

〈論 文〉

높은 레이놀즈수에서의 난류 장애물유동의 Large-Eddy-Simulation

양 경 수*

(1994년 2월 21일 접수)

Large-Eddy Simulation of a Turbulent Obstacle Flow at a High Reynolds Number

Kyung-Soo Yang

Key Words : Large-Eddy Simulation(큰-에디수치모사), Turbulence(난류), Obstacle Flow(장애물 유동), Subgrid-Scale Model(아격자스케일 모델), Smagorinsky Model(스마고린스키 모델)

Abstract

Turbulent flow in a channel with a square rib periodically mounted on one wall is studied by large-eddy simulation(LES). An efficient 3D Navier-Stokes solver has been written for this geometry using a fractional step method and a multi-grid technique. The Reynolds number considered is 82,000 based on the mean velocity above the obstacle height. Near-wall turbulence is approximated by a wall-layer model based on the turbulence intensity at the grid point nearest a solid wall. The results show a good qualitative agreement with experiments currently available for a single rib, indicating that LES can be a useful tool in simulating complex turbulent flows.

1. 서 론

Large-eddy simulation(LES)은 난류운동을 모사하는 새로운 수치해석법으로, Reynolds 평균기법과는 달리 작은 scale 유동구조는 model(subgrid-scale modeling) 하지만 큰 scale 유동구조는 직접 계산하는, 즉 공간에서 국부적으로 평균치를 구하는 효과를 갖는 기법이다. LES의 이론적 정당성은 다음과 같은 두 가지 관찰에 근거를 두고 있다. 첫째는 대부분의 난류에너지는 큰 유동구조에 포함되고 있고, 둘째로는 작은 유동구조는 등방적이라는 점이다. 그러므로 LES는 Reynolds 평균기법보다는 좀더 일반적이고 또한 형상에 덜 의존한다고 할 수 있다. 이와같이 LES는 난류모델링의 임의성을

최소화할 수 있고, 3차원 비정상(unsteady) 유동장을 계산하므로 매우 자세한 유동정보를 구할 수 있는 장점이 있는 반면, 3차원 비정상 계산은 난류 통계치를 구하기 위해서 Reynolds 평균기법에 비해 상대적으로 월등히 많은 계산시간이 소요되는 단점이 있다. 그래서 그간 LES는 간단한 형상의 유동장에 국한되어 그나마 슈퍼컴퓨터의 사용이 거의 필수적이었으나, 최근들어 급속히 발전된 컴퓨터 하드웨어와 매우 효과적인 수치해석법의 개발로 이제는 워크스테이션 수준의 컴퓨터에서도 충분히 계산 가능하게 되었다. 따라서 직접수치모사(direct numerical simulation)의 차선택으로서 LES의 전망은 매우 밝다고 할 수 있다.

최근들어 복잡한 형상을 갖는 난류 유동장에 LES를 적용시키는 노력이 시도되고 있으며, 이러한 노력의 하나로 이 논문에서는 평행한 두 평면사이의 유동에서 한쪽면에 단면이 정사각형인 막대형

*정회원, 인하대학교 기계공학과

$T_o=1300$ K와 같이 선정하였다. 분사구를 제외한 하부경계에는 단열경계조건을 적용하였으며, 제트는 하부경계의 분사구로부터 균일한 온도 $T_{jet}=320$ K로 분사된다. 아래에는 위에서 언급한 여섯 개 경계면에 대한 경계조건을 요약하여 나타내었다.

○ 상류 경계면

$$\begin{aligned} u &= u_{IN}, v = w = 0, k = k_{IN}, \\ \bar{\epsilon} &= \bar{\epsilon}_{IN}, T = T_o \end{aligned} \quad (19)$$

○ 하류 경계면

$$\begin{aligned} u &= u_{out}, \partial v / \partial x = 0, \partial w / \partial x = 0, \\ \partial k / \partial x &= 0, \partial \bar{\epsilon} / \partial x = 0, \partial T / \partial x = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

○ 상부 경계면

$$\begin{aligned} u &= U_o, v = 0, \partial w / \partial y = 0, \\ \partial k / \partial y &= 0, \partial \bar{\epsilon} / \partial y = 0, T = T_o \end{aligned} \quad (21)$$

○ 하부 경계면 (제트분사구위치 제외)

$$u = v = w = 0, k = \bar{\epsilon} = 0, \partial T / \partial y = 0 \quad (22)$$

○ 양측면 경계면

$$\begin{aligned} \partial u / \partial x &= 0, \partial v / \partial x = 0, w = 0, \partial k / \partial x = 0, \\ \partial \bar{\epsilon} / \partial x &= 0, \partial T / \partial x = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

○ 제트분사구위치

$$\begin{aligned} u &= v_{jet} \cos \theta, v = v_{jet} \sin \theta, w = 0, \\ k &= k_{jet}, \bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_{jet}, T = T_{jet} \end{aligned} \quad (24)$$

그리고 차후 논의를 위하여 아래와 같이 분사비 M , 국소막냉각효율 η , 평균 막냉각효율 $\bar{\eta}$ 그리고 레이놀즈수 Re_D 를 정의한다.

$$M = \frac{\rho_{jet} \bar{v}_{jet}}{\rho_o U_o} \quad (25)$$

$$\eta(x, z) = \frac{T_w - T_o}{T_{jet} - T_o} \quad (26)$$

$$\bar{\eta}(x) = \frac{\int_{z=0}^{z=1.5D} \eta \cdot dz}{\int_{z=0}^{z=1.5D} dz} \quad (27)$$

$$Re_D = \frac{\rho_{jet} U_o D}{\mu_{jet}} \quad (28)$$

위에서 \bar{v}_{jet} 는 분사구 중심축과 나란한 방향속도성분의 단면 평균속도이다. 그리고 ρ_{jet} 와 μ_{jet} 는 각각 제트의 밀도 및 점성계수이며, ρ_o 는 자유유동의 밀도, T_w 는 단열평판($y=0$ 인 x - z 단면)의 온도이다. 분사비 M 은 주유동의 질량유량에 대한 분사제트의 질량유량의 비를 나타낸다. 국소막냉각효율 η 는 x 및 z 의 함수로서 고온인 주유동으로부터

벽면이 열적으로 보호되는 정도를 나타내며 $\eta=1$ 의 뜻은 벽면의 온도가 분사제트의 온도 T_{jet} 와 동일하게 유지된다는 뜻이다. 평균 막냉각효율 $\bar{\eta}$ 는 x 만의 함수로서 η 의 z 방향 평균치를 나타낸다. 그리고 레이놀즈수 Re_D 는 터빈블레이드 냉각의 경우에 일반적으로 사용되는 레이놀즈수로서 특성속도로서는 주유동의 속도, 열물성치로는 분사제트의 것을 사용하며 특성길이로는 분사구의 지름을 사용한다.

4. 수치해석방법

본 연구에서는 Patanker⁽¹⁹⁾의 제어체적방법에 의하여 지배방정식을 이산화시켰으며, 해를 얻기 위하여 SIMPLE알고리즘을 사용하였다. 그리고 대류확산항의 처리를 위하여 맥승도식을 이용하였다.

본 연구에서는 Fig. 3(a)와 (b)에 나타낸 계산영역에서 수치해를 얻기 위하여 $54 \times 32 \times 20$ 의 격자망을 사용하였으며 Fig. 4에 나타내었다. 그림에서와 같이 격자망은 비균일 직교격자망을 사용하여 물리량들의 큰 구배가 있으리라 예상되는 평면과 분사구멍 근처에서는 격자점을 좀더 조밀하게 배치시켰으며 경계면 근처에서도 좀더 조밀하게 배치시켰다. 벽으로부터 수직인 방향(y 방향)의 최소격자의 크기는 2.2×10^{-4} m이며, 이 위치에서 상부경계로부터의 유입속도에 근거한 $y^+ (\equiv u_{\tau} y / \nu)$ 는 약 9.8이다. 그러므로 이 격자크기는 제트분사구 근처에서의 벽 근처 난류특성을 해석하는 데에 충분한 격자크기라고 생각된다. 그리고 최대격자는 분사구 하류영역 ($x/D=8.0$ 되는 위치)에서 약 1.2×10^{-2} m

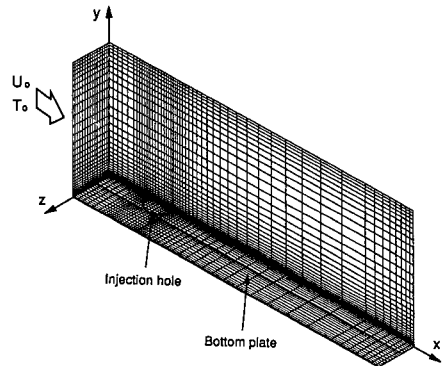


Fig. 4 Illustration of grid system for present computation

여기서, l 은 작은 에디들의 특성길이 스케일 (characteristic length scale)로써, κ 와 d 가 각각 Karman의 상수와 고체면으로서의 수직거리라 할 때 κd 와 $0.1\bar{L}$ 중 작은 값을 취하였다. 여기서, $\bar{L} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$ 이다. 식(7)에서와 같은 형태의 τ_{ij} 를 택한 것은 $i=j$ 로 수축(contraction)할 때 식(7)에서의 τ_{ij} 와 식(8)이 동일하게 되기 위해서이다.

3. 수치해석법

시간에 따른 지배방정식의 해를 구하기 위해 fractional step method⁽⁵⁾를 사용하였다. 운동량방정식의 시간에 따르는 적분은 혼합적인 형태로서, 대류항은 3차의 정확도를 갖는 Runge-Kutta법으로 explicit하게, 그리고 점성항은 Crank-Nicolson법으로 implicit하게 계산하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}_i^k - \bar{u}_i^{k-1}}{\Delta t} &= (\alpha_k + \beta_k) L(\bar{u}_i^{k-1}) + \beta_k L(\bar{u}_i^k - \bar{u}_i^{k-1}) \\ &\quad - \gamma_k N(\bar{u}_i^{k-1}) - \zeta_k N(\bar{u}_i^{k-2}) \\ &\quad - (\alpha_k + \beta_k) \frac{\partial \bar{P}^{k-1}}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\bar{u}_i^k - \bar{u}_i^{k-1}}{\Delta t} = -\frac{\partial \bar{\phi}^k}{\partial x_i} \quad (k=1,2,3) \quad (11)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{P}^k}{\partial x_i} &= \frac{\partial \bar{P}^{k-1}}{\partial x_i} + \left(\frac{1}{\alpha_k + \beta_k} - \frac{\beta_k \Delta t}{\alpha_k + \beta_k} L \right) \frac{\partial \bar{\phi}^k}{\partial x_i} \\ L &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu_T (1 + \delta_{ij}) \frac{\partial}{\partial x_j} \\ N(\bar{u}_i) &= \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) - \frac{\partial}{\partial x_j} \nu_T (1 - \delta_{ij}) \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{8}{15}, \quad \gamma_2 = \frac{5}{12}, \quad \gamma_3 = \frac{3}{4} \\ \zeta_1 &= 0, \quad \zeta_2 = -\frac{17}{60}, \quad \zeta_3 = -\frac{5}{12} \\ \alpha_1 &= \beta_1 = \frac{4}{15}, \quad \alpha_2 = \beta_2 = \frac{1}{15}, \quad \alpha_3 = \beta_3 = \frac{1}{6} \\ \sum_{k=1}^3 (\alpha_k + \beta_k) &= \sum_{k=1}^3 (\gamma_k + \zeta_k) = 1 \end{aligned}$$

L 과 $N(\bar{u}_i)$ 의 표현에서 반복덧셈은 index j 에서만 행하였다. 운동량방정식은 implicit 입력항없이 시간에 따라 전진되며, 그리고 난후 $\bar{\phi}$ 를 도입하여 $\bar{\phi}$ 에 대한 Poisson 방정식의 해를 구함으로써 연속 방정식이 만족된다. 이 Poisson 방정식의 해는 다

격자법(multigrid method)로 구하였다. 이 다격자법은 다른 종류의 Poisson방정식 해법에 비해 월등히 우수한 성능을 보여준다. 공간에서의 차분법 으로서는 2차의 정확도를 갖는 중앙 차분법(central differencing)이 사용되었다. 다음 단계의 시간차분을 결정하는데 심각한 제한을 피하기 위해 모든 세방향으로, 교차미분항을 제외한 아격자스케일 모델내 모든 항들은 implicit하게 취급되었다.

4. 경계조건

균질한(homogeneous) 방향인 spanwise 방향(z)으로는 주기조건을 적용하였다. 흐름방향(x)으로도 주기조건을 적용하였는데, 그 이유는 Dimaczek의 실험에서와 같은 단일 장애물유동의 경우 입구 및 출구에서 현재 흔히 사용되는 수치해석적 조건이 대부분 임의성이 강하고, 부정확한 경계조건은 곧 전유동장에서의 해에 영향을 주기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 아직도 논란의 대상이 되고 있는 임의의 경계조건을 사용하는 대신에 수치해석적으로 정확히 기술할 수 있는 주기조건을 적용하고 이에 따라 야기될 수 있는 이웃한 장애물의 영향을 최소화하기 위해 흐름방향의 계산영역을 크게 잡았다. (31h) 하지만 단일 장애물유동에 대한 Dimaczek의 실험결과와의 비교에는 한계가 있으며, 여기서는 장애물주위에서의 평균유동장에 대한 정성적(qualitative) 비교만을 행하게된다. 단일 장애물 유동에 대한 정확한 경계조건을 구하기 위해서는 앞으로도 심도있는 연구가 필요하며 본 연구의 다음 단계로서 수행될 예정이다.

이 연구에서 사용된 벽면층 모델은 Ciofalo와 Collins⁽⁶⁾가 난류 재순환유동의 $k-\epsilon$ 모델링을 위해 제안한 것의 변형이다. 이 모델은 종래의 벽면함수 형태는 그대로 유지하지만 점성아층(viscous sub-layer)의 무차원화된 두께가 국부적인 난류강도의 함수로서 변화할 수 있는 모델이다. 이 벽면층 모델과 함께 Schumann⁽⁷⁾이 제안한 "벽면 전단응력과 log층에서 벽면에 평행한 방향의 유속의 위상은 일치한다."는 가정을 도입하였다.

5. 결과 및 토론

이 유동의 주요 파라미터들은 $Re=82,000$, $H/h=2$, $W/h=2$, $L/h=1$ 이다. 여기서, H , W , L 은

각각 평판사이의 간격, 장애물과 평판의 spanwise 방향으로의 길이, 장애물의 흐름방향의 길이이다. 입구는 $x=0$ 에 그리고 장애물은 $x=10$ 과 $x=11$ 사이에 위치한다. 벽면에 가장 인접한 검사체적의 중심은, 수평평면에서는 $\Delta y=0.05$ 떨어진 곳에, 장애물의 윗면에서는 $\Delta y=0.025$, 장애물의 수직벽면에서는 $\Delta x=0.025$ 떨어진 곳에 위치한다. 즉 이런 점들과 벽면사이의 유동장을 상세히 계산하려면 매우 많은 격자점이 필요하게 되므로 공학적인 계산을 위해서는 이러한 격자점들을 생략하고 그대신 벽면층 모델을 적용하여 위에서 언급된 벽면에서 떨어진 첫번째 점들에서의 유동장을 구하게 된다. 사용된 격자계에서는 장애물 주위와 유로의 상하 벽면에는 격자점이 밀집되어 있고, 다른 내부지역으로는 기하학적으로 비균일하게 격자점이 배치되었다. 사용된 유한체적의 수는 x, y, z 방향으로 각각 $96 \times 32 \times 32$ 개이고, 이 유한체적 수의 적절성을 검증하기 위해 $128 \times 48 \times 40$ 개의 유한체적 수를 사용한 수치모사를 한번 더 수행하였다. 무작위 숫자(random number)를 각 속도 성분의 초기값으로 주고 계산을 시작하면 초기의 천이기간을 지나 완전한 난류(fully turbulent) 상태에 도달하게 되고 또한 그 상태를 유지하게 된다. 즉 통계학적인 정상상태(statistically steady state)에 도달하게 되는데 이때부터 균질한 방향인 z 좌표축과 시간에 대해서 평균하는 작업이 시작된다. 시간에 대한 평균으로는 38 특성시간 단위(characteristic time unit, h/U_m)에 걸쳐 230개의 realization을 샘플하였다.

성긴 격자수($96 \times 32 \times 32$)를 사용했을때 컴퓨터의 중앙처리기기(CPU) 시간은 SUN Sparc-10 워크스테이션에서 하나의 시간단계(time step) 당 약 8분이 소요되며 매 10번의 시간단계마다 한 개의 realization을 샘플하였다.

5.1 평균유동장

이 절에서는 위에서 언급한 평균작업을 통해 얻어진 평균유동장을 고찰해 보기로 한다. 장애물 뒷부분에서의 평균 재부착거리는 장애물 뒷면에서 $7.0h$ 로서, Dimaczek의 실험치인 $7.1h$ 와 거의 비슷한 값을 보여준다. Fig. 2는 세군데의 흐름방향 위치에서, $U_m/2$ 로 normalize된 흐름방향 속도분포를 보여준다. 두개의 다른 격자수로 수치모사한 결과들을 Dimaczek의 실험결과와 함께 표시하였다. 계산치가 실험치와 비교적 일치된 경향을 보여주고 있는 것을 알 수 있고, 두 계산결과 사이에는 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 즉, $96 \times 32 \times 32$ 의 비교적 성긴 격자수로도 충분한 계산결과를 얻을 수 있다. 장애물의 윗면 부근(Fig. 2(b))에서는 실험치와 차이를 보여주는데 이는 사용된 벽면층모델에 기인된 것이 아닌가 추정된다. Fig. 3는 두 군데의 흐름방향위치에서의 각방향의 평균 turbulent-fluctuation을 보여준다. 역시 $U_m/2$ 로 normalize된 결과이다. 유로 윗면 부근 유속이 큰 구역에서 계산치가 실험치보다 큰 값을 보여주는데, 그 이외의 구역에서는 계산치와 실험치가 비교적 일치된 경향을 보여준다.

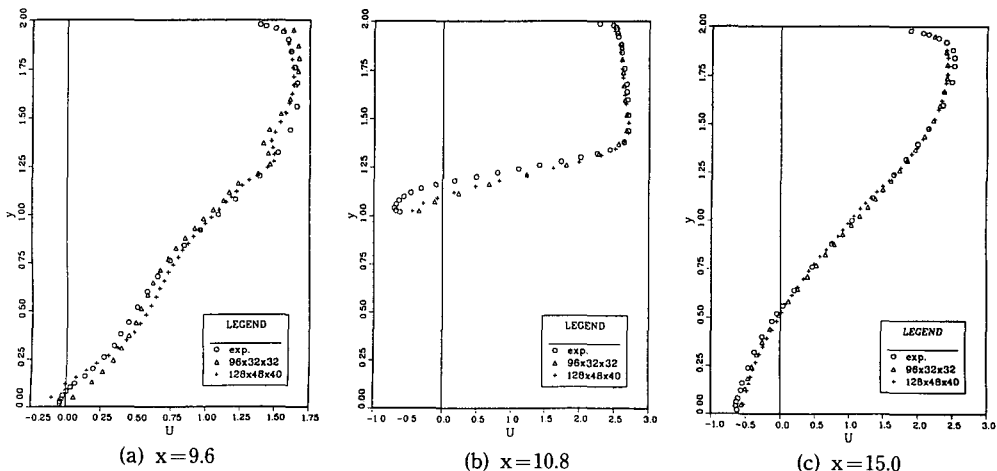


Fig. 2 Streamwise velocity profiles

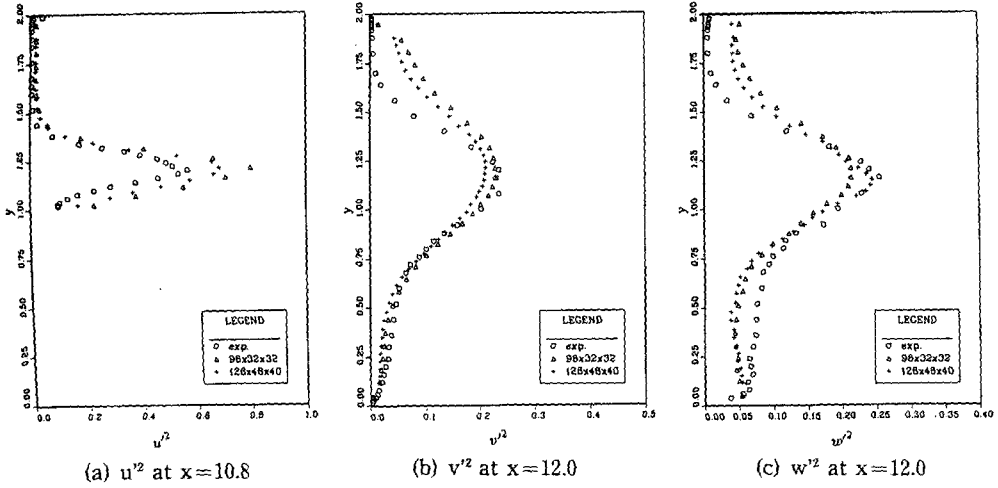


Fig. 3 Turbulent fluctuation profiles

5.2 순간유동장

이 절에서는 특정한 시각에서의 유동장을 고찰해 본다. Fig. 4는 장애물 부근에서의 순간적인 유동장을 보여준다. 음의 u 값을 갖는 구역, 즉 유동이 역류하는 구역이 점으로 표시되어 있다. 모든 고체 면들을 투명하게 처리했기 때문에 장애물 뒤의 역류구역도 역시 보여진다. Fig. 4는 장애물과 관련된 3개의 주 유동구조, 즉 장애물의 앞과 위, 그리고 뒤에서의 재순환 구역을 보여준다. 유동은 장애물의 상류부근에서 박리하여 장애물의 앞 수직면에 재부착한다. 또한 앞선 모서리(leading edge)에서 재박리하여 장애물의 윗면이 아닌, 멀리 떨어진 유로의 하류 부근에서 재부착한다. 이런 현상은 Dimaczek의 실험결과와 일치한다.^(1,2) Fig. 5는 장애물 주위에서의 유동의 와동구조를 보여준다. 유동의 방향은 왼쪽에서 오른쪽이고, 각 그림은 각 vorticity성분의 등고그림(contours of vorticity)이다. Vorticity성분의 값은 농담으로 표시되어 지는

데, 어둡게 표시되는 곳일수록 크기가 큰 음의 값을 갖는 구역이고, 밝게 표시되는 곳일수록 크기가 큰 양의 값을 갖는 구역이다. 극단적인 경우, 즉 흰색과 검정색으로 표시되는 부분은 같은 최대 절

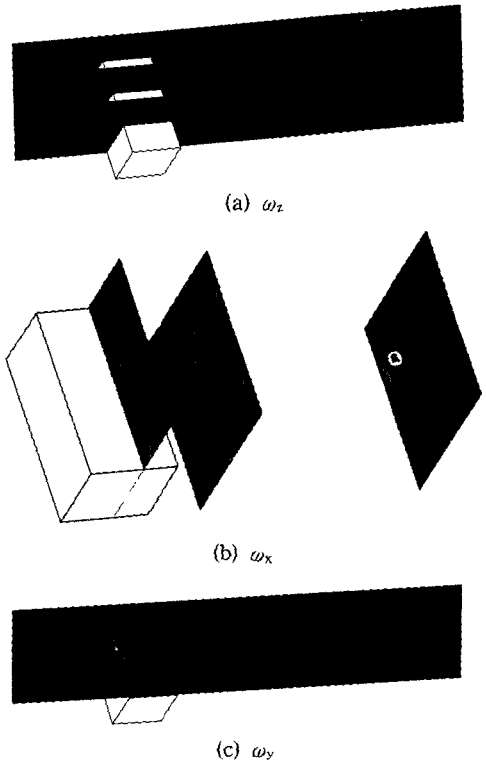


Fig. 5 Contours of vorticity

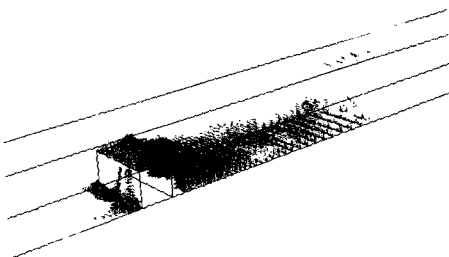


Fig. 4 Regions of instantaneous negative u

대치를 갖으나 부호는 각각 양과 음을 갖는 부분을 나타낸다. Fig. 5(a)는 z 축에 수직한 세계의 평면에서의 z 방향의 vorticity 성분(ω_z)을 나타낸다. 흰색과 검정색으로 나타낸 부분들의 무차원화된 ω_z 값의 차이는 950이고 그 사이를 10단계의 다른 농담으로 표시하였다. 장애물의 앞모서리 부근에서 강한 와동발산(vortex shedding)이 일어나고 있는 것을 보여주고 있고, 발산된 와동은 흐름방향으로 갈수록 소산되어짐을 알 수 있다. Fig. 5(b)는 x 방향에 수직한 세계의 단면에서의 x 방향의 vorticity 성분(ω_x)을 나타낸다. 흰색과 검정색으로 나타낸 부분들의 무차원화된 ω_x 값의 차이는 630이고 그 사이를 10단계의 다른 농담으로 표시하였다. 자유전단층(free shear layer) 부근에 강한 음과 양의 흐름방향 와동이 짝을 이루어 존재하고 있음을 보여주며, 흐름방향을 따라 자유전단층이 아래 유로면에 가까워짐에 따라 와동구조도 흐름방향을 따라 소산되면서 아래 유로면에 접근함을 알 수 있다. Fig. 5(c)는 $y=1.025$ 에 위치한 단면에서의 y 방향의 vorticity 성분(ω_y)을 나타낸다. 흰색과 검정색으로 나타낸 부분들의 무차원화된 ω_y 값의 차이는 510이고 그 사이를 15단계의 다른 농담으로 표시하였다. 장애물 앞면 모서리 부근에 강한 음과 양의 수직와동이 짝을 이루어 존재하고 있음을 보여주는 데, 이는 흐름방향으로 유로 단면이 수축함에 의한 와동신장(vortex stretching) 때문이다.

Fig. 6는 $x=8, y=0.1$ 에서 z 방향으로 균일하게 분포된 8점을 출발점으로하여 계산된 순간적인 유선(instantaneous streamline)을 보여준다. 장애물 앞모서리 부근에 유선들이 몰려있으며 이는 z 방향을 따라 유속이 균일하지 않음을 나타낸다.

수소기포(hydrogen bubble)는 실험에서 유동구조를 연구하기 위한 수동입자(passive particle)로서 종종 사용된다. 이를 수치모사하기 위해 $x=9$ 인 곳에 수직으로 한번에 100개씩 일정 주기를 가지고 주기적으로 수동입자를 방출하여, 계산된 유동장을 이용하여 3차의 정확도를 갖는 Runge-Kutta 기법으로 각각의 입자를 시간에 대해 적분하였다. Fig. 7은 등간격을 갖는 5개의 다른 시간에서의 입자들의 분포를 보여준다. Yang and Ferziger⁽⁶⁾의 낮은 Reynolds수인 경우의 수동입자 수치모사(그들 논문의 Fig. 12)와 비교해 볼때 상당히 다른 양상을 보여준다. 우선 전 유동영역에 걸쳐 mixing이 활발히 일어나며 또한 장애물 주위의

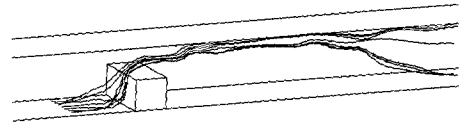


Fig. 6 Instantaneous streamlines

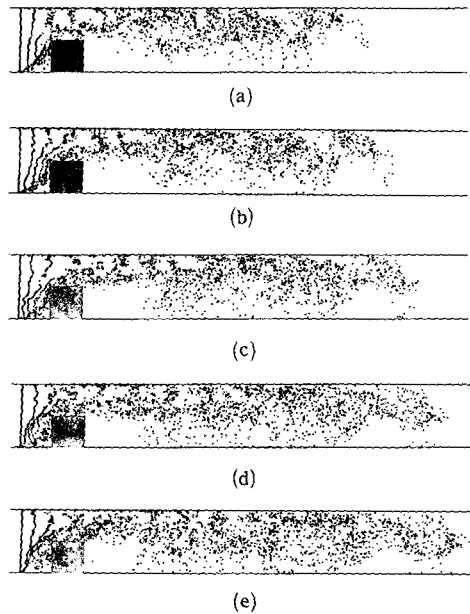


Fig. 7 Hydrogen bubble simulation

재순환 구역에서 수동입자들의 활발한 유입(entainment)이 있음을 보여주고 있다.

6. 요약

이 연구에서는 평면유로의 한쪽 면에 장애물이 흐름방향으로 주기적으로 부착되어 있는 경우의 높은 Reynolds수에서의 난류유동을 Large-eddy simulation을 이용하여 수치모사를 수행하였다. 장애물 주위에 유동의 박리와 재부착에 의한 재순환 구역들이 존재하며, 흐름방향으로의 유로 단면적 변화에 의한 와동구조를 관찰하였다. 얻어진 계산결과는 장애물 주위에서 단일 장애물유동에 대한 실험치와 일치된 경향을 보여주었다. 이 연구에서는 박리를 포함하는 복잡한 유동에 대한 LES의 적용 가능성을 보여주었고, 직접 수치모사의 차선책으로서 앞으로도 LES의 지속적 연구개발이 계속되어야 할 것이다.

후 기

본 연구는 1993년도 인하대학교 연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Dimaczek, G., Kessler, R., Martinuzzi, R. and Tropea, C., 1989, "The Flow Over Two-Dimensional, Surface-Mounted Obstacles at High Reynolds Numbers," *The 7th Symposium on Turbulent Shear Flows*, Stanford University, Aug. 21~23.
- (2) Dimaczek, G., 1991, *Personal Communication*.
- (3) Shaanan, S., Ferziger, J. and Reynolds, W., 1975, "Numerical Simulation of Turbulence in the Presence of Shear," *Report TF-6, Thermosciences Division, Dept. of Mech. Eng.*, Stanford Univ., Stanford CA 94305, U. S. A.
- (4) Smagorinsky, J., 1963, "General Circulation Experiments with the Primitive Equations. I. The Basic Experiment," *Monthly Weather Review*, Vol. 91, pp. 99~164.
- (5) Kim, J. and Moin, P., 1985, "Application of a Fractional-step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations," *Journal of Computational Physics*, Vol. 59, pp. 308~323.
- (6) Ciofalo, M. and Collins, M., 1989, "K- ϵ Predictions of Heat Transfer in Turbulent Recirculating Flows Using an Improved Wall Treatment," *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 15, pp. 21~47.
- (7) Schumann, U., 1975, "Subgrid Scale Model for Finite Difference Simulation of Turbulent Flows in Plane Channels and Annuli," *Journal of Computational Physics*, Vol. 18, pp. 376~404.
- (8) Yang, K. and Ferziger, J., 1993, "Large-Eddy Simulation of Turbulent Obstacle Flow Using a Dynamic Subgrid-Scale Model," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 8, pp. 1406~1413.