

말뚝載荷試驗에서 最大曲率을 利用한 支持力 推定

Estimation of the Bearing Capacity in Pile Load Tests Using the Maximum Curvature

黃正奎* · 柳丁洙**

Hwang, Jung Kyu · Ryu, Jeong Soo

Abstract

It is usually very expensive and often impractical to extend a load test on a large pile until collapse. Many graphical or mathematical methods have been attempted to estimate the bearing capacity from the results of a vertical load test without having to load the pile to failure. According to Fellenius, the failure value must be based on some mathematical rule and generate a repeatable value that is independent of scale relations and the opinions of the individual interpreter. This study presents the method which may estimate the failure load using the maximum curvature to apply Kondner's theory from the results of a loading test which cannot be extended until the failure load is reached.

요 지

大口徑 말뚝에 있어 破壞時까지 말뚝載荷試驗을 실시한다는 것은 매우 비용이 많이 들고 거의 불가능한 일이다. 따라서 破壞時까지 載荷하지 못한 말뚝의 鉛直載荷試驗의 結果로부터 支持力을 推定하기 위해 많은 圖解的 방법과 數學的 방법이 시도되었다. Fellenius에 의하면 載荷試驗에 의한 破壞值의 推定은 數學的인 法則에 근거를 두어야 하며, 縮尺 관계나 개인의 視覺的 判斷 등에 의존하지 않는 일정한 값을 가져야 한다. 本 論文은 破壞時까지 載荷하지 못한 말뚝의 鉛直載荷試驗에 대하여 Kondner의 理論에 근거한 數學的인 方法으로 雙曲線의 最大曲率點을 破壞荷重으로 推定하는 方法을 제안 하였다. 이 方法으로는 破壞荷重 뿐만 아니라 破壞荷重時의 沈下量도 推定이 가능하다.

1. 序 論

말뚝의 鉛直支持力을 推定하는 方法에는 靜力學的, 動力學的 支持力 公式에 의한 方法이 있으며, 이러한 靜力學的, 動力學的 公式에 의한 支持力의 信賴度는 말뚝載荷試驗에 의하여 檢定된다.

말뚝의 支持力 推定에 있어서, 小口徑이고 支持力이 작은 말뚝에서는 降伏荷重 또는 極限荷重에 이르는 荷重-沈下量 曲線을 얻을 수 있어 支持力을 쉽게 구할 수 있지만 大口徑이고 支持力이 큰 말뚝에서는 載荷試驗時 載荷裝置의 용량 및 성능, 試驗終了條件, 工程 등의 여러 제약조건으로 인하여 降伏荷重이나 極限荷重까지 載荷하지 못하고 試驗이 終了되므로, 이 때의 荷重과 沈下量의 값으로 精確한

* 正會員 · 弘益大學校 工科學科 土木工學科 教授
** 正會員 · 東明技術公園 監理部 理事

支持力を推定한다는 것은 대단히 어려운 일이다.

말뚝載荷試驗의 支持力を推定하는 방법은 國家나 團體 또는 提案者에 따라 그 判定 방법 및 基準 등이 수십여 종에 이르고 있는 실정이나,⁽¹⁾ 이를 분류하여 보면 圖解的 方法和 數學的 理論에 의한 방법으로 大別할 수 있다.

圖解的 方法은 荷重-沈下量 曲線에 의하여 支持力を推定하는 방법과 荷重-沈下量의 對數座標에 의하여 支持力を推定하는 방법으로 나눌 수 있다.

荷重-沈下量 曲線에 의하여 支持力を推定하는 방법은 限界沈下量의 개념에 따라 支持力を推定하는 Terzaghi-Peck⁽²⁾의 規準, 독일의 DIN 4014 規準, 말뚝 직경 10%에 해당되는 沈下量을 나타낼 때의 荷重을 極限支持力으로 하는 Tomlinson⁽³⁾의 規準 등이 있으며, 말뚝의 全沈下量에서 彈性沈下量을 제외한 塑性沈下量에 의해 支持力を推定하는 Chellis⁽⁴⁾ 및 Das⁽⁵⁾의 방법과 말뚝先端의 沈下量과 先端軸力에 의해 支持力を推定하는 吉成⁽⁶⁾의 방법 등이 있다.

荷重-沈下量의 對數曲線으로 支持力を推定하는 방법은 De Beer⁽⁷⁾의 방법, 沈保漢⁽¹⁾의 방법 등이 있으며, 그 밖에 沈下量과 對數時間의 座標에 의하여 支持力を推定하는 日本土質工學會⁽⁸⁾의 방법 등이 있다.

이러한 圖解的 方法에 의한 支持力推定은 圖面의 縮尺 및 個人差에 의하여 서로 다른 結果值를 얻는 것으로 알려져 있으며,^(7,9,10) 大口徑 말뚝에서 荷重-沈下量 曲線의 曲率半徑이 크게 나타나는 경우에는 圖解的 方法으로는 支持力推定이 거의 불가능한 경우가 있다.

그러므로, Fellenius는 圖面의 縮尺 및 個人誤差 등에 의해 영향을 받지 않는 일정한 結果值가 되기 위해서는 數學的인 法則에 근거를 두어서 破壞荷重이 決定되어야 한다⁽⁷⁾고 하였다.

數學的 理論에 의한 방법으로는 指數函數 형태의 Van der Veen⁽¹¹⁾의 방법, 拋物線 형태의 Hansen⁽¹²⁾의 방법, 雙曲線 형태의 Chin⁽¹³⁾의 방법, 彈性變形量에 의한 Davisson⁽⁷⁾의 방법, 宇都⁽¹⁰⁾의 방법 등이 있다.

本論文은 말뚝載荷試驗에 의한 鉛直支持力의 推定에 있어서 數學的 理論에 의한 방법으로 支持力を 決定하는데 그 目的이 있으며, Kondner⁽¹⁴⁾의 理論에

의한 雙曲線에서 曲率이 最大인 點을 구하여 支持力を推定하는 방법을 제안하였다.

이 방법은 말뚝의 破壞荷重을推定할 수 있을 뿐만 아니라 破壞荷重時의 沈下量을推定할 수 있어 妥當性이 있는 것으로 判斷된다.

2. 理論的 背景

말뚝載荷試驗 方法을 載荷 方法에 따라 분류하면 緩速載荷試驗, 週期試驗, 一定速度貫入試驗 및 急速載荷試驗으로 구분할 수 있고,⁽¹⁵⁾ 試驗方法은 韓國工業規格의 “軸 荷重에 의한 말뚝 堆下試驗 方法(KS F 2445)”에 따르며, 일반적으로 이 중에서 緩速載荷試驗을 가장 많이 사용하고 있다.

일반적으로 말뚝의 降伏荷重은 말뚝의 荷重-沈下量 舉動이 彈性狀態에서 塑性狀態로 이행할 때의 荷重으로서 荷重增加에 대한 沈下量의 增분이 현저하게 增加하기 시작할 때의 荷重,⁽⁶⁾ 極限荷重은 荷重의 微小한 增加에 대하여 沈下量의 增加가 무한히 크게 發生하는 荷重,^(1,6) 破壞荷重은 極限荷重에 對應하는 意味로서 特定한 基準을 超過하였을 때의 荷重으로 각각 定義되고 있다.⁽¹⁶⁾

Kondner는 三軸壓縮試驗에 있어서 軸差應力 σ 와 軸方向 變形率 ϵ 의 관계는 雙曲線에 近似시킬 수 있음을 究明하고 式 (1)을 提案하였다.^(14,17)

$$\sigma = \frac{\epsilon}{a + b \cdot \epsilon} \quad (1)$$

여기서, a , b 는 상수로서, $\epsilon - \epsilon/\sigma$ 의 座標系에서 $\epsilon/\sigma = a + b \cdot \epsilon$ 의 관계로부터 回歸線의 截片과 기울기로 a , b 를 구할 수 있으며, ϵ 이 無限大이면 式 (2)와 같이 極限值 σ_{ult} 를 決定할 수 있다.

$$\sigma_{ult} = \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{\epsilon}{a + b \cdot \epsilon} = \frac{1}{b} \quad (2)$$

이와 같이 應力-變形率의 關係는 그림 1과 같은 雙曲線으로 表示되며, 式 (2)와 같은 應力の 極限值는 雙曲線의 漸近線과 같은 값이 되며, 原點에서의 接線각 $\theta = \tan^{-1}(1/a)$ 이 된다.

Chin은 Kondner의 關係를 말뚝載荷試驗에 適用하여 式 (1)의 應力 σ 를 말뚝머리荷重 P 로, 變形率 ϵ 을 말뚝머리沈下量 S 로 표시하여 式 (3) 및 그림

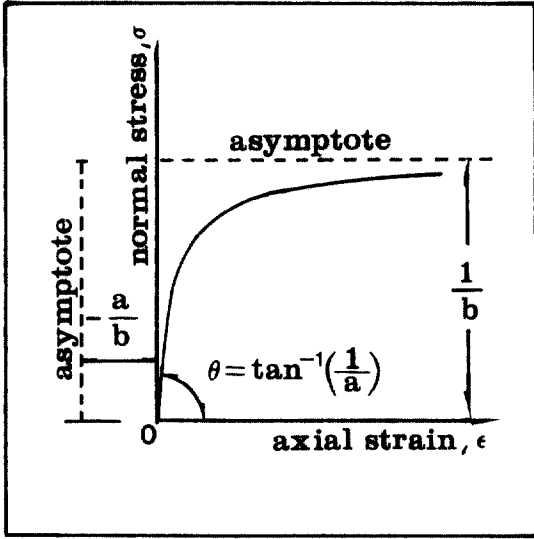


그림 1. Rectangular hyperbolic representation of stress-strain.⁽¹⁴⁾

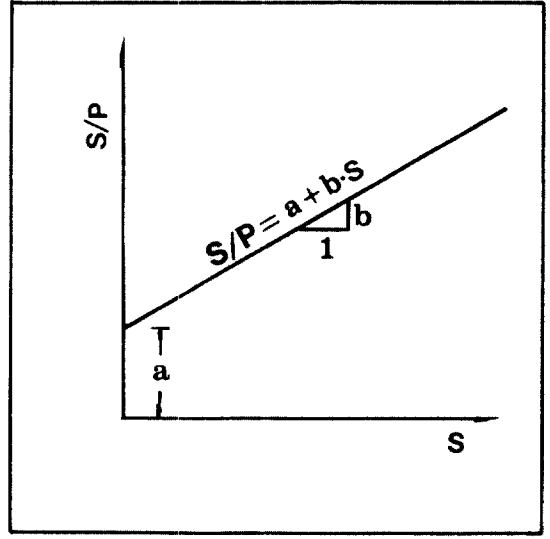


그림 3. Correlation between S and S/P.

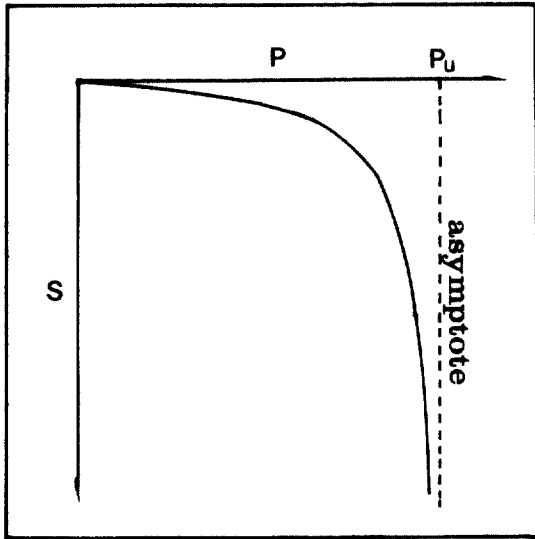


그림 2. P-S curve by Chin's method.

2와 같이 나타내고, 載荷試驗 結果值를 그림 3과 같이 S-S/P 座標에 圖示한 후 a와 b를 구하였다.

$$\frac{S}{P} = a + b \cdot S \quad (3)$$

式 (3)과 같은 관계는 여러 말뚝 載荷試驗에서 實

測한 結果와 비교적 잘 一致하고 있는 것으로 알려져 있으며,^(13,18-23) 말뚝이 大口徑化됨에 따라 支持力의 增加 등과 같은 여러 條件으로 인하여 荷重-沈下量 曲線이 折曲點이 나타나지 않는 荷重-沈下狀態에서 대부분 試驗이 終了되므로 從來의 여러 圖解의 方法 및 數學的 方法들에 의한 支持力의 決定이 매우 어려운 실정임을 감안할 때,⁽⁶⁾ Kondner의 理論에 의한 Chin의 方法으로 荷重-沈下量 曲線을 推定하는 것은 妥當性이 있다고 判斷된다.

3. 最大曲率을 이용한 支持力 算定法

本 論文에서는 曲率이 最大인 點을 破壞荷重이라 定義하였으며, 이를 구하는 方法은 다음과 같다.

曲率을 구하는 方法은 그림 4와 같이 點 B_i(X, Y), B_{i+1}(X+ΔX, Y+ΔY)를 曲線 Y=f(X) 위의 인접한 두점이라 할 때 弧 B_iB_{i+1}의 平均曲率 \bar{K} 는 두점의 거리 ΔL과 증가된 회전각 Δα의 比로서 정의되며, 式 (4)와 같이 표시된다.⁽²⁴⁾

$$\bar{K} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta L} \quad (4)$$

따라서, 曲線 위의 한점 B_i에서의 曲率 K_i는 式 (5)와 같이 표시된다.⁽²⁴⁾

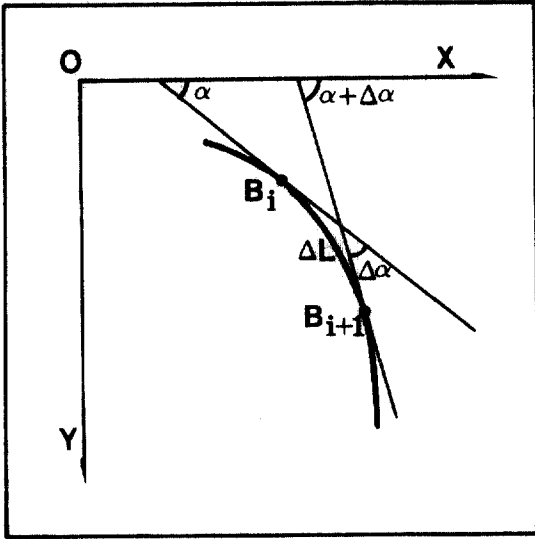


그림 4. Determination of curvature.

$$K_i = \left| \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta L} \right| = \left| \frac{d\alpha}{dL} \right|$$

여기서, $\tan \alpha = dY/dX$ 이므로

$$\frac{d\alpha}{dX} = \frac{\frac{d^2Y}{dX^2}}{1 + \left(\frac{dY}{dX}\right)^2}$$

$$dL = \pm \sqrt{1 + \left(\frac{dY}{dX}\right)^2} \cdot dX$$

$$\therefore K_i = \frac{\left| \frac{d^2Y}{dX^2} \right|}{\left[1 + \left(\frac{dY}{dX}\right)^2 \right]^{3/2}} \quad (5)$$

雙曲線의 曲率은 P-S座標 값을 曲線의 漸近線과 일치하는 X-Y座標로 變換시켜 그림 5와 같이 구하는 것이 편리하다.

그림 5에 있어서 P-S座標의 曲線式을 X-Y座標로 變換할 경우 그 關係는 式 (6)과 같다.

$$\left. \begin{aligned} X &= P - \frac{1}{b} \\ Y &= S + \frac{a}{b} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

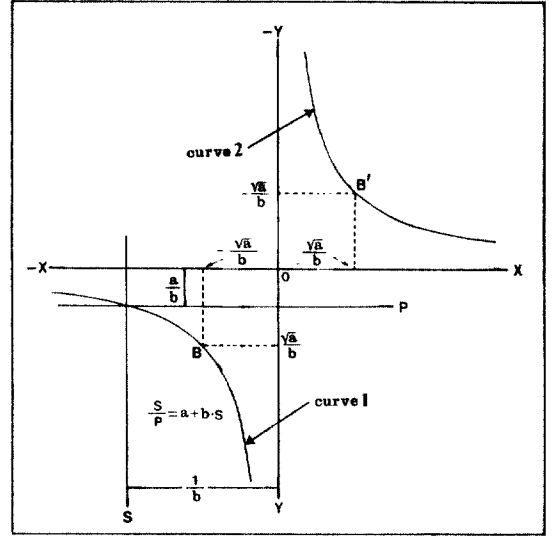


그림 5. The coordinate transformation of hyperbola.

이를 式 (3)에 代入하고 Y에 대하여 整理하면 式 (7)과 같다.

$$\left. \begin{aligned} Y &= \frac{-a}{b^2 \cdot X} \\ \frac{dY}{dX} &= \frac{a}{b^2 \cdot X^2} \\ \frac{d^2Y}{dX^2} &= \frac{-2a}{b^2 \cdot X^3} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

이 式을 式 (5)에 代入하면 雙曲線의 曲率 K_i 는 式 (8)과 같이 표시된다.

$$K_i = \frac{\left| \frac{-2a}{b^2 \cdot X^3} \right|}{\left(1 + \frac{a^2}{b^4 \cdot X^4} \right)^{3/2}} \quad (8)$$

따라서, 雙曲線에서 曲率が 最大가 되는 點은 式 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} X &= \mp \frac{\sqrt{a}}{b} \\ Y &= \pm \frac{\sqrt{a}}{b} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

여기서, 複符號는 각각 그림 5의 曲線 1 및 2에서 最大曲率點 B 및 B'에 해당된다.

말뚝載荷試驗에 의한 荷重-沈下量 曲線은 曲線 1 에 해당되므로 最大曲率點이 발생하는 荷重과 이때의 沈下量은 式 (10)과 같으며, 이는 本 論文에서 구하고자 하는 破壞荷重 P_f 와 破壞荷重時의 沈下量 S_f 이다.

$$\left. \begin{aligned} P_f &= \frac{-\sqrt{a}}{b} \\ S_f &= \frac{\sqrt{a} \cdot (1 - \sqrt{a})}{b} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

여기서 a, b는 말뚝載荷試驗의 結果值로부터 그림 3과 같이 구한 S-S/P의 回歸線의 截片 및 기울기에 해당된다.

4. 分析 및 考察

Kondner의 雙曲線 理論에 의한 Chin의 방법은 式 (2) 및 (3)에서 보는 바와 같이 S-S/P의 回歸分析에서 回歸線의 기울기가 동일한 경우에는 極限荷重이 항상 一定한 값을 갖게 되어 있으며, 이 때의 沈下量은 無限大이다.

예컨대, 그림 6에서 S-S/P座標上의 回歸線의 기울기는 一定하나 截片이 다른 값을 갖는 경우를 圖示한 것이며, 이를 P-S曲線으로 나타내면 그림 7의 曲線 1, 2, 3과 같다.

그림 6과 같이 回歸線의 기울기가 같고 截片이 다른 경우에 荷重-沈下量 曲線은 그림 7과 같이 각각 다른 曲線 형태를 나타내지만, Chin의 방법에 의한 極限荷重은 기울기의 역수에 해당되므로 그림 7과 같이 동일한 極限荷重을 나타낸다.

그러나, 서로 형태가 다른 荷重-沈下量 曲線은 각각 固有한 支持力의 값을 갖는다고 생각할 때 이것은 매우 不合理한 結論이며, 그림 7의 曲線 1, 2, 3은 당연히 서로 다른 支持力 값을 가져야 할 것으로 判斷된다.

表 1에서 보는 바와 같이 Chin의 방법에 의한 그림 7의 曲線 1, 2, 3의 極限荷重 P_f 는 截片 값에 관계없이 684 tf로 동일하고, 極限荷重에 대한 最終 沈下量 S_f 는 無限大이지만, 本 論文에서 提示한 最大曲率點을 이용한 말뚝의 破壞荷重 P_f 는 각각 616 tf, 566 tf, 517 tf이며, 破壞荷重時의 沈下量 S_f 는 각각 61 mm, 98 mm, 126 mm이다.

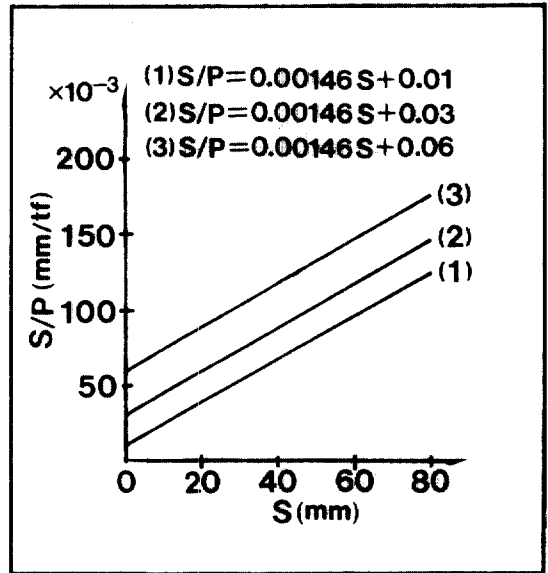


그림 6. The constant slope on the S-S/P axis.

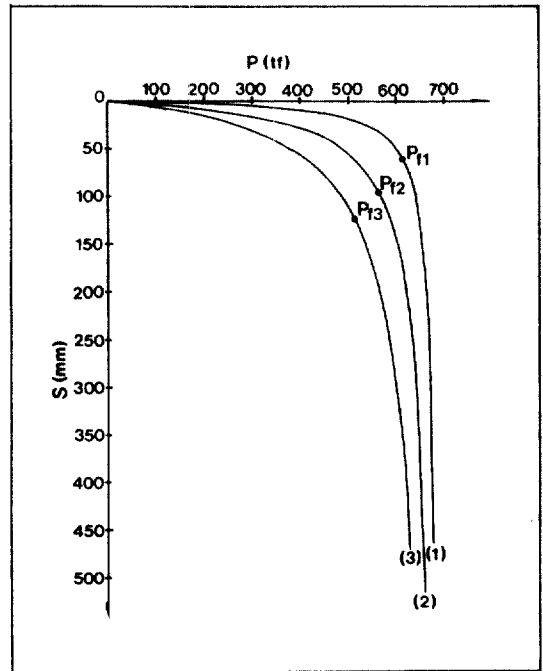


그림 7. Load-settlement curve.

한편, Chin은 漸近線 값을 極限荷重으로 하였으므로 極限荷重時의 沈下量은 無限大가 되어 理論的으로 沈下量을 決定하지 못하는 問題點이 있기 때

表 1. Comparison between Chin's ultimate load vs. failure load by the maximum curvature

曲線	曲線式	Chin의 방법		最大曲率에 의한 방법		備考
		P_u (tf)	S_u (mm)	P_f (tf)	S_f (mm)	
1	$S/P=0.00146S+0.01$	684	∞	616	61	
2	$S/P=0.00146S+0.03$	684	∞	566	98	
3	$S/P=0.00146S+0.06$	684	∞	517	126	

문에 極限荷重의 90%에 해당하는 荷重일 때의 沈下量을 最終沈下量이라 하였다.⁽²¹⁾

따라서, 그림 7의 曲線 1, 2, 3에 있어서 Chin의 極限荷重 값의 90%에 해당되는 荷重에 대한 沈下量 값은 61 mm, 184 mm, 369 mm이지만 이 값들은 하나의 基準値에 불과할 뿐 無意味한 것으로 思料된다.

일반적으로 極限荷重 또는 破壞荷重을 실제의 말뚝 設計에 適用시키려면 말뚝의 許容支持力을 구하여야 하고, 이를 위해서는 安全率을 決定할 필요가 있는데 이는 將次的 研究 課題이며, 本 論文의 理論을 實證할 수 있는 資料는 다음 論文에 發表될 것이다.

5. 結 論

本 研究의 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 實測한 荷重과 沈下量에 의해 推定되는 支持力은 圖面의 縮尺 또는 個人誤差에 의해 相異한 값을 갖지 않는 일정한 값을 가져야 하며, 이를 위하여는 數學的 理論에 근거한 방법으로 決定되어야 하는데 最大曲率에 의해 支持力을 推定하는 방법은 이를 만족하고 있다.

2) 荷重-沈下量 曲線을 雙曲線으로 가정하여 그 漸近線에 해당되는 荷重值를 極限荷重으로 定義한 Kondner 理論에 따른 Chin의 방법은 曲線의 형태가 서로 다른 경우라도 漸近線만 동일하면 極限荷重이 동일한 結果를 얻는 問題點이 있는 반면에, 最大曲率에 의한 방법으로 구한 破壞荷重은 曲線의 형태에 따라 서로 다른 값을 나타낸다.

3) Chin의 방법은 極限荷重時의 沈下量을 決定하지 못하는 問題點이 있어 極限荷重의 90%에 해당되는 荷重에 대한 沈下量으로 假定하지만, 最大

曲率에 의한 방법은 破壞荷重時의 沈下量에 대한 推定이 가능하다.

4) 最大曲率에 의한 破壞荷重을 말뚝 設計에 適用시키기 위해서는 安全率을 決定하여야 하는데 이는 將次的 研究 課題이며, 本 論文의 理論을 實證할 수 있는 資料는 다음 論文에 發表될 것이다.

參 考 文 獻

1. 沈保漢, “中國における場所打ちコンクリート杭の鉛直支持力の評價”, 土と基礎, 第31卷, 第12號, 1983, pp. 57-64.
2. Terzaghi, K. and Peck, R.B., Soil Mechanics in Engineering Practice, John Wiley & Sons, New York, 1967, pp. 536-537.
3. Tomlinson, M.J., Pile Design and Construction Practice, Viewpoint, London, 1987, pp. 97-136.
4. Chellis, R.D., Pile Foundation, McGraw-Hill, New York, 1961, pp. 455-467.
5. Das, B.M., Principles of Foundation Engineering, Brook/Cole Engineering Division, California, 1984, pp. 395-397.
6. 吉成元伸, “載荷試驗から支持力を判定するうえでの問題點”, 土と基礎, Vol. 23, No. 7, 1975, pp. 27-33.
7. Fellenius, B.H., “The Analysis of Results from Routine Pile Load Tests”, Ground Engineering, Vol. 13, No. 6, 1980, pp. 19-31.
8. 日本土木工學會, クイの鉛直載荷試驗基準・同解説, 1979, pp. 14-83.
9. Van der Veen, C., “Loading Test on an Unorthodox Concrete Cuff Pile”, Proc., 6th ICSMFE, Vol. 2, 1965, pp. 333-337.
10. 宇都一馬, 冬木衛, 櫻井學, “杭の載荷試驗結果の整理方法”, 基礎工, 総合土木研究所, 1982, pp. 21-30.
11. Van der Veen, C., “The Bearing Capacity of a

- Pile", Proc. 3rd ICSMFE, Vol. 2, 1953, pp. 84-90.
12. Hansen, J.B., Discussion, "Hyperbolic Stress-Strain Response; Cohesive Soil", *Journal SMFD, ASCE*, Vol. 29, SM4, 1963, pp. 241-242.
 13. Chin, F.K., "Estimation of the Ultimate Load of Piles from Tests not Carried to Failure", Proc. of the 2nd Southeast Asian Conf. on Soil Engineering, Singapore, 1970, pp. 81-90.
 14. Kondner, R.L., "Hyperbolic Stress-Strain Response; Cohesive Soils", *Journal SMFD, ASCE*, Vol. 89, No. SM1, 1963, pp. 115-143.
 15. Fellenius, B.H., "Testing Loading of Piles and New Proof Testing Procedure", *ASCE*, Vol. 101, No. GT9, 1975, pp. 855-869.
 16. Crowther, C.L., *Load Testing of Deep Foundations*, John Wiley & Sons, Singapore, 1988, pp. 136-137.
 17. 黃正奎, 建設技術者を 위한 地盤工學의 基礎理論, 歐美書館, 서울, 1992, pp. 604-605.
 18. Chin, F.K., Discussion, "Pile Tests-Arkansas River Project", *Journal SMFD, ASCE*, Vol. 97, SMG, 1971, pp. 930-932.
 19. Chin, F.K., "The Inverse Slope as a Prediction of Ultimate Bearing Capacity of Piles", Proc. of the 3rd Southeast Asian Conf. on Soil Engineering, Hong Kong, 1972, pp. 83-91.
 20. Chin, F.K., "Behavior of Piles in Alluvium", Proceedings of the 8th ICSMFE, Vol. 21, Moscow, 1973, pp. 47-52.
 21. Chin, F.K., "Diagnosis of Pile Condition", *Geotechnical Engineering*, Vol. 9, 1978, pp. 85-104.
 22. 黃正奎, 金釋烈, "말뚝의 鉛直載荷試驗에 의한 支持力 研究", 弘益大學校, 1989, 52pp.
 23. 柳丁洙, 金釋烈, "말뚝의 鉛直載荷試驗에 의한 支持力 決定에 관한 研究", *韓國農工學會誌*, 第31卷, 第2號, 1990, pp. 101-110.
 24. 延世大學校 數學科 教授 共譯, Thurman S. Peterson 原著 微分積分學, 清文閣, 1983, pp. 155-156.
(接受: 1992. 11. 20.)