

〈論 文〉

# 잔류강도 저하모델의 파라미터결정법에 따른 피로수명에측

김도식\* · 김정규\*\*

(1994년 2월 18일 접수)

## The Prediction of Fatigue Life According to the Determination of the Parameter in Residual Strength Degradation Model

Do-Sig Kim and Jung-Kyu Kim

**Key Words :** Circular Hole(원공), Fatigue Life Distribution(피로수명 분포), 2-Parameter Weibull Distribution(2-Parameter Weibull 분포), Fatigue Residual Strength Degradation Model(피로잔류강도 저하모델), Minimization Technique(최소화기법), Maximum Likelihood Method(최우추정법)

### Abstract

The static and fatigue tensile tests have been conducted to predict the fatigue life of 8-harness satin woven and plain woven carbon/epoxy composite plates containing a circular hole. A fatigue residual strength degradation model, based on the assumption that the residual strength for unnotched specimen decreases monotonically, has been applied to predict statistically the fatigue life of materials used in this study. To determine the parameters(c, b and K) of the residual strength degradation model, the minimization technique and the maximum likelihood method are used. Agreement of the converted ultimate strength by using the minimization technique with the static ultimate strength is reasonably good. Therefore, the minimization technique is more adjustable in the determination of the parameter and the prediction of the fatigue life than the maximum likelihood method.

### 1. 서 론

복합재료의 피로수명 예측은 잔류강도 저하모델<sup>(1~7)</sup> 및 잔류강성 저하모델<sup>(8~10)</sup> 등에 의하여 행하여지고 있다. 이들 중 잔류강성 저하모델은 피로수명을 예측함에 있어서 피로시험동안 시험편에 부착된 스트레인게이지(strain gauge)나 변위계(extensometer)로부터 연속적인 변형률의 측정이 필요하다. 그러나 이 방법은 재료의 손상영역이 부착위치를 초과

하는 경우에 변형률을 정확히 측정하기 어려운 문제점이 있다.<sup>(9)</sup> 이에 반하여 잔류강도 저하모델은 많은 재료를 사용하여야 하는 단점이 있지만, 모든 경우에 있어서 비교적 정확한 잔류강도 데이터를 얻을 수 있다는 장점이 있다. 이에 관한 실험적 모델은 Broutman 등,<sup>(1)</sup> Hahn 등<sup>(2)</sup> 및 Yang 등<sup>(4~7)</sup>의 많은 연구가들에 의하여 제안된 바 있다. 특히 Yang은 복합재료의 잔류강도가 가해진 하중반복수에 대하여 거의 단조 감소한다는 실험관찰과 이 값이 최대반복응력과 같아질 때 파손된다는 가정을 기초로 하여, 일정 진폭하중하의 인장-인장 및 인장-압축 피로하중을 받는 복합재료의 피로수명 분

\*정회원, 한양대학교 산업과학연구소

\*\*정회원, 한양대학교 기계설계학과

포를 예측할 수 있는 이론을 제안하였다. 이 이론은 피로수명예측을 위하여 필요한 실험량을 감소시켰으며, 그 후 Radhakrishnan<sup>(11)</sup>은 일방향 CFRP 복합재료에 대한 인장-인장 하중하의 피로수명 분포예측에 있어서 잔류강도 저하모델의 적용성을 입증한 바 있다.

한편 잔류강도 저하모델을 적용하여 피로수명 분포를 예측하기 위해서는 이 모델을 이루는 파라미터들의 정확한 산출이 매우 중요하다. 이의 방법으로는 최소화기법(minimization technique), 최우추정법(maximum likelihood method) 및 최소자승법(least square method) 등이 널리 사용되어져 왔다. 이의 예로서 Whitney 등<sup>(12)</sup>과 심 등<sup>(13)</sup>은 CFRP 복합재료의 평활재에 대한 각 응력범위에서의 피로수명 데이터병합법(data pooling technique)과 최우추정법을 사용하여 전 응력범위에 대한 파라미터를 산출하였다. 또한 Yang 등<sup>(4-7)</sup> 및 Radhakrishnan<sup>(11)</sup>은 정적극한강도 분포와 등가극한강도 분포로부터 파라미터를 결정하는 최소화기법을 사용하였다. 그러나 이들의 연구결과는 특성의 파라미터결정법에만 국한하여 피로수명을 예측하고 있을 뿐 이들 파라미터결정법의 적합성에 대한 검토는 불명확하다.

본 연구에서는 원공을 가진 8-harness satin woven 및 plain woven CFRP 복합재료를 사용하여 단축인장 및 피로시험을 행한 후, 잔류강도 저하모델로부터 피로수명을 예측하였다. 또한 이 모델의 파라미터결정법으로서 최소화기법과 최우추정법을 비교하고, 각 방법의 피로수명예측에 대한 적합성을 검토하였다.

## 2. 이론해석

### 2.1 잔류강도 저하모델

피로수명 분포예측에 있어서 Yang 등<sup>(4-7)</sup>은  $n$ 사이클후의 잔류강도  $R(n)$ 이 하중반복수  $n$ 에 대하여 단조 감소한다는 실험적 결과를 기초로 하여, 잔류강도  $R(n)$ 의 저하양상을 식(1)로 가정하였다.

$$\frac{dR(n)}{dn} = -f(S, r)/cR^{c-1}(n) \quad (1)$$

여기서,  $S$ 는 응력범위( $=\sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ ),  $r$ 은 응력비( $=\sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ )이며,  $c$ 는 상수 그리고  $f(S, r)$ 은  $S$ 와  $r$ 의 함수이다.

피로수명  $N$ 은 식(1)을  $n_0=0$ 부터  $n_1=N$ 까지 적분한 후, 잔류강도  $R(n)$ 이 최대반복응력  $\sigma_{\max}$ 와 같아질 때 피로파괴가 일어난다는 가정으로부터 식(2)로 나타내어 진다.

$$N = [R^c(0) - \sigma_{\max}^c] / f(S, r) \quad (2)$$

또한 정적극한강도  $R(0)$ 가 2-parameter Weibull 분포를 따른다고 하면, 정적극한강도 분포  $F_{R(0)}(x)$ 는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{R(0)}(x) = P[R(0) \leq x] = 1 - \exp[-(x/\beta)^\alpha] \quad (3)$$

여기서,  $\alpha$ 는 형상계수(shape parameter)이며,  $\beta$ 는 척도계수(scale parameter)이다.

이와 같이 정적극한강도는 통계적 변수이므로 피로수명의 분포함수  $F_N(n)$ 은 식(4)로 표현된다.

$$F_N(n) = P[N \leq n] \\ = P\{[R^c(0) - \sigma_{\max}^c] / f(S, r) \leq n\} \quad (4)$$

한편 일정 진폭하중하의 잔류강도 저하는 식(4)로부터 저응력 및 고응력 진폭피로의 경우로 나누어 유도되지만, 응력범위  $S$ 와 특성수명(characteristic life)  $N^*$ 의 관계가  $KS^\alpha N^* = 1$ 을 따른다고 가정하면 이들의 결과는 식(5)와 같이 동일하게 얻어진다.

$$R^c(n) = R^c(0) - \beta^c KS^b n \quad (5)$$

여기서,  $b$  및  $K$ 는  $S \cdot N^*$  곡선으로부터 결정되는 상수이며,  $N^* = N/\beta$ 이다.

피로수명  $N$ 은 식(5)에 피로파괴조건  $R(n) = \sigma_{\max}$ 와  $n=N$ 을 대입하여 식(6)으로 얻어진다.

$$N = [R^c(0) - \sigma_{\max}^c] / \beta^c KS^b \quad (6)$$

그러므로 피로수명 분포함수  $F_N(n)$ 은 식(6)과  $R(0)$ 의 분포함수 식(3)으로부터 식(7)과 같이 나타내어 진다.

$$F_N(n) = P[N \leq n] \\ = P[R(0) \leq (n\beta^c KS^b + \sigma_{\max}^c)^{1/c}] \\ F_N(n) = 0 \quad ; n < 0 \\ F_N(n) = 1 - \exp\left\{-\left[\frac{n + (\sigma_{\max}^c / \beta^c KS^b)}{1 / KS^b}\right]^{1/c}\right\} \\ ; n \geq 0 \quad (7)$$

### 2.2 파라미터결정법

서론에서 언급한 바와 같이 잔류강도 저하모델 식(7)에 의한 피로수명 분포의 예측에 있어서 파라미

터  $c, b$  및  $K$ 의 정확한 결정은 매우 중요하다. 이를 위하여 최소화기법 (minimization technique)<sup>(4~7,11)</sup> 또는 최우추정법 (maximum likelihood method)<sup>(12,13)</sup> 이 사용되어져 왔으며, 그 내용은 아래와 같다.

(1) 최소화기법 (minimization technique)

$m$ 개 시험편의 정적극한강도를  $x_1, x_2, \dots, x_m$ 이라 하면, 이에 대한 형상계수  $a$ 와 척도계수  $\beta$ 는 정적극한강도  $R(0)$ 를 2-parameter Weibull 분포에 근사시켜 얻는다. 또한  $n_j$ 개의 시험편을 여러가지 응력범위  $S_j$ 의 일정진폭하에서 피로시험을 수행하고 파손시의 잔류강도  $R_j$ 가 최대반복응력  $\sigma_{max,j}$ 와 같다고 하면,  $j$ 개의 잔류강도집단의 데이터  $(R_1, S_1, \sigma_{max,1}, n_1), (R_2, S_2, \sigma_{max,2}, n_2), \dots, (R_j, S_j, \sigma_{max,j}, n_j)$ 를 얻을 수 있다. 이 때 등가극한강도  $R_i(0)$ 는 식(5)의 잔류강도 저하모델을 이용하여 잔류강도  $R_i(i=1, 2, \dots, j)$ 로부터 얻을 수 있다.

$$R_i(0) = [R_i^c(n) + \beta^c K S_i^b n_i]^{1/c} \quad (i=1, 2, \dots, j) \quad (8)$$

이상으로부터  $c, b$ 와  $K$ 는 정적극한강도 및 등가극한강도 데이터에 대한 첫번째 중앙 모멘트들간의 평균에 제곱근을 취한 차이 (mean square difference)  $\Delta$ 를 최소화 함으로써 얻어진다.

$$\Delta = (m_1 - \mu_1)^2 + g_1(\sqrt{m_2} - \sqrt{\mu_2})^2 + g_2(3\sqrt{m_3} - 3\sqrt{\mu_3})^2 \quad (9)$$

여기서,  $m_1, m_2, m_3$ 는 정적극한강도 데이터의 첫번째 중앙 모멘트들(평균, 분산 및 왜도(skewness))이며,  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ 는 등가극한강도 데이터에 대한 첫번째 중앙 모멘트들(평균, 분산 및 왜도)이다.<sup>(4,5)</sup> 또한  $g_1$ 과  $g_2$ 는 평균, 표준편차 및 왜도의 상대적 중요성에 따라 부여되는 가중치(weighting value)들이다.

(2) 최우추정법 (maximum likelihood method)

응력범위  $S$ 의 수를  $n$  그리고  $i$ 번째 응력범위  $S_i$ 에서의 시험편 수를  $m_i$ 라 하자. 각 응력범위에서 피로수명의 집단  $N_i((N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{im_i}), i=1, 2, \dots, n)$ 의 형상계수  $\alpha_f$ 와 척도계수  $B_i$ 는  $N_i$ 를 2-parameter Weibull 분포에 적합시켜 결정할 수 있다. 그러나 이때 얻어지는  $\alpha_f$ 는 각 응력범위  $S_i$ 에 대하여 서로 다른 값으로 얻어진다. 그런데 피로형상계수 (fatigue shape parameter)  $\alpha_f$ 가 응력범위에 의존하지 않는다고 가정하고, 각 응력범위에서의 피로수명  $N_{ij}$ 를  $\beta_i$ 로 정규화( $X_{ij} = N_{ij}/\beta_i$ )하

면, 이에 대한 최우추정법 식(10)과 (11)로부터 모든  $S_i$ 에 대하여 단 하나의  $\alpha_f$ 를 얻을 수 있다.<sup>(14)</sup>

$$\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} X_{ij}^{\alpha_f} \ln X_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} X_{ij}^{\alpha_f}} - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} X_{ij} - \frac{1}{\alpha_f} = 0 \quad (10)$$

$$\beta_f = \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} X_{ij}^{\alpha_f} \right)^{1/\alpha_f} \quad (11)$$

여기서,  $M = \sum_{i=1}^n m_i$

그러므로 주어진 모든 응력범위  $S$ 에서의 전체 피로수명 데이터에 대하여, 각 응력범위에서의 피로수명  $N_i$ 를 각각의 특성수명  $\beta_i$ 로 정규화한 값은 식(12)와 같이 표현된다.

$$F_N(n) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{N_i}{\bar{N}}\right)^{\alpha_f}\right] \quad (12)$$

여기서,  $\bar{N}$ 는 각 응력범위에 대한 특성수명  $\beta_i$ 와 전체 피로수명 데이터에 대한 특성수명  $\beta_f$ 의 곱이다.

따라서 식(7)과 식(12)로부터 파라미터  $c = a/\alpha_f$ 가 된다. 또한  $b$ 와  $K$ 값은 전체 피로수명 데이터가  $KS^b N^c = 1$ 을 따른다고 가정하고, 이를 식(13)으로 변환하여 산출한다.

$$\ln \beta_i = -b \ln S_i - \ln K \quad (13)$$

### 3. 실험방법

사용된 재료는 8-harness satin woven ( $v_f \approx 59\%$ , 두께  $t=2$  mm) 및 plain woven ( $v_f \approx 60\%$ , 두께  $t=1.2$  mm) carbon/epoxy 복합재료이다. 시험편은 다이아몬드 커터를 사용하여 섬유배열방향이 하중방향에 대하여  $0^\circ/90^\circ$ 가 되도록 폭  $W=20$  mm, 길이  $L=150$  mm의 크기로 채취하여 Fig. 1과 같이 중앙에 직경 2 mm인 원공을 가공하였다. 이는 복

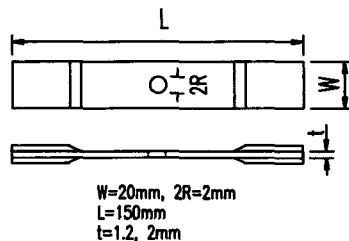


Fig. 1 Configuration of test specimen

Table 1 Mechanical properties

Material	$E_{XX}$ (MPa)	$E_{YY}$ (MPa)	$\nu_{XY}$	$G_{XY}$ (MPa)	$K_T$
8-harness satin woven CFRP	62.9	62.9	0.07	5.4	4.68
Plain woven CFRP	56.7	56.7	0.22	8.7	3.88

$E_{XX}$  : Longitudinal Young's modulus

$E_{YY}$  : Transverse Young's modulus

$\nu_{XY}$  : Poisson's ratio

$G_{XY}$  : In-plane shear modulus

$K_T$  : Stress concentratio factor in finite width specimen<sup>(16)</sup>

합재료가 볼트 또는 리벳 등의 기계적 방법에 의하여 체결되는 경우가 많으며, 이때 원공은 국부적인 응력집중으로 인하여 파손의 기점이 되기 때문이다. 재료의 기계적 특성은 ASTM D3039-76<sup>(15)</sup>의 규정에 의거한 인장시험으로 구하였으며, 그 결과는 Table 1과 같다. 이 표에서 응력집중계수  $K_T$ 는 직교이방성재료에 대한 Tan의 제안식<sup>(16)</sup>을 사용하였다. 정적극한강도 분포를 구하기 위한 인장시험은 8-harness satin woven재의 경우 16개 그리고 plain woven재는 10개의 시험편을 동일한 조건하에서 실험하였다. 피로시험은 응력비  $r(=\sigma_{min}/\sigma_{max})$ 을 0으로 하였으며, 실험주파수는 10 Hz로 일정하게 유지하였다. 잔류강도 저하모델의 파라미터 결정을 위한 피로시험은 8-harness satin woven재의 경우 노치강도에 대한 작용응력의 비  $q(=\sigma_{max}/\sigma_N)$ 가 0.82~0.97의 10단계 그리고 plain woven재의 경우는  $q=0.82\sim0.95$ 의 5단계에서 각각 3개씩의 시험편을 사용하였다. 또한 피로수명 예측을 위한 피로시험은 8-harness satin woven재의 경우  $q=0.85, 0.90$  및 0.95에서 각 13개씩 그리고 plain

woven재는  $q=0.85$ 와 0.90에서 각각 6개씩 시험하였다.

#### 4. 피로수명 분포의 결과 및 고찰

Table 2는 정적인장시험의 결과를 나타낸 것으로, 각 재료의 평균 극한강도( $\sigma_{ult.ave.}$ )는 541.8 및 467.5 MPa이다. 이 표의 형상계수  $\alpha$ 와 척도계수  $\beta$ 는 2-parameter Weibull 분포함수의 양변에 이중자연대수(double natural logarithm)를 취하여 식 (14)의 선형함수식을 얻고, 로버스트법(robust method)<sup>(17)</sup>을 사용하여 Table 2의 실험데이터로부터 산출하였다.

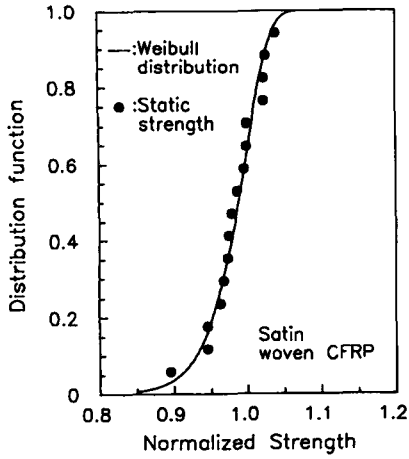
$$\ln x = \frac{1}{\alpha} \ln \ln \left( \frac{1}{1 - F_{R(0)}(x)} \right) + \ln \beta \quad (14)$$

$$MR = \frac{j - 0.3}{n + 0.4} \quad (15)$$

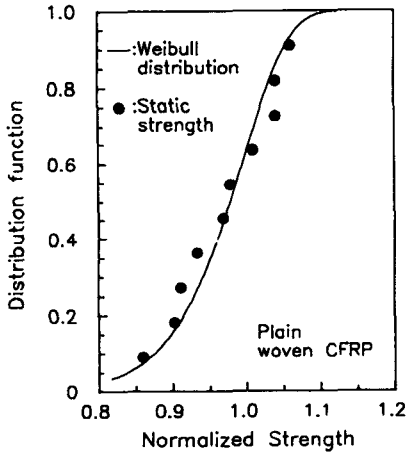
여기서,  $x$ 는 정적극한강도이며,  $F_{R(0)}(x)$ 는 식 (15)의 중앙순위(median rank, MR)로 환산된 파손 확률값으로서  $j$ 는 피로수명의 실험데이터를 증가하는

Table 2 Static tension test results

Material	$\sigma_{ult.}$ (MPa)
8-harness satin woven CFRP	535.9, 533.1, 550.5, 564.0, 572.6, 493.0, 563.9, 3530.8, 520.6, 543.2, 520.8, 536.7, 565.3, 550.4, 539.2, 548.6
	( $\sigma_{ult.ave.}$ )=541.8 Shape parameter( $\alpha$ )=30.866 Scale parameter( $\beta$ )=550.957
Plain woven CFRP	434.6, 511.0, 414.0, 501.1, 439.0, 417.4, 466.6, 501.5, 449.6, 486.4
	( $\sigma_{ult.ave.}$ )=467.5 Shape parameter( $\alpha$ )=16.773 Scale parameter( $\beta$ )=481.924



(a) 8-harness satin woven CFRP



(b) Plain woven CFRP

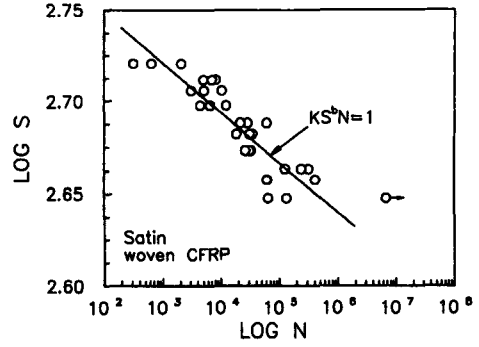
Fig. 2 Distribution function of static ultimate strength

순서로 정리한 파손순위 (failure order number)이며,  $n$ 은 실험된 전체 시험편 수이다.

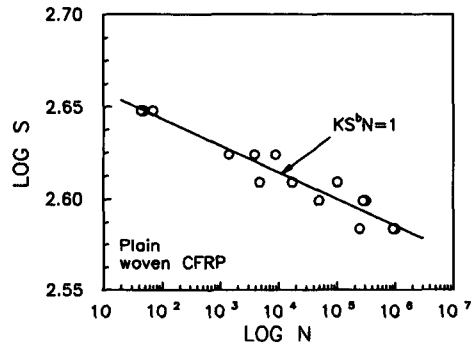
Table 2의 정적극한강도를  $\beta$ 에 대하여 정규화시켜 그림으로 표시한 것이 Fig. 2이며, 이 그림에서 정적극한강도의 분포는 2-parameter Weibull 분포를 잘 따르고 있음을 알 수 있다.

Fig. 3은 잔류강도 저하모델의 파라미터인  $c$ ,  $b$  및  $K$ 를 구하기 위한 피로시험 데이터들을 표시한 것이다. 이 그림에서 데이터들은 피로수명  $N$ 과 응력범위  $S$ 간의 관계를 나타내는  $KS^bN=1$ 의 직선 주위에 흩어져 있음을 알 수 있다.

앞에서 언급한 바와 같이 잔류강도 저하모델 식



(a) 8-harness satin woven CFRP



(b) Plain woven CFRP

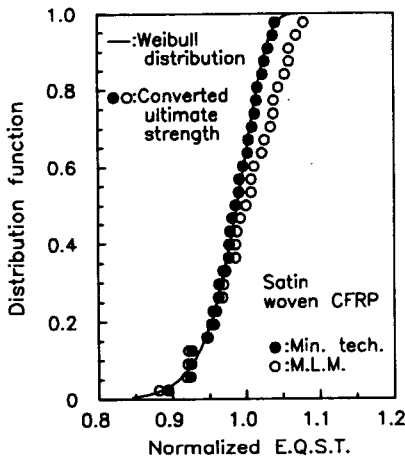
Fig. 3 Stress range  $S$  vs. number of cycles  $N$  to failure

(7)을 적용하여 피로수명 분포를 예측하기 위해서는 파라미터  $c$ ,  $b$  및  $K$ 값의 결정의 중요하다. 최소화법에 의한 파라미터의 결정은 최적화 알고리즘중의 하나인 zero-order법을 사용하고, 정적극한강도와 등가극한강도의 분포가 가장 유사해지는 파라미터를 얻기 위하여 Kolmogorov-Smirnov테스트를 적용하였다. 또한 최우추정법에 있어서는 식 (13)과 같이 응력범위  $S$ 와 특성수명 (characteristic life)  $N^*$ 의 관계를 단순히 선형으로 변형시켜 파라미터를 결정하였다. Table 3은 이의 결과를 정리한 것이며, 실험된 시험편 수와 응력범위  $S$ 의 단계가 적은 plain woven재의 경우는 최우추정법에 의한 파라미터의 결정이 불가능하였다.

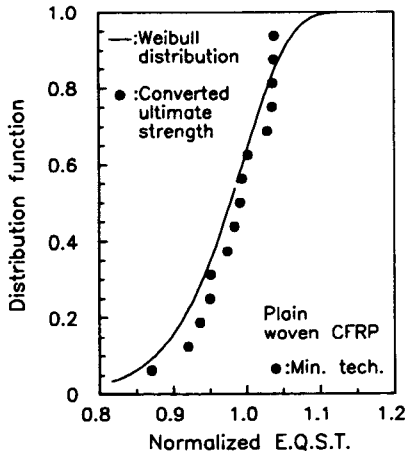
Fig. 4는 식 (5)로부터 환산한 등가극한강도  $R(0)$ 를  $\beta$ 에 대해 정규화한 결과와 정적극한강도 분포를 나타낸 것이다. 이 그림에서 실선은 정적극한강도에 대한 2-parameter Weibull 분포곡선이며, 원(●, ○)은 Table 3의 최소화기법 및 최우추정법

Table 3 Parameters of the residual strength degradatio model

Material	Parameters	c	b	K
	Methods			
8-harness satin woven CRRP	Minimization technique	19.957	34.468	$7.8319 \times 10^{-98}$
	Maximum likelihood method	13.280	32.864	$1.9317 \times 10^{-93}$
Plain woven CFRP	Minimization technique	27.000	32.000	$1.6086 \times 10^{-88}$
	Maximum likelihood method	-	-	-



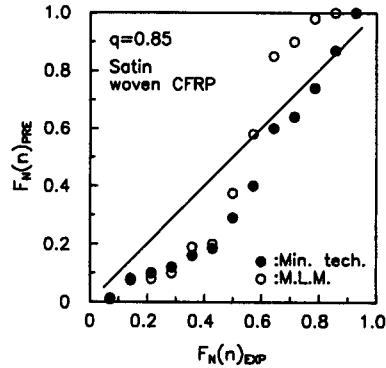
(a) 8-harness satin woven CFRP



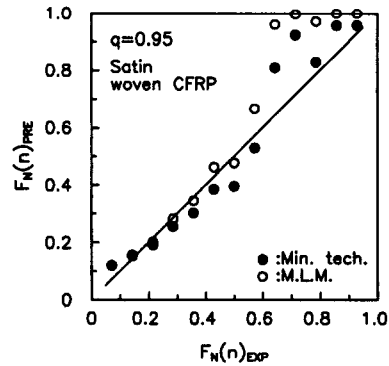
(b) Plain woven CFRP

Fig. 4 Distribution function of converted ultimate strength

에 의한 파라미터를 사용하여 환산한 등가극한강도를 나타낸다. 최소화기법에 의한 등가극한강도는 정적극한강도 분포와 훌륭한 상호관계를 보이고 있



(a) q=0.85



(b) q=0.95

Fig. 5 Comparisons between the experimental results and the predictions of fatigue life using the minimization technique and the maximum likelihood method in 8-harness satin woven CFRP

다. 그러나 8-harness satin woven재에 있어서는 최우추정법의 결과가 약간 과대평가되고 있으므로 최소화기법의 파라미터에 의한 피로수명의 예측결과는 최우추정법보다 우수한 결과를 나타내리라 생각된다.

Fig. 5는 8-harness satin woven재의 피로수명 분

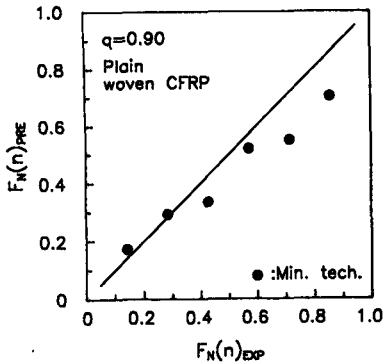
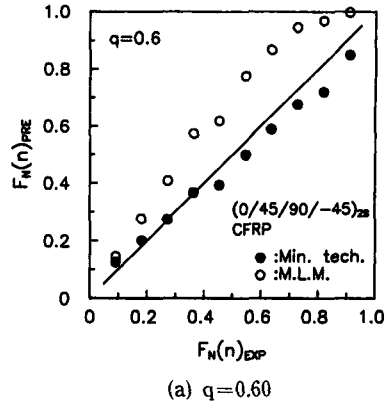


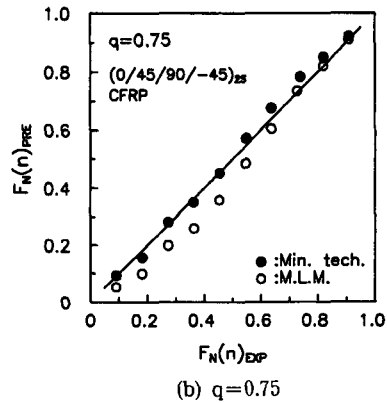
Fig. 6 Comparisons between the experimental results and the predictions of fatigue life using the minimization technique in plain woven CFRP ( $q=0.90$ )

포함수로부터 예측한 피로수명을 실험결과와 함께 나타낸 것이다. 이 그림에서 (●)과 (○)은 최소화 기법 및 최우추정법에 의한 파라미터를 사용한 예측 결과이며, 각 작용응력비에서의 실험결과  $F_N(n)_{EXP}$ 는 식(15)의 중앙순위(MR)를 사용하여 파손확률로 환산된 값이다. 또한 실선은 피로수명의 실험값과 예측결과가 일치함을 나타내는 것이다. 작용응력비  $q=0.85$ 에서 있어서, 최우추정법에 의한 피로수명은 저수명영역에서 과소, 고수명영역에서 과대평가되는 경향을 나타내지만 최소화기법에 의한 예측결과는 저수명영역에서만 과소평가되고 고수명영역에서는 실험결과와 잘 일치하고 있다. 또한  $q=0.95$ 에서는 전 수명영역에서 최소화기법에 의한 예측결과가 최우추정법에 의한 것보다 실험결과와 유사하다. 이상에서와 같이 최소화기법에 의한 예측결과는 최우추정법에 의한 것보다 실험결과에 더 근사하다고 할 수 있다. 이러한 결과는 최우추정법에 의한 식(10)의 피로형상계수  $\alpha_f$ 가 과대평가되므로, 이로부터 산출된 파라미터  $c$ 는 최소화기법에 의한 값보다 상대적으로 작게 평가되기 때문이다. 한편 최소화기법에 의한 피로수명 예측결과가 낮은 작용응력비( $q=0.85$ )보다 높은 작용응력비( $q=0.95$ )에서 실험결과와 잘 일치하는 이유는 시험편의 원공가공시 발생한 손상의 정도가  $q=0.95$ 보다는  $q=0.85$ 의 피로수명에 더 큰 영향을 미치기 때문이라고 생각된다.

또한 Fig. 6은  $q=0.90$ 에 대한 plain woven재의 피로수명 예측결과와 실험값을 비교한 것으로서, 실선은 피로수명의 실험값과 예측결과가 일치함을



(a)  $q=0.60$



(b)  $q=0.75$

Fig. 7 Comparisons between the experimental results and the predictions of fatigue life using the minimization technique and the maximum likelihood method in  $(0/45/90/-45)_{2S}$  CFRP

나타내는 것이다. 이 그림에서 최소화기법에 의한 피로수명의 예측결과는 실험값과 유사한 경향을 나타내고 있다. 한편 최우추정법에 의한 예측결과가 나타나 있지 않은 이유는 앞에서 언급한 바와 같이 실험데이터의 수와 응력범위  $S$ 의 단계가 적은 경우에 파라미터의 결정이 불가능하기 때문이다.

한편 최소화기법에 의한 파라미터결정법의 우수성을 검토하기 위하여,  $(0/45/90/-45)_{2S}$  CFRP 평활재 시험편의 피로시험 데이터<sup>(12)</sup>에 대하여 적용하였다. Fig. 7은 이의 대표적인 예로서, 그림의 (●)은 최소화 기법 그리고 (○)은 최우추정법에 의하여 얻어진 Table 4의 파라미터로부터 예측된 결과이다. 이 그림에서도 피로수명의 예측결과는 최소화 기법에 의한 것이 최우추정법보다 실험결과에 비교적 잘 일치하는 경향을 나타내고 있다.

이상에서 검토한 바와 같이 최소화기법은 실험된

**Table 4** Fatigue test results and parameters i (0/45/90/-45)<sub>2S</sub> CFRP<sup>(13)</sup>

Stress level	Fatigue life
0.75	11305, 12980, 9908, 16428, 5449, 14542, 6829, 8909, 20114, 17920
0.60	472975, 371154, 654892, 682293, 1252705, 989052, 10451 59, 556378, 791254, 887590
Minimizatio technique	c=14.04, b=18.860, K=7.376 × 10 <sup>-54</sup>
Maximum likelihood method	c=10.28, b=17.137, K=2.025 × 10 <sup>-49</sup>

시험편 수와 응력범위 S의 단계가 적은 경우에도 파라미터의 산출이 가능하며, 또한 피로수명예측에 있어서도 최우추정법에 의한 결과보다 우수하다고 할 수 있다.

## 5. 결 론

원공을 가진 8-harness satin woven과 plain woven CFRP 복합재료에 대하여 단축인장 및 일정진폭 피로시험을 행하고, 잔류강도 저하모델의 파라미터 결정법인 최소화기법과 최우추정법을 사용하여 피로수명에 관한 통계적 예측을 하였다. 얻어진 결과는 아래와 같다.

잔류강도 저하모델의 파라미터 결정에 있어서 최우추정법은 실험된 시험편과 응력범위의 수가 적은 경우에는 이의 산출이 불가능하며, 또한 산출된 피로형상계수  $\alpha_r$ 는 과대평가되는 문제점을 보였다. 그러나 최소화기법에 의한 결정은 정적극한강도와 등가극한강도 분포사이의 평균, 분산 및 왜도의 차이를 최소화하는 과정에 의해 행하여 지므로, 이에 따라 산출된 등가극한강도 분포 및 피로수명 예측은 최우추정법에 의한 것보다 실험결과와 훌륭한 상호관계를 보였다. 따라서 잔류강도 저하모델에 의한 피로수명 예측은 최우추정정보다 최소화기법에 의한 것이 합리적이라고 할 수 있다.

## 참고문헌

- (1) Broutman, I. J. and Sahu, S., 1972, "A New Theory to Predict Cumulative Fatigue Damage in Fiber Glass Reinforced Plastics," *ASTM STP 497*, pp. 170~188.
- (2) Hahn, H. T. and Kim, R. Y., 1975, "Proof Testing of Composite Materials," *Journal of Composite Materials*, Vol. 9, pp. 297~311.
- (3) Chou, P. C. and Croman, R., 1978, "Residual Strength in Fatigue Based on the Strength-Life Equal Rank Assumption," *Journal of Composite Materials*, Vol. 12, pp. 177~194.
- (4) Yang, J. N. and Liu, M. D., 1977, "Residual Strength Degradation Model and Theory of Periodic Proof Tests for Graphite/Epoxy Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 11, pp. 176~203.
- (5) Yang, J. N., 1978, "Fatigue and Residual Strength Degradation for Graphite/Epoxy Composite Under Tension-Compression Cyclic Loadings," *Journal of Composite Materials*, Vol. 12, pp. 19~39.
- (6) Yang, J. N. and Jones, D. L., 1981, "Load Sequence Effects on the Fatigue of Unnotched Composite Materials," *ASTM STP 723*, pp. 213~232.
- (7) Yang, J. N. and Du, S., "An Exploratory Study Into the Fatigue of Composites Under Spectrum Loading," *Journal of Composite Materials*, Vol. 17, pp. 511~525.
- (8) Wang, S. S., Goetz, P. P. and Corten, H. T., 1984, "Shear Fatigue Degradation and Fracture of Random Short-Fiber SMC Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 18, pp. 2~20.
- (9) Hwang, W. and Han, K. S., 1989, "Fatigue of Composite Materials-Damage Model and Life Prediction," *ASTM STP 1012*, pp. 87~102.
- (10) Ming-Hwa, R. J. and Hsu, J. M., 1990, "Fatigue Degradation in Centrally Notched



- Quasi-Isotropic Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 24, pp. 823~838.
- (11) Radhakrishnan, K., 1984, "Fatigue and Reliability Evaluation of Unnotched Carbon Epoxy Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 18, pp. 21~31.
- (12) Whitney, J. M., 1981, "Fatigue Characterization of Composite Materials," *ASTM STP 723*, pp. 133~151.
- (13) 심봉식, 성낙원, 웅장우, 1991, "탄소섬유/에폭시 복합재료의 잔류강도 저하해석에 의한 피로수명 평가," 대한기계학회논문집, 제15권 제6호, pp. 1908~1918.
- (14) Wolff, R. V. and Lemon, G. M., 1976, "Reliability Predictions for Composite Joints-Bonded and Bolted," *AFML-TR-74-197*.
- (15) *ASTM D3039-76*, "Standard Test Method for Tensile Properties of Fiber-Resin Composites."
- (16) Tan, S. C. 1988, "Finite-Width Correction Factors for Anisotropic Plate Containing a Central Opening," *Journal of Composite Materials*, Vol. 20, pp. 1080~1097.
- (17) Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. and Vetterling, W. T., 1986, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, pp. 539~546.