

## 軸系振動理論과 適用(Ⅱ)

부산수산대학  
공과대학 기관공학과  
교수문덕홍

### 2-3 고유진동수

추진축계를 앞절에서와 같이 등가질량과 등가장을 갖는 등가탄성계로 모델링하고 전달매트릭스법을 적용해서 고유진동수를 구한다.

전달매트릭스법은 각 분할점의 상태벡터를 축차(逐次)전달시킨다는 개념을 갖고 있다. 그림 16(a)에서 축은 회전관성은 없고, 탄성만을 갖고 있고, 원판은 강체로서 관성모멘트  $J_i$ 를 갖는다고 가정할 때, 원판  $i-1$ 과  $i$ 간의 자유물체도는 그림 16(b), (c)와 같다.

그림 16(b)에서 양단에 작용하는 토오크는

$$T_i^L = T_{i-1}^R \quad (47)$$

원판  $i$ 와  $i-1$ 의 비틀림각 사이의 관계는

$$\phi_i^2 - \phi_{i-1}^R = \frac{T_{i-1}^R l_i}{(I_i G)_i} \quad (48)$$

여기서  $l_i$ 는 축의 극단면 2차모멘트이고,  $G$ 는 재료의 횡탄성계수이다. 식(47)과 (48)을 매트릭스형으로 나타내면,

$$\begin{bmatrix} \phi \\ T \end{bmatrix}_i^L = \begin{bmatrix} 1 & l_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} \phi \\ T \end{bmatrix}_{i-1}^R = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{K} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} \phi \\ T \end{bmatrix}_{i-1}^R \quad (49)$$

간단히 표시하면,

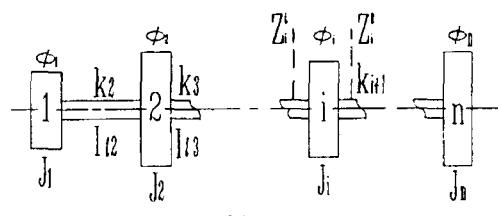
$$Z_i^L = F_i Z_{i-1}^R \quad (50)$$

여기서,

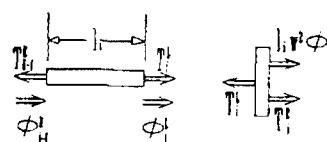
$$Z_i^L = i(\phi \ T)_i^L \quad F_i = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{K} \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Z_{i-1}^R = i(\phi \ T)_{i-1}^R$$

이고,  $F_i$ 는 분할점  $i-1$ 의 우측의 상태벡터  $Z_{i-1}^R$ 과 분할점  $i$ 의 좌측의 상태벡터  $Z_i^L$  간의 전달을 위한 필드전달매트릭스를 나타낸다.



(a)



(b)

(c)

그림 16 회전원판을 갖는 비틀림 진동계

그림16(c)에서 원판의 양측간의 상태벡터의 전달은 원판i의 양측사이에 비틀림각이 연속이므로

$$\phi_i^L = \phi_i^R \quad (51)$$

또한, 힘의 평형관계로 부터

$$T_i^R - T_i^L + J_i \omega^2 \phi_i = 0 \quad (52)$$

식(51)과 (52)를 매트릭스 형태로 표시하고 정리하면,

$$\begin{bmatrix} \phi \\ T \end{bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 J & 1 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} \phi \\ T \end{bmatrix}_i^L \quad (53)$$

간단히 하면,

$$Z_i^R = P_i Z_i^L \quad (54)$$

여기서,  $P_i$ 는 원판i 좌우측의 상태벡터를 전달시키기 위한 포인트전달매트릭스를 나타낸다. 따라서 분할점 i-1의 우측상태벡터  $Z_{i-1}^R$ 과 원판i의 우측상태벡터  $Z_i^R$  사이의 기본요소에 대한 관계를 정리하면,

$$Z_i^R = P_i F_i Z_{i-1}^R \quad (55)$$

그림16(a)의 비틀림진동계에 적용하기 위해 식(54)에  $i=1$ , 식(55)에  $i=2, 3, 4 \dots, n$ 을 대입해서 정리하면,

$$Z_n^R = P_n F_n P_{n-1} \dots P_2 F_2 P_1 Z_1^L \quad (56)$$

식(56)을 간단히 하면,

$$Z_n^R = A Z_1^L \quad (57)$$

여기서, A는 포인트 및 필드 전달매트릭스의 곱을 나타낸  $2 \times 2$  매트릭스이다.

결국 식(57)은,

$$\begin{bmatrix} \phi \\ T \end{bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ T \end{bmatrix}_1^L \quad (58)$$

이 되고, 식(58)에 그림 16(a)의 경계조건을 적용하면, 양단이 자유인 조건이므로,  $\phi_1^L \neq 0$ ,  $\phi_n^R \neq 0$ 이고,  $T_1^L = T_n^R = 0$ 이다. 따라서 진동수방정식은 식(58)로 부터

$$T_n^R = A_{21} \phi_1^L + A_{22} T_1^L \quad (59)$$

$$0 = A_{21} \phi_1^L$$

따라서

$$A_{21} = 0 \quad (60)$$

식(60)이 진동수방정식이 되고, 이 식을 만족하는  $A_{21}$ 에 포함되어 있는  $\omega$ 의 값이 고유 각진동수가 된다. 식(60)의  $\omega$ 를 구하는 방법은 여러가지가 있으나, 초기 시행값을 설정하고,  $\omega$ 의 일정한 증분을 주면서 해를 시행착오적으로 찾아가는 이분법이 많이 사용된다.

## 2-4 고유모드

고유모드는 고유각진동수로 각 원판이 비틀림진동을 할 때 각 원판의 비틀림각을 풀어쓰며 얻어진다. 이때 절대적인 비틀림각은 얻을 수 없고, 보통 원판1의 비틀림각을 1 rad이라고 가정할 경우의 다른 원판들의 상대적인 비틀림각으로 나타낸다.

그 구체적인 방법으로, 식(60)에서 구한 고유진동수를 식(58)에 대입하고 원판1의 비틀림각  $\phi_1^L = 1[\text{rad}]$ 이라 가정하면,  $\phi_n^R$ 의 값을 계산할 수 있다. 그리고, 다른 원판들의 상태벡터는 식(55)를 차례로 적용하므로서 구할 수 있다.

## 2-5 실축계의 계산예

그림17은 6실린더 디젤기관의 실축계를 2-1과 2-2절의 방식으로 등가화한 모델이다.

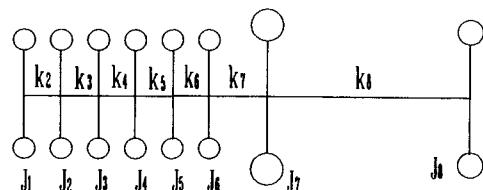


그림 17 6실린더 디젤기관의 등가계

또한, 관성모멘트  $J_i$  와 비틀림스프링상수  $K_i$ 는 표4에 나타냈다.

표 4 등가계의 관성모멘트와 비틀림스프링 상수

i	$J(\text{kgm}^2)$	$K(\text{kgm/rad})$
No.1 실린더	30	$675 \times 10^4$
No.2 실린더	30	$675 \times 10^4$
No.3 실린더	30	$675 \times 10^4$
No.4 실린더	30	$675 \times 10^4$
No.5 실린더	30	$675 \times 10^4$
No.6 실린더	30	$675 \times 10^4$
플라이 휠	800	$13.5 \times 10^4$
프로펠러	250	

그림17의 등가계에 대해 2~3절의 전달매트릭스법을 적용해서, 고유각진동수를 구한 결과를 표5에 나타냈다.

표 5 고유각진동수

1절	26.011 rad/sec
2절	124.82 rad/sec
3절	339.81 rad/sec
4절	540.57 rad/sec
5절	710.92 rad/sec

또한, 2~4절의 방식으로 고유모드 즉, 각 원판의 비틀림각을 구해서 그림 18에 나타냈다.

그림 18에서 1절진동은 플라이 휠과 프로

펠러 사이의 축에 진동의 절이 나타나고 있고, 2절진동은 No.6 실린더와 플라이 휠 사이와 플라이 휠과 프로펠러 사이의 축, 3절진동은 No.2 실린더와 No.3실린더 사이, No.6 실린더와 플라이 휠 사이, 플라이 휠과 프로펠러 사이의 축에 진동의 절이 나타남을 알 수 있다.

### 3. 위험회전수의 계산

왕복동내연기관의 크랭크축계에는 실린더내의 가스 압력과 왕복질량관성력에 의한, 매우 불균일하지만 주기적인 회전토오크를 받으면서 회전한다. 이러한 회전토오크는 기본파와 다수의 고조파성분의 합성으로 이루어져 있어, 각각의 주파수성분에 있어서의 토크성분으로 분해할 수 있다. 이 토크성분들은 축계에 강제비틀림 진동을 유발시키고, 이 중 임의의 고조파성분이 제2장에서 구한 고유진동수의 어느 하나와 일치할 경우, 진동의 진폭이 급격히 증가해서 축계절손의 위험한 상태까지 이를 수 있다. 이때 전술의 고조파에 상당하는 축계의 회전수를 위험회전수라 한다.

#### 3-1 크랭크축의 회전토오크

크랭크축의 회전토오크는 실린더내의 가스

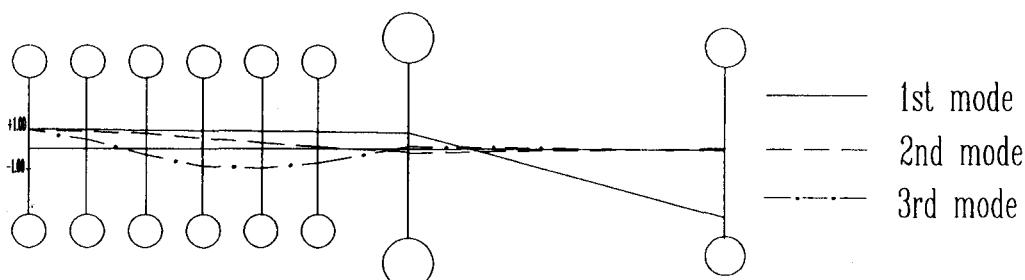


그림 18 6실린더 디젤기관의 진동형

압력과 왕복질량관성력에 의해 유발되므로, 우선 가스압력의 작용에 의한 회전토오크 성분을 구하고, 관성력의 성분을 구해 첨가하면 된다.

실린더내에서 연소한 연소가스의 압력( $P_g$  kg/cm<sup>2</sup>)이 직경 $D$ (cm)의 피스턴위에 작용 하면,

$$P = \frac{\pi}{4} D^2 P_g \quad (61)$$

로 되는 힘  $P$ 가 하방으로 작용한다. 그림19에서와 같이 이 힘  $P$ 는 연접봉에 연한 힘  $Q$ 와 실린더벽에 수직인 힘  $R$ 로 나눌 수 있고, 힘  $Q$ 는 크랭크핀  $B$ 에서 다시 크랭크  $OB$ 로 연한 힘  $OB$ 와 직각방향의 힘  $T$ 로 분해할 수 있다.  $T$ 가 크랭크를 회전시키려는 힘이고, 힘 $T$ 에 의한 회전토오크 즉, 회전모우멘트는

$$M = Tr \quad (62)$$

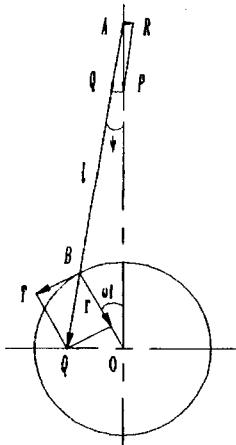


그림 19 크랭크기구

그림19에서,  $Q = P/\cos\phi$ ,  $T = Q\sin(\omega t + \phi)$  이므로

$$\begin{aligned} M &= Tr = Pr \frac{\sin(\omega t + \phi)}{\cos\phi} = Pr \left( \sin\omega t + \frac{r\cos\omega t \sin\omega t}{\sqrt{r^2 - r^2 \sin^2\omega t}} \right) \\ &\doteq Pr = \left( \sin\omega t + \frac{\lambda}{2} \sin 2\omega t \right) \end{aligned} \quad (63)$$

여기서,  $\lambda = \frac{r}{l}$  이다.

식(63)의  $P$ 는 크랭크각도에 상응하는 가스압력  $P_g$ 에 따라서 변하므로 실제의 기관에서 얻은 지압선도 혹은 추정지압선도로부터 구하지 않으면 안된다. 이때,  $P_g$ 는  $\omega t$ 의 주기함수이므로, 회전모멘트  $M$ 도  $\omega t$ 의 주기함수로 되며, 크랭크각  $\omega t$ 를 횡축으로 잡고 대응하는 토오크값을 플로트하면, 가스압력에 의한 회전토오크 곡선을 얻을 수 있다. 그리고 회전토오크는 2행정기관은 크랭크 1회전마다, 4행정기관은 크랭크 2회전마다 각각 1사이클을 완료한다. 여기서 주기함수는 sine과 cosine의 많은 조화항들의 합인 Fourier급수로 나타낼 수 있으므로, 식(63)에서 얻어진 회전토오크 곡선도 Fourier급수로 표시할 수 있다. 그러기 위해서는 회전토오크 곡선을 조화분석해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

2행정기관의 경우  $M$ 는  $\omega t$ 가  $2\pi$ 간격으로 1사이클을 완성하므로,

$$\begin{aligned} M &= a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t + \dots \\ &\quad + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + b_3 \sin 3\omega t + \dots \end{aligned} \quad (64)$$

여기서,

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M d\omega t \\ a_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} M \cos n\omega t d\omega t, \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} M \sin n\omega t d\omega t \end{aligned} \quad (65)$$

식(64)를 재정리하면,

$$\begin{aligned} M &= C_0 + C_1 \sin(\omega t + \phi_1) + C_2 \sin(2\omega t + \phi_2) + \dots \\ C_n^2 &= a_n^2 + b_n^2, \quad \tan\phi_n = b_n/a_n \end{aligned} \quad (66)$$

여기서  $\phi_n$ 는 2장의  $\phi$ 와는 달리 위상각을 나타낸다.

4행정기관의 경우는  $\omega t$ 가  $4\pi$ 간격으로 1사

이클을 완성하므로,  $\omega t' = \frac{\omega t}{2}$  라 놓고,  $\omega t'$ 의 구간을 0부터  $2\pi$ 로 바꾸고  $M(\omega t)$ 곡선을  $M(\omega t')$ 곡선으로 바꾸어서 Fourier급수로 나타내면,

$$\begin{aligned} M &= a_0' + a_1' \cos \omega t' + a_2' \cos 2\omega t' + a_3' \cos 3\omega t' + \dots \\ &\quad b_1' \sin \omega t' + b_2' \sin 2\omega t' + b_3' \sin 3\omega t' + \dots \end{aligned} \quad (67)$$

$\omega t$ 로 표시하면,

$$\begin{aligned} M &= a_0 + a_{1/2} \cos \frac{1}{2} \omega t + a_1 \cos \omega t + a_{3/2} \cos \frac{3}{2} \omega t + \dots \\ &\quad b_{1/2} \sin \frac{1}{2} \omega t + b_1 \sin \omega t + b_{3/2} \sin \frac{3}{2} \omega t + \dots \end{aligned} \quad (68)$$

여기서,

$$\begin{aligned} a_0 &= a_0' = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M(\omega t') d\omega t' \\ a_{n/2} &= a_n' = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} M(\omega t') \cos n\omega t' d\omega t' \\ b_{n/2} &= b_n' = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} M(\omega t') \sin n\omega t' d\omega t' \end{aligned} \quad (69)$$

식(68)을 재정리하면,

$$\begin{aligned} M_g &= C_0 + C_{1/2} \sin \left( \frac{\omega t}{2} + \phi_{1/2} \right) + C_1 \sin(\omega t + \phi_1) \\ &\quad + C_{3/2} \sin \left( \frac{3}{2} \omega t + \phi_{3/2} \right) + \dots \\ C_{n/2}^2 &= a_{n/2}^2 + b_{n/2}^2, \tan \phi_{n/2} = b_{n/2}/a_{n/2} \\ (n &= 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (70)$$

결국, 연소가스압력  $P_g$ 에 의한 회전토오크 곡선을 조화분석해서 정리하면, 식(66), (70)과 같이 나타낼 수 있는데, 이때 회전토오크 곡선의 모양이 복잡하면 식(65), (69)에 의한 적분치를 얻는 것이 곤란하므로, 도식해법 또는 수치해석적인 방법으로 계수들을 구해야 한다.

한편, 왕복질량관성력에 의한 회전토오크도 가스압력에 의한 경우와 마찬가지로 Fourier급수로 나타낼 수 있으므로, 식(20)을 식(63)에 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned} M' &= -m_{A\omega}^2 r^2 (\cos \omega t + \lambda \cos 2\omega t) (\sin 2\omega t + \\ &\quad \frac{\lambda}{2} \sin 2\omega t) \\ &= m_{A\omega}^2 r^2 \left( \frac{\lambda}{4} \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t - \frac{3\lambda}{4} \right. \\ &\quad \left. \sin 3\omega t \right) \end{aligned} \quad (71)$$

로 되고, 이를 전술의 가스압력에 의한 회전토오크에 첨가하기 위하여, 식(71)의 조화항의 계수를  $d_i$ 라 놓고, 식(66), (70)에 있어  $C_i$ 를

$$C_i = \sqrt{a_i^2 + (b_i + d_i)^2} \tan \phi_i = (b_i + d_i)/a_i (i = 1, 2, 3)$$

로 대치하므로 합성회전토오크 곡선을 얻을 수 있다.

예로서 그림20에 2행정기관 및 4행정기관에 대한 조화분석 결과를 도시하였다. 그럼에서 알 수 있듯이 크랭크각에 대한 회전토오크 곡선은 크랭크의 1회전으로 1/2사이클을 완성하는 1/2차, 1사이클을 완성하는 1차, n사이클을 완성하는 n차의 고조파성분들로 이루어져 있다. 따라서, 이 고조파는 축이 1회전 하는 동안  $i$  ( $i = 1/2, 1, 3/2, 2, 5/2, \dots, n$ )회의 반복되는 충격을 주게 되고, 임의의 회전수에서 이 고조파토오크의 주기가 축계의 고유진동수와 일치하면  $i$  차의 비틀림진동을 일으킨다.

실제 기관의 여러가지 부하에 대한 지압도를 활용하고 각각의 토오크 곡선을 그려서 이들을 모두 조화분석하는 것은 매우 번잡하므로, 대표적인 지압도에 의해 실린더면적  $1cm^2$ , 크랭크암의 길이  $1cm$ 로 했을 때의 토오크곡선으로 해서 해석한다. 이것이 토오크하아모닉 계수이고, 식(66), (70)에서  $C_i$ 에 해당하는 토오크 곡선의 고조파진폭이다. 이

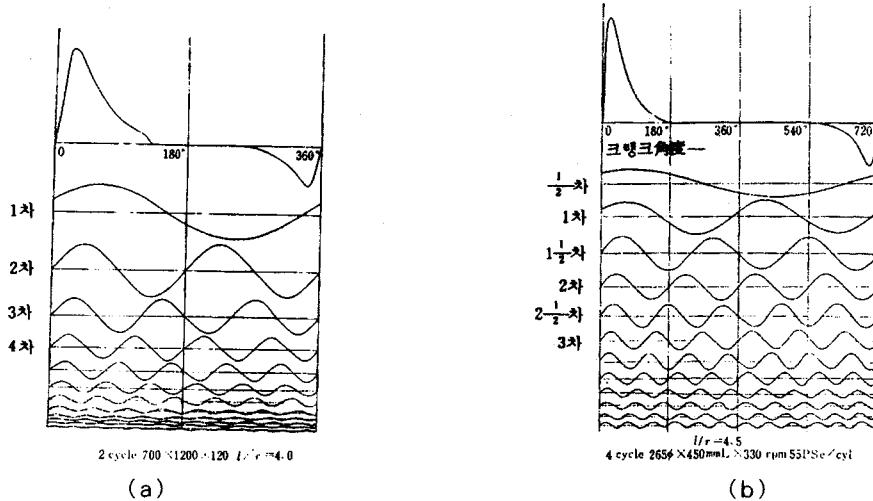


그림 20 조화분석 결과

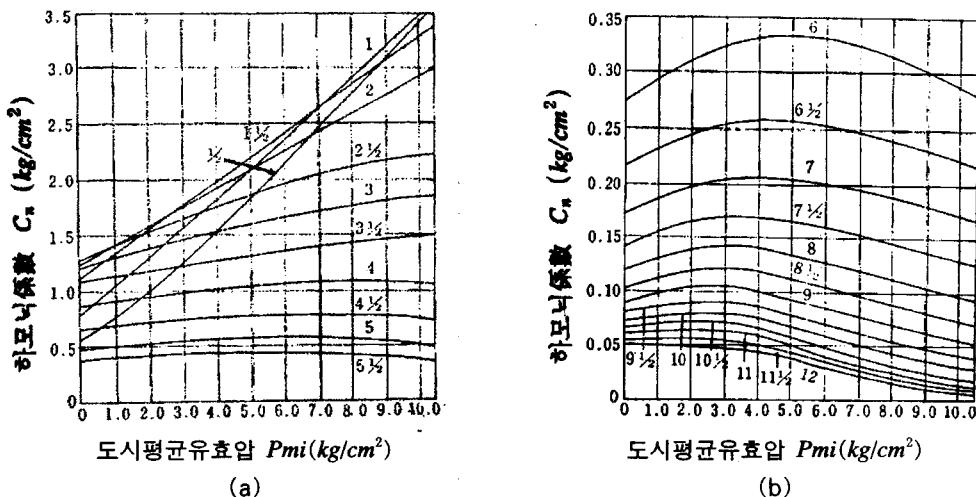
때, 실제 기관의 고조파토오크는 다음식으로 계산할 수 있다.

$$Q_i = \sqrt{a_i^2 + (b_i + d_i)^2} \times \frac{\pi}{4} D^2 r = C_i \times \frac{\pi}{4} D^2 r = A_i (\text{kg} \cdot \text{cm}) \quad (72)$$

여기서,  $D$ 는 실린더직경( $\text{cm}$ ),  $r$ 은 크랭크

암의 길이( $\text{cm}$ )이다.

토오크 하모닉계수는 Lewis의 표가 일반적으로 많이 사용되어 왔고, Lewis가 1750PS의 4행정 단동기관에 대해 해석한 일례를 그림 21에 나타냈다. 즉, 종축의 도시평균유효 압력( $Pmi$ )에 상응하는 하모닉계수를 구해서 도시한 것이다.

그림 21 4행정기관의 합성 하모직계수  $C_n$

### 3-2 위험회전수

왕복동 내연기관의 토오크 곡선은 다수의 고조파토오크 성분의 합성으로 되어 있고, 이들이 축에 비틀림진동을 유발시키는 기진 원이 될 수 있음을 알 수 있었다. 그러나 각각의 고조파성분들의 위상이 축자체의 고유진동수와 다르기 때문에 강제진동을 유발시키지 않은 경우가 많으나, 그중 하나의 고조파가 고유 진동수의 하나와 일치하면, 진폭이 증대하고, 위험회전수(critical speed)로 된다.

2장의 그림17에서 디젤기관의 경우 제1형 및 제2형 비틀림 고유각진동수는 각각  $\omega_1=26.01\text{rad/sec}$ ,  $\omega_2=124.82\text{rad/sec}$ 이므로, 고유진동수  $f_1, f_2$ 는

$$f_1 = 4.14\text{cps} = 248\text{cpm}, \\ f_2 = 19.87\text{cps} = 1192\text{cpm}$$

로 되고, 제1형의 경우, 기관의 회전속도가  $496\text{rpm}$ 에서  $1/2$ 차가 공진하고,  $248\text{rpm}$ 에서 1차가 공진하며,  $(248/n)\text{rpm}$ 에서  $n$ 차가 공진한다. 제2형의 경우도  $(1192/n)\text{rpm}$ 에서  $n$ 차가 공진하고, 제3형, 제4형에서도 마찬가지로 공진속도를 계산할 수 있다. 제1형과 제2형에 대해 위험속도를 나열하면, 그림 22와 같은 위험속도 스펙트럼을 얻을 수 있다.

그림22에서 알 수 있듯이 위험속도가 많이 존재하나, 이들 위험속도에서 모두 위험

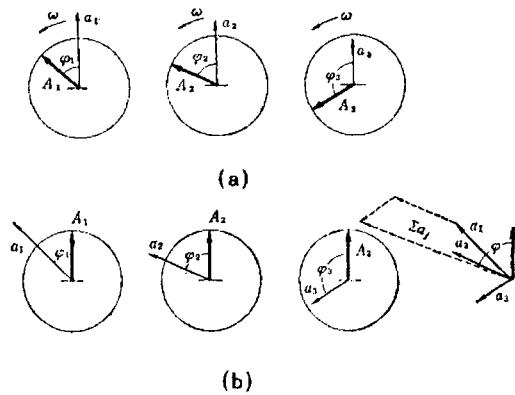


그림 23 각진폭과 고조파토오크 벡터

한 상태가 되는 것은 아니다. 고조파 토오크가 축에 가하는 1사이클 동안의 에너지를 조사하고, 진동에너지의 대소에 의해서 위험도의 순위가 정해진다.

그림18의 디젤기관의 실축계에서 제1형과 제2형의 어느 것이나 각 실린더의 회전질량  $J_1 \sim J_6$ 는 비틀림 진동의 진폭은 다르나 위상은 같다. 한편, 강제진동의 고조파토오크는  $J_1 \sim J_6$ 에 같은 크기로 작용하나 위상은 점화순서에 따라 다르다. 따라서, 각 회전질량마다 고조파토오크와 진동의 위상차는 다르다. 이들의 관계를 벡터선도로 나타내면, 그림 23(a)와 같다. 또한 토오크가 같은 위상이

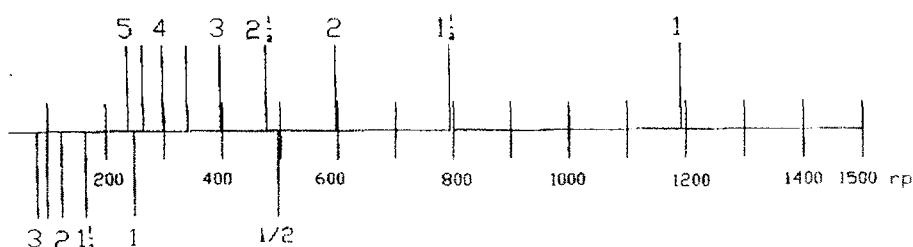


그림 22 위험속도 스펙트럼

고, 진폭이 달라지도록 나타내면 그림 23(b)와 같이 된다. 임의의 실린더에 대해  $\alpha = a_i \sin \omega t$ 의 조화자유진동하고 있는 축에 고조파토오크  $M = \frac{\pi}{4} D^2 r C_s \sin(\omega t + \phi_i) = A_i \sin(\omega t + \phi_i)$ 가 작용할 때 1사이클마다 행한 일은  $\pi A_i a_i \sin \phi_i$ 가 되고, 공진시  $\phi_i = \frac{\pi}{2}$  이므로, 일량은  $\pi A_i a_i$ 가 된다.

이들 각 실린더마다의 일을 합하면, 그림 23(b)의 가장 오른쪽의  $\pi A_i \sum a_i \sin \phi_i$ 로 된다. 여기서도 공진시  $\phi = \frac{\pi}{2}$  이므로 전체 일량은 각 실린더의 고유비틀림각진폭  $\sum a_i$ 를  $\pi A_i$  배하면 된다. 즉,  $a_1$ 의 위상을 취하고 점화각도에 따라  $a_2, a_3, \dots$ 로 나타내서,  $\sum a_i$ 를 구해  $\pi A_i$  배 한 것이다.

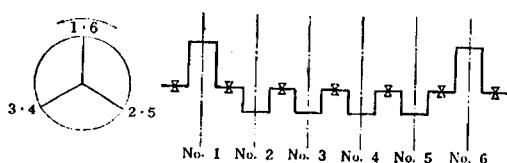
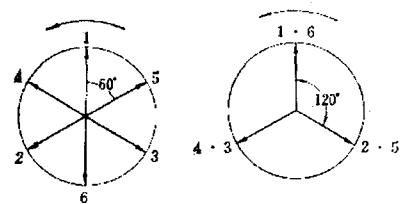
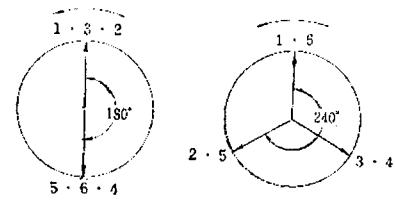
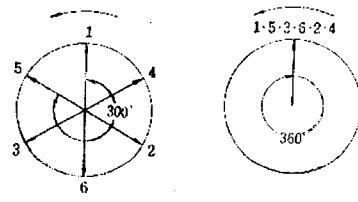
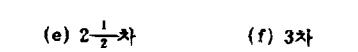


그림 24 크랭크 배치

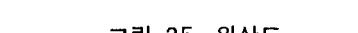
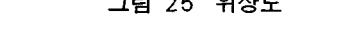
그리면 여기서  $\sum a_i$ 를 구하기 위해서 좀 더 구체적으로 설명하면 다음과 같다. 그림 24와 같은 크랭크의 배치를 갖는 4행정기관의 착화순서는 1-5-3-6-2-4라 한다. 고유비틀림진폭  $a_i$ 의 크기는 진동형에 따라 각 실린더마다 다르나, 우선 같다고 간주하고 위상만을 고려하여 벡터를 나타내면, 그림 25와 같다. 1/2차의 위험속도에서는 고조파토오크의 각속도는 크랭크 1회전에 대해 1/2회전하기 때문에, 크랭크회전각의 1/2의 속도로 회전한다. 즉, 크랭크는 No. 1 실린더가 상사점에서 120° 회전하면, No. 5 실린더가 상사점이 되어 점화시기가 되지만, 진동벡터는 60°밖에 회전하지 않는다. 이 관계를 도시한 것이 그림 25(a)이다. 그리

(a)  $\frac{1}{2}$ -차

(b) 1차

(c)  $1\frac{1}{2}$ -차

(d) 2차

(e)  $2\frac{1}{2}$ -차

(f) 3차

그림 25 위상도

고 1차에서는 크랭크축 1회전에 대해 진동벡터는 1회전하므로 그림 25(b)와 같다. 마찬가지로  $1\frac{1}{2}$ 차, 2차,  $2\frac{1}{2}$ 차, 3차도 각각 그림 25(c), (d), (e), (f)와 같이 된다. 이들 벡터를 합성하면  $\sum a_i = 0$ 이 되나, 실제  $a_i$ 의 값은 각각 조금씩 다르므로  $\sum a_i \neq 0$ 로 되나 실제 값은 작다. 그러나 그림 25(f) 즉, 3차, 6차, 9차 ……의 벡터를 갖는 경우는  $\sum a_i$ 의 값이 매우 크므로, 이 경우의 속도를 주위험속도(Major critical speed) 그 외의 경우를 부위험속도(Minor critical speed)라 한다.

2장의 실제 기관의 경우에 적용해보면 제1형 진동의 경우는 83, 41, …… rpm, 제2형 진동의 경우는 397, 199, 132, 99 …… rpm 이 주위험속도가 되고, 사용회전수

가  $110\text{ rpm}$  이라면  $132$ 와  $99\text{ rpm}$  이 가장 접근하고 있다.

결국, 그림 22의 위험속도 스펙트럼의 많은 위험회전수 중에서 기진(起振)에너지  $\pi A_i \Sigma a_j$ 를 계산하여 이 값의 대소에 의해 위험도와 순위가 정해짐을 알 수 있다.

#### 4. 위험속도에서의 실제 비틀림 진폭 및 진동응력

크랭크축계의 비틀림진동의 실제 비틀림진폭 즉 비틀림각을 구하는데에는 감쇠작용을 파악하는 것이 중요하다. 감쇠는 대별해서 기관감쇠, 내부 히스테리시스감쇠, 프로펠러감쇠로 나눌 수 있고, 이들을 정확하게 파악하는 것은 매우 곤란하다. 그래서 실측, 실험 또는 경험에 의한 식들을 사용해서 감쇠계수 및 감쇠에너지를 계산하고 있다. 일반적으로 선박용 디젤기관 축계의 경우 1절진동에서는 프로펠러감쇠에너지( $90\sim 85\%$ )가 대부분을 차지하며, 2절진동의 경우는 기관감쇠에너지( $80\sim 75\%$ )와 히스테리시스감쇠에너지( $20\sim 25\%$ )로 구성되어 있다.

여기서, 축계의 비틀림진동시 1사이클동안의 감쇠에너지의 총합은  $i$ 차의 고주파의 기진토오크에 의한 에너지와 같다는 다음식에 의해 크랭크축 선단의 No. 1 실린더의 실제 비틀림각  $\theta_i$ 를 산정할 수 있다.

$$W_i = W_e + W_h + W_p \quad (73)$$

여기서

$W_e$  : 기관감쇠 에너지

$W_h$  : 내부히스테리시스감쇠 에너지

$W_p$  : 프로펠러감쇠 에너지

$W_i = \pi A_i \theta_i \Sigma a_j$  :  $i$ 차의 기진토오크에 의한 에너지

$\theta_i$ 을 알면 나머지 실린더, 플라이휠 및 프로펠러에서의 비틀림각은 그림 18에서의 비

틀림각이 No. 1실린더가  $1\text{ rad}$  비틀어질 경우에 대한 비진폭(比振幅)을 나타내고 있으므로 쉽게 구할 수가 있다.

축계의 각 질량간의 실제 진동진폭 즉, 비틀림각을 알면, 비틀림진동에 의한 부가응력(振動應力)은 간단히 계산된다. 각 질량간의 상대비틀림각  $\theta_i \text{ rad}$ , 축의 비틀림강성  $k_i \text{ kg} \cdot \text{cm}/\text{rad}$  이라면, 비틀림 모멘트  $M_i$ 는

$$M_i = \theta_i k_i (\text{kg} \cdot \text{cm}) \quad (74)$$

실제 축의 극단면계수를  $Z_p$ 라 하면, 비틀림응력  $\tau$ 는

$$\tau = \frac{M_i}{Z_p} = k_i \frac{\theta_i}{Z_p} (\text{kg}/\text{cm}^2) \quad (75)$$

이다.

#### 5. 비틀림 진동의 계측

현재 일반적으로는 스트레인게이지(Strain gage)식 비틀림진동 측정 및 분석시스템이 많이 이용되고 있고, Laser beam을 이용한 방법도 채용되고 있다.

스트레인게이지식은 축의 표면에 조합형 스트레인게이지를 부착하여 비틀림진동에 의한 축표면의 변형량을 감지하고, 이 변형량에 비례하는 전기적 저항값의 변화로 전압이 변화량을 얻어, 이를 분석하므로서 진동 특성을 파악한다. 이때 스트레인게이지는 축에 부착되어 있어 축과 함께 회전하므로, 스트레인게이지에서 출력되는 전압변동신호를 무선변환기에서 변환시켜 송신하고, 수신기에서 수신된 신호를 분석하므로서, 변형률을 얻을 수 있고, 이 값에 의해 비틀림응력을 계산하고 있다.

Laser beam을 이용한 측정장비는 회전하는 물체의 임의의 두점에 Laser beam을 발사해서 되돌아오는 beam을 분석하므로서 각속도, 각변위를 얻어낼 수 있는 비접촉식 비틀림 진

동계로 최근에 많이 이용되고 있다.

## 6. 맷음말

지금까지 선박용추진축계에서 유발되는 비틀림진동에 대한 비틀림고유진동수 및 고유모드의 계산, 위험회전수의 산정, 실제 비틀림진폭 및 진동응력의 계산, 비틀림진동의 계측 등을 개괄적으로 기술했다.

이들 중 가장 산정하기 어려운 부분은 감쇠에너지에 의해 계산되는 실제 비틀림진폭이다. 본고에서는 감쇠에너지의 적용만을 간략하게 기술했으나, 실제 기관의 비틀림 진동을 해석할 경우는, 이 부분에 관한 최신의 자료들에 의해 실제에 가까운 감쇠에너지를

추정해야만 실제의 비틀림진폭을 계산할 수 있다.

끝으로 한정된 지면 관계로 자세하게 기술할 수는 없었지만, 개략적이나마 선박용추진축계에 있어서의 비틀림진동의 계산에 관한 이해에 도움이 되었으면 한다.

## 참고문헌

1. 全孝重(1979) : 機械力學, 태화출판사.
2. 赤堀昇(1963) : 船用主機關のねじり振動, 海文堂.
3. PESTEL.E.C.&F.A.LECKIE(1963) : Matrix Methods in Elastostatics, McGRAW-hill

## 小型漁船의

## 해난사고 방지강좌 노트

- 해수 침범에 의한 전복
- 높은 파도에 의한 전복
- 높은 파도 중에서 파도를 밟으며 항행코자 뱃머리를 돌리거나 배의 방향을 변경하는 행위로 인해 발생하는 전복사고
- 복원력부족 또는 사람·물건의 이동에 의한 전복
- 기타 외력에 의한 전복

전복사고는 황천시 이외의 경우에도 사고가 많이 발생하고 기상의 급변에 따른 충분한 황천항해준비가 되어 있지 않거나, 귀항시 해안근처에서 발생하는 쇄파, 삼각파(三角波)등의 이상(異常)파도에 대비한 주의를 태만히 하여 순간적으로 전복되는 경우도 많으므로 충분한 주의를 기울여야 합니다.