74 한국자동차공학회논문집 제1권 제3호, pp. 74~82, 1993.

〈논 문〉 SAE NO. 933766

전륜구동형 승용차의 엔진마운트 시스템 최적설계

An Optimal Design of the Front Wheel Drive Engine Mount System

김 민 수,* 김 한 성,** 최 동 훈***
M. S. Kim, H. S. Kim, D. H. Choi

ABSTRACT

Optimal designs of a 3-point and a 4-point engine mount system are presented for reducing the idle shake of a Front Wheel Drive(FWD) vehicle. Design variables used in this study are the locations, the angles and the stiffness of an engine mount system. The goal of the optimization is minimizing the transmitted force without violating the constraints such as static weight sag, resonant frequency and side limits of design variables. The Augmented Lagrange Multiplier(ALM) Method is used for solving the nonlinear constrained optimization. The generalized Jacobi and the impedence method are employed for a free vibration analysis and a forced response analysis. The trend of analysis results well meet that of the experimental results. The optimization results reveal that the 4-point system transmits less torque than the 3-point system. It is also found from the design sensitivity analysis that the vibration characteristics of the 4-point system is less sensitive than those of the 3-point system.

주요기술용어 : Front wheel drive(전륜 구동형), Idle shake(공회전시 진동), Nonlinear Optimization (비선형 최적화), Design Sensitivity(설계민감도)

1. 서 론

최근의 자동차 설계는 연비는 향상시키고 중량은 감소시키며, 공기저항은 최소화하는 방향으로 발달하고 있다. 이러한 추세에 따라, 재질의 허용강도와 강성을 충족시키는 범위내에서, 보다 얇고 가벼운 재질을 사용하거나, 금속을 대체할 수 있는 새로운 소재를 개발하여 적용하기도 한다. 그러나 고객들은 상기의 모든 조건을 만족하면서도 안전성(safety)과 안정성(stability)이 보장되면서, 진동소음이 적고 실내공간이 넓은 자동차를 요구한다. 이와같이 서로 상반된 조건들로 인하여 대두된 것이 전륜구동형(front wheel drive) 자동차이다.[1]

일반적으로 전륜구동형 자동차는 실내공간을 넓히기 위하여 엔진을 자동차의 횡 방향으로 장

* 정회원, 한양대학교 대학원 기계설계학과
** 정회원, 현대정공(주)
*** 정회원, 한양대학교 기계설계학과

착한 FF형(front engine front wheel drive)이기 때문에 엔진이 종 방향으로 장착된 기존의 FR형(front engine rear drive)과는 파워 플랜트(power plant)의 진동특성이 다르고 엔진룸의 여유 공간이 적기 때문에, 기존의 FR형에서 파워 플랜트의 진동을 차단(isolation)으로 방법[2]을 FF형에 적용할 수 없게 되었다. 그래서, GM[3], FORD[4,5,6], MITSUBISHI[7,8]등은, 수치적 최적설계와 실험계획법을 이용하여, FF형 자동차의 공회전시 진동(idle shake)을 줄일 수 있는 새로운 방법에 대한 연구를 활발히 진행하고 있다.

FWD(front wheel driver)자동차는 구동에 따른 반작용 토크(reaction torque)가 파워 플랜트에 직접 가해지기 때문에 RWD(rear wheel driver) 자동차에 비하여 엔진 마운트에 상대적으로 큰 힘이 가해진다. 이는 RWD 시스템에서는 엔진마운트에 가해지는 반작용 토크가 변속기의 출력 토크인데 반해, FWD 시스템에서는 최종 변속장치의 출력 토크가 엔진 마운트에 가해지므로 RWD에 비하여 반작용 토크가 3배 내지 4배가 크다[7]. 또한 엔진이 횡방향으로 장착된 FWD 시스템은 엔진이 종방향으로 장착된 RWD 시스템에 비하여, 스팬(파워플랜트의 무게중심에서 각 마운트까지의 거리)이 짧기 때문에 반작용 토크로 인한 각 마운트에서의 전달력이 상대적으로 크다.[7] 따라서, 엔진마운트의 강성은 진동의 차단 측면에서 보면 "soft"한 것이 유리한 반면에, 파워 플랜트와 배기관 시스템의 변위를 제어하거나 충격하중 등을 고려하면 상대적으로 "stiff"한 것이 효과적이다.[4] 최근에는 고성능 엔진이 채택됨에 따라, 이와같이 서로 상반된 엔진마운트 시스템의 설계기준을 적절히 조화시키는 것이 보다 중요한 설계사항이 되었다. 이에 따라, 상기의 설계기준을 적절히 절충하여 만족시킬 수 있는 설계 방법이 절실히 요구되고 있다.

본 연구에서는 4기통 FWD 차량의 공회전시 진동을 줄이기 위하여 3점지지 엔진 마운트와 4점지지 엔진 마운트의 부착위치, 부착각도와 강성을 최적설계하고 상대적인 차이점을 살펴 보고자 한다. 본 연구에서 채택한 최적설계의 접근개념은 다음과 같다. 일반적인 4기통 엔진의 공회전시 진동은 공회전 주파수의 2계(2nd order)에 해당하는 엔진 폭발력과 관성력이 크게 영향을 끼치므로, 2계에 따른 전달력이 최소화되도록 최적설계를 수행한다. 최적설계를 위하여 이용하는 알고리즘은 Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno 방법을 사용한 Augmented Lagrange Multiplier(ALM)방법이다.[9] 또한 고유진동수와 모우드는 generalized Jacobi 방법을 이용하여 계산하고 강제진동 해석은 임피던스(impedence) 방법을 적용한다.[10]

2. 운동 방정식의 구성과 해석

엔진 마운트를 구성하는 고무(rubber)의 동적 특성은 강성(stiffness)행렬과 감쇠(damping)행렬로 표현이 가능하지만, 감쇠행렬의 영향이 상대적으로 적고 또한 고무의 제조상 문제 때문에 설계변수로 적합하지 않다. 따라서, 본 연구에서는 감쇠행렬은 무시하기로 한다. 임의의 i번째 마운트의 강성은 식(1) 같이 표현된다. 마운트의 정적 강성계수는 실험치에 의하여 동적 강성계수의 65%－69%로 한다.

$$K^i=\begin{bmatrix} K^i_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K^i_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K^i_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Fig.1에 도시한 파워플랜트의 질량중심에 설정한

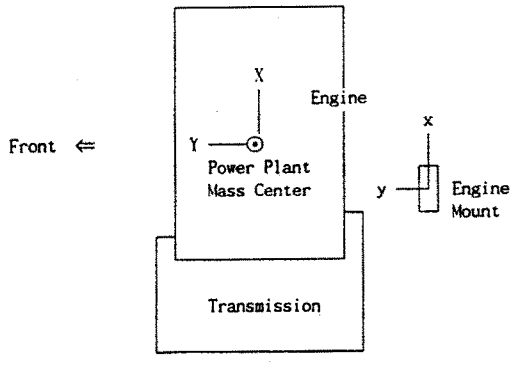


Fig.1 Global and local coordinate Systems(top-view)

설계좌표축에서의 강성은 식(2)와 같다. 행렬 D는 마운트의 부착각도에 대한 변환행렬이고, 행렬 A는 부착거리에 대한 변환행렬이며, m은 엔진 마운트의 갯수이다.

$$K_t=\sum_{i=1}^{m}(D\cdot A)^T K(D\cdot A) \tag{2}$$

따라서, 전체 시스템의 운동 방정식은 실험으로 측정한 파워플랜의 질량 및 관성모멘트와 식(2)를 적용하여 식(3)과 같이 구성할 수 있다.

$$M_t\ddot{X}(t)+K_t\,X(t)=F(t) \tag{3}$$

전체 시스템의 고유진동수(natural frequency)와 모우드를 계산하기 위한 자유진동 해석은 식(4)와 같은 고유 문제(eigen-problem)으로 표현된다.

$$\{K_t-\lambda\,M_t\}\,\{\phi\}=0 \tag{4}$$

여기서 λ는 고유치(eigenvalue)이고 φ는 고유벡터(eigenvector)이다. 식(4)의 해를 구하기 위하여 generalized Jacobi방법을 적용하였다.

3. 최적화를 위한 식의 구성

엔진 마운트의 최적설계는 실차에서 추구되는 방향에 따라, 최적화를 위한 목적함수의 선정이 달라질 수 있다. 본 연구에서 선정한 최적화의 목적함수는 엔진 공회전시 마운트를 통하여 전달되는 힘에 적절한 가중치를 고려하여 표현한다. 가진력은 파워플랜트의 질량중심에서 크랭크 축과 평행한 방향으로 2계 공회전 주파수를 갖는 단위토크의 조화함수로 하였다. 설계변수는 마운트의 부착위치, 부착각도와 강성계수이다. 그리고 설계 제한조건은 엔진의 와인드 업(wind-up)을 피하기 위하여 고유진동수의 하한치와 정하중에서 각 마운트의 처짐량, 엔진룸의 배치로 인한 각 마운트의 부착위치와 각도의 공간적 제약과 제조상의 문제로 인한 강성계수의 설계 범위등이다. 이와같은 최적화문제를 수식화한 결과는 다음과 같다.

$$minimize \sum_{i=1}^{6}\gamma_i F_i \tag{5}$$

$$subject\ to\ f_{min}-f_i \le 0 \qquad i=1,\ ..,\ 6$$

$$f_i-f_{max} \le 0 \qquad i=1,\ ..,\ 6 \tag{6}$$

$$\|\delta_i\|-\delta_{ai} \le 0$$

$$K_{ij}^{min} \le K_{ij} \le K_{ij}^{max}$$

$$R_{ij}^{min} \le R_{ij} \le R_{ij}^{max} \tag{7}$$

$$\Theta_{ij}^{min} \le \Theta_{ij} \le \Theta_{ij}^{max}$$

여기서, F_i : 파워플랜트중심에서 계산한 등가 전달력 및 토크(N, $N-m$)
γ_i : 각 목적함수들간의 가중치
f_{min} : 고유진동수의 설계 허용 하한치(Hz)
f_{max} : 공회전 주파수의 $1/\sqrt{2}$ (Hz)
f_i : i번째 모우드의 고유진동수(Hz)
K_{ij} : i번째 마운트의 j 방향으로의 강성계수(N/m)
R_{ij} : i번째 마운트의 부착위치의 j 벡터 성분(mm)
Θ_{ij} : i번째 마운트의 j 방향에서의 부착각도(deg.)
$\|\delta_i\|$: 정하중에 의한 i번째 마운트의 변위 크기(mm)
δai : 정하중에 의한 i번째 마운트의 허용 변위(mm)

이다. 상기의 비선형 최적화 문제를 해결하기 위하여 본 연구에서는 IDOL 2.0[11]을 최적화 도구로 이용한다. IDOL 2.0은 비선형 최적화를 위한 프로그램인데, 구속조건이 있는 최적화를 위하여 ALM 방법[9]과 sequential convexlinearization 방법[11]을, 구속조건이 없는 최적화를 위하여 quasi-Ne-

wton 방법과 conjugate gradient 방법을 기본 알고리즘으로 이용한다. 본 연구에서는 ALM 방법을 최적화 알고리즘으로 이용한다.

4. 엔진 마운팅 시스템의 최적설계

엔진마운트 시스템은 파워플랜트의 질량 분포와 반력의 크기에 따라 각 마운트의 역할이 달라진다. 즉, 동일한 엔진에 수동 변속기가 장착된 경우와 자동 변속기가 장착된 경우를 비교해 보면 쉽게 이해할 수 있다. 파워프랜트의 질량 분포가 달라지면, 질량 중심의 위치와 고유 토크축의 방향도 달라진다. 이는 진동 시스템 자체가 달라지는 것을 의미한다. 따라서 파워플랜트에 장착하는 부착물들의 질량이 바뀔 때는 진동 해석 또는 실험을 통하여 진동특성의 변화를 검토해

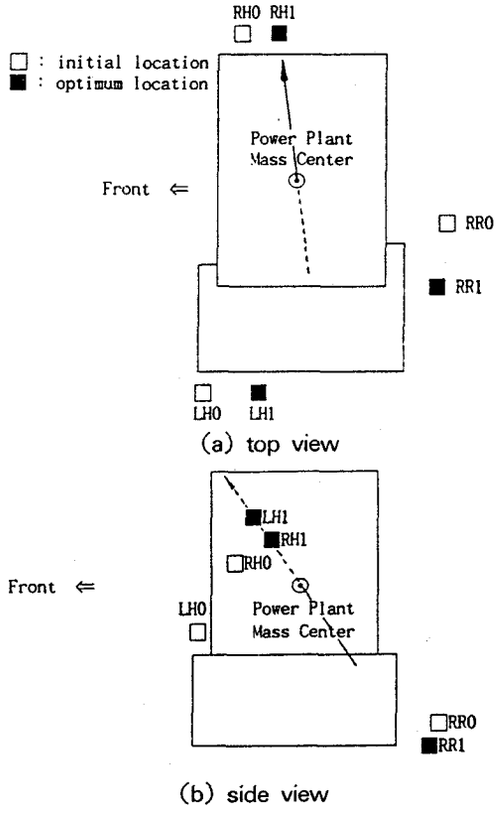


Fig.2 Comparison of initial and optimum locations of a 3-point mounting system

보아야만 한다.

4.1 3점 지지 엔진 마운트의 최적설계

4.1.1 부착위치와 강성계수의 설계

Fig.2에 첨자 0으로 표기한 초기 위치를 가지고 있는 3점 지지 엔진마운트에 대하여 부착위치와 강성계수를 동시에 최적화 하는 경우(CASE 1)와 강성계수만을 최적화 하는 경우(CASE 2)로 나누어 최적설계를 수행하였다.

Fig.2에 첨자 1로 표기된 3점지지 엔진마운트의 최적위치를 분석해보면 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다. 평면도에서 보면, RH와 LH가 고유 토크축에 가까워져야 하고 측면에서의 결과를 보면, 질량중심과 엔진 마운트들이 거의 동일한 평면(Fig.2에서는 일직선상)에 위치하는 것을 알 수 있다.

초기위치와 최적위치에서 전달율을 최소화할 수 있는 엔진마운트의 강성비를 비교하면 Table 1과 같다. CASE 0은 초기설계의 엔진마운트 시스템이고, CASE 1은 부착위치와 강성계수를 동시에 최적화 한 것이며 CASE 2는 엔진마운트의 부착위치는 초기와 동일하고 강성계수만 최적화 한 것이다.

최적설계를 이용하여 엔진마운트를 통하여 전달되는 힘을 최소화하는 강성계수값들을 구할 수 있었다는 점 이외에도 Table 1의 결과를 통하여 다음과 같은 강성계수에 관한 설계 기준을 제시할 수 있다. 초기설계의 3점지지 엔진마운트의 강성계수(RH : stiff, LH : stiff, RR : soft)는 엔진마운트의 부착위치가 Fig.2의 첨자 1과 같이 RH 마운트가 고유토크축과 가까운 시스템(최적설계에서 구한 부착위치)에 알맞는 것이다. 즉, RH 마운트의 위치가 고유토크축과 멀리 떨어져 있는 시스템은 반대의 경우(RH : stiffi, LH : soft, RR : stiff)가 타당한 것으로 추정된다. 이는 엔진마운트의 강성계수는 파워플랜트의 고유토크축의 방향과 밀접한 관계가 있으며 RH 마운트의 위치가 고유토크축에서 멀리 떨어진 경우는 LH 마운트가 엔진의 토크를 흡수해야 하고, RH 마운트가 고유토크축과 가까울 경우는 RR 마운트가 엔진의 토크를 흡수해야 한다는 것을 의미한다.

Table 1 Comparison of optimum stiffness of a 3-point mounting system

(a) the ratio of each mounts to LH mount (z-direction)

	RH_z^i/LH_z^i	LH_z^i/LH_z^0	RR_z^i/LH_z^i
CASE 0	0.96	1.00	0.78
CASE 1	1.30	0.93	0.93
CASE 2	1.12	0.98	0.80

(b) the ratio of each direction to Z-direction (RH mount)

	RH_x^i/RH_z^i	RH_y^i/RH_z^i	RR_z^i/RH_z^0
CASE 0	0.16	0.62	1.00
CASE 1	0.22	0.49	1.25
CASE 2	0.22	0.54	1.13

(c) the ratio of each direction to Z-direction (LH mount)

	LH_x^i/LH_z^i	LH_y^i/LH_z^i	LH_z^i/LH_z^0
CASE 0	0.42	1.54	1.00
CASE 1	0.57	1.66	0.90
CASE 2	0.49	1.56	0.98

(d) the ratio of each direction to Z-direction (RR mount)

	RR_x^i/RR_z^i	RR_y^i/RR_z^i	RR_z^i/RR_z^0
CASE 0	0.57	1.98	1.00
CASE 1	0.31	1.16	1.20
CASE 2	0.39	1.60	1.02

4.1.2 부착각도와 강성계수의 설계

엔진마운트의 부착각도를 변경하는 것은 강성계수를 변경하는 것과 거의 유사한 효과를 얻을 수 있다. 설계 관점에서 보면, 엔진마운트의 강성계수를 변경하는 것은 고무재질의 배합을 바꾸어야 하는 것이고, 부착각도는 엔진룸의 배치를 고려해야하는 문제이다. 따라서, 실제 설계에서는 상황에 따라 상대적으로 용이한 방법을 선택할 수 있을 것으로 본다. 실험으로 측정하여 얻은 Table 2와 같은 강성계수를 가진 엔진마운트에 대하여 부착각도를 최적화한 결과를 Fig.3에 도시하였다. 각 마운트에서 괄호안의 수치는 처음값이 초기치이고 나중값이 최적치이다.

Table 2 Initial stiffness of a 3-point mounting system(N/mm)

	RH			LH			RR		
Direction	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
Stiffness	30	116	187	81	298	193	30	298	150

최적설계된 부착각도를 잘 살펴보면, 고유토크축을 통하여 전달되는 토크를 잘 흡수할 수 있도록 토크축에 수직한 방향의 강성이 "soft"한 것을 알 수 있다. 또한 수직 방향의 강성이 증가하도록 변경된 것도 알 수 있다.

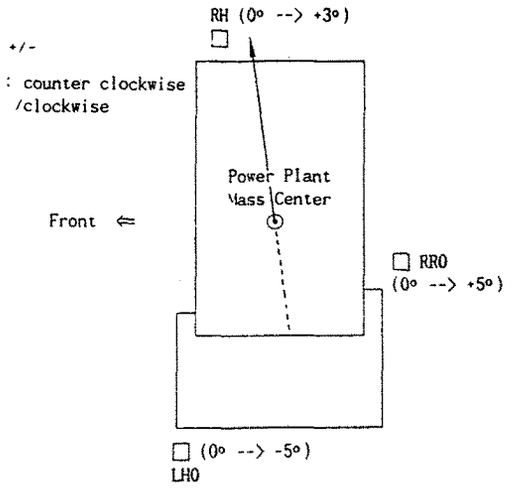
4.2 4점지지 엔진 마운트의 최적설계

본 설계에서는 부착위치에 대하여 설계제한을 받는 4점지지 마운트 시스템을 최적설계하면서, 3점지지 마운트와 4점지지 마운트의 차이점에 대하여 알아 보기로 한다 단, 본 절에서 언급하는 4점 시스템의 RH, LH와 RR 마운트의 위치는 3점 시스템과는 다르다.

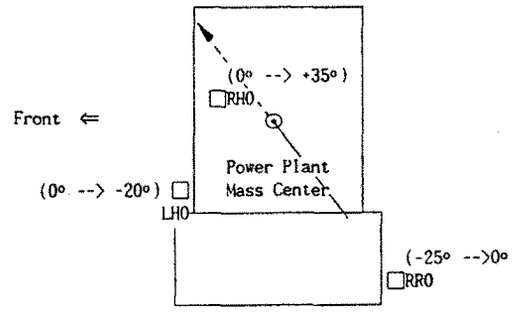
4.2.1 전방부착 마운트의 위치와 강성의 최적설계

엔진룸의 배치조건 때문에 RH, LH와 RR 마운트의 부착위치는 고정한다. 마운트의 강성에 대한 설계범위는 초기 강성치의 ±30%로 제한하고, 전방 부착 마운트의 위치는 엔진룸의 배치문제로 인하여, X축으로 ±100mm, Y축으로 ±30 mm로 하고 Z축은 ±50mm로 제한하였다. 또한 마운트의 정하중에 따른 허용 처짐량은 RH와 LH는 5mm, FR은 4mm로 설정하였다.

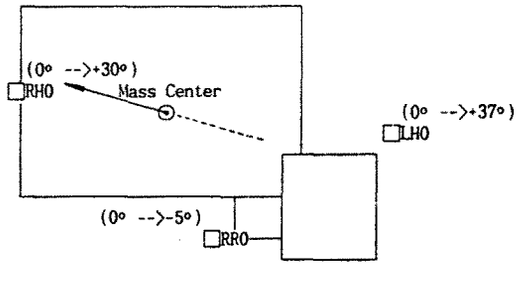
최적설계 수행 결과 최적화된 마운트의 강성값은 초기치와 거의 차이가 없었고 전방 마운트의 위치는 Fig.4에 도시한 바와 같이 설계 영역내에서 많이 변경되었다. 특히 초기위치와 최적위치의 제1 모우드는 모두 roll이었지만, 제2 모우드는 초기위치에서는 bounce였고, 최적위치에서는 roll이었다. 또한 마운트를 통한 전달력은 토크가 약 20%, bounce가 약 13% 감소하였다.



(a) top-view

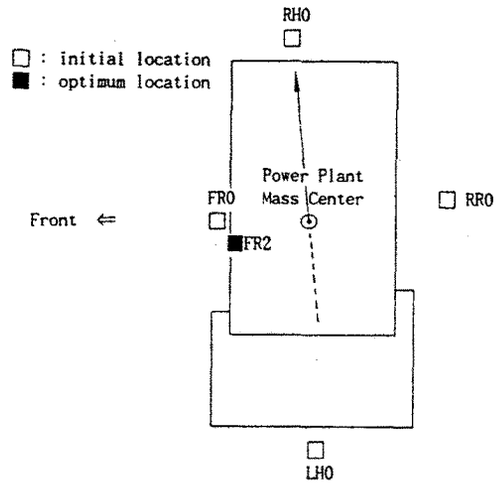


(b) side-view

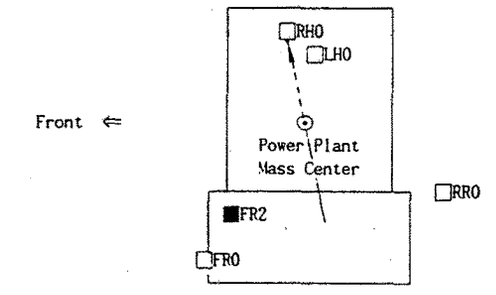


(c) frontview

Fig.3 Comparison of attached angles at a 3-point mounting system



(a) top-view



(b) side-view

Fig.4 Comparison of initial and optimum locations with the design case I

4.2.2 전/후방 마운트의 위치와 강성의 최적설계

엔진룸의 배치조건 때문에, RH, LH와 RR 마운트의 부착위치는 고정한다. 마운트의 강성에 대한 설계범위는 초기 강성치의 ±30%로 제한하고, 전방 부착 마운트의 위치에 대한 설계범위는 X축으로 ±100mm, Y축으로 ±30mm로 하고 Z축은 ±50mm로 설정하였다. 후방 부착 마운트의 설계범위는 X축으로 ±100mm, Y축으로 ±30mm로 하고 Z축은 ±50mm로 하였다. 또한 마운트의 정하중에 따른 허용 처짐량은 RH와 LH는 5mm, FR와 RR은 5mm로 설정하였다.

최적화를 위한 초기설계점은 FR 마운트의 위치만을 변수로 고려한 (1)항과 같이 선정하였다.

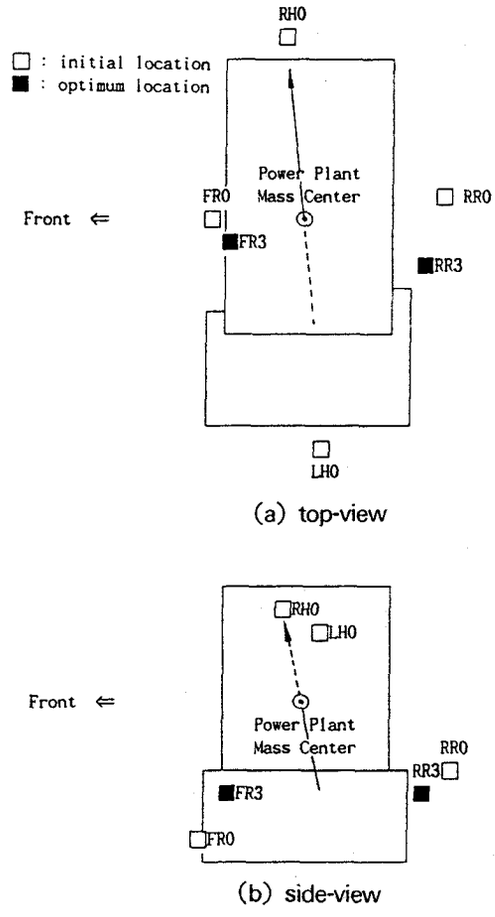


Fig.5 Comparison of Initial and Optimum Location with the design case II

최적화된 마운트의 강성값은 RH와 LH 마운트의 Y방향의 강성계수와 RR 마운트의 Z방향이 soft 해졌다. 그 외의 강성값은 거의 변화가 없었다. FR 마운트의 위치는 (1)항과 거의 유사하게 바뀌었고 RR 마운트의 위치가 많이 변경되었다. 특히 최적 설계 결과중 RR 마운트와 FR 마운트의 Z방향의 높이가 같은 점은 주목할 만하다. 또한 전달력은 토크가 약 35%, bounce가 약 75% 감소되었다.

4.3 3점 마운트와 4점 마운트의 전달력 비교

3점 마운트 시스템과 4점 마운트 시스템의 성능을 평가하기 위하여 각 마운트 시스템을 통한 전달력을 초기 설계치와 최적 설계치에서 비교하였다. 최적설계치에서의 합리적인 비교를 위하여, 각 마운트 시스템의 부착각도와 부착위치는 초기 설계치를 그대로 적용하고 마운트의 강성계수만을 설계변수로 다룬 결과를 비교하였다. 공회전 속도를 갖는 단위 토크를 X축에 가진력으로 작용시켰을 때, 초기 설계치에서의 전달력 비교결과를 Table 3에, 최적설계치에서의 전달력 비교를 Table 4에 수록하였다.

상기의 결과를 통하여 볼 때, 초기설계치에서의 3점 마운트는 soft bounce와 stiff roll 시스템이고 4점 마운트는 soft roll과 stiff bounce임을 알 수 있다. 또한 4점 마운트가 3점 마운트에 비하여 전달되는 토크가 초기 강성계수에서 71.86%, 최적 강성계수에서 64.86%가 상대적으로 적음을

Table 3 Comparison of the transmitted force with initial stiffness

Mounting Type	3-Point System	4-Point System
Stiffness(N/mm)	RH : 30, 116, 187 LH : 81, 298, 193 RR : 30, 298, 150	RH : 210, 150, 190 LH : 280, 200, 250 RR : 85, 280, 145 FR : 150, 200, 140
Transmitted Force/Torque	F_z=0.0142 T_x=0.5794	F_z=0.254 T_x=0.207

Table 4 Comparison of the transmitted force with optimum stiffness

Mounting Type	3-Point System	4-Point System
Stiffness(N/mm)	RH : 30, 82, 206 LH : 100, 386, 167 RR : 100, 208, 194	RH : 210, 134, 188 LH : 280, 140, 255 RR : 85, 203, 128 FR : 126, 242, 98
Transmitted Force/Torque	F_z=0.0042 T_x=0.4440	F_z=0.147 T_x=0.156

알 수 있다. 초기강성계수를 실차에 적용해 본 결과 4점 시스템이 3점 시스템에 비하여 운전석 위치에서 진동(shake)은 가속도의 크기가 80% 적었고 소음(hum)은 subjective rate로 0.5정도 양호하였다. 또한 에어컨의 가동에도 4점지지 시스템이 덜 민감하였다.

본 연구의 결과에 따르면, 3점지지 시스템이 4점지지 시스템에 비하여, 마운트의 방향에 따른 강성치(K_x, K_y, K_z)가 전체 시스템의 진동특성에 민감하게 영향을 끼친다. 따라서, 고무를 재질로 하는 엔진마운트 시스템은 3점 시스템이 4점 시스템에 비하여 제작하기가 상대적으로 힘들 것으로 여겨진다.

6. 결 론

전륜 구동형 승용차의 3점지지 엔진마운트의 시스템과 4점지지 엔진 마운트 시스템에 대하여 각각 최적설계를 수행한 결과 다음과 같은 설계 기준을 얻을 수 있었다.

1) 3점지지 엔진 마운트 시스템의 경우 RH 마운트의 위치가 파워플랜트의 고유 토크축에 근접하면, RR 마운트가 soft하여야 하고 LH 마운트가 상대적으로 stiff 하여야 한다. 반대로 RH 마운트가 고유 토크축에서 떨어져 있으면, RR 마운트는 stiff 해야하고, LH 마운트는 soft해야 한다.
2) 4점지지 엔진 마운트 시스템의 경우 RH와 LH가 파워 플랜트의 질량중심과 높이가 거의 같으면서 반대 방향에 존재해야하고, FR과 RR은 질량 중심보다 낮은 위치에 있으면서, FR은 LH쪽으로 RR은 RH 쪽으로 가까이 있는 것이 바람직하다.

후 기

- 본 연구에 많은 협조를 해주신 대우자동차(주) 기술연구소 진동소음팀 연구원들께 감사드립니다.
- 이 연구는 부분적으로 한국과학재단 지원 터보·동력기계 연구센터의 지원을 받아 이루어진 것입니다. 연구지원에 심심한 사의를 표합니다.

참 고 문 헌

1. P. G. Tronvile, "Why Front-Wheel-drive ?" SAE 750015, 1975
2. D. L. Hill, "Designing Engine Mount Systems for Vibration Isolation" 6th Annual Institute of Noise Control in International Combusion Engines, University of Wisconsin-Madison Jan., 18., 1974
3. S. R. Johnson & j. W. Subhedar, "Computer Optimization of Engine Mounting System" SAE 790974, 1979
4. P. E. Geck & R. D. Patton, "Front Wheel Drive Engine Mont Optimization" SAE 840736, 1984.
5. D. M. Ford, "An Analysis and Application of Decoupled Engine Mount System for Idle Isolation" SAE 850976, 1985
6. D. L. Flanigan, L. H. Wu & F. Sabelt, "Analytical

Optimization Chassis Components for Reduction of Vehicle Sound and Vibration" SAE 880884, 1988.

7. I. Morita, Y. Nozawa & K.Arai, "On Noise and Vibration from Engines Transversely Installed in Front Wheel Drive Cars" JSAE Review November, 1983.
8. H. Hata & H. Tanaka, "Experimental Method tc Derive Optimum Engine Mount System for Idle Shake" SAE 870961, 1987.
9. Vanderplaats, G. N., "Numberical Optimization Techniques for Engineering Design", McGraw Hill, 1984.
10. K. J. Bathe, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, 1982.
11. Kim, M. S & Choi, D. H., "IDOL User's Guide Version 2.0", AMOD 93-01, Applied Mechanics and Optimal Design Lab., Dept. of mechanical design and production engineering, Hanyang University, 1993.