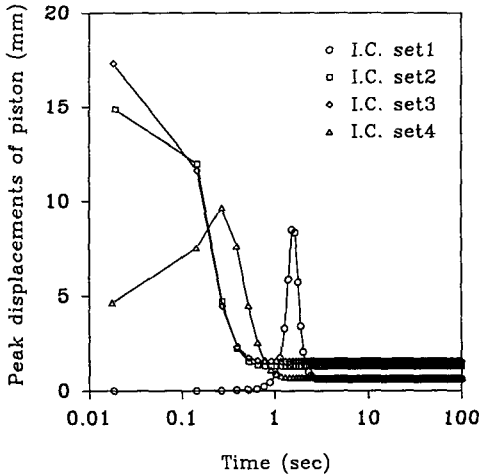


**Fig. 5** Peak displacements of piston, for the case of IAM

가정하면, 그 결과로 얻어지는 해가 가정된 비선형함수의 형태에 지나치게 의존하게 될 것임은 자명하다.

**Table 4** Comparison of the results

Analysis method	Frequency (Hz)	Phase ( $\phi$ /Deg.)	Amp. ratio (r)
IIM-linearized	36.1	-52.1	0.572
IAM-nonlinear	39.6	-54.0	0.613



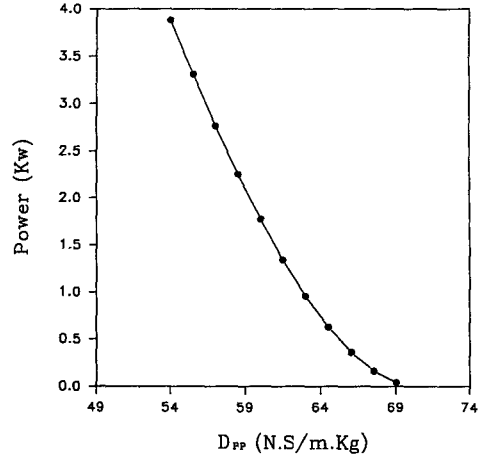
**Fig. 6** Peak displacements of piston, for the case of modified IAM

IIM이 실제 현상을 지나치게 단순화시켰다고 판단하여, Benvenuto<sup>(6)</sup>는 보다 충실한 IAM을 이용하되, 결과로 얻어지는 지배방정식을 IIM의 경우에서와 같이 선형화하기 위하여, 식(3), (4)로 주어지는 온도  $T_{ck}$ ,  $T_{he}$ 를

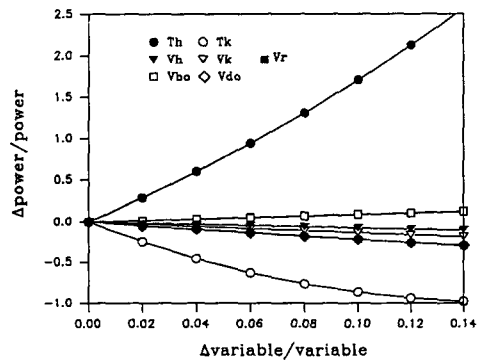
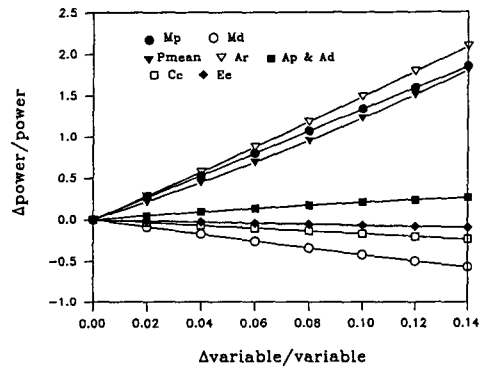
$$T_{ck} = \frac{T_c + T_h}{2} \tag{24}$$

$$T_{he} = \frac{T_h + T_e}{2} \tag{25}$$

와 같이 가정하였다. 식(24), (25)의 가정을 도입하여 선형화된 방정식의 경우는 식(7)의 압력강하를 비선형함수로 가정하지 않고서도 0 아닌 정상상태의 해를 가질 수 있다고 보고하였다. 본 연구에서는 식(24), (25)의 가정을 도입하되, 결과로 얻어지는 지배방정식을 선형화하지 않고 그대로 수치적분하여 보았다. 결과는 Fig.6에 보는 바와 같이 초기치에 무관하게 피스톤의 진폭이 0으로 수렴하고 계가 정지하게 됨을 발견하였다. 실제로 Fig.6을 보면 피스톤의 진폭이 0가 아닌 값들로 수렴하는 것처럼 보이지만 이는 그림들에서 나타낸 것이



**Fig. 7** Power as a function of external load



**Fig. 8** Variation of power as functions of system parameters

진폭이 아니라 최대 변위이기 때문에 Fig.6의 경우는 엔진이 0 아닌 평형상태에 정지해 버린것을 의미한다. 이러한 사실로부터, 해석의 편의를 위하여 도입한 식(24), (25)의 가정이 계의 거동을 전혀 다르게 바꾸어 놓을 수도 있으며, 따라서

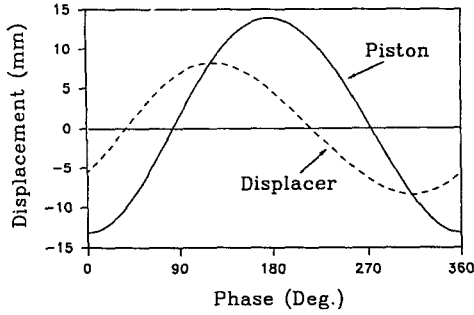


Fig. 9 Displacements of piston and displacer

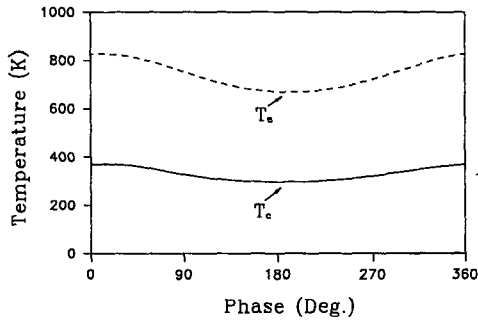


Fig. 10 Temperatures of working fluids

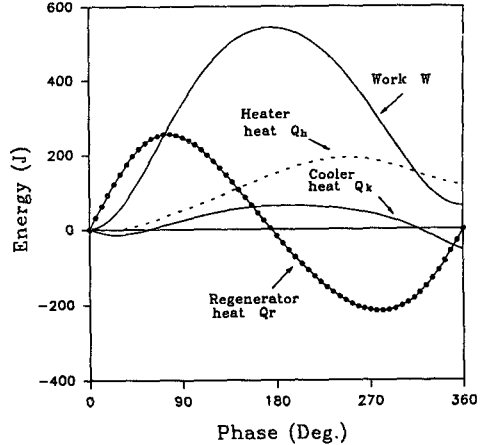


Fig. 11 Energy diagram

의 변화에 따른 출력의 변화를 살펴보았는데 모두 본 연구에서 제시한 IAM과 직접 적분법에 의한 결과들이다. 이들 그림에서 보인 바와 같은 해석능력은 본 연구에서 개발한 해석방법이 앞으로 FPSE 시스템의 설계 문제에 응용될 수 있으리라는 가능성을 나타낸다고 생각된다.

끝으로 예제에 대한 정상상태 해석결과를 Fig. 9 ~ Fig. 11에 나타내었다. 본 논문의 주된 논지에서 다소 벗어나기 때문에 Fig. 11에서 제시한 열전달량들을 구하는 수식들<sup>(1)</sup>은 생략하였다. 참고문헌<sup>(1)</sup>에 따르면 엔진이 정상상태에 도달했음을 확인하는 방법으로서, 한주기 동안에 재생기의 열전달량  $Q_r$ 이 0가 되면 좋다고 하였다. 본 연구에서는 이미 언급한 대로 정상상태를 판단하기 위한 다른 방법을 이용하였으나, 참고문헌에서 제시한 조건도 만족됨을 알 수 있다.

### 5. 결 론

EPSE의 동적거동 해석을 위한 방법으로서 이상단열 모델에 의한 지배방정식을 유도하고, 정상상태 해를 얻기위한 방법으로서 수치 적분법을 제시하였다. 특히, 이상등온 모델이나 이상단열 모델에 의한 비선형 방정식들을 선형화하고 이들로부터 해석적인 해를 구하는 종래 연구자들의 연구들에 있어서 선형화를 위하여 도입된 여러가지 가정들이 원래 계의 특성을 변질시킬 수 있음을 예제 해석을 통하여 확인하였다. 또한, 제시된 수치적분법에 의해 부하의 크기나 여러가지 설계변수들의 변화에

Benvenuto의 가정은 불합리하다는 것을 알 수 있다. 또, 식 (24), (25)의 가정에 근거한 지배 방정식의 선형화에 의한 해석방법도 마찬가지로 된다.

일반적으로 방정식 계의 선형화근사법은 해를 해석적으로 구할 수 있고, 또한 빨리 구할 수 있다는 장점이 있기 때문에 많이 이용되며, FPSE의 해석에서도 마찬가지이다. 그러나, IIM이나 IAM의 어느 경우나 선형화된 계는 선형화를 위해 도입된 가정 때문에 원래 계의 특성을 상실할 수 있으므로, 비록 그 해석의 효율성에서는 떨어지지만 본 연구에서 제시한 바와 같은 직접적분법에 의존해야 할 것으로 생각된다.

직접적분법에서는 일반적으로 정상상태 해를 구해야 하는 어려움이 있다. 본 연구에서는 예제 해석시 수치적분을 계속하는 동안 피스톤의 변위가 극대인 점을 찾아내어 이 순간의 모든 상태변수와 5주기 이후의 동일한 점에서의 모든 상태변수의 크기 차이가 오차 한계내에 들어왔을 때 정상상태에 도달하였다고 보았다. Fig. 7에는 이러한 방식으로 예제에서 택한 계에서 하중의 변화에 따른 출력의 변화를 살펴보고, Fig. 8에는 몇가지 시스템변수

따른 계의 출력변화 등을 살펴 봄으로써 본 연구에서 제시된 해석방법의 설계문제 등에의 활용 가능성을 확인하였다.

## 후 기

본 연구는 과학기술처에서 지원하는 특정연구 개발사업의 일부로서 수행되었으며, 이에 과학기술처와 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Urieli, I. and Berchowitz D. M., 1984, *Stirling Cycle Engine Analysis*, Adam Hilger Ltd, Bristol.
- (2) Benvenuto, G., De Monte, F. and Farina, F., 1990, "Dynamic Behaviour Prediction of Free-Piston Stirling Engine," *25th IECEC Proceedings*, pp. 346~351.
- (3) Redlich, R. N. and Berchowitz, D. M., 1985, "Linear Dynamics of Free Piston Stirling Engines," *Proc. IMechE*, Vol. 199, No A3, pp. 203~213.
- (4) Benvenuto, G., De Monte, F. and Farina F., 1991, "Study of the Response to Load Variation of Free-Piston Stirling Engine," *26th IECEC Proceedings*, pp. 337~342.
- (5) Kankam, M. D. and Rauch, J. S., 1991, "Comparative Survey of Dynamic Analysis of Free-Piston Stirling Engines," *26th IECEC Proceedings*, pp. 314~319.
- (6) Benvenuto, G. and De Monte, F., 1992, "An Adiabatic Approach for the Design and the Response-to-Load Evaluation of Free-Piston Stirling Engines," *27th IECEC Proceedings*, Vol. 5, pp. 5. 23~5. 31.
- (7) Berchowitz, D. M., 1988, "Operational Characteristics of Free-Piston Stirling Engines," *23rd IECEC Proceedings*, pp. 107~112.