

(論 文)

# 정사각단면을 갖는 180° 곡관내의 난류 열유속모형에 관한 연구

양선주\* · 신종근\*\* · 최영돈\*\*\*

(1993년 3월 27일 접수)

## A Study on the Turbulent Heat Flux Model in a Square Sectioned 180° Bend

S. J. Yang, J. K. Shin and Y. D. Choi

**Key Words :** Nusselt Number (누셀트수), Turbulent Prandtl Number (난류 프란틀수), Eddy Diffusivity Model (와확산계수 모형), Algebraic Heat Flux Model (AHFM; 대수 열유속모형)

### Abstract

A numerical simulation of temperature fields and Nusselt number distributions is performed by using the eddy diffusivity model and the algebraic heat flux model for turbulent heat transfer in a 180° bend with a constant wall heat flux. In the low Reynolds number  $k-\epsilon$  model, turbulent Prandtl number is modified by considering the streamline curvature effect and the non-equilibrium effect between turbulent kinetic energy production and dissipation rate. The low Reynolds number  $k-\epsilon$  model with turbulent Prandtl number modification gives a closer agreement with experimental data than the results from  $k-\epsilon$  model. Every heat flux term presented in the transport equation of turbulent heat flux is reduced to algebraic expressions in a way similar to algebraic stress model. Also, in the wall region, low Reynolds number algebraic heat flux model (AHFM) is applied. Compared with the eddy diffusivity model, AHFM brings out good agreement with experimental data in the region where turbulent Reynolds stresses are well predicted.

### 기 호 설 명

$C_1, C_2, C_{1\phi}, C_{2\phi}, C_{1t}, C_{2t}, C'_{1t}, C_\theta, C_\mu, C_{\mu\theta}$  : 모형 상수  
 $C_p$  : 정압비열  
 $D_H$  : 수력직경  
 $k$  : 난류 운동에너지  
 $n$  : 벽에 수직인 단위벡터  
 $N_u$  : 누셀트수  
 $P$  : 난류 운동에너지 생성률  
 $p$  : 요동압력  
 $Pr, Pr_t$  : 층류 및 난류 프란틀수

$q_w$  : 벽면 열유속  
 $R$  : 유선의 곡률반경  
 $R_c$  : 곡관의 평균반경  
 $Re$  : 레이놀즈수  
 $Re_t$  : 난류 레이놀즈수,  $k^2/\nu\epsilon$   
 $T, T_w$  : 공기 평균온도 및 벽면의 온도  
 $T_\tau$  : 벽마찰온도,  $q_w/\rho C_p u_\tau$   
 $U, u$  :  $x$ 방향 국부평균 및 요동속도  
 $U_s$  : 유선방향속도  
 $u_\tau$  : 벽마찰속도,  $(\tau_w/\rho)^{1/2}$   
 $\overline{u_i u_j}$  : 레이놀즈응력텐서  
 $\overline{u_i \theta}$  : 난류 열유속벡터  
 $\overline{u\theta^+}$  :  $x$ 방향 무차원 열유속,  $\overline{u\theta}/u_\tau T_\tau$

\*삼성전자 기흥연구소

\*\*고려대학교 대학원 기계공학과

\*\*\*정회원 고려대학교 기계공학과

- $\overline{v\theta^*}$  : y방향 무차원 열유속,  $\overline{v\theta^*}/u_r T_r$
- $V, v$  : y방향 평균 및 요동속도
- $W, w$  : z방향 평균 및 요동속도
- $X_r$  : 직교좌표
- $y$  : 벽면에서 수직방향으로의 좌표
- $y^*$  : 벽면으로부터의 무차원 거리

그리스문자

- $\epsilon$  : 난류 운동에너지 소멸률
- $\chi$  : Von Karman 상수
- $\Gamma$  : 확산계수
- $\theta$  : 요동우도
- $\nu$  : 점성계수
- $\rho$  : 유체의 밀도
- $\tau_w$  : 벽면 전단응력
- $\sigma, \sigma_t$  : 층류 및 난류 프란틀수

1. 서 론

본 연구에서는 열전달이 있는 정사각단면 180° 곡관내의 3차원 유동에서 정확한 온도장을 얻기 위해 과거의 난류모형을 개선하는 연구와 새로운 난류모형을 적용시키는 연구를 하였다. 과거에는 열전달에 관한 난류모형의 연구가 대부분 2차원 유동에 한정되어 있었고 와확산계수 모형을 주로 사용하여 복잡한 3차원 유동에 적용될 경우 실험결과와 많은 차이를 보여주어<sup>(1-3)</sup> 본 연구에서는 정확하고 일반적인 해를 얻기 위하여 3차원 유동의 열전달에 관한 난류모형에 다음과 같은 사항을 적용하였다.

기존의 와확산계수 모형에서는 난류 프란틀수를 0.9로 사용하거나 무차원거리의 1차함수로 사용하였으나 여러가지 실험에서 난류 프란틀수는 곡률에 의한 변화를 나타내고 있어 180° 곡관에서의 열전달 해석은 난류 프란틀수의 곡률효과를 고려해야 함을 보여주고 있다. 본 해석에서는 난류 프란틀수의 곡률효과와 생성률과 소멸률 사이의 비평형효과를 동시에 고려하여 적용하였다.

다음으로 난류 열유속  $(-\overline{u_i\theta})$ 에 대한 이송방정식에서 나타나는 항들을 대수적인 모형으로 대체해서 온도방정식에 대한 대수 열유속모형을 사용함으로써 과거의 와확산계수 모형이 나타내지 못했던 곡률의 효과, 생성항과 소멸항의 차이에 대한 고려, 확산계수의 방향성들을 모두 개선하고자 하였다.

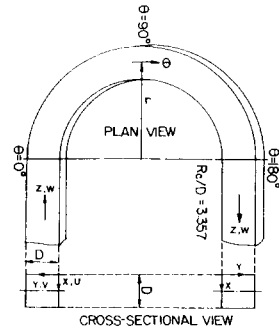


Fig. 1 Schematic showing the bend and tangents, the two coordinate systems and the velocity components of the flow

정확한 온도장을 얻기 위해서는 먼저 정확한 속도값이 있어야 하므로 본 연구에서는 기존의 실험값을 사용하여 레이놀즈수 구역까지 해석할 수 있게 개발한 김<sup>(4)</sup>의 새로운 2차 모멘트 난류모형을 적용한 대수응력 모형을 사용하여 속도장을 해석하였으며, 이 속도장에 열전달에 관한 난류모형을 적용한 해석결과에 의해 얻어진 누셀트수와 무차원 온도분포를 Johnson<sup>(5)</sup>의 실험결과 및 해석결과와 비교하였다. Fig. 1은 본 해석에서 적용한 180° 곡관의 유로형상을 나타낸다.

2. 이론해석

2.1 지배방정식과 난류모형

정상상태 비압축성 유동에 대한 순시 지배방정식을 시간평균하여 텐서형태로 나타내면 다음과 같다.

연속방정식

$$\frac{\partial(\rho U_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

운동량방정식

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_i}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right) \tag{2}$$

에너지방정식

$$U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\nu}{\sigma} \frac{\partial T}{\partial x_i} - \overline{u_i \theta} \right) \tag{3}$$

여기서,  $T$ 는 평균온도이고  $\theta$ 는 온도의 요동성분이다. 위의 방정식들을 해석하여 평균속도와 평균온도를 예측하기 위해서는 레이놀즈응력  $\overline{u_i u_j}$ 과 난

류열유속  $\overline{u_i \theta}$ 을 결정해야 하는데 이 양들에 대한 방정식을 세우면 더 고차의 난류 상관관계항들을 해석가능한 식으로 대치해야 한다. 이것을 난류모형화(turbulence modeling) 혹은 난류단점문제(turbulent closure problem)라 한다. 현재 사용되고 있는 난류모형은 크게 Boussinesq의 와점성계수/와확산계수 개념을 사용하는 모형과 사용하지 않는 모형으로 나눌 수 있다.

Boussinesq의 와점성/와확산계수 모형은 레이놀즈응력을

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (4)$$

로 계산하고 난류 열유속은

$$-\overline{u_i \theta} = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (5)$$

로 계산한다. 여기서,  $\nu_t$ 는 와점성계수이고,  $\sigma_t$ 는 온도에 대한 난류 프란틀수이다. 여기에 해당하는 모형들은  $\nu_t$ 를 구하기 위해 풀어야 할 미분방정식의 수에 따라 0-방정식 모형, 1-방정식 모형, 2-방정식 모형으로 나누는데 본 연구에서는 김<sup>(4)</sup>의 저레이놀즈수 대수응력모형으로 유동장을 해석한 후에 난류 열유속을 계산하는 경우에만 2-방정식 모형인 저레이놀즈수  $k$ - $\epsilon$ 모형을 적용하였다.

Boussinesq의 개념을 사용하지 않는 난류모형으로는 레이놀즈응력이나 난류 열유속에 대한 방정식을 직접 푸는 방법과 그 식들을 간략한 대수식으로 만들어 푸는 방법 혹은 난류유동속의 큰와류(large eddy)의 3차원 비정상요동을 직접 계산하여 그 값을 구하는 방법 등이 있다. 본 연구에서는 벽근방까지 직접 해석할 수 있는 저레이놀즈수 대수응력 모형과 대수 열유속모형을 적용하였다.

### 2.2 저레이놀즈수 $k$ - $\epsilon$ 모형과 난류 프란틀수의 곡률수정

저레이놀즈수  $k$ - $\epsilon$ 모형에서는 와점성계수를 다음과 같이 수정계수  $f_\mu$ 를 사용하여 수정한다.

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

본 해석에서 사용한 수정계수는 다음과 같다.<sup>(4)</sup>

$$-\overline{u_n \theta} = \frac{k}{\epsilon} \frac{1}{\phi_2} \left[ \left( 2 \frac{1-\beta}{\alpha} + \frac{\phi_1}{\phi_2} \right) \frac{k}{\epsilon} \frac{U_s}{R} \overline{u_n u_s} - \frac{2}{3} \frac{k}{\alpha} (1-\alpha-\beta) \right] \frac{\partial T}{\partial n} \quad (13)$$

$$1 + \frac{\phi_1^2}{\phi_2^2} \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{\partial U_s}{\partial n} \frac{U_s}{R}$$

$$f_\mu = \frac{1}{2} \left[ 1 + \sqrt{\left( 1 + \frac{47.4}{R_t} \right)} \right] \left[ 1 - \exp\left( \frac{-y^+}{50.52} \right) \right] \quad (7)$$

여기서,  $R_t = \frac{k^2}{\nu \epsilon}$ 이다.

$k$ - $\epsilon$ 모형을 유선곡률이 있는 유동해석에 적용할 경우 난류구조가 유선곡률에 의해 변하므로 곡률의 효과를 고려한 수정이 필요하다. 와점성계수에 대해 가장 널리 쓰이는 수정방법은 Leschziner와 Rodi<sup>(6)</sup>의  $C_\mu$ 를 계산하는 방법이다. 이와 최<sup>(7)</sup>는 Leschziner와 Rodi의 모형에서의 모순점을 개선하고 난류 운동에너지의 생성률과 소멸률 사이의 비평형효과를 고려하여 다음의 식을 유도하였다.

$$C_\mu = \frac{C_{\mu 0}}{1 + 4 \left( \frac{1 - C_2}{P/\epsilon - 1 + C_1} \right)^2 \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{\partial U_s}{\partial n} \frac{U_s}{R}} \quad (8)$$

여기서,  $U_s$ 는 유선방향 속도이고  $R$ 은 유선의 곡률반경이며  $n$ 은 유선방향과 직각방향이며  $C_1 = 1.8$ ,  $C_2 = 0.6$ 이다.

본 해석에서는 난류 프란틀수에 대하여 곡률효과와 난류 운동에너지의 생성률과 소멸률 사이의 비평형성을 고려하여 다음과 같이 유도하였다.

대수 열유속모형에 의하면 평형상태에서 난류 열유속은 다음과 같다.

$$-\overline{u_n \theta} = \frac{2k}{\epsilon} \frac{\overline{u_n^2} \frac{\partial T}{\partial n} + \phi_1 \left( -\overline{u_s \theta} \frac{U_s}{R} \right)}{2\phi_2} \quad (9)$$

$$-\overline{u_s \theta} = \frac{2k}{\epsilon} \frac{\overline{u_n u_s} \frac{\partial T}{\partial n} + \phi_1 \left( -\overline{u_n \theta} \frac{\partial U_s}{\partial n} \right)}{2\phi_2} \quad (10)$$

위의 식들에서  $\phi_1 = 1 - C_{2\theta}$ ,  $\phi_2 = C_{1\theta}$ 이다.

$C_\mu$ 의 곡률수정 과정에서 다음과 같은 식이 나타난다.

$$\frac{\overline{u_n^2}}{k} = \frac{1-\beta}{\alpha \epsilon} 2 \overline{u_n u_s} \frac{U_s}{R} - \frac{2}{3} \frac{1-\alpha-\beta}{\alpha} \quad (11)$$

$$-\overline{u_n u_s} = \frac{-k_1 k_2}{1 + 4 k_1^2 \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{\partial U_s}{\partial n} \frac{U_s}{R}} \frac{k^2}{\epsilon} \left( \frac{\partial U_s}{\partial n} - \frac{U_s}{R} \right) \quad (12)$$

여기서,  $\alpha = C_1$ ,  $\beta = C_2$ 이다.

식(10)과 (11)을 식(9)에 대입하여 정리하면

이 되고,  $R$ 이 무한대로 증가하면

$\sigma_{10}$ 라 하면  $\sigma_{10}$ 는 다음과 같다.

$$-\overline{u_n\theta} = -\frac{2}{3} \frac{1}{\phi_2} \frac{(1-\alpha-\beta)}{\alpha} \frac{C_{\mu 0}}{C_{\mu 0}} \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial n} \quad (14) \quad \sigma_{10} = -\frac{2}{3} \frac{C_{\mu 0} \phi_2}{(1-\alpha-\beta) \alpha} \quad (15)$$

이 된다.  $R$ 이 무한대일 경우의 난류 프란틀수를

식(13)에 식(12)를 대입하여 정리하면

$$-\overline{u_n\theta} = \frac{C_{\mu}}{C_{\mu}} \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{1}{\phi_2} \left[ \left( 2 \frac{1-\beta}{\alpha} + \frac{\phi_1}{\phi_2} \right) \frac{1}{\varepsilon} \frac{U_s}{R} (-C_{\mu}) \frac{k^2}{\varepsilon} \left( \frac{\partial U_s}{\partial n} - \frac{U_s}{R} \right) - \frac{2}{3\alpha} (1-\alpha-\beta) \right] \frac{\partial T}{\partial n} \quad (16)$$

$$1 + \frac{\phi_1^2}{\phi_2^2} \frac{k^2}{\varepsilon^2} \frac{\partial U_s}{\partial n} \frac{U_s}{R}$$

이므로

$$\sigma_t = \frac{\phi_2 C_{\mu 0} \left( 1 + \left( \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 k_3^2 \frac{U_s}{R} \frac{\partial U_s}{\partial n} \right)}{k_2 \left( 1 + 4k_1^2 \left( \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \frac{\partial U_s}{\partial n} \frac{U_s}{R} \right)} \quad (17)$$

$$1 + \frac{(2k_1+k_3)}{k_2} \frac{C_{\mu 0}}{1 + 4k_1^2 \left( \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \frac{\partial U_s}{\partial n} \frac{U_s}{R}} \left( \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \left( \frac{\partial U_s}{\partial n} - \frac{U_s}{R} \right) \frac{U_s}{R}$$

이 된다.

식(17)에 식(15)를 대입하여 정리하면

$$\sigma_t = \sigma_{10} \left[ \frac{1 + k_3^2 R_i}{1 + \left( 4k_1^2 + \frac{(2k_1+k_3)}{k_2} C_{\mu 0} \right) R_i - \frac{2k_1+k_3}{k_2} C_{\mu 0} \left( \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \left( \frac{U_s}{R} \right)^2} \right] \quad (18)$$

이고, 여기서

$$k_3 = \frac{(1-C_{2\phi})}{C_{1\phi}} \quad (22)$$

$$R_i = \left( \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \frac{\partial U_s}{\partial n} \frac{U_s}{R} \quad (19)$$

이다. 유선곡률의 회전반경  $R$ 은 Kreyzig<sup>(8)</sup>가 제안한 다음식으로 계산하였다.

$$k_1 = \frac{1-C_2}{P/\varepsilon-1+C_1} \quad (20)$$

$$k_2 = \frac{2}{3} \frac{(1-C_1-C_2)}{C_1} \quad (21)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\left[ \left( U \frac{DV}{Dt} - V \frac{DU}{Dt} \right)^2 + \left( U \frac{DW}{Dt} - W \frac{DU}{Dt} \right)^2 + \left( V \frac{DW}{Dt} - W \frac{DV}{Dt} \right)^2 \right]^{1/2}}{(U^2 + V^2 + W^2)^{3/2}} \quad (23)$$

3.2 대수 열유속모형

난류 열유속( $\overline{u_i\theta}$ ) 방정식은 Navier-Stokes 방정식에 운동온도  $\theta$ 를 곱하고 여기에 운동속도  $u_i$ 를 곱한 온도  $T$  방정식을 더한 다음 시간평균을 취하면 고레이놀즈수 영역에서는 직교 텐서형태로 다음과 같이 나타내어 진다.

$$\frac{U_k}{C_{i\theta}} \frac{\partial \overline{u_i\theta}}{\partial x_k} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left( \overline{u_k u_i \theta} + \delta_{ik} \frac{p\theta}{\rho} \right) - \frac{u_i u_k}{P_{i\theta 1}} \frac{\partial T}{\partial x_k}$$

$$-\frac{\overline{u_i\theta}}{P_{i\theta 2}} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} - (\lambda + \nu) \frac{\partial u_i}{\varepsilon_{i\theta}} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \quad (24)$$

여기서,

$C_{i\theta}$  : 대류항

$\frac{\partial}{\partial x_k} d_{ik\theta}$  : 확산항

$P_{i\theta 1}$  : 온도구배에 의한 생성항

$P_{i\theta 2}$  : 선단에 의한 생성항

$\phi_{i\theta}$  : 압력 온도구배 상관항

$\varepsilon_{i\theta}$  : 소멸항

이다.

생성항은 평균속도와 평균온도 구배와의 복합된 작용에 의해 일어나며 모형화 과정은 요구되지 않는다. 고레이놀즈수 영역의 국부등방성 난류에서는 상관관계  $\frac{\partial \overline{u_i} \partial \theta}{\partial x_k}$ 가 0이므로 소멸항이 없어지게 되나 벽면인접부에서 소멸항은 0이 되지 않기 때문에 이 항을 고려해야 하나, 현재까지 이 항에 대한

정확한 모형화가 이루어져 있지 않기 때문에 본 연구에서도 전 유동장에 대해 이 항을 0으로 처리하였다. 따라서 식(24) 중 모형화가 필요한 항들은 확산항과 압력 변형률항이다. 확산항에 대한 모형은 Daly와 Harlow<sup>(9)</sup>에 따라 다음과 같이 모형화 하였으며

$$\frac{\partial}{\partial x_k} d_{ik\theta} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_i} \right] \quad (25)$$

압력 변형률항은 Monin,<sup>(10)</sup> Owen,<sup>(11)</sup> Launder,<sup>(12)</sup> Gibson과 Launder<sup>(13)</sup> 등에 따라

$$\phi_{i\theta} = \phi_{i\theta 1} + \phi_{i\theta 2} + \phi'_{i\theta 1} + \phi'_{i\theta 2} \quad (26)$$

로 모형화되는데 식(26)의 각 항은

$$\phi_{i\theta 1} = -C_{1t} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} \quad (27)$$

$$\phi_{i\theta 2} = -C_{2t} P_{i\theta 2} \quad (28)$$

$$\phi'_{i\theta 1} = -C'_{1t} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_n \theta} \delta_{in} f\left(\frac{L}{x_n}\right) \quad (29)$$

$$\phi'_{i\theta 2} = -C'_{2t} C_{2t} P_{k\theta 2} \delta_{ik} f\left(\frac{L}{x_k}\right) \quad (30)$$

과 같다. 그러나 실제유동<sup>4</sup>에 있어서 식(30)의 모형은 효과를 나타내지 못하는 것으로 알려져 있으므로 본 연구에서도 이 항을 생략하였다.

따라서 난류 열유속에 대해 최종적으로 남게 되는 항들을 미분식 형태로 구성하게 되면

$$\begin{aligned} U_k \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i u_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} \\ &- \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - C_{1t} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} + C_{2t} \overline{u_n \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \\ &+ C'_{1t} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_n \theta} \delta_{in} f\left(\frac{L}{x_n}\right) \end{aligned} \quad (31)$$

이 된다.

Gibson과 Launder<sup>(14)</sup>는  $\overline{u_i \theta}$ 의 식을 다음과 같이 대수식으로 나타내었는데,  $\overline{u_i \theta}$ 는 속도와 온도요동 두 성분에 의해 영향을 받으므로 다음과 같이 표현하였다.

$$D \frac{\overline{u_i \theta}}{Dt} - Diff(\overline{u_i \theta}) = \frac{\overline{u_i \theta}}{2k} (P - \varepsilon) + \frac{\overline{u_i \theta}}{2\theta^2} (P_\theta - \varepsilon_\theta) \quad (32)$$

여기서,  $P_\theta$ 와  $\varepsilon_\theta$ 는 각각 온도요동 방정식에서의 생성항과 소멸항이다. Gibson과 Launder는  $\overline{\theta^2}$ 과  $\overline{u_i \theta}$  사이에는 단지 약한 연관(coupling)만이 있어서  $P_\theta = \varepsilon_\theta$ 라는 가정은 충분히 정확하다고 주장하고

식(32)의 두번째 부분을 무시하였다. 따라서 본 해석에서도 이들을 따라 최종적으로

$$\frac{D \overline{u_i \theta}}{Dt} - Diff(\overline{u_i \theta}) = \frac{\overline{u_i \theta}}{2k} (P - \varepsilon) \quad (33)$$

로 사용하였다. 이러한 가정에 식(26), (33)을 식(31)에 대입하면

$$\overline{u_i \theta} = -\frac{2k}{\varepsilon} \frac{\overline{u_i u_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} + \phi_i \left( \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right)}{\frac{P}{\varepsilon} - 1 + \frac{2k}{\varepsilon} \phi_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + 2\phi_2} \quad (34)$$

이 얻어진다. 여기서 나타나는  $\frac{\partial U_i}{\partial x_i}$ 에 사용된 첨자  $i$ 는 일반적인 텐서원칙에서 반복하며 항들을 더해 나가는 반복첨자(repeated indice)가 아니고 단지 유동방향을 지시하는 성분만을 표시하는 첨자이며, 그 외의 다른 첨자들은 모두 반복되며 합해지는 첨자이다.

식(34)에서

$$\phi_i = 1 - C_{2t} \quad (35)$$

$$\phi_2 = C_{1t} + C'_{1t} f\left(\frac{L}{x_n}\right) \quad (36)$$

이 되며  $f\left(\frac{L}{x_n}\right)$ 은 벽함수를 나타낸다.<sup>(4,15)</sup>

본 연구에서는 과거의 고레이놀즈수 구역에 대한 2차 모멘트 난류 열유속모형을 벽면까지 확장 적용할 수 있도록 개발한 신과 최<sup>(15)</sup>의 저레이놀즈수 난류 열유속모형을 적용하였다. 이 모형은 과거의 모형용 근본적으로 변화시킨 것이 아니고 모형상수들을 정량적 이론에 바탕하여 난류 레이놀즈수( $R_t$ )와 벽면으로부터의 무차원거리( $y^*$ )의 함수로 표현하여 모든 열유속을 벽면 인접부에서 정확히 예측할 수 있게 하였고 모형의 적용가능 범위도 3차원 유동에까지 확장 가능하다. 이 난류 열유속모형에 따라 유동의 저레이놀즈수 구역에서 식(26)의 상수들을 다음과 같이 변수들로 수정하여 적용하였다.

$$C_{1t} = \beta \left[ \frac{\alpha}{g_\theta} (1 + \sigma_t) - \frac{1}{2} (\alpha - 1) \right] \quad (37)$$

$$C_{2t} = (1 - \beta) \left[ (1 + \sigma_t) - \frac{1}{2} (\alpha - 1) \frac{g_\theta}{\alpha} \right] \quad (38)$$

$$C'_{1t} = \frac{1}{f} \left[ \frac{g_1}{g_{12}^2} \alpha \sigma_t - \frac{1}{2} (\alpha - 1) - C_{1t} \right] \quad (39)$$

여기서,  $\alpha = \frac{P}{\varepsilon}$ 이고,  $f$ 는 벽함수이다. 식(37) ~ (39)에서

$$\sigma_t = \left[ \frac{\gamma^2}{2} + \gamma c P_{et} - (c P_{et})^2 (1 - \exp(-\gamma / (P_{et} c))) \right]^{-1} \quad \beta_\infty = 0.822 \quad (45)$$

$$P_{et} = \left( \frac{\nu_t}{\nu} \right) \sigma \quad (41)$$

$$\gamma = \sqrt{1/0.86} \quad (42)$$

$$c = 0.2 \quad (43)$$

이다. (16) 또한

$$\beta = \beta_\infty + (1 - \beta_\infty) (-\exp(-0.008 R_t)) \quad (44)$$

$$g_1 = \frac{\overline{v^2}}{k} = \begin{cases} 0.00536\sqrt{R_t} & (R_t < 125) \\ 0.32 - 5.48 \times 10^{-3} R_t + 2.72 \times 10^{-5} R_t^2 & (125 \leq R_t < 150) \\ 0.0178 (R_t - 116.1)^{0.516} & (R_t \geq 150) \end{cases} \quad (46)$$

$$g_{12} = -\frac{\overline{uv}}{k} = \begin{cases} 0.029424426 R_t^{0.25} & (R_t \leq 5.0) \\ 0.021 R_t^{0.46} & (R_t > 5.0) \end{cases} \quad (47)$$

$$g_\theta = -\frac{\overline{uv^+}}{k^+} \frac{\overline{u\theta^+}}{\nu\theta^+} = -g_{12} \frac{\overline{u\theta^+}}{\nu\theta^+} \quad (48)$$

$$-\overline{u\theta^+} = \begin{cases} 0.07866864 y^{+2} & (y^+ \leq 2.6) \\ 0.0431279 + 0.0981385 y^+ + 0.0439213 y^{+2} - 0.00382979 y^{+3} + 8.57328 \times 10^{-5} y^{+4} & (2.6 < y^+ \leq 15) \\ 3.40319 - 0.0497584 y^+ + 0.000733315 y^{+2} - 5.9554 \times 10^{-6} y^{+3} + 1.99625 \times 10^{-8} y^{+4} & (y^+ > 15) \end{cases} \quad (49)$$

$$\overline{v\theta^+} = \begin{cases} 0.000428945 y^{+3} & (y^+ \leq 5.1) \\ -0.00610347 - 0.00375782 y^+ + 0.00315749 y^{+2} & (5.1 < y^+ \leq 10) \\ -0.932856 + 0.179198 y^+ - 0.00683917 y^{+2} - 0.000125594 y^{+3} + 1.10434 \times 10^{-6} y^{+4} + 3.72155 \times 10^{-9} y^{+5} & (y^+ > 10) \end{cases} \quad (50)$$

최종적으로 식(37)~(39)는  $R_t$ 가 400 이하인 벽면 인접부에서만 타당하므로 이 구역을 지나서는 고레이놀즈수 구역에서 일반적으로 사용하는 상수들 즉  $C_{1t}=3.0$ ,  $C_{2t}=0.33$ ,  $C_{1r}=0.5$ 를 사용하였다.

### 3. 수치해석

본 연구에서는 온도장을 계산하기 전에 김(4)의 저레이놀즈수 대수 응력모형을 전 유동장에 적용하여 속도 및 레이놀즈응력을 먼저 계산하였다. 따라서 본 연구에서 제시된 저레이놀즈수  $k-\epsilon$  모형은 과거의 모형과 같이 전유동장을  $k-\epsilon$ 모형으로 속도 및 온도분포를 계산하는 것이 아니라 저레이놀즈수 대수 응력모형으로 속도 및 레이놀즈응력을 해석한 다음 김(4)이 제시한 난류 운동에너지와 난류 운동에너지 소멸률방정식을 풀어 식(5)의 난류 열유속을

와 같은 모형식을 가정하였으며, 식(44)에서 사용된 상수 0.008은  $R_t=400$ 에서  $\beta=0.99\beta_\infty$ 가 되도록 도입한 것이다. (15) 또한 식(37)~(39)에 나타나는  $\alpha$ ,  $g_{12}$ ,  $g_1$  등은 Laufer(17)의 실험값들을,  $\overline{u\theta^+}$ ,  $\overline{v\theta^+}$ 는 Hishida 등(18)의 실험값들을 근간으로 하여  $R_t$ 가 400 ( $y^+ \cong 80$ ) 이하인 구역에서 다음과 같이 지수함수 및 다차항의 고차함수들로 곡선맞춤(curve fitting) 하여 사용하였다. (15)

계산하였으며, 저레이놀즈수 대수 열유속모형 역시 저레이놀즈수 대수 응력모형으로 유동장을 먼저 해석한 다음 식(34)로 난류 열유속을 계산하였다.

해석방법으로는 준포물선형해법, 완전미세격자법, SIMPLER해법을 적용하였으며, 사용된 격자의 수는  $26 \times 40 \times 140 (X \times Y \times Z)$ 개이며 곡관부에는  $0^\circ$ 와  $45^\circ$ ,  $45^\circ$ 와  $90^\circ$ ,  $90^\circ$ 와  $180^\circ$ 사이에 각각 32개, 30개, 54개의 격자선을 두고 곡관앞의  $1D_H$ 부터  $0^\circ$ 까지는 8개,  $180^\circ$ 부터 출구까지는 16개의 격자선을 두었다. 해의 정확성을 높이기 위해 벽부근에는 미세격자를 사용하였으며 유동단면에 대한 격자계는 Fig. 2에 나타내었다. 대류항 미분법은 속도  $U$ ,  $V$ ,  $W$ 에 대해서는 QUICKER해법(19)을 나머지 종속변수 및 에너지방정식에 대해서는 Hybrid해법을 적용하였다.

경계조건은 직관입구부의 주유동속도, 2차 유동속도, 난류 운동에너지, 난류 운동에너지 소멸은

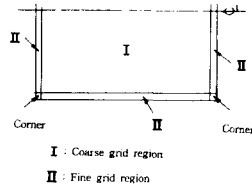


Fig. 2 Fine grid region and coarse grid region of a square sectioned duct

Melling과 Whitelaw<sup>(20)</sup>의 36.8  $D_H$ 의 완전확립된 유동에서 측정된 값을 사용하였으며 예측된 레이놀즈수는 56,690이었다. 입구부에서의 완전확립된 온도분포를 얻기 위해서 실험과 같이 각 벽마다 340  $W/m^2$ 의 열유속으로 5m의 거리를 곡관앞에 가정해서 계산하였으며, 가열부위는 곡관전 5m와 곡관부, 곡관후 3.75m이며 각 벽에서 340  $W/m^2$ 의 열유속을 가하였다. 벽 입구부에서의 난류 열유속 분포는 와확산계수 모형을 사용하여 구하였으며, 벽면 및 대칭면에서는 주요변수들의 경계조건은 다음과 같다.

벽면에서는,

$$U, \overline{uv}, \overline{uw}, \overline{u\theta} = 0 \tag{51}$$

대칭면에서는,

$$\frac{\partial \phi}{\partial X} = 0 (\phi = V, W, k, \varepsilon, \overline{vw}, v\theta, w\theta) \tag{52}$$

을 사용하였다.

출구에서는 완전히 발달된 유동이라 보아 Neumann 조건을 적용하였다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial Z} = 0 (\phi = U, \overline{u_i u_i}, k, \varepsilon) \tag{53}$$

그리고 출구의 압력에 대해서는

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = Const. \tag{54}$$

을 적용하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

본 연구에서는 정사각단면을 갖는 180° 곡관내의 열전달해석을 위하여 와확산계수 모형인 난류 프란틀수를 곡률수정된 저레이놀즈수  $k-\varepsilon$ 모형(이하에서는 본  $k-\varepsilon$ 모형이라 한다.)과 2차 모멘트 난류모형인 저레이놀즈수 대수 열유속모형(이하에서는

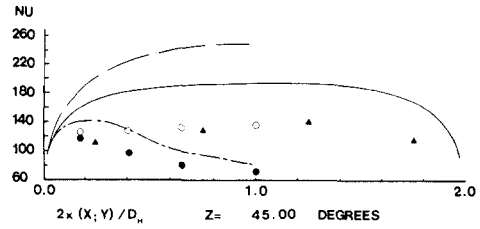


Fig. 3 Comparison of Nusselt number  
 ○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 ----- : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)

Fig. 3 Comparison of Nusselt number

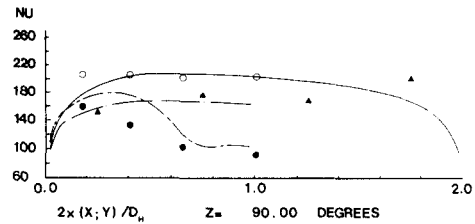


Fig. 4 Comparison of Nusselt number  
 ○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 ----- : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)

Fig. 4 Comparison of Nusselt number

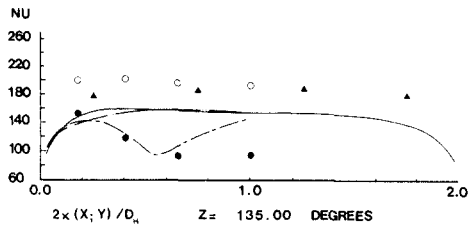


Fig. 5 Comparison of Nusselt number  
 ○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 ----- : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)

Fig. 5 Comparison of Nusselt number

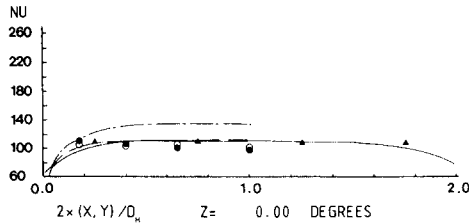
AHFM이라 한다.)을 적용하여 Johnson<sup>(5)</sup>의 실험 결과 및 수치해석 결과와 비교하였다. 에너지방정식을 해석하기 위하여 김<sup>(4)</sup>이 제시한 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형으로 속도장을 먼저 계산을 하여 동일한 속도장을 사용하였기 때문에 각기 다른 열전달 모형에 의한 해석결과의 차이는 열전달에 관련된 난류모형의 차이라고 할 수 있다.

Figs. 3~5는 곡관부의 45°, 90°, 135°에 대해 표

준  $k-\epsilon$ 모형을 적용한 Johnson의 누셀트수에 대한 해석결과와 그의 실험결과를 함께 나타낸 것이다. Johnson은 곡률효과를 고려하지 않은 표준  $k-\epsilon$ 모형과 벽근방에서 거친 격자를 사용한 벽함수를 사용하였으며, 그 해석결과는 전반적으로 누셀트수의 예측이 외벽과 밀벽에서 실험결과와 상당한 차이를 보이고 있다. 특히 45°의 밀벽과 외벽의 해석결과는 실험값과 2배 이상의 차이를 보이고 있으며 90°에서는 외벽을 밀벽보다 낮게 해석하여 실험값과 반대의 경향을 나타내고 있다. 이러한 해석결과는 표준  $k-\epsilon$ 모형을 사용함으로써 곡률효과를 고려하지 않은 경우와 벽면부근의 거친격자 구역에서 사용한 벽함수의 영향이 서로 복합적으로 작용하여 나타난 것으로 볼 수 있으나, 전반적으로 볼 때 벽근방에서 거친격자를 사용한 벽함수를 적용함으로써 벽면 인접부에서 최고속도를 나타내는 2차유동과 레이놀즈응력을 잘 예측하지 못한 것이 주된 원인으로 판단됨으로 벽근방에서 조밀한 격자를 두어

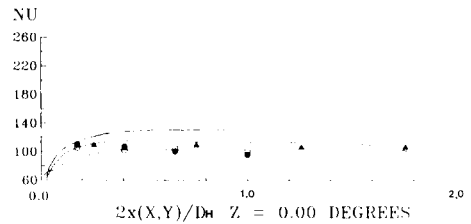
야 함을 보여준다고 하겠다.

Figs. 6~10은 본  $k-\epsilon$ 모형과 AHFM에 대한 누셀트수를 비교한 것이다. 두 모형을 비교해 보면 0°의 내벽에서는 본  $k-\epsilon$ 에 비해 AHFM이 실험값에 비교적 잘 일치하고 있으며 외벽에서는 본  $k-\epsilon$ 이 조금 높게 AHFM이 조금 낮게 예측하였고 밀벽에서는 두 모형이 모두 실험결과와 잘 일치하고 있다. 0°에서는 실험치의 경우 내벽에서 순압력구배 외벽에서 역압력구배가 형성되어 주유동 속도는 내벽쪽으로 치우쳐 흐르나 누셀트수는 거의 대칭을 이루고 있으며 해석결과도 두 모형 모두 대칭을 나타내고 있다. 45°에서 실험치는 주유동 속도가 0°에서와 같이 내벽으로 치우쳐 흐르고 있으나 외벽의 큰 난류 운동에너지에 의해 바깥쪽의 누셀트수가 높게 나타나는데 이러한 경향은 본  $k-\epsilon$ 모형과 AHFM의 예측이 유사하나 외벽에서의 실험값과의 차이는 두 모형이 모두 크다. 그러나 AHFM이 밀벽에서는 실험치에 잘 접근하고 있다. 이러한



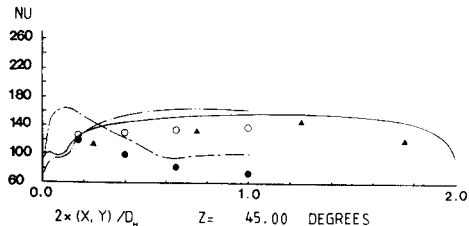
○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 - - - : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, modified low Reynolds number  $k-\epsilon$  model

Fig. 6 (a) Comparison of Nusselt number



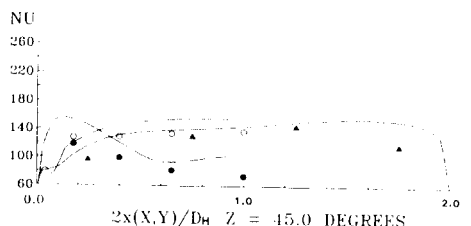
○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 - - - : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, low Reynolds number algebraic heat flux model

Fig. 6 (b) Comparison of Nusselt number



○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 - - - : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, modified low Reynolds number  $k-\epsilon$  model

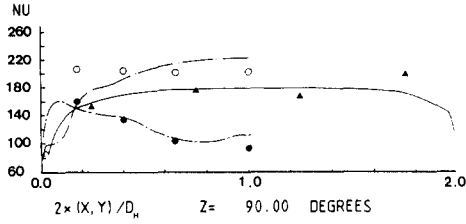
Fig. 7 (a) Comparison of Nusselt number



○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 - - - : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, low Reynolds number algebraic heat flux model

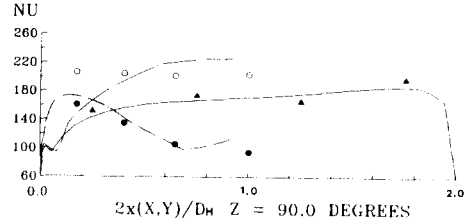
Fig. 7 (b) Comparison of Nusselt number





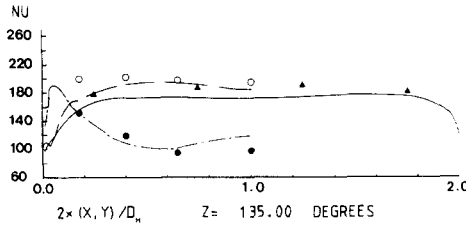
○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 - - - : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, modified low Reynolds number  $k-\epsilon$  model

Fig. 8 (a) Comparison of Nusselt number



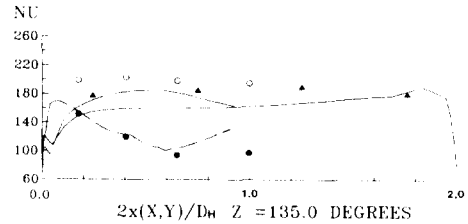
○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 - - - : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, low Reynolds number algebraic heat flux model

Fig. 8 (b) Comparison of Nusselt number



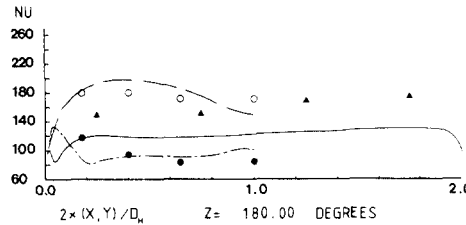
○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 - - - : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, modified low Reynolds number  $k-\epsilon$  model

Fig. 9 (a) Comparison of Nusselt number



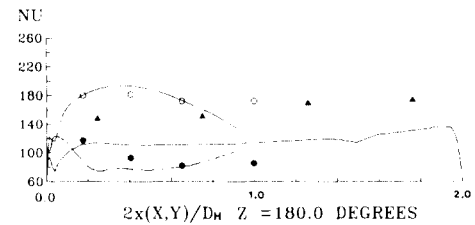
○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 - - - : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, low Reynolds number algebraic heat flux model

Fig. 9 (b) Comparison of Nusselt number



○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 - - - : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, modified low Reynolds number  $k-\epsilon$  model

Fig. 10 (a) Comparison of Nusselt number



○ ● ▲ : Measurement at outer wall, inner wall, bottom wall, Johnson(1984)  
 - - - : Computations at outer wall, inner wall, bottom wall, low Reynolds number algebraic heat flux model

Fig. 10 (b) Comparison of Nusselt number

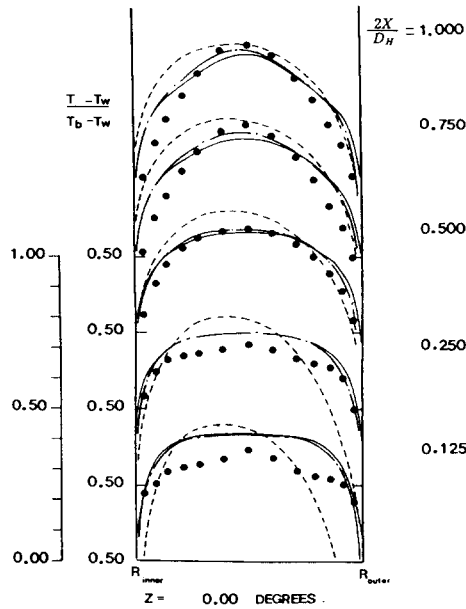
AHFM의 비교적 좋은 예측결과는 135° 이후의 부정확한 속도값에 비해 90°까지의 속도와 레이놀즈응력은 정확한 값을 보이고 있어 이것이 AHFM의 결과를 좋게 한 것으로 보인다. 90°에서도 외벽에 대한 누셀트수가 두 모형 모두 실험값과 차이를 보이고 있는데 가장 큰 불일치는 외벽의모서리와 중

심에서 나타나는데 모서리에서는 낮게 중심부에서는 높게 나타나고 있다. AHFM이 밑벽에서는 45°와 마찬가지로 분  $k-\epsilon$ 모형보다 실험치에 잘 일치하고 있는데 이것은 90°까지 속도와 레이놀즈응력은 비교적 정확한 값을 보이고 있어 이것이 AHFM의 결과를 좋게 한 것으로 보인다. 90°에서 2

차 유동은 2개로 나누어져 주유동속도를 재분배시켜서 뚜렷한 2중 극대현상을 나타낸다.<sup>(4)</sup> 수치해석 결과는  $V$  속도분포에서 심한차이를 보이는데 전반적으로 속도를 낮게 예측하고 있으며 2차 유동의 회전중심을 실험보다 높게 예측하고 있다.<sup>(4)</sup> 따라서 외벽의 중심부에서 발생한 고준위의 난류 운동에너지를 외벽 모서리 부근까지 전달하지 못하여 열전달을 저하시킨 것으로 생각된다. 마찬가지로 외벽 중심부의 높은 누셀트수도 대칭면에서의  $V$  속도를 낮게 예측하여 대칭면 중심의 낮은 난류운동에너지를 전달하지 못하고 외벽 중심부의 고준위 난류운동에너지에 상대적으로 많은 영향을 받아 높은 누셀트수를 나타낸 것으로 보인다. 밀면에서의 결과는  $45^\circ$ 와 마찬가지로 곡관의 영향으로 발생한 레이놀즈응력의 수축과 확장을 잘 보여주고 있다. 실험결과는 밀벽의 바깥쪽에서 특히 높은값을 보여주고 있는데 AHFM의 결과는 그러한 경향을 잘

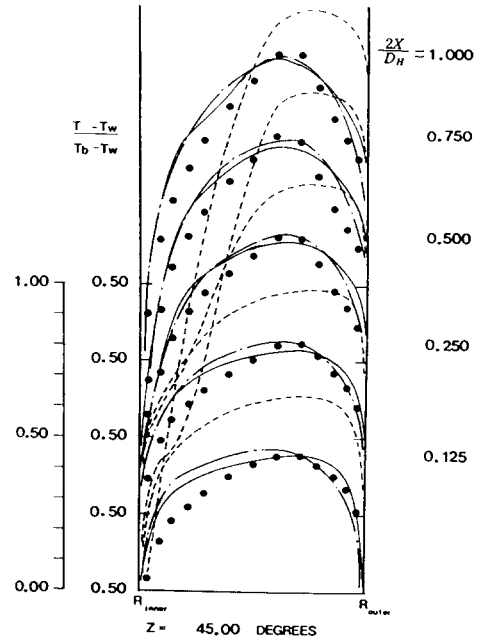
나타내고 있으나 본  $k-\epsilon$ 모형은 거의 대칭의 결과를 나타내고 있다.  $90^\circ$ 에서의 각 벽의 경향은 이후에도 비슷하게 나타나고 있어 동일한 과정을 거치고 있음을 알 수 있다.

$135^\circ$ 부터는 와류들의 상호작용으로 인하여 난류 운동에너지의 소멸이 생성보다 증가하여 누셀트수도 전반적으로 낮아지고 있다.  $90^\circ$ 에 비해 부정확한 해석결과는 2차 유동에 대한 부정확한 예측에 기인한 것으로 보인다. 두 모형 모두 밀벽에서 낮은 값을 나타내는데 이것은  $90^\circ$ 에서의 와류의 중심을 높게 예측하여 외벽의 고준위 난류 운동에너지가 밀벽에 바싹 붙어 이동하지 못하고 밀벽위로 일정한 두께에 걸쳐 분포하면서 이동하여 밀벽에서는 상대적으로 열전달을 감소시키고 밀벽의 약간 윗부분에서의 열전달을 증가시킨 것으로 보인다. 이러한 경향은  $180^\circ$ 까지 이어져 밀벽과 내벽에서 난류 운동에너지가 전달되지 않아 낮은 누셀트수를 나타



- : Measurements, Johnson(1984)
- : Computations, Johnson(1984)
- · - · - : Computations, modified low Reynolds number  $k-\epsilon$  model
- : Computations, low Reynolds number AHFM

**Fig. 11** Comparison of temperature, non-dimensionalized with respect to wall temperature  $T_w$  on the outer wall at  $2X/D_H=1$  and the bulk temperature  $T_b$



- : Measurements, Johnson(1984)
- : Computations, Johnson(1984)
- · - · - : Computations, modified low Reynolds number  $k-\epsilon$  model
- : Computations, low Reynolds number AHFM

**Fig. 12** Comparison of temperature, non-dimensionalized with respect to wall temperature  $T_w$  on the outer wall at  $2X/D_H=1$  and the bulk temperature  $T_b$

내고 있다. AHFM은 본  $k-\epsilon$ 모형에 비해 이러한 경향에 훨씬 민감하게 나타남을 보이고 있다.

Figs. 11~15는 무차원 온도분포를 Johnson의 실험 및 해석결과와 본 해석결과들을 도시한 것이다. 표준  $k-\epsilon$ 모형을 사용한 Johnson의 해석결과는 0°를 제외하고는 전 구간에서 정량적으로 큰 차이를 보이고 있고 특히 90°의 실험값은 외벽으로 갈수록 증가하는데 반해 해석결과는 내벽에서 외벽으로 갈수록 감소하고 있어 심한 불일치를 보여주고 있다. 이에 반해 본  $k-\epsilon$ 모형과 AHFM은 45°까지 거의 유사한 형상을 보여주고 있으며 90°에서는  $2X/D_H = 0.125$  0.25에서는 AHFM이 본  $k-\epsilon$ 모형보다 우수한 결과를 예측하였으며 특히 대칭면에서는 2중극대현상을 잘 보여주고 있다. 135°이후의 결과에서는  $2X/D_H = 0.5$ 까지는 AHFM이 우수하나  $2X/D_H = 0.75$  이상에서는 즉, 대칭면 부근에서는 본  $k-\epsilon$ 모형이 AHFM보다 실험결과와 잘 일치하는

경향을 보여주고 있다. 이러한 AHFM의 대칭면에서의 불일치는 대수 응력모형으로 유동장을 해석하는데 있어서 대칭면 부근에서 불안정한 레이놀즈응력들을 예측한데 그 원인이 있는 것으로 판단된다. 그 이유는 90°까지 비교적 정확하게 레이놀즈응력들을 예측한 경우에는 전 유동장에서 무차원 온도분포 및 누셀트수를 잘 예측하였기 때문이다. 따라서 복잡한 유동장에서 2차 모멘트 난류 열유속모형에 의해 정확한 온도분포를 얻기 위해서는 무엇보다도 정확한 레이놀즈응력의 예측이 선결되어야 함을 알 수 있다.

이상의 결과들로부터 본 해석에서 적용한 두 모형은 180° 곡관의 열전달해석에서 모두 만족할만한 예측값들을 제시해 주었으나 레이놀즈응력들이 비교적 정확하게 예측된 경우에는 AHFM이 본  $k-\epsilon$ 모형보다 실험값들에 잘 일치한 것으로 보아 복잡한 3차원 난류 열전달 문제를 정확히 해석하기 위

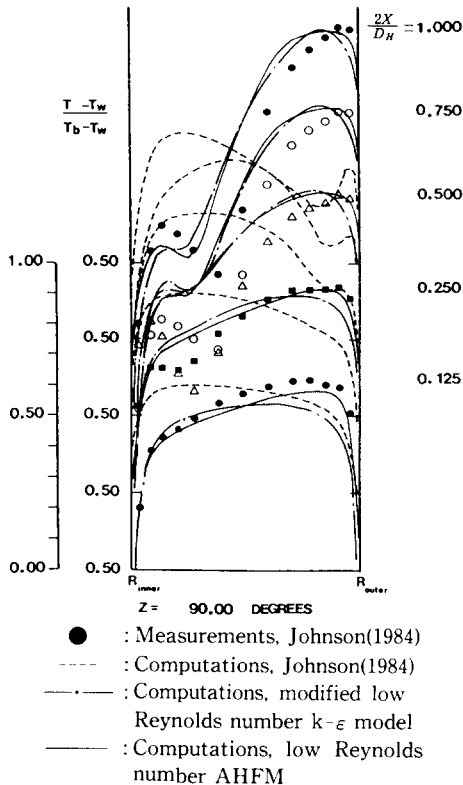


Fig. 13 Comparison of temperature, non-dimensionalized with respect to wall temperature  $T_w$  on the outer wall at  $2X/D_H=1$  and the bulk temperature  $T_b$

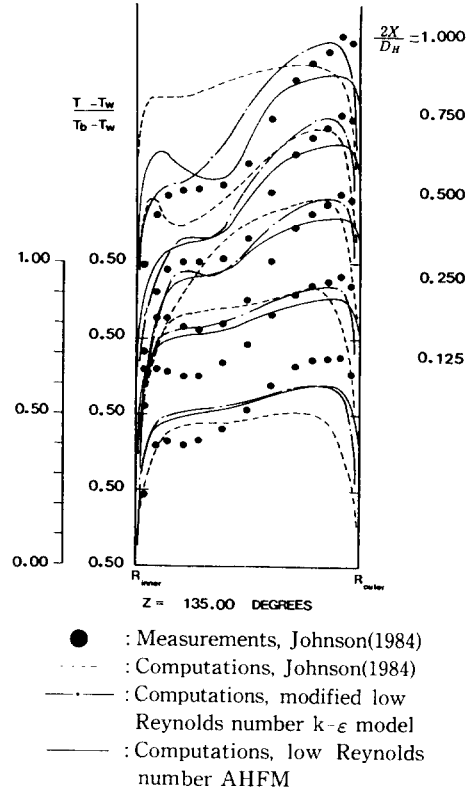
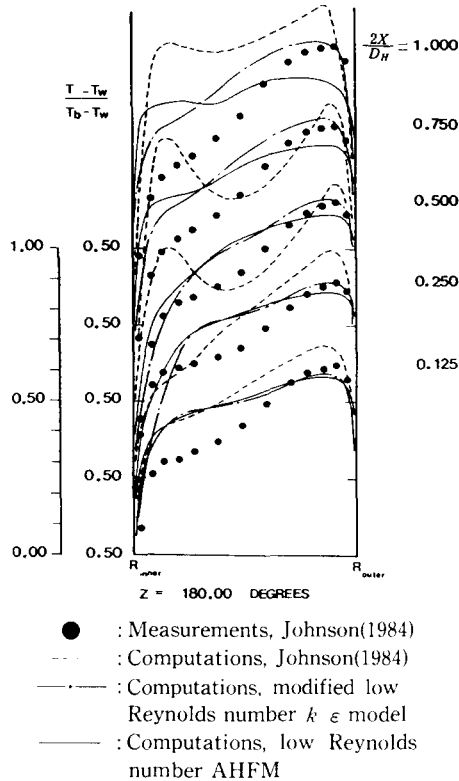


Fig. 14 Comparison of temperature, non-dimensionalized with respect to wall temperature  $T_w$  on the outer wall at  $2X/D_H=1$  and the bulk temperature  $T_b$



**Fig. 15** Comparison of temperature, non-dimensionally with respect to wall temperature  $T_w$  on the outer wall at  $2X/D_n=1$  and the bulk temperature  $T_b$ .

해서는 2차 모멘트 난류모형들의 정확성에 대한 연구가 더욱 요구된다고 하겠다. 또 본 해석에서는 온도에 따른 밀도차이를 무시하였으나 실제의 유동에서는 특히 열전달이 있는 곡관유동에서는 다음과 같은 경향이 나타날 것으로 보인다. 벽근방에서 열을 받아 유체는 온도가 증가하면서 이것이 유체특성을 변화시켜 2차 유동의 강도에 영향을 줄 것으로 생각되어 에너지방정식과 운동량방정식을 연립으로 풀어야 정확한 해를 얻을 수 있을 것이다. 그리고 부력의 영향이 커진다면 대칭면에서의 유동은 대칭이 되지 않을 것으로 보인다. 본 해석에서의 최대 온도차가  $23^{\circ}\text{C}$  이내인 것을 고려하면 큰 영향을 미치지 않았을 것으로 생각되나 열전달이 큰 유동에서는 밀도의 차이를 고려한 해석이 필요할 것이다.

## 5. 결 론

정사각단면을 갖는  $180^{\circ}$  곡관의 열전달해석에 난

류 열유속의 모형으로 본  $k-\epsilon$ 모형, AHFM으로 해석하여 그 결과를 Johnson의 실험 및 해석결과와 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 벽근방에서 미세격자를 사용하지 않고 거친 격자에 벽함수를 사용한 Johnson의 해석결과는 벽근방의 2차 유동의 영향을 정확히 파악하지 못하여 누셀트수와 무차원 온도분포에서 실험값과 큰 차이를 보였다.

(2) AHFM은  $90^{\circ}$ 까지는 본  $k-\epsilon$ 모형에 비해 전반적으로 누셀트수와 무차원 온도분포의 예측에서 정확한 결과를 보였으나  $135^{\circ}$ 와  $180^{\circ}$ 의 대칭면 부근의 온도분포 예측에서는 실험치와 다소 차이를 보였다. 이러한 원인은 주로 이 부근에서의 레이놀즈 응력의 예측이 부정확한 데 그 원인이 있다고 본다. 그러나 복잡한 유동장에서 정확성이 보장되는 2차 모멘트 난류모형이 개발되면 AHFM의 결과를 향상시켜 와확산계수 모형에 비해 더욱 정확한 값을 예측할 것으로 보인다.

(3)  $180^{\circ}$ 곡관의 난류유동이 열전달에 큰 영향을 미치는 요인으로는 난류강도의 크기, 주유동속도분포, 2차 유동의 강도등으로 생각된다. 특히 2차 유동은 난류 운동에너지 분포와 주유동방향의 속도를 변화시키고 있어 정확한 2차 유동예측이 본  $k-\epsilon$ 모형이나 AHFM 모형에 적용될 경우 향상된 결과를 나타낼 것으로 생각된다.

## 참고문헌

- (1) Launder, B. E., 1988, "On the Computation of Convective Heat Transfer in Complex Turbulent Flows," *J. Heat Transfer*, pp. 1112~1128.
- (2) Johnson, R. W. and Launder, B. E., 1985, "Local Heat Transfer Behavior in Turbulent Flow Around a  $180^{\circ}$  Bend of Square Cross Section," *ASME Paper 85-GT-68, 30th International Gas Turbine Conference and Exhibit*, Houston.
- (3) Iacovides, H. and Launder, B. E., 1984, "The Computation of Momentum and Heat Transfer in Turbulent Flow around Pipe Bends," *Proc. 1st UK National Heat Conference*, Vol. 2, I. Chem. Engrs. Symp. Series 86.
- (4) 김명호, 1991, "저레이놀즈수 난류모형 개발에 관한 연구," 고려대학교 대학원 박사학위 논문.
- (5) Johnson, R. W., 1984, "Turbulent Convecting

- Flow in a Square Duct with a 180° Bend : Experimental and Numerical Study," PhD. Thesis, UMIST.
- (6) Leschziner, M. A. and Rodi, W., 1981, "Calculation Annular and Twin Parallel Jets using Various Discretization Schemes and Turbulent Model Variation," *J. Fluid Eng.* Vol. 103, pp. 352~360.
- (7) 이병근, 최영돈, 1986, "주기적으로 단면이 변화하는 완전화립된 난류 재순환유동과 난류열전달의 수치해석," 대한기계학회논문집, 제10권, 제1호, pp. 138~149.
- (8) Kreyzig, E., 1972, *Advanced Engineering Mathematics*, Willy.
- (9) Daly, B. J. and Harlow, F. M., 1970, "Transport Equation in Turbulence," *Phys. Fluids*, Vol. 13, p. 2634
- (10) Monin, A. S., 1965, "On the Symmetry Properties of Turbulence in the Surface Layer of Air," *Isre. Atmos. Ocean, Phys.*, pp. 85~94.
- (11) Owen, R. G., 1973, "An Analytical Turbulent Transport Model Applied to Non-isothermal Fully-developed Duct Flows," PhD Thesis, The Penn. State University.
- (12) Launder, B. E., 1975, "On the Effects of a Gravitational Field on the Turbulent Transport of heat and Momentum," *J. Fluid Mech.*, Vol. 67, pp. 569~581.
- (13) Gibson, M. M. and Launder, B. E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 86, pp. 491~511.
- (14) Gibson, M. M. and Launder, B. E., 1976, "On the Calculation of Horizontal Turbulent Free Shear Flow under Gravitational Influence," *J. Heatr Transfer*, 96C, pp. 81~87.
- (15) 신종근, 최영돈, 이건휘, 1993, "저레이놀즈수 2차 모멘트 난류 열유속모형 개발에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제17권, 제12호, pp. 3196~3207.
- (16) Kays, W. M. and Crawford, M. E., 1980, *Convective Heat and Mass Transfer*, p. 228, Mcgraw-Hill.
- (17) Laufer, J., 1954, "The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow," *NACA Rept.* 1174.
- (18) Hishida, M., Nagano, Y. and Tagawa, M, 1986, "Transport Process of Heat and Momentum in the Wall Region of Turbulent Pipe Flow," *Proc. 8th Int. Heat Transfer Conf.*, Vol. 3, pp. 925~930, Hemisphere, Washington, DC.
- (19) Koo, H. M. and Park, S. O., 1991, "Extension and Application of the QUICKER Scheme to a Non-uniform Rectangular Grid System," *Communi, Appl. Number. Methods*, Vol. 7, pp. 111~121.
- (20) Melling, A. and Whitelaw, J. H., 1976, "Turbulent Flow in a Rectangular Duct," *J. Fluid Mech.*, Vol. 78, p. 289.