

난류유동의 계산 모형

정 명 균

Computational Turbulent Models

Myung-Kyoon Chung



- 정명균 (한국과학기술원 기계공학과)
- 1945년생
- 난류 유동의 수치해석을 위한 난류 계산 모형의 개발을 전공하였으며, 터보기계의 성능 해석 및 최적 설계에 관심을 가지고 있다.

1. 머리말

유체유동이나 열전달 그리고 물질전달 (물질의 혼합 및 확산) 또는 이들 현상이 복합적으로 나타나는 각종 기계의 설계와 성능 해석을 하기 위해서는 그 현상을 지배하는 편미분 방정식들의 해를 수치적으로 구해야 한다.

유동 상태가 층류 유동인 경우는 지배 방정식의 수가 알고자 하는 미지변수(未知變數) 즉 속도, 압력, 온도, 농도 등의 갯수와 같고 또한 이들 변수들의 변동이 그리 심하지 않기 때문에 적절한 수치 해법을 사용하면 그 해를 구할 수 있다. 그러나 난류유동의 경우에는 변수들이 시간상으로 또한 공간적으로 대단히 심하게 변동(fluctuation)하기 때문에 공학적으로 우리가 원하는 정보들, 즉, 표면 마찰저항이나 양력, 열전달 계수, 물질 확산계수 등을 현재 수준의 전자계산기로 계산하는 데는 계산시간이 엄청나게 소요될 뿐만 아니라 변수 저장 메모리도 과도하게 차지하기 때문에 실제적인 계산 방법이

되지 못하고 있다. 이러한 이유로 변수들의 순간 변화 상태를 나타내는 지배 방정식들을 해석하는 대신에 이들 지배 방정식의 시간 평균을 취하여 유도한 난류 방정식들을 사용하게 된다. 그러나 이 시간 평균 과정에서 파생되는 또 다른 미지의 난류 변수들 때문에 난류 지배 방정식에 있어서는 그 지배 방정식의 갯수보다 미지 변수의 갯수가 많아져서 난류 지배 방정식을 풀기 위해서는 시간 평균 과정에서 나타난 난류 변수들을 원래 있던 미지 변수들의 함수나 방정식의 형태로 가정할 필요가 있게 되는데 이 가정되는 함수 관계들을 난류 계산 모형이라고 한다.

이와 같은 계산 난류 모형의 단순한 형태들이 Kolmogoroff(1941), Prandtl(1942), Chou(1945), Rotta(1951) 등에 의해서 1940년대에 이미 제안되었으나, 실제로 공학적 유동의 난류 계산에 적용되기 시작한 것은 1960년대에 전자계산기가 보급되기 시작하면서 서부터이며 계산 속도가 증가하는 데에 비례하여 보다 더 정교하고 복잡한 모형들이 지난 30여 년 동안 지속적으로 개발되어오고 있다.

난류 계산 모형은 물리적인 통찰과 직관에 의해서 실용적인 형태로 가정되기도 하지만 최근에는 논리적으로 엄격한 모형 원칙에 따른 수학적 방법으로 유도되고 있는데 이 글에서는 일반 독자들이 쉽게 이해할 수 있도록 마하수가 낮은 2차원 비압축성 난류 유동을 예로 들어 x-y 직교 좌표계에서 표현되는 난류 계산 모형들을 소개하고 앞으로의 발전 방향을 개관하며 현재의 응용 사례들을 예로 들어 모형의 성능을 비교하여 보기로 한다.

2. 난류 계산 모형의 필요성

수치 해를 구하기 위해서는 관심 부분의 유동 영역을 격자 형식으로 분할하게 되는데 그 크기는 난류유동 구조상 가장 작은 크기의 와동(渦動)을 포착할 수 있도록 충분히 작아야 한다. 와동은 그 크기(직경)와 각속도 그리고 그 중심 축의 방향으로 결정된다. 난류유동은 3차원상에서 시간상으로 변동하는 이들 각종 크기의 와동들이 집합된 운동으로 볼 수 있는데 가장 큰 것은 경계면의 외형적인 크기(L, 원관의 직경, 사각 관의 폭, 경계층 두께 등)로부터 가장 작은 것은 Kolmogoroff 스케일이라고 불리는 최소 난류와동의 크기, η 까지 연속적인 크기 분포를 갖는다. 이 크기의 비 L/η 는 대략적으로 $L/\eta \approx 0.1Re^{0.75}$ 이기 때문에 체적 L^3 내의 유체 유동을 기술하기 위해서는 최소한 $(L/\eta)^3$ 즉 $Re^{2.25}/1000$ 개의 격자점이 있어야 한다. 한편 한 점에서의 속도의 평균치를 알기 위해서는 충분한 시간 동안의 평균값을 구해야 하는데 필요한 샘플 수는 대략 $Re^{0.5}/10$ 개가 된다. 따라서 체적 L^3 내에서의 평균 거동을 알기 위해서는 지배 방정식의 각 항들을 $Re^{2.75}/1000$ 번 씩 계산할 필요가 있다. 이것은 현재 개발된 가장 빠른 슈퍼컴퓨터 CrayY-MP 4E/464의 계산속도 1300 MFLOPS(1초당 13억 회 소수 계산)로 계산

할 경우 $Re=10^5$ 에 대해서는 499일, $Re=10^6$ 경우에는 769 년간의 계산 시간이 필요하게 된다. 이러한 비 경제적이고 실현 불가능한 계산 시간 때문에 지배 방정식을 평균한 난류 방정식을 사용하게 되는 것이다.

3. 난류 계산 모형

간단한 예로서 2차원 정상 비압축성 난류 경계층에 대한 운동 방정식과 연속 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\rho \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \rho U_e \frac{dU_e}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

이 식들에서 미지(未知)의 변수들은 x, y 방향의 속도 성분인 \bar{u} , \bar{v} 이며 ρ 는 밀도이고 U_e 는 경계층 밖의 자유 유동 속도로서 실험이나 이상유동(ideal flow) 이론으로부터 구할 수 있는 기지(既知)의 양이다.

공학적인 정보를 얻기 위해서 이 식들의 수치 해를 컴퓨터로 계산하는 경우 전술한 바와 같이 계산 시간이 과다하기 때문에 순간 속도인 \bar{u} , \bar{v} 대신 이들을 평균 속도 U, V와 순간 변동성분 u, v으로 나누어서, (즉 $\bar{u}=U+u$, $\bar{v}=V+v$), 평균 속도에 대한 지배 방정식을 식 (1), 식 (2)의 시간 평균으로 유도하면 다음과 같이 된다.

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = \rho U_e \frac{dU_e}{dx} + \rho \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial y} - \overline{uv} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

식 (1)과 식 (3)을 비교해보면 식 (3)의 마지막 항인 $-\rho \overline{uv}$ 가 시간 평균과정에서 새롭게 나타난 미지(未知) 변수로서 흔히 레이놀즈 전단응력(Reynolds shear stress)이라

고 한다. 식 (3)의 마지막 두항의 물리적인 의미는 다같이 단위 질량당 x 방향 운동량의 y 방향 전달률로서 앞의 항인 뉴턴의 마찰법칙($\rho\nu \cdot \partial U/\partial y$)은 분자운동(또는 층류운동)에 의한 운동량 전달을 나타내고 뒤의 항($-\rho\overline{uv}$)은 난류에 의한 운동량 전달을 나타내고 있다.

이 난류항인 레이놀즈 응력에 대한 모형을 만드는 방법에 따라서 여러가지 난류 계산 모형이 제안되어 왔는데 이 글에서는 크게 혼합거리(混合距離)모형, 와점성(渦粘性)모형 그리고 미분형 응력(微分型 應力) 모형으로 대별하여 설명하고자 한다.

3.1 혼합 거리 모형 (MLM)

레이놀즈 전달 응력 $-\overline{uv}$ (편의상 ρ 는 흔히 생략함)의 역할은 뉴턴의 마찰법칙과 마찬가지로 운동량 전달을 나타낸다는 데 착안하여 Prandtl(1942)이 뉴턴의 마찰법칙을 유도한 방법과 동일한 절차로 다음과 같은 모형을 제안하였다.

$$-\overline{UV} = l^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \frac{\partial U}{\partial y} \quad (5)$$

여기서, l 은 유체의 난류와동으로 인하여 어느 한 점에서 y 방향으로 거리 l 만큼 떨어진 점에 운동량을 전혀 손실이 없이 전할 수 있는 거리로 이해되고 있기 때문에 이 거리를 혼합거리라고 부르고 있다.

만일 l 을 경계면으로부터의 거리 y 나 경계층 두께 δ 또는 관직경 D 등 기하학적 경계로 결정된 크기로 표현할 수 있다면 $-\overline{uv}$ 는 U 와 y 그리고 경계 조건으로 결정되기 때문에 더 이상 미지 변수가 아니다. 따라서 방정식 (3)과 (4)의 완전해를 구할 수 있게 된다.

혼합거리 모형의 종류는 이 l 의 분포를 가정한 방식에 따라 달라지는데 대표적으로 많이 사용되고 있는 모형은 다음 세 종류가

있다.

- Prandtl 모형⁽¹⁾
- Cebeci-Smith 모형⁽²⁾
- Baldwin-Lomax 모형⁽³⁾

이들 혼합거리 모형은 비교적 경계조건이 단순한 비행기 날개 유동, 평판 유동, 관 유동에 현재까지도 응용되고 있고 약간의 유동 박리가 존재하는 경우에도 큰 오류가 없이 유동 구조를 잘 밝히고 있다. 그러나 유동 박리가 심하든가, 경계면이 휘는 경우, 또는 역 압력 구배가 심하게 걸리는 경우에는 잘 맞지 않는다.

3.2 와점성 모형 (EVM; eddy viscosity model)

위의 식 (3)의 마지막 두 항을 비교해 볼 때 난류에 의한 운동량 전달률 $-\overline{uv}$ 도 층류운동에 의한 것과 마찬가지로 식 (6)과 같이 가정하고 ν_t 에 대한 양을 적절하게 지정해 줄 수 있다면 역시 식 (3), (4)의 완전해를 구할 수 있음을 알 수 있다.

$$-\overline{AB} = \nu_t \frac{\partial U}{\partial y} \quad (6)$$

이와 같은 개념은 Boussinesque(1877)가 처음으로 제안하고 ν_t 를 와점성 계수(eddy viscosity coefficient)라고 불렀다. ν_t 의 차원 해석을 해보면 ν_t 는 어떤 특성 속도 $[V]$ 와 특성 길이 $[L]$ 의 곱 즉 $\nu_t \sim [V][L]$ 으로 표현할 수 있는데 특성 속도 $[V]$ 와 특성 길이 $[L]$ 은 각각의 크기를 지배하는 두개의 편미분 방정식을 적절한 형태로 구성해서 이들의 해로부터 ν_t 의 값을 계산하기 때문에 흔히 2방정식 모형(two-equation model)이라고 한다. 모든 형태의 2방정식 모형에서 특성속도 $[V]$ 는 난류 에너지 k 의 평방근의 값, 즉 $[V] = \sqrt{k}$ 로 가정하는데 비해서 특성길이 $[L]$ 은 여러가지 형태로 제안되고

있다. 그 대표적인 예들을 열거하면 다음과 같다.

3.2.1 k-ε 모형⁽⁴⁾

k-ε 모형에서는 $[V] \sim \sqrt{k}$ 로 하여 난류 에너지 방정식 k를 사용하고 [L]은 난류 이론의 기본관계식 $[L] \sim k^{1.5}/\epsilon$ 를 이용해서 난류 소멸률 ε에 대한 방정식을 풀어서 ν_t 의 값을 다음과 같이 계산한다. 여기서, C_μ 는 모형 상수로 대략 $C_\mu \approx 0.09$ 이다.

$$\nu_t = C_\mu k^2 / \epsilon \quad (7)$$

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) - \epsilon \quad (8)$$

$$U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = -C_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{k} + C_{\epsilon_1} \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \frac{\epsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) \quad (9)$$

$$C_{\epsilon_1} = 1.44, \quad C_{\epsilon_2} = 1.92, \\ \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3$$

3.2.2 k-ω 모형⁽⁵⁾

여기서는 $\nu_t \sim [V][L]$ 로 표현하는 대신에 $\nu_t \sim [V]^2[L]$ 로 분해해서 $[V]^2 = k$ 로 하고 특성시간 [T]는 평균 난류 와도(渦度) ω (sec⁻¹)를 사용해서 $[T] \sim \omega^{-1}$ 로 하면 $\nu_t = C_\omega k^2 / \omega$ 가 된다. 따라서 k와 ω에 대한 방정식을 풀면 ν_t 의 값을 평가할 수 있고 따라서 레이놀즈 전단응력 $-\overline{uv}$ 의 값은 식 (6)으로 계산하게 된다.

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma^* \nu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) - \beta^* k \omega \quad (10)$$

$$U \frac{\partial \omega}{\partial x} + V \frac{\partial \omega}{\partial y} = \alpha \frac{\omega}{k} + \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma \nu_t \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) - \beta \omega^2 \quad (11)$$

$$\alpha = 0.556, \quad \sigma^* = \sigma = 0.5, \\ \beta^* = 0.075, \quad \beta = 0.09$$

3.2.3 k-τ 모형⁽⁶⁾

비교적 최근에 제안된 모형으로서 $\nu_t = [V]^2[T]$ 로 표시하고 $[V]^2 = k$ 로, [T]에 대해서는 난류 특성시간 τ에 대한 방정식을 구성해서 이의 해로부터 [T]를 구한 후에 $\nu_t = C_\tau k \tau$ 에 의해서 와점성 계수를 구한다.

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) - \frac{k}{\tau} \quad (12)$$

$$U \frac{\partial \tau}{\partial x} + V \frac{\partial \tau}{\partial y} = (1 - C_{\epsilon_1}) \frac{\tau}{k} \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\tau} \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) + \frac{2}{k} \frac{\nu_t}{\sigma_{\tau_1}} \frac{\partial k}{\partial y} \frac{\partial \tau}{\partial y} - \frac{2}{\tau} \frac{\nu_t}{\sigma_{\tau_2}} \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} \right)^2 + (C_{\epsilon_2} - 1) \quad (13)$$

$$C_{\epsilon_1} = 1.44, \quad C_{\epsilon_2} = 1.83, \\ \sigma_k = \sigma_{\tau_1} = \sigma_{\tau_2} = 1.36$$

위의 세 가지 2방정식 모형중에서 가장 널리 사용되는 모형은 k-ε 모형이지만 강한 역압력 구배가 있든가 역류가 존재하는 경우는 k-ω 모형이 더 정확하며 압축성 난류유동에서도 k-ω 모형이 k-ε 모형보다 표면 마찰 계수나 압력 계수를 더 잘 예측하고 있다. k-τ 모형은 아직 넓은 난류유동 형태에 대해서 시험되지는 않았지만 특별한 몇 가지 경우에는 k-ε 모형보다 더 나은 결과를 주고 있다.

위에 열거한 모형 방정식들은 레이놀즈수가 큰 경우에 대해서만 적용할 수 있기 때문에 관유동이나 물체 주위의 유동에서 벽표면에 가까운 부분등 레이놀즈수가 낮은 유동 구간에는 가정한 모형들이 적절하지 않아서 수치적으로 해를 구할 때 수렴하지 않고 발산하는 경우가 많다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 지금까지 세 가지 방법이 제안되고 있는데 첫번째는 벽함수 방법(wall function method)으로서 벽에 아주 가까운 부분에 대해서는 실험적으로 알려진 k, ε과 평균속도 U의 분포를 가정하고 내부 유동구

간에 대해서만 모형방정식을 푸는 방법이며 두번째 방법은 2층 모형(two-layer model) 방법으로서 벽에 가까운 부분은 혼합거리 모형을 적용하고 내부유동에 대해서는 2방정식 모형을 사용하는 방법이다. 이들 두가지 방법은 수치적인 해를 구하는 데는 어려움이 없지만 벽면 구간과 내부유동구간의 경계를 어디로 정하느냐에 따라 그 해가 다르고 또 벽면 구간에 적용하는 벽함수나 혼합거리 모형이 벽면의 경계조건에 따라 달라져야 하는데 이에 대한 정보가 부족하기 때문에 경계조건과 상관없이 일률적으로 같은 벽함수를 적용하는 현재의 방법은 경우에 따라서는 실제 경우와는 매우 다른 수치해를 준다. 이와 같은 단점들을 극복하기 위해서 세번째로 제안된 방법이 레이놀즈 수정 2방정식 모형으로서 현재 세계 각국에서 활발하게 연구가 진행되고 있다. 이 방법을 k-ε 모형을 예로 들어서 설명하면 다음과 같다. 먼저 와점성에 대한 모형을 고찰해보면 실험 결과나 이론적 해석으로부터 ν_t 가 벽면근처에서는 y^3 즉, 거리에 3승으로 비례해서 증가하는 것을 알 수 있는데 모형식 (7)은 벽에 가까이 가면 $\varepsilon \rightarrow$ 일정, $k\propto y^4$ 이므로 ν_t 가 y^4 에 비례하는 것으로 잘못 표현되고 있다. 한편 방정식 (9)의 오른쪽 첫번째 항 ε^2/k 가 벽에 가까이 접근하면 무한대가 되어버려 수치적 발산을 유발시킨다. 따라서 벽면에 가까운 부분에 대해서는 식 (7)과 식 (9)의 첫번째 항을 벽면으로부터 거리 또는 국부 레이놀즈수로 수정해서 위와 같은 문제를 제거해야 할 필요가 있는데 이 수정방법이 다양한 형태로 제안되어 실제 공학적인 문제를 푸는데 널리 활용되고 있다.

3.3 미분형 응력 방정식 모형⁽⁷⁾(DSM; Differential Reynolds Stress Equation Model)

이 경우는 레이놀즈 전단 응력을 지배하는 편미분 방정식을 유체 유동에 대한 기본 방

정식인 Navier-Stokes 방정식으로부터 유도한 후 이 유도 과정에서 새롭게 나타나는 고차의 미지 난류항들을 모형 구성 원칙에 따라 적절히 모형화하고 $-\overline{uv}$ 를 직접 그 편미분 방정식을 풀어서 구하는 방식이다.

예를 들면 비압축성, 2차원, 경계층유동에 대한 레이놀즈 응력방정식은 다음과 같다.

$$U \frac{\partial \overline{uv}}{\partial x} + V \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} = - \left(\overline{u^2} \frac{\partial U}{\partial y} + \overline{uv} \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{1}{\rho} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{uv^2} + \frac{1}{\rho} \overline{pu} - \nu \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} \right)$$

위의 방정식에서 오른쪽의 두번째 항과 세번째 항이 미지의 고차 난류항으로서 모형화가 필요한 항들이다.

두번째 항을 압력-변형률 상관항이라고 부르는데 이 항은 압력의 요동으로 인해서 비등방성 난류(즉 x, y, z 방향으로의 속도 떨림의 세기가 서로 다른)가 등방성 난류로 되도록 내부적으로 각방향 떨림 성분간에 에너지 교환을 시키는 역할을 하는 항이다. 이러한 등방화는 난류요동 자체에 의해서 일어나기도 하고 난류의 요동과 평균유동장의 변형률에 의해서도 일어나는데 전자를 느린 등방화 과정(slow part)이라고 하며 후자를 빠른 등방화 과정(rapid part)이라고 부른다. 이들 등방화 과정에 대한 모형화가 미분형 응력 모형에서 가장 난해하면서도 중요한 부분으로서 초기에는 간단한 선형함수로 모형화하였으나 최근에 와서는 보다 복잡한 비선형함수로 나타내고 있다. 한편 세번째 괄호 부분은 레이놀즈 응력의 공간상 이송항이라고 부르는 항들로서 유동구간의 어느 한 부분에서 집중적으로 발생한 레이놀즈 응력을 다른 유동구간으로 이송시키는 역할을 하는데 괄호내의 첫째 항은 난류의 떨림에 의해서 이송되는 양을 나타내고 두번째 항은 압

력 요동에 의해서 그리고 마지막 항은 유체의 분자운동(즉 점성)에 의해서 이송되는 양을 표현하고 있다.

이 세 가지 이송 메카니즘 중에서 첫번째 난류떨림에 의한 이송이 가장 큰 것으로 알려져 있고 나머지 항들은 흔히 그 크기가 무시된다. 이 난류떨림에 의한 이송 모형도 여러가지로 제안되고 있는데 가장 단순한 형태는 역시 레이놀즈 응력에 대해서 선형함수로 표현된 모형이다. 이들 모형들을 이용하면 레이놀즈수가 비교적 큰 난류유동에 대해서 모형화된 레이놀즈 응력 방정식의 가장 간단한 형태는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 U \frac{\partial \overline{uv}}{\partial x} + V \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} = & - \left(\overline{u^2} \frac{\partial U}{\partial y} + \overline{uv} \frac{\partial V}{\partial y} \right) \\
 & - \left\{ C_1 \overline{uv} \frac{\varepsilon}{k} - \frac{8 + C_2}{11} \right. \\
 & \left. \left(\overline{u^2} \frac{\partial U}{\partial y} + \overline{uv} \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{30 C_2 - 2}{55} \right. \\
 & \left. k \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{8 C_2 - 2}{11} \left(\overline{u^2} \frac{\partial U}{\partial y} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \overline{v^2} \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} + C_s \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial y} \right. \\
 & \left. + 2 \overline{v^2} \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} \right)
 \end{aligned}$$

위식에서 C_1 , C_2 , C_s 들은 모형상수들로서 흔히 $C_1=1.5$, $C_2=0.4$, $C_s=0.11$ 을 쓰고 있으며 k 와 ε 은 와점성 모형에서와 같은 의미를 갖고 있다.

미분형 응력 모형에서는 이 방정식 이외에도 $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$ 에 대한 모형방정식과 ε 방정식을 함께 풀어야 완전한 수치해를 구할 수 있다.

이 모형은 현재까지 개발된 모형중 가장 넓은 영역의 난류유동을 해석할 수 있는 모형이지만 다른 모형에 비해서 계산 시간이 대단히 길고 특히 3차원 유동을 해석하는데 있어서는 아직까지도 현재의 전산기 계산 속도로는 실용적인 것이 되지 않아 연구자들에 의해서만 사용되고 있는 실정이다.

현재보다 계산 속도가 10배 정도 더 빨라지고 메모리 용량이 확대되면 대부분의 공학

문제를 이 미분형 응력 모형으로 푸는데 어려움이 없을 것이다.

4. 난류 계산의 발전 방향

최근들어 급속히 발달한 컴퓨터 하드웨어와 효과적인 수치 해석 알고리즘의 개발은 난류 연구자들에게 새로운 형태의 연구 수단을 제공하게 되었다. 이 절에서는 고성능 컴퓨터를 이용한 난류 연구의 도구로서의 대와동 모사(LES; large eddy simulation)와 직접 수치 모사(DNS; direct numerical simulation)에 대하여 간략히 언급하고자 한다.

4.1 대 와동 모사⁽⁸⁾

1970년대 대기 유동을 연구하는 기상학자들 사이에서 사용되기 시작한 LES(large eddy simulation)는 1980대 들어 난류유동의 전산 해석을 위한 새로운 접근 방법으로서 본격적인 연구가 수행되었다. LES는 지금까지 난류유동의 계산에 널리 사용되고 있는 레이놀즈 평균기법(Reynolds-averaged technique)과는 상당히 다른 개념을 내포하고 있다. LES에서는 주어진 격자 간격보다 큰(GS; grid-scale) 유동구조는 직접 계산하되, 주어진 격자로서 해상(解像) 할 수 없는 작은(SGS; subgrid-scale) 유동 구조의 GS 유동 구조에 대한 영향은 난류 모형으로 처리하는 계산 기법이다. 난류 에너지의 대부분은 GS 유동 구조에 포함되어 있고, SGS 유동 구조는 등방적인 난류 에너지 소멸에 관계된다. 따라서 LES는 모든 크기의 유동 구조에 영향을 주는 레이놀즈 평균기법에서의 난류 모형보다는 좀더 일반적이고 또한 형상에 덜 의존한다고 할 수 있다.

LES에서는 순간적인 유동장을 여과함으로써 얻어지는 지배 방정식으로부터 filter 크기(대부분의 경우 격자 간격)보다 큰 유동 구조는 직접 계산될 수 있지만, 여과 과정에

서 대류항에 의해 생성된 응력에 대해서는 모형을 도입하는 것이 불가피하다. 따라서 정확한 LES를 위해서는 정확한 SGS의 개발이 필수적이다.

LES는 최근들어 기술적인 면에서 급속한 발전을 이룩하였고 또한 현재도 계속적으로 활발한 연구가 진행되고 있다. 하지만 아직은 상업용 컴퓨터 코드에 적용시킬 단계에는 이르지 못한 형편이다. LES는 레이놀즈 평균기법과는 달리 난류의 효과를 공간에서 처리하기 때문에 그 수치해는 당연히 3차원 비정상 계산이어야 한다. 이는 시간에 따른 자세한 유동 정보를 제공할 수 있는 장점이 있는 반면, 난류 통계치를 얻기 위해서는 충분한 샘플 유동장을 수집하기 위해 장시간 계산을 수행해야 하는 단점이 있다. 따라서 현재로서는 레이놀즈 평균기법과 DNS의 중간 단계로서 기초연구 단계를 벗어나지 못하고 있으나 LES의 개념적 보편성과 앞으로 지속될 컴퓨터 하드웨어와 수치해석 알고리즘의 발전으로 난류유동을 예측하기 위한 도구로서의 전망은 매우 밝다.

4.2 직접 수치 모사⁽⁹⁾

직접수치모사(DNS; direct numerical simulation)는 그 이름 자체가 내포하듯, 아무런 난류 모형을 사용하지 않고 3차원 비정상 Navier-Stokes 방정식의 수치해를 구하는 기법이다. 관련된 오차는 단지 사용된 수치해석법에만 기인된 것이고 주의 깊게 조절하면 원하는 만큼 작게 유지될 수 있다. 따라서 이론적으로는 가장 이상적인 수치모사 방법이라 할 수 있다. 하지만 에너지를 운반하는 큰 유동 구조로부터 에너지를 소산하는 작은 유동 구조까지 모든 크기의 난류 구조를 해상하려면 대략 $Re^{9/4}$ 에 비례하는 많은 수의 격자점이 필요하다. 따라서 현재 수준의 컴퓨터로는 단지 간단한 형상의 낮은 레이놀즈수 유동에만 DNS의 적용이 가능하다. 그러므로 현재로서는 실제적인 응용보다

는 레이놀즈 평균기법이나 LES에서의 난류 모형의 검증에 위한 도구로서 주로 이용된다. 물론 컴퓨터 하드웨어 및 수치해석 알고리즘의 발전에 따라 점차적으로 DNS에의 관심이 높아질 것은 자명하다.

5. 실제 계산 응용 사례

전자 계산기의 메모리 용량과 계산 속도가 계속 증가함에 따라서 난류 계산의 대상이 단순한 형태의 평판 경계층이나 관유동, 제트 분사 유동으로부터 연소기 유체기계 내부, 사이클론 집진기, 기타 복잡한 공학 구조물 주위의 유동 등으로 그 적용 범위가 계속 확대되고 있다. 여기서는 각 모형의 계산 성능이 어떻게 다른지를 실제 계산 예를 들어가며 설명하기로 한다.

첫번째 예는 완전히 발달된 2차원 평행관 내부의 평균 속도 분포를 세 가지 혼합 거리 모형으로 계산한 것으로 그림 1에서 보는 바

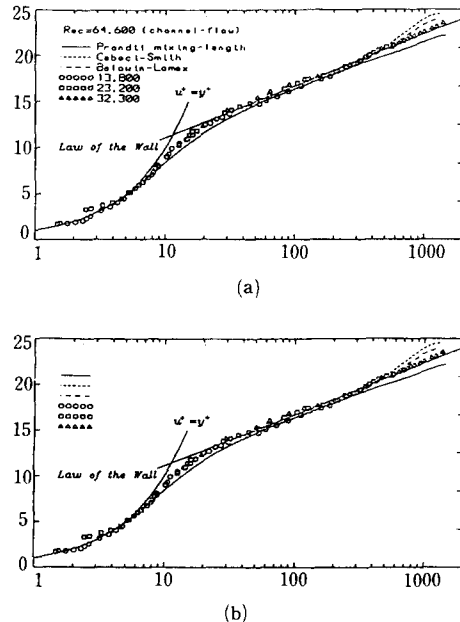


그림 1 세 가지 혼합거리 모형을 사용한 2차원 평행관 유속분포 계산결과 비교

와 같이 벽면으로부터 거리 y^+ 가 7.0~13.0에서는 모든 모형이 속도를 약간 적게 예측하고 있고 관 중심부에서는 모형에 따라 적게 또는 크게 예측하고 있다. 이 세 가지 모형중에서는 Baldwin-Lomax가 가장 잘 맞는 것으로 평가되며 비압축성 유동뿐만 아니라

압축성 유동의 경우에도 많이 사용되고 있다.

두번째에는 초음속 유체가 수평 평판에 연결된 20° 경사면(ramp) 위를 흐르는 경우에 대한 것으로 그림 2는 혼합 거리 모형인 Baldwin-Lomax 모형과 와점성 모형인 $k-\epsilon$

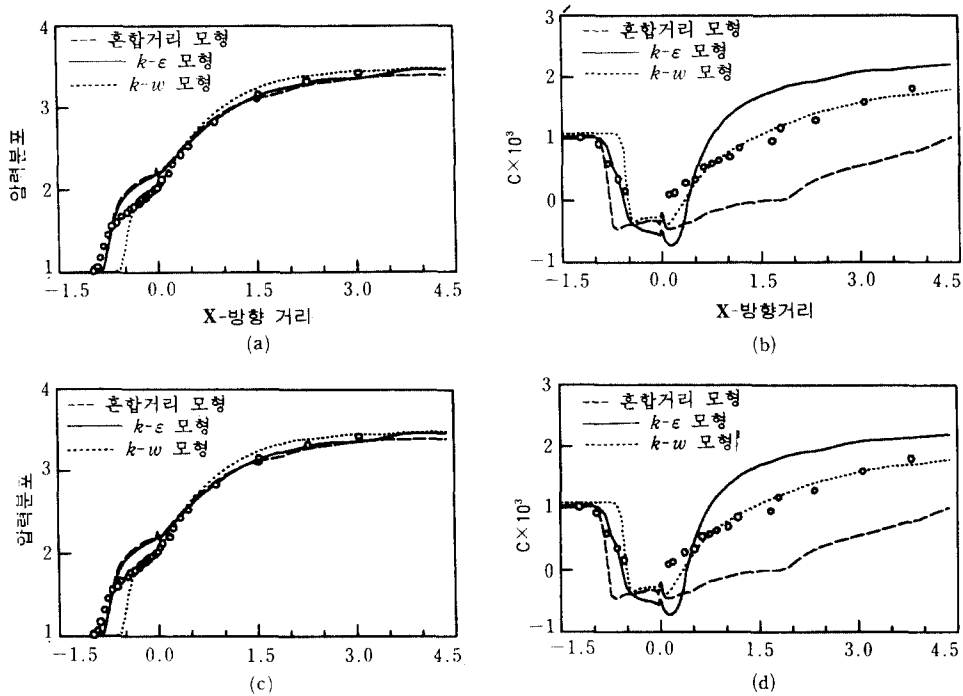


그림 2 20° 경사면 위의 초음속 유동에 대한 와점성 난류모형의 계산 결과 비교

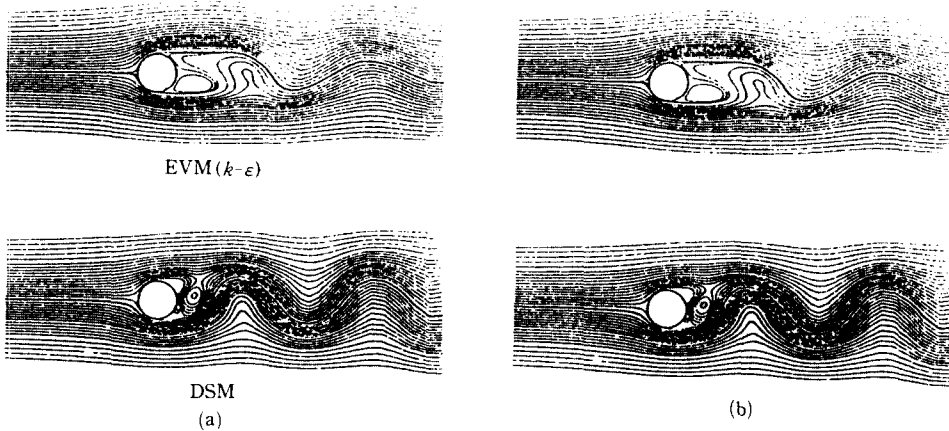


그림 3 원관수위유동에 대한 와점성 모형과 미분형 응력 모형의 계산 결과 비교

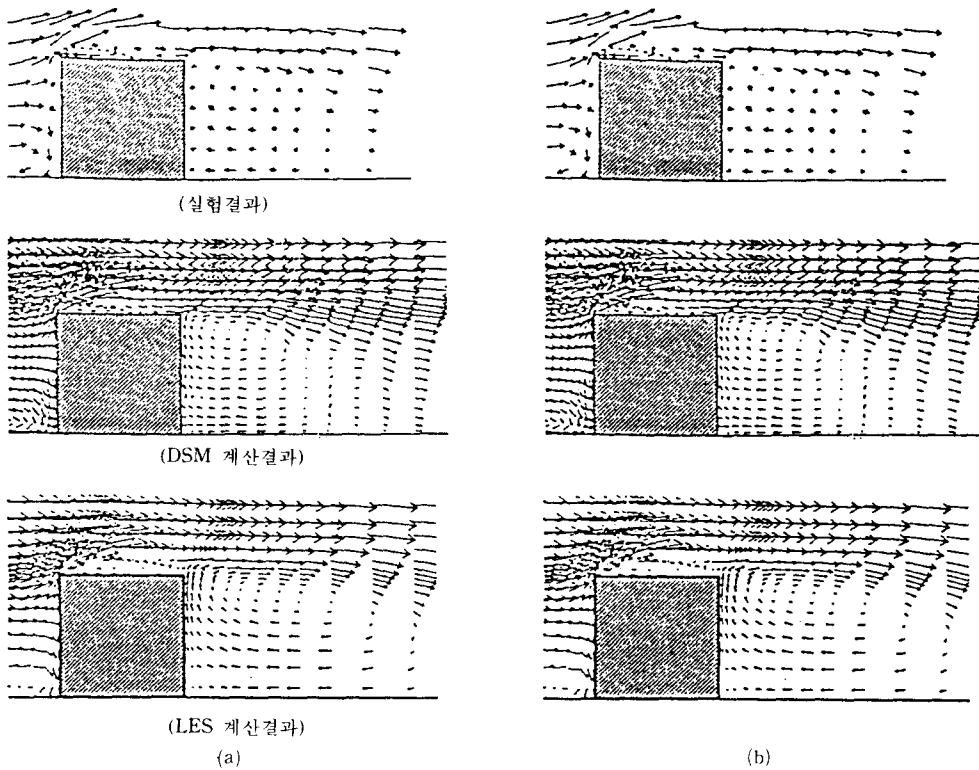


그림 4 4각 단면 주위 유동에 대한 미분형응력모형과 대와동모사 계산 결과 비교

모형과 $k-\omega$ 모형의 계산 결과를 비교하고 있다. 경사면의 초기 구역에서 $k-\omega$ 모형이 급격한 경계 조건의 변화를 잘 따르지 못하고는 있으나 전반적으로 $k-\epsilon$ 모형보다 우수하며 와점성 모형들이 혼합 거리 모형보다는 더 잘 실험결과와 일치하는 결과를 주고 있음을 알 수 있다.

그림 3은 원관 주위를 흐르는 유동을 와점성 모형인 $k-\epsilon$ 모형과 미분형 응력방정식 모형(DSM)으로 계산한 유선 분포로서 DSM이 유동 구조를 보다 더 미세한 부분까지 포착하고 있다.

마지막으로 미분형 응력방정식 모형(DSM)과 대와동 모사(LES)로 4각 단면 주위의 유동을 계산한 예가 그림 4에 나타나 있다. 두 가지 모형이 모두 실험 결과와 대동소이한 유선 분포를 예측하고 있으나 LES

가 DSM에 비해서 훨씬 계산 시간이 더 걸리는 것이 단점일 뿐 계산 알고리즘과 계산 속도가 개선되면 LES도 실질적인 공학문제 해석에 사용될 수 있음을 보여주고 있다.

6. 맺음말

기계공학 문제뿐만 아니라 자연적인 현상 즉 바람이나 해류, 공해 물질의 확산 등 우리가 흔히 마주치는 문제들이 거의 대부분 난류유동구역에 속하는 것을 생각하면 이들을 해석하고 예측하며 또는 관련된 기계의 설계를 위한 난류 계산 모형의 이해와 그 활용은 학교나 연구소의 연구자들뿐만 아니라 산업현장의 설계 기술자에게까지 절실하게 필요한 문제로 인식되고 있다.

이 글에서는 넓은 범위의 독자층의 이해를

위해서 난류 계산 모형의 필요성과 종류 그리고 몇 가지 응용 사례를 개략적으로 평이하게 설명하였다. 보다 더 자세한 내용을 알려면 Reynolds⁽¹⁰⁾, Lakshminarayana⁽¹¹⁾, 그리고, Hanjalic⁽¹²⁾ 등의 현황과 전망에 대한 조사 논문을 참고하기 바란다.

참고문헌

- (1) Prandtl, L., 1942, *Viscous Fluid Flow*, (White, F. M., 1974), McGraw-Hill, New York, p.469.
- (2) Cebeci, T. and Bradshaw, P., 1984, "Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer," Springer-Verlag, pp. 507~512.
- (3) Baldwin, B. and Lomax, H., 1978, "Thin Layer Approximation and Algebraic Model For Separated Turbulent Flows," *AIAA Paper* 78~257.
- (4) Hanjalic, K. and Launder, B. E., 1980, "Sensitizing the Dissipation Equation to Irrotational Strain," *ASME J. of Fluid Engineering*, Vol. 102, pp. 34~40.
- (5) Wilcox, D. C., 1988, "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulent Models," *AIAA J.*, Vol. 26, No. 11, pp. 1299~1310.
- (6) Thangam, S., Abid, R., and Speziale, C. G., 1992, "Application of a New $k-\tau$ Model to Near Wall Turbulent Flows," *AIAA J.*, Vol. 30, No. 2, pp. 552~562.
- (7) Lumley, J. L., 1978, "Computational Modelling of Turbulent Flows," *In Advances in Applied Mechanics*, Vol. 18, Yih, C-S., ed., Academic Press, pp. 124~176.
- (8) Kwak, D., Reynolds, W. C. and Ferziger, J. H., 1975, "Three Dimensional Time-Dependent Computation of Turbulent Flow.," Stanford Univ., *Dept. of Mech. Eng. Rept. TF-5*.
- (9) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., 1987, "Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number," *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 177, pp. 133~166.
- (10) Reynolds, W. C., 1976, "Computation of Turbulent Flows," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 8, pp. 183~209.
- (11) Lakshminarayana, 1986, "Turbulent Modelling for Complex Shear Flows," *AIAA J.*, Vol. 24, No. 12, pp. 1900~1917.
- (12) Hanjalic, K., 1994, "Advanced Turbulence Closure Models: A Review of Current Status and Future Prospects," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 15, No. 3, pp. 178~203. 