Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol. 19, No.1, Mar., 1993

소형자동창고에 있어서 품목간 상관관계를 이용한 저장위치 결정법+

Correlated Assignment Strategy in Miniload AS/RS+

김 갑 환*

Kap Hwan Kim*

Abstract

The problem of clustering stock-keeping-units to assign storage locations is treated. Firstly, a construction heuristic algorithm is developed to cluster items considering demand dependencies (correlated assignment) for the case that the maximum number or the maximum volume(weight) of items per tray is constrained by the capacity of tray. Secondly, inventory-related cost as well as material handling cost is considered to determine the space requirement and the storage location of each item simultaneously.

1. 序 論

자동창고에서 저장품의 저장위치를 결정하는 것은 효율적인 운영을 위해서 중요한 일이다. 저장위치를 결정하는데 있어서 고려해야 할 요소들로서는 인출방식, 출납빈도, 품목간의 동시인출가능성, 소요공간 등을 들 수 있다.

이 연구의 주제는 품목 상호간의 동시인출가능성을 고려하여 저장위치를 결정하는 것이다. 동시 인출빈도를 고려한 저장위치 결정법(간단히 상관배치법이라 부르겠음)의 기본적인 개념은 인출시 함께 요구되는 품목(stock keeping unit : SKU)들을 같은 저장장소에 저장하면 Storage/Retrieval장비(S/R장비)의 운송횟수가 줄어들어 인출소요시간을 줄일 수 있다는 것이다.

상관배치법에 대한 연구는 처음으로 Frazelle와 Sharp[2]에 의해서 시작되었는데 그들은 두 품목이 함께 인출요구될 가능성을 나타내는 척도를 제시하면서 상관배치법을 어떻게 집행할 것인가 하는 네가지 단계의 절차를 설계하였다. 그 후 Frazelle의 보고서[1]에서는 그 내용이 더 자세히 소개되었는데 그는 이 문제를 정수계획법 문제로 수식화하였다. 그는 또 품목들을 군집화하여 몇개의 군으로 구분하는 첫번째 단계와 형성된 군의 저장위치를 결정하는 두번째 단계로 구성된 구성방식의 발견적 기법(construction heuristics)을 제시하였다.

보통, 저장품의 저장위치를 결정하는 문제는 품목별 소요공간을 고정된 것으로 하고 인출시 소요되는 자재취급비용을 최소화하기 위해서 어떻게 저장위치를 결정할 것인가 하는 것이 주요 관심사항이다. 그러나, 발주크기가 재고비용에 영향을 미치고 또 소요공간을 결정한다는 점을 고려할 때, 저

+ 본 연구는 1990년도 한국과학재단의 일반기초연구과제 연구비 지원에 의해 수행되었음

* 부산대학교 공과대학 산업공학과

장위치의 결정과 아울러 소요공간(발주크기)의 결정을 동시에 생각하는 것도 의미있는 일이다.
과거의 연구에서는 저장위치의 결정에 소요공간을 고려하되, COI규칙(특정품목의 인출빈도에 대한 저장소요공간의 비율(cube-order-index rule)에 따라 저장위치를 선정하는 방식[7]에서 처럼 각 품목에 할당되는 저장공간은 단지 재고비용에 기초하여 독립적으로 정해지는 것으로 되어있다.

과거 몇몇 논문[3, 5, 9]에서 인출비용(order picking cost)과 재고비용은 함께 고려하여 저장량과 저장위치를 결정해야 한다는 주장이 있었다. Wilson[9]은 각 저장위치까지의 운반소요시간이 다르고 각 품목의 재고관련비용이 다를 때 재주문량과 저장위치를 동시에 결정하는 문제를 다루었다.

Hodgson과 Lowe[5]는 비슷한 문제를 Wilson과 같은 assignment문제로 수식화하지 않고 연속적인 배치모형(continuous layout model)으로 수식화하였다.

Hackman Rosenblatt[3]은 고객의 요청에 직접 응할 수 있는 최일선 저장소에 어떤 품목들을 저장할 것인가 하는 문제를 다루었다. 그들은 저장량이 보충비용(replenishment cost)에 영향을 미칠뿐만 아니라 제한된 용량을 가진 최일선 저장소에 저장할 수 있는 품목수에도 영향을 미친다는 사실을 고려하여, 선정된 품목의 저장량도 동시에 결정하는 방법을 제시하였다.

상관배치법의 기본적인 개념은 동시인출요구의 가능성이 많은 품목들을 가능하면 여러개 모아 동일한 저장위치에 저장하면 주어진 인출요구품목에 대해서 운반횟수를 줄일 수 있을 것이라는 것이다. 그러나 하나의 저장용기(tray)가 저장할 수 있는 부피나 무게에는 한계가 있기 때문에 각 품목의 저장량은 하나의 저장용기에 저장할 수 있는 품목의 수에 영향을 미치게 된다.

종합해서 말하면 본 연구에서의 저장위치 결정법은 다음과 같은 점을 특징으로 한다.
(1) 품목 상호간에 있어서 인출요구시의 상관관계를 고려한다.
(2) 자재취급비용뿐만 아니라 재고비용 또는 보충비용도 고려한다.
(3) 과거의 연구내용[1, 2]과 다른 구성식 발견적 기법(construction heuristics)과 개선식 발견적 기법(improvement heuristics)을 제시한다.

제2장에서는 인출비용을 고려하여 저장위치만을 결정하는 문제를 다루었고 제3장에서는 재고비용 또는 보충비용까지 고려하여 저장위치와 함께 저장소요공간을 결정하는 문제를 다룬다.

2. 所要空間의 결정을 고려하지 않은 構成方式의 發見的 解法(construction heuristic algorithm)

2.1 模型의 開發

다음과 같은 기호를 사용한다.

N : 품목의 총수
m : 분석에 사용된 총 인출요구목록의 수
L : 저장용기의 갯수
B_k : k번째 저장용기에 배치된 품목들의 집합
X_{ij} : $\begin{cases} 1 & \text{(i번째 품목이 j번째 인출요구목록에 포함되었을 때)} \\ 0 & \text{(그외의 경우)} \end{cases}$
X : 행렬$[X_{ij}]$
$X_{\cdot j}$: $(X_{1j}, X_{2j}, \cdots, X_{Nj})$
$X_{i\cdot}$: $(X_{i1}, X_{i2}, \cdots, X_{im})$
E_i : 품목 i가 어떤 인출요구목록에 포함되는 사건

어떤 인출요구목록에 저장용기의 품목이 하나 이상 포함되어 있을 확률은 다음과 같이 표현된다.

$$P(\bigcup_{i \in B_k} E_i) = \sum_{i \in B_k} P(E_i) - \sum_{i1<i2 \in B_k} P(E_{i1} \cap E_{i2}) + \sum_{i1<i2<i3 \in B_k} P(E_{i1} \cap E_{i2} \cap E_{i3}) + \cdots + (-1)^{N_k+1} P(\bigcap_{i \in B_k} E_{il}) \cdots (1)$$

이때 N_k는 B_k에 포함되어 있는 품목의 수이다.

B_k에 포함된 각 품목을 서로 다른 저장용기에 배치하지 않고 같은 저장용기에 배치할 때 하나의

인출요구목록에 대해서 운반빈도가 줄어드는 횟수의 기대값은 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_{i\in B_k} P(E_i) - P(\bigcup_{i\in B_k} E_i) = \sum_{i1<i2\in B_k} P(E_{i1}\cap E_{i2}) - \sum_{i1<i2<i3\in B_k} P(E_{i1}\cap E_{i2}\cap E_{i3}) + \cdots + (-1)^{N_k} P(\bigcap_{i\in B_k} E_i) \qquad (2)$$

그리고 다른 저장용기에 독립적으로 배치되어 있는 품목 j를 B_k가 배치되어 있는 저장용기에 같이 배치함으로써 줄어드는 운반빈도는 다음과 같이 표현할수 있다.

$$\begin{aligned} R_{kj} &= P(\bigcup_{i\in B_k} E_i) + P(E_j) - P((\bigcup_{i\in B_k} E_i)\cup E_j) \\ &= \sum_{i\in B_k} P(E_i\cap E_j) - \sum_{i1<i2\in B_k} P(E_{i1}\cap E_{i2}\cap E_j) \\ &\quad + \cdots + (-1)^{N_k} P((\bigcap_{i\in B_k} E_i)\cap E_j) \qquad (3) \end{aligned}$$

품목번호가 기록된 m개의 인출요구목록이 있다고 하자. 그러면 $P(E_1\cap E_2 \cdots \cap E_k)$는 X행렬을 이용하여 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\begin{aligned} & P(E_1\cap E_2\cap \cdots \cap E_k) \\ &= |X_{1\cdot} \& X_{2\cdot} \& \cdots \& X_{k\cdot}|/m \qquad (4) \end{aligned}$$

이때 $|X|$는 벡타 X의 양의 요소의 수를 나타내고 기호 &는 AND연산자로서 두개의 binary벡타를 다음의 예와 같이 변환한다 :

(101)&(100)=(100).

저장용기가 몇개의 고정된 공간으로 나뉘어져 있거나 몇개의 소규모 용기가 내장되어 있는 경우 저장될 수 있는 품목수에 제한이 있을 수 있다. 이 경우 해결해야 할 문제는 저장용기당 품목수가 한계를 초과하지 않는 범위내에서 인출요구목록당 용기운반횟수의 기대치를 최소화하는 문제인데 이는 다음과 같이 표현될수 있다:

$$\underset{B1,\cdots,BL}{\mathrm{Min}} \sum_{k=1}^{L} P(\bigcup_{i\in B_k} E_i) \qquad (5)$$

(제약조건)

$$N_k \le N_0 \text{ for } K=1, 2, \cdots, L.$$

이때 N_0는 저장용기당 적재가능한 품목수의 상한치이다.

위의 문제는 인출요구목록당 용기운반횟수의 기대절감횟수를 최대화하는 것과 같은 문제인데 목적함수를 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\underset{B1,\cdots,BL}{\mathrm{Max}} \sum_{k=1}^{L} \{ \sum_{i\in B_k} P(E_i) - P(\bigcup_{i\in B_k} E_i)\} \qquad (6)$$

(2)를 사용하여 목적함수 (6)을 다시 쓰면 다음과 같이 된다 :

$$\begin{aligned} \underset{B1-BL}{\mathrm{Max}} \sum_{k=1}^{L} \{ & \sum_{i1<i2\in B_k} P(E_{i1}\cap E_{i2}) \\ & - \sum_{i1<i2<i3\in B_k} P(E_{i1}\cap E_{i2}\cap E_{i3}) + \cdots \\ & + (-1)^{N_k} P(\bigcap_{i\in B_k} E_i)\} \qquad (7) \end{aligned}$$

(제약조건) $N_k \le N_0$, $k=1, 2, \cdots, L$. $\qquad$ (8)

저장용기당 총무게나 부피에 제한이 있는 경우는 제약조건(8)이 다음식으로 대체된다 :

$$\sum_{i\in B_k} Z_i \le V_k,\ k=1, 2, \cdots, L. \qquad (9)$$

이때 Z_i는 품목 i의 총무게나 총부피이고 V_k는 저장용기 k의 용량한계이다.

2.2 相關配置(correlated assignment)를 위한 發見的 解法

복수개의 품목이 하나의 저장용기에 배치될 수 있을 때 품목의 저장위치를 결정하는 문제는 두 단계로 나누어 단순화시킬 수 있다.

(1) 품목들을 군집화(clustering)하여 각 군이 특정 저장용기에 배치될 수 있도록 한다.

(2) 각 저장용기의 저장장소를 결정한다. (예 : AS/RS상의 opening의 위치결정)

저장용기의 운반횟수는 첫번째 단계에 의해서 줄어들 수 있겠고 운반당 평균운반거리는 두번째 단계에 달려 있다. 두번째 단계에 대해서는 기존의 연구[4, 7]에서 throughput rate가 큰 것 부터 I/O point에 가까운 위치에 배치하는 것이 좋다고

알려져 있다. 본 연구에서의 표현방법을 쓰면 $P(\bigcup_{i \in B_k} E_i)$의 값이 감소하는 순서로 I/O point에서 가까운 위치부터 배치하는 것이 총운반거리를 최소화한다는 말이다.

따라서 본 연구에서는 첫번째 단계에 대한 구성식 발견적해법(construction heuristic algorithm)을 제안한다. 여기서 '구성식'이란 것은 cluster를 만들어가는 과정이 첫번째 seed를 이용해서 하나의 cluster를 만들고 그 다음 seed를 이용해서 두번째 cluster를 만들어 가는 식으로 cluster를 '형성'해 간다는 뜻이다.

해법의 주된 논리는 다음과 같다. 가장 큰 인출빈도를 갖는 품목을 seed로 선택하여 첫번째 저장용기에 배치한다. 그 다음, 기존에 배치된 품목들과 같이 배치했을 때 운반빈도의 절감효과가 가장 큰(부피나 무게에 제한이 있는 경우에는 그 품목의 부피나 무게를 고려하여 조정됨) 품목을 선정하여, 그 품목이 저장용기에 추가되었을 때 용량을 넘어서면 그 다음으로 운반빈도 절감효과가 큰 품목을 선정한다. 운반절감효과는 (3)식으로 표현된다.

만약 저장용기의 용량을 넘어서지 않고는 추가될 수 있는 품목이 없다면 첫번째 저장용기에 대한 배치가 끝났다. 첫번째 cluster에 배정된 품목을 제거한 다음, 위의 절차를 반복하여 두번째 저장 용기에 배치할 품목을 선정한다. 이상의 절차를 모든 품목에 대한 배치가 끝날 때까지 계속한다.

본 연구에서 개발된 해법을 자세히 설명하면 다음과 같다.

단계1 : $k=1$

단계2 : 품목중 인출요구확률($P(E_j)$)이 가장 큰 품목 j를 선택하여 저장용기 k에 배정하라. 그리고 그 품목 j를 품목목록에서 제거하라.

단계3 : 제약조건이 (8)이냐 (9)냐에 따라 다음 두 항목중 하나를 선택하여 품목 j를 선정하고 저장용기 k에 배치한다. 그리고 품목 j를 품목목록에서 제거한다. 품목 j를 더 이상 선정할 수 없으면 단계 4로 간다.

(1) 저장용기당 품목수에 제한이 있는 경우에는 해당품목을 저장용기에 추가하여도 적재가능품목 수한계를 초과하지 않을 때, (3)식의 R_{ki}의 값이 가장 큰 품목을 품목 j로서 선정한다.

(2) 저장용기당 적재가능한 총 부피나 무게에 제약이 있는 경우에는 해당품목을 저장용기 k에 추가하여도 저장용량을 초과하지 않는 품목중에서 R_{ki}/Z_i^r의 값이 가장 큰 품목을 품목 j로서 선정한다. 이때 Z_i는 품목 j의 총무게나 부피이고 r은 0과 1사이의 실수이다. r의 값은 과거의 인출요구자료를 이용해서 여러가지 r의 값에 대해 해법의 성능을 비교한 다음 가장 좋은것을 선정하여 사용할 수 있을 것이다.

N_k(용기 k에 저장되는 품목의 수)의 값이 클때는 R_{ki}의 값을 구하는데 많은 시간이 걸릴 수도 있다. 그 때는 R_{ki}의 공식에서 뒷편의 항목들을 버림하고 근사값을 사용할 수도 있다. 실제로 다음에 제시한 실제 예를 푸는데는 (3)식의 첫번째 항만 사용한다.

단계4 : 저장용기 k에 저장할 모든 품목이 결정되었다.

$k=k+1$

만약 $k=L$이면 끝낸다. 아니면 단계 2로 간다.

이 장의 해법은 BASIC언어를 사용하여 프로그램 되었고 다음 장에서 보여줄 실제 회사의 자료에 적용되었다. 이 연구의 해법은 품목들 사이에 상관관계가 있고 품목들이 서로 인접하여 배치될 수 있는 모든 경우에 사용될 수 있다. 그리고 특히 소형자동창고(mini-load AS/RS), Carousel시스템등과 같은 자동창고에 유용하리라 기대된다.

2.3 實際資料를 利用한 事例研究

H제조회사로부터 수집된 인출요구자료를 이용하여, 개발된 해법을 적용해 보았다. 16개 부서로부터 신청받은 76개 품목에 대한 1160개의 인출요구목록 자료를 대상으로 분석하였다. 다음 두가지 경우에 대하여 운반빈도와 운반시간을 비교해 보았다.

경우1 : 품목의 저장용기에의 할당(clustering)과 저장용기의 위치배치가 모두 무작위로 이

루어진 경우

경우2 : 품목의 저장용기에의 할당은 본 연구의 해법에 따르고 저장용기의 위치배치는 출납빈도의 순으로 배치한 경우

사례 연구에 사용한 AS/RS의 사양은 다음과 같다.

표 1. 사례 연구에 사용된 AS/RS의 사양

	수직 방향	수평 방향
S/R장비의 속도	0.347m/sec	1.016m/sec
Rack의 크기	7m	18.9m
한 저장공간 (opening)의 크기	1m	2.7m

시뮬레이션 결과는 표 2, 표 3과 같다.

표 2. 저장용기당 품목수가 세개로 제한되어 있는 경우

	무작위 배치(A)	본 연구의 해법(B)	B/A(%)
운행 횟수	699	494	71
운반소요시간(분)	186	110	60

표 3. 저장용기당 적재가능 총 부피나 무게에 제약이 있는 경우

	무작위 배치	본 연구의 해법				
		r=0.0	r=0.3	r=0.5	r=0.8	r=1.0
운행횟수	897	781	779	779	779	809
운반소요시간 (분)	299	236	235	235	235	245

무작위배치에 비해서 본연구의 해법을 적용하였을 때 두 경우 다 운행횟수와 운반소요시간이 많이 줄어들었음을 알 수 있다.

표3에서 흥미있는 것은 좋은 성능을 보여주는 r값은 0.0(각 품목의 부피나 무게를 우선계수에 고려하지 않는 것)이나 1.0(R_{ki} 를 단순히 해당품목의 무게나 부피로 나누어 준 것)이 아닌 그 중간값이라는 사실이다.

3. 所要空間의 決定을 同時에 孝慮한 改善方式의 發見的 解法(improvement heuristic algorithm)

3.1 模型의 開發

다음과 같은 기호를 추가로 모형개발에 사용한다.

U : 전체 품목의 집합
M : 단위시간당 인출요구목록수의 기대값

품목 i에 관련된 기호로서는

d_i : 공간단위로 표시된 단위시간당 수요
c_i : 1회 발주당 발주비용
h_i : 단위공간에 적재가능한 양만큼을 단위시간 동안 유지하는데 소요되는 재고유지비용
z_i : 공간 소요량(공간 단위로 표현된 발주량)

저장용기 k에 관련된 기호로서는

r_k : 단위시간당 저장용기 k의 운반횟수
a_k : 저장용기 k를 1회 운반했을 때 인출하는 품목수의 평균
N_k : 집합 B_k에 포함된 품목의 수

발주량을 연속변수라고 가정하고 자재취급비용은 저장용기 운반횟수에 비례하고 1회 운반시 자재취급비용은 고정비 부분과 인출품목수에 비례하는 변동비 부분으로 구분할 수 있다고 가정한다. 그리고 한 품목의 소요공간이 하나의 저장용기에 적재가능한 한계치를 넘어서는 경우는 없다고 가정한다.

이 장의 문제는 각 저장용기의 용량을 초과하지 않는 범위 내에서 품목을 저장용기에 배치하되 재

고비용과 자재취급비용을 최소화시키기 위해서 어떤 품목들을 같은 저장용기에 배치할 것이며 각 저장공간(발주량)은 어느 정도로 할 것인가를 결정하는 것이다. 이 문제를 수학적으로 모형화하면 다음과 같다 :

$$\underset{B1,\cdots,BL,Z1,\cdots,ZN}{\text{Minimize}}\ F(B_1, B_2, \cdots, B_L, z_1, z_2, \cdots, z_N)$$
$$=\sum_{k=1}^{L}\{\sum_{i\in B_k}(\frac{c_i d_i}{z_i}+\frac{h_i z_i}{2})+r_k(s+v\cdot a_k)\} \quad (10)$$

(제약조건)

$$\sum_{i\in B_k} z_i \leq V_k,\ k=1, 2, \cdots, L \cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

$$Z_i \geq 0,\ i=1, \cdots, N.$$

이때 s는 1회 운반당 자재취급에 대한 고정비용이고 v는 한 품목을 인출하는데 소요되는 추가자재취급비용(변동비 부분)이다.

여기서 c_i, d_i, h_i, s, v그리고 V_k는 상수이지만 r_k와 a_k는 B_k가 어떤 품목들로 이루어지느냐에 달려있다. B_k 상호간에는 다음 관계를 만족한다 :

$$\bigcup_{k=1}^{L} B_k=U\text{이고, } i\neq j\text{이면 } B_i\cap B_j=\phi\text{이다.}$$

위의 수식에서 한가지 해결되지 않은 문제는 B_k가 주어졌다고 했을 때 (10)식의 r_k와 a_k를 어떻게 추정하느냐 하는 것이다. 어떤 인출요구목록에 저장용기 k의 품목이 적어도 하나이상 포함되어 있을 확률은 다음과 같이 표현된다 :

$$P(\bigcup_{i\in B_k} E_i). \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

이때 단위시간당 저장용기 k의 평균운반횟수는 다음과 같다 :

$$r_k=M\ P(\bigcup_{i\in B_k} E_i). \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

과거의 인출요구목록자료 m개를 수집했다고 하자. 그러면 $P(E_i)$와 $P(E_i\cup E_j)$는 다음과 같이 추정될수 있다 :

$$\hat{P}(E_i)=|X_{i\cdot}|/m$$
$$\hat{P}(E_i\cup E_j)=|X_{i\cdot}:X_{j\cdot}|/m \cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

|X|는 벡타 X의 양의 요소의 수를 나타내고 X : Y는 X와 Y사이의 "bitwise OR"연산을 나타내는데, 이때 "bitwise OR"이란 X나 Y의 i번째 요소중 하나만 1이어도 연산결과 벡타의 i번째 요소가 1이 되게 하는 연산이다.

$n_k=|X_{i1\cdot}:X_{i2\cdot}:\cdots:X_{ip\cdot}|$이고 $B_k=\{i1, i2, \cdots, ip\}$라고 하면 n_k는 m개의 인출목록중 B_k에 속한 품목을 하나이상 포함하는 인출목록의 수를 나타내며 이때 r_k는 다음과 같이 추정할 수 있다 :

$$\hat{r}_k=Mn_k/m. \cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

또 a_k의 경우를 살펴보자. I_k를 품목 i가 B_k에 포함된 경우는 i번째요소가 1이고 아니면 0인 벡타라고 한다면 a_k는 다음과 같이 추정될 수 있다 :

$$\hat{a}_k=\sum_{j=1}^{m} X_j\cdot I_k/n_k; \cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

3.2 品目別 所要空間의 決定

문제 (10)-(11)에서 B_k가 주어졌다고 하자. 그러면 목적함수(11)의 두번째 항목은 의사결정변수 $z_1, z_2, \cdots, z_N$와는 독립이므로 문제를 다음과 같이 다시 쓸 수 있다 :

$$\underset{z_i}{\text{Minimize}}\ F(z_1, z_2, \cdots, z_N)$$
$$=\sum_{k=1}^{L}\sum_{i\in B_k}(\frac{c_i d_i}{z_i}+\frac{h_i z_i}{2}). \cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

(제약조건)

$$\sum_{i\in B_k} z_i\leq V_k,\ k=1, 2, \cdots, L \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

$$z_i\geq 0,\ i=1, 2, \cdots, N$$

문제 (17)-(18)은 단 하나의 최적해를 갖는 convex program이다[8]. Kuhn-Tucker조건에 의해서 최적해는 다음의 식을 만족하게 된다.

$$-\frac{c_i d_i}{z_i^2}+\frac{h_i}{2}+\lambda=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

이때 λ는 제약조건(18)의 최적 라그랑지 승수(Lagrange mutiplier)이다.

식 (19)으로부터 다음 식을 유도할 수 있다.

$$z_i^* = \sqrt{\frac{2c_i d_i}{h_i + 2\lambda}} \quad \cdots\cdots(20)$$

위 식으로부터 z_i^*는 λ의 함수임을 알 수 있고 $\lambda=0$일 경우는 제약조건이 없는 경우의 해인 EOQ 공식과 일치함을 알 수 있다. λ의 최적해는 체계적인 시행착오법에 의해 구해질 수 있다. 양수인 λ의 값을 조금씩 변화시켜 가면서 z_i의 값을 구하고 그 z_i의 값들이 제약조건(18)을 만족하는지를 점검해 보는 방식을 사용할 수 있다.

만약 재고유치비용은 무시할 정도이지만 중앙집중식의 대량저장창고나 외부의 공급자로부터 재고를 보충하는데 더 큰 비용이 소요되는 경우, 식 (10)과 식 (17)의 $h_i z_i/2$라는 항목을 제외할 수 있고 그 경우 문제 (17)－(18)은 다음과 같이 다시 수식화할 수 있다 :

$$\underset{z_i}{\text{Minimize}}\ F(z_1, z_2, \cdots, z_N) = \sum_{k=1}^{L} \sum_{i \in B_k} (c_i d_i / z_i) \quad \cdots\cdots(21)$$

(제약조건)

$$\sum_{i \in B_k} z_i \leq V_k,\ k=1, 2, \cdots, L. \quad \cdots\cdots(22)$$

$$z_i \geq 0,\ i=1, 2, \cdots, N.$$

문제 (21)－(22)도 역시 convex program이다. 따라서 최적해는 다음 조건을 만족한다[3]:

$$\lambda^* = c_i d_i / (z_i^*)^2 \quad \cdots\cdots(23)$$

식 (23)으로부터

$$z_i = \sqrt{\frac{c_i d_i}{\lambda^*}}$$

식 (21)은 z_i가 증가함에 따라서 단조감소하므로 식 (22)의 등식관계가 성립하게 된다. 따라서

$$\lambda^* = \{\sum_{i \in B_k} (\sqrt{c_i d_i} / V_k)\}^2$$

그리고

$$z_i^* = (\sqrt{c_i d_i} / \sum_{i \in B_k} \sqrt{c_i d_i})\ V_K \quad \cdots\cdots(24)$$

이 경우 z_i의 최적해는 closed form으로 표현된다.

3.3 品目別 貯藏場所의 配定

이 장에서는 2-2장에서와 마찬가지 이유에서 품목간 인출요구에 있어서의 상관관계를 고려해서 각 품목을 어떤 품목과 같이 저장할지를 결정하는 문제만을 다룬다.

이 문제에 대한 한가지 방안으로서 가능해를 순차적으로 구성해 가는 구성방식의 발견적 해법을 들 수 있다. 이는 앞장에서 소요공간의 결정은 고려하지 않는 경우의 문제에 대한 해법으로 제시되었던 것이 그 한 예이다.

각 cluster(군)에 seed를 배정하는 것부터 시작하여 유사성 측도(similarity measure)[1, 2, 6]에 근거하여 다른 품목들을 추가하여 나간다.
상관배치에 대한 과거의 연구에서는 두 품목간의 상관관계[2], 기존의 cluster내 멤버들이 어떤 인출요구목록에 포함되어 있다는 가정하에서 대상품목이 그 인출요구목록에 포함될 조건부 확률[1]등이 유사성 측도로 사용되었다. 이 방법에서는 각 품목이 고려되는 방식이 순차적(sequential)이기 때문에 품목이 특정 cluster에 일단 배정되면 다른 cluster로 옮겨질 가능성이 없다. 이것은 다음에 소개할 개선방식과는 중요한 차이점이다.

이 연구에서 제시하는 절차는 기본적으로 개선방식의 발견적 해법(improvement heuristics)인데 이 방식은 초기 가능해(initial feasible solution)로부터 시작하여 총비용을 절감하는 방향으로 더 이상 절감이 안될 때까지 해를 개선해 나가는 방식이다. 초기가능해로서는 각 품목이 하나의 cluster를 형성하는 해이다. 그 초기해로부터 시작해서 소속을 변경하였을 때 총비용을 가장 많이 감소시키는 품목부터 하나씩 소속 cluster를 바꾸어 간다.

다음에 본 연구의 군집화(clustering) 절차가 자세히 설명되어 있다.

B_k, $k=1, 2, \cdots, L$,을 고정시키면 문제 (10)－(11)는 L개의 부문제로 분해될 수 있는데 그 각각의 부문제는 (20)이나 (24)를 이용해서 해를 구할 수 있다. 이때 k번째 부문제의 목적함수의 최소값을 $f_k(B_k)$라 하자. 그러면 $f_k(B_k)$는 다음과 같이 표현될 수 있다 :

$$f_k(B_k)=\underset{z_i}{\text{Minimize}}\{\sum_{i\in B_k}(\frac{c_id_i}{z_i}+\frac{h_iz_i}{2})$$
$$+r_k(s+v\cdot a_k)\} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

(제약조건)

$$\sum_{i\in B_k} z_i\leq V_k,\ k=1,2,\cdots,L \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

$$z_i\geq 0,\ i=1,2,\cdots,N.$$

군집화(clustering) 과정에서 사용되는 우선지표로서 한계비용절감(MCR)효과라는 것을 사용하는데 이는 품목 j를 cluster k(현재소속 cluster)에서 cluster i로 소속을 바꿀 때 총비용의 감소액을 나타내고 수식으로 나타내면 다음과 같이 표시된다:

$$e_{ij}=\begin{cases} f_i(B_i)+f_k(B_k)-f_i(B_i\cup\{j\}) \\ \quad -f_k(B_k-\{j\})\ (j\notin B_i\text{인 경우}) \\ 0\ \ (\text{그 외의 경우}). \end{cases}$$

한계비용절감에 기초한 군집화(clustering based on marginal cost reduction(CMCR))용 발견적 해법은 다음과 같이 요약된다.

(1) 각 품목 자체가 한 cluster를 구성하는 초기 가능해로부터 시작한다.
(2) 각 요소가 e_{ij}인 한계비용절감 행렬을 update 하라.
(첫 iteration에서는 행렬을 작성하다.)
(3) e_{ij}중 가장 큰 값을 골라라. 그 값을 e_{pk}라고 했을 때 $e_{pk}\leq 0$이면 종료하고 아니면 단계(4)로 가라.
(4) 품목 k를 cluster P로 옮겨라. 단계(2)로 가라.

해법이 진행됨에 따라 총비용은 단조감소하므로 해는 유한한 iteration안에 구해진다. 그리고 cluster의 수도 단조감소하게 된다. 모든 각각의 품목이 매 iteration에서 소속을 바꿀 수 있는 후보이기 때문에 특정품목이 소속을 바꿀 기회는 매 iteration마다 주어지는 셈이다.

3.4 數理的 實驗

표 4에 있는 10개의 품목자료를 사용하여 예제를 풀어 보았다. 표5에 있는 인출요구목록을 사용하여 품목을 군집화하였고 자재취급비용을 산정하였다. 단위시간당 인출요구목록수 M=9000, 인출자재취급비용중 고정비 s=$0.01, 변동비 v=$0.001, 그리고 저장용기의 저장용량 V_k=150으로 하였다.

표 4. 수치 예제를 위한 자료

품 목	d_i	c_i	h_i
1	610	5	1
2	320	19	2
3	113	21	3
4	213	21	3
5	522	10	2
6	100	20	3
7	130	30	3
8	120	20	2
9	200	10	2
10	300	8	4

표 5. 각 인출요구목록상의 품목

3, 1, 5	2, 5	6, 3	4, 2, 7, 6	7, 9, 6, 4
9, 10, 8, 7	1, 6, 10	5, 2	7, 8, 10	3, 5
1, 4	8, 7	3, 4, 1, 8	1, 8, 7	9, 2, 5, 8
5, 2, 1	7, 8, 2, 5	6, 4, 5	4, 2, 10, 8	3, 5, 1
6, 7, 9, 2	8, 7, 9, 10	7, 9, 3	6, 1, 3	2, 1
4, 5, 2	7, 8, 1, 6	3, 9, 1	1, 10, 8, 7	10, 2, 1

표 6에서는 인출요구에 있어서의 품목간의 상관관계를 무시하고 한 개의 용기에 하나의 품목을 독립적으로 저장했을 때 발생되는 소요공간, 재고비용, 그리고 자재취급비용 등을 보여주고 있다. 표

7에서는 본 연구에서 개발된 CMCR절차에 의해서 배치한 결과를 보여주고 있다. 표 7의 경우 cluster 1과 3의 소요공간이 줄어든 대신 재고비용이 다소 늘어났음을 유의해 볼 필요가 있다. 그러나 자재취급비용의 대폭적인 절감으로 총비용은 줄어들었음을 알 수 있다.

표 6. 용기당 단일품목 적재시 소요공간 및 비용

품목	소요 공간	재고 비용	자재 취급 비용	총 품목 비용
1	78	78	429	507
2	78	156	363	519
3	40	119	264	383
4	55	164	231	395
5	72	144	230	474
6	37	110	264	374
7	51	153	396	549
8	49	98	363	461
9	45	89	231	320
10	35	139	231	370
합계	539	1250	3102	4352

상관배치에 관한 과거의 연구[1, 2]나 본 논문의 2장의 연구내용에서는 저장위치 결정을 위한 군집화(clustering) 절차에서 각 품목별 소요공간(발주크기)을 결정하는 문제는 취급되지 않았다. 표 8에는 위의 수치예제를 이용하여 본 연구의 절차를 따르되(CMCR) 소요공간을 고정시킨 경우에 대한 결과와 Frazelle[1]의 절차를 적용한 결과를 비교한 것이다. 군집화의 결과가 서로 다르고 CMCR이 Frazelle절차보다 총비용에 있어서 더 나음을 보여 주고 있다.

다양한 인출빈도분포와 인출상관관계에 대해서 무작위로 발생한 인출요구목록을 자료로 하여 22개의 문제를 만든 다음 Frazelle의 절차[1], 소요공간결정이 없는 CMCR, 그리고 소요공간 결정을 동시에 하는 CMCR의 세가지 해법을 사용하여 수리적 실험을 수행하였다. 자료에서 품목의 수는 30개이고 인출요구목록의 수는 300개이었다. 표 9에 비용이 비교되어 있는데, 소요공간 결정을 동시에 한 CMCR가 22개 문제 전부에 대해서 가장 낮은 비용의 해를 구하였고 소요공간 결정이 없는 CMCR가 한 문제만 빼고 모두 Frazelle의 절차보다 더 나은 해를 구하였다. 실험은 IBM-PC 486 (33Mhz)호환기종에서 수행되었고 C로 프로그램되었다. 소요공간결정을 동시에 한 CMCR의 경우 문제당 평균 51초의 계산시간이 소요되었다.

표 7. 소요공간의 결정이 있는 CMCR의 결과

군	품 목	소요 공간	재고 비용	자재 취급비용	총 군 비용
1	1	47	89	768	1260
	3	31	123		
	4	43	168		
	6	29	113		
2	2	78	156	513	813
	5	72	144		
3	7	44	155	651	1137
	8	39	100		
	9	36	92		
	10	31	140		
합 계		450	1279	1932	3211

표 8. 소요공간의 결정이 없는 경우 CMRC와 Frazelle 절차의 비교

해 법	Frazelle 절차	CMCR
군	(1, 3) (2, 8) (4,6,7) (5, 9) (10)	(1, 3) (2, 10) (4, 6) (5) (7, 8, 9)
자재 취급 비용	2622	2382
재고 비용	1250	1250
합 계	3872	3632

표 9. 수리실험의 결과

	제 일 좋은 결과	두 번 째 좋은 결과	제 일 나쁜 결과
Frazelle 절차	0	1	21
소요공간 결정이 없는 CMCR	0	21	1
소요공간 결정이 있는 CMCR	22	0	0

4. 結 論

본 연구에서는 품목상호간의 인출요구에 있어서의 상관관계를 고려해서 각 품목의 저장위치를 결정하는 문제를 다루었다.

한 인출요구목록당 운반횟수의 기대값을 최소화하는 수학적 모형을 수립하였다. 한 저장용기당 적재가능 품목수나 총무게나 부피에 있어서 제약이 있는 경우에 적용해 본 결과 운반횟수와 운반시간이 대폭 감소함을 보여 주었다.

또한 발주크기가 재고비용에 미치는 영향을 고려하여 저장위치뿐 아니라 소요공간(발주크기)도 동시에 결정하는 문제를 다루었다.

이 문제를 수학적인 형태로 모형화하였으며 제시된 모형을 조금 수정하면 보충비용이 자재취급비용의 주된 부분을 차지하는 경우까지 취급할 수 있음을 보여주었다.

개선방식의 발견적 기법(improvement heuristic algorithm)을 개발하였는데 이 기법은 해의 개선이 더 이상 안될 때까지 총비용을 줄이는 방향으로 품목의 배치를 바꾸어가는 방식이다.

개발된 해법을 이용하여 수치적 예제를 풀어보았다. 또 수치적 실험을 통하여 기존의 연구와 본 연구의 해법을 서로 비교해 본 결과 본 연구의 해법이 총비용에 있어서 더 나음을 알 수 있었다.

5. 後 記

본 논문의 사례연구를 위하여 도움을 주신 한국중공업 김재수씨께 감사드린다.

參 考 文 獻

1. Frazelle, E. H., *Stock Location Assignment and Order Batching Productivity*, Report of Material Handling Research Center, Georgia Institute of Technology, 1990.
2. Frazelle, E. H. and Sharp, G. P., "Correlated Assignment Strategy can Improve Any Order-picking Operation", *Industrial Engineering*, April, 1989.
3. Hackman, S. T. and Rosenblatt, M. J., "Allocating Items to an Automated Storage and Retrieval System", *IIE Transaction*, Vol.22, No.1, 1990.
4. Hausman, W. H., Schwarz, L. B., and Graves, S.C., "Optimal Storage Assignment in Automatic Warehousing Systems", *Management Science*, Vol.22, No.6, pp. 629-638, 1976.
5. Hodgson, T.J. and Lowe, T. J., "Production Lot Sizing with Material-handling Cost Considerations", *IIE Transactions*, Vol.14, No.1, 1982.
6. Hwang, H., Baek, W. and Lee, M. K., "Clustering Algorithms for Order Picking in an Automated Storage and Retrieval System", *Int. J. Prod. Res., Vol,26, No.2.*, 1988.

7. Kallina, C. and Lynn, J., "Application of the Cube-per-order Index Rule for Stock Location in Distribution Warehouse", *Interfaces*, Vol.7, No.1, 1976.
8. Taha, H. A., *Operations Research – An Introduction*, MacMillan Pub. Co., pp. 448-450, 1971.
9. Wilson, H. G., "Order Quantity, Product Popularity, and the Location of Stock in a Warehouse", *AIIE Trans.*, Vol.9, pp. 230-233, 1977.