

암석이나 콘크리트와 같은 경화재료에 대한 구성모델

Constitutive Model for Hardening Materials such as Rock or Concrete

강 병 선*

Kang, Byung Sun

Abstract

The aim of this study is to provide the stress-strain behavior of hardening geological materials such as rock or concrete on three dimensional spaces by using Desai model based on plastic theory. To validate proposed model, truly triaxial tests with high pressure under variety of stress paths in which three principal stresses were controlled independently using concrete materials were performed. The main results are summerized as follows:

1. Various stress paths for hardening materials used are satisfactorily explained by performing the truly triaxial test with high pressure. This is very important to investigate constitutive equations for materials like rock or concrete.

2. Since the proposed yield function is continuous, it avoids the singularity point at the intersection of two function in the previous models, thus, reducing the difficulties for computer implementation.

3. Analytical predictions for yielding behavior on $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$, octahedral and triaxial plane, as well as volumetric strain and stress-strain behavior agree well with experimental results.

요 지

본문은 3차원 응력 공간에서 암석이나 콘크리트등 경성기초 지반재료의 응력 - 변형을 거동에 대해 소성이론에 기초를 두고 Desai 등에 의해 제안된 구성식에 대해 기술하고 이를 증명하기 위해 3주응력을 독립적으로 제어 할 수 있는 고압력 입방체 3축실험기를 이용하여 다양한 응력 경로 실험을 한 것으로 사용재료는 콘크리트 시료를 제작 이용하였으며 그 주요한 결론으로서는

1) 경성재료의 구성모델은 3주응력이 별도로 제어되는 3축실험을 시행함으로써 다양한 응력경로를 보다 정확히 설명할 수 있다. 이점은 경화재료 특히 암석이나 콘크리트와 같은 재료의 구성식을 설명하는데 있어서 필수적이라고 판단한다.

2) 이와같은 경성재료의 구성식은 항복과 경화거동을 유일한 함수로써 연속적으로 정의할 수 있으므로 지금까지 두개의 함수를 이용하여 표현한 두 항복면의 불연속을 제거할 수 있다. 따라서 두 함수의 교차점에서 sigularity point를 피할 수 있으므로 computer계산에 관련된 난점을 제거할 수 있다.

3) 본 콘크리트와 같은 재료의 경우도 $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ 면, 8면체면 그리고 3축면등에서의 항복거동(그림 11-그림 14)과 체적변형률(그림 15) 그리고 응력-변형률거동(그림 16-그림 18)에 대해 이론 예측치와 실험결과치가 잘 일치하고 있다.

* 정회원 · 송원전문대학 토목과 조교수

1. 서 론

기초지반이 연약한 점성토나 모래로 이루어진 연성재료에 대한 구성모델의 연구는 수치해석의 도입과 함께 많은 연구실적을 나타내고 있으나 암석이나 콘크리트와 같은 경화재료에 대한 구성모델에 대해서는 그 연구가 활발하지 못한 실정이다. 본 연구는 소성론에 기초를 두고 다양한 하중조건에서 재료의 거동특성을 잘 나타낼 수 있도록 하기 위해 적절한 항복조건을 택하여 연구발표한 Desai⁽¹⁾의 구성모델을 사용하여 본 모델이 경화재료인 콘크리트에도 적용되는지를 검증하기위해 콘크리트 시료를 제작하여 입방체 3축 실험을 통해 확인해 보고자 한 것이다.

이와 같은 연구로서는 William and Warnke⁽²⁾에 의해 파괴포락선을 정의하는데 5개의 변수를 이용하고 또한 등방응력, 8면체 전단응력 및 Lode angle의 향으로 나타낸 바 있으며 Lade⁽³⁾는 콘크리트의 파괴거동을 예측하는데 있어서 응력불변량 J_1 , J_2 와 J_3 를 이용한 함수로써 모델을 제안한 바 있다. 이들 모델은 재료가 경화거동을 보일 때 탄성한계를 나타내는 초기 항복면과 항복거동을 연속적으로 나타내는 또 하나의 항복면(혹은 Cap면)으로 나타내고 있다. 그러나 이들 모델의 주요결점의 하나는 재료의 항복면이 불연속으로 교차하는 두개의 항복함수에 의해 지배되는 것이다. 따라서 두 항복면의 교차점에서 직교칙(normality rule)이 성립되지 않는다. 즉 관련유동칙(associate flow rule)에서 소성변형률 증

분은 하중점에서 항복면에 수직하다고 가정하고 있는데 이들 모델은 소성변형률증분방향이 그림 1과 같이 두개의 항복면으로 정의되기 때문에 교차점에서는 직교칙을 설명할 수 없다. 따라서 만약 두개의 항복면 대신 단일항복면으로 나타낼 수 있다면 이러한 결점을 해결할 수 있을 것이다. 이와 같은 문제를 해결하기 위해서는 두개의 항복면이 교차되지 않는 단일항복면을 가정하여 주응력 관계의 항복함수를 정의하고 이들 3주응력이 독립적으로 제어되는 3축실험을 시행하여 그 응력경로를 통해 가정을 검증하는 방법이 있다.

본문에서는 이를 위하여 콘크리트와 같은 경성재료에 대해 초기등방압축응력을 변화시켜 등방압축 실험(HC : Hydrostatic Compression test), 표준삼축압축실험(CTC : Conventional Triaxial Compression test), 삼축압축실험(TC : Triaxial Compression test) 그리고 삼축인장실험(TE : Triaxial Extension test) 등을 시행하여 검토한 것이다.⁽⁴⁾

2. 구성모델

2.1 항복 함수

Desai⁽⁵⁾는 다음과 같이 응력성분 또는 응력 tensor의 불변량의 향으로써 항복함수를 나타낼 수 있다고 보고 $J_1, J_2^{1/2}, J_3^{1/3}$ 을 써서 다항식을 제안하였다.

$$\begin{aligned}
 F(J_1, J_2^{1/2}, J_3^{1/3}) = & \alpha_0 + \alpha_1 J_1 + \alpha_2 J_2^{1/2} + \alpha_3 J_3^{1/3} + \alpha_4 J_1^2 \\
 & + \alpha_5 J_1 J_2^{1/2} + \alpha_6 J_2 + \alpha_7 J_1^{1/2} J_3^{1/3} \\
 & + \alpha_8 J_2^{1/2} J_3^{1/3} + \alpha_9 J_3^{1/3} + \alpha_{10} J_1^3 \\
 & + \alpha_{11} J_1^2 J_2^{1/2} + \alpha_{12} J_1^2 J_3^{1/3} + \alpha_{13} J_1 J_2 \\
 & + \alpha_{14} J_1 J_3^{1/3} + \alpha_{15} J_2 J_2^{1/2} + \alpha_{16} J_2^{2/3} \\
 & + \alpha_{17} J_2^{1/2} J_3^{1/2} + \alpha_{18} J_3 + \alpha_{19} J_1 J_2^{1/2} J_3^{1/3} \dots \quad (2-1)
 \end{aligned}$$

여기서 J_1, J_2, J_3 는 다음과 같은 응력불변량이다.

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \sigma_{ij}(i, j=1, 2, 3) \\
 J_2 &= 1/2 \sigma_{ij} \sigma_{ij} \\
 J_3 &= 1/3 \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki} \quad (2-2)
 \end{aligned}$$

또한 $\alpha_i(i=1, 2, 3)$ 는 재료의 반응 함수다. 위의 다항식을 토대로 항복함수를 제안하여 현재까지 발표되어 있는 많은 모델 즉 Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, Critical State theory, Cap Model 그리고

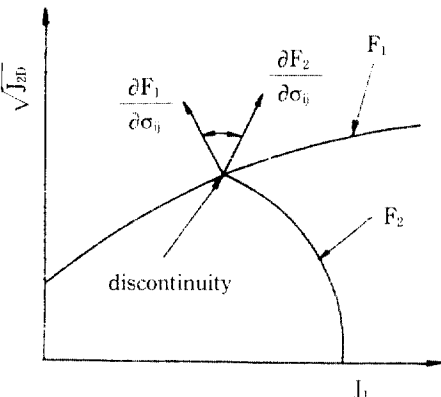


그림 1. Typical Example of Two Yield Surface.

Lade 모델등은 식 (2-1)에서 적절한 항을 선택하여 만들어진 특별한 경우로 설명하고 있으며 그가 제안한 초기의 구성식을 점진적으로 발전시켜 Hierarchical Single Surface model (HISS)⁽¹⁾라고 부르고 있다.

Desai⁽⁹⁾는 식 (2-1)에서, 위에서 언급한 model들을 포함한 6개의 항복함수를 선정하여 Ottawa sand 와 artificial soil⁽⁶⁾에 대해 각종 응력경로실험을 하였다. 그 결과 7번째항과 10번째항을 선택한 식 (2-3)이 응력경로에 무관한 가장 근사한 극한값을 얻었다.

$$\frac{J_1 J_3^{1/3}}{J_2} = C \quad (2-3)$$

이를 응력-변형률곡선에 나타내면 그림 2와 같으며 극한상태에서는 거의 일정한 불변값 C로 나타내고 peak상태 또는 파괴상태 혹은 체적변형률이 0인 한계상태는 이 C보다 아래 놓이거나 이와 일치한다고 보았다.

2.2 구성모델

등방경화소성이론에서는 초기 항복면은 극한이나 파괴상태에 도달할때까지 계속하여 확장하며 그 항복면의 형태는 똑 같다. 흙이나 암석 그리고 콘크리트와 같은 경화재료는 작용하중이 작을지라도 소성거동을 하며 이는 재하직후부터 경화가 시작되어 재료가 파괴에 도달할 때까지 경화를 계속한다고

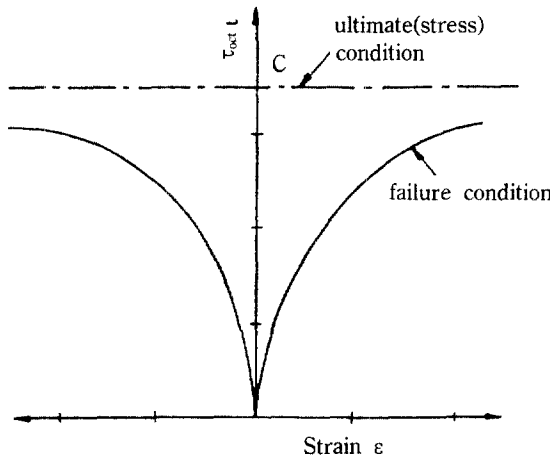


그림 2. Ultimate Stress Condition for a Typical Stress-Strain Response.

것을 의미한다. Desai⁽¹⁾는 소성증분이론을 도입하여 흙의 항복거동을 범용성있게 나타내기 위해 식 (2-1)에서 다음과 같이 다시 간편하게 항복함수를 표현하였다.

$$F = J_{2D} - (-\alpha J_1^n + \gamma J_1^2) + (1 - \beta S_r)^m \quad (2-4)$$

$$= J_{2D} - F_b F_s \quad (2-5)$$

여기서 J_{2D} 는 축차응력 tensor의 2차 불변량이고 $S_r = J_{3D}^{1/3} / J_{2D}^{1/2}$, 그리고 $\alpha, \beta, \gamma, n, m$ 는 거동함수로서 β, γ, n 는 재료상수로 가정하고 m 은 흙재료에 대해 $-1/2$, α 는 성장함수(경화 또는 연화)로 가정하였다.

식 (2-5)는 콘크리트나 암석과 같은 경화재료의 파괴와 항복을 설명하는데도 이용되며 여러가지 평면에서 항복면의 형상을 실험을 통해 증명하였다. 또한 이들의 극한파괴와 항복을 하나의 항복곡면으로 나타낼 수 있다.

또한 식 (2-5)에서 F_b 는 기초함수로서 정의하며 $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ 공간에서 단일 항복면의 변화를 설명(그림 3)하고 있다. 즉 $\sqrt{J_{2D}}=0$ 에 대해 $J_1=0$ 과 $(r/\alpha)^{1/n-2}$ 의 두값을 가지며 성장함수 α 의 크기에 따라 단일항복면이 변하며 특히 $\alpha=0$ 일때 $J_1=(r/\alpha)^{1/n-2}$ 값은 무한대가 되는데 이는 극한 파괴 포락선을 나타낸다.

F_s 는 형상함수로서 8면체면에서 항복궤적을 나타내며 J_1 값이 증가함에 따라 3각형에서 점차 원형의 형태로 변화하는 형상을 나타내고 있으며(그림 4) 그림 5에는 3축면에서 항복면의 변화를 나타내고 있다.

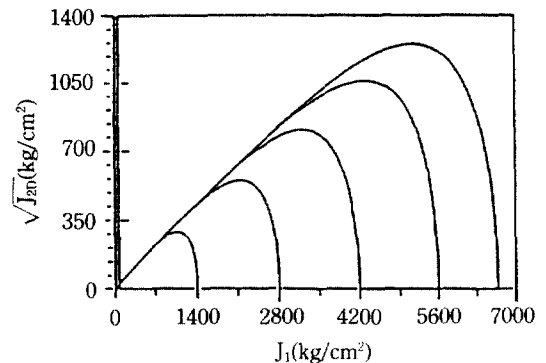


그림 3. Plot of the Yield Function in $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ Plane for TC Test for Various α .

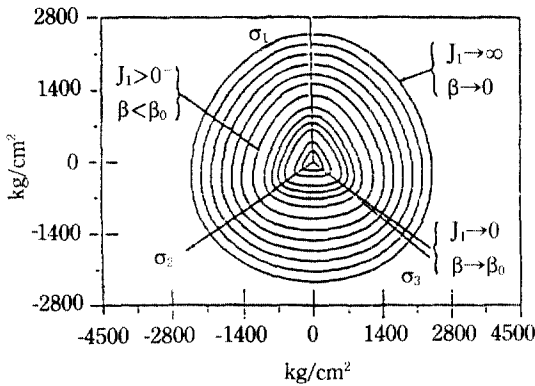


그림 4. Typical Yield Loci for J_1 .

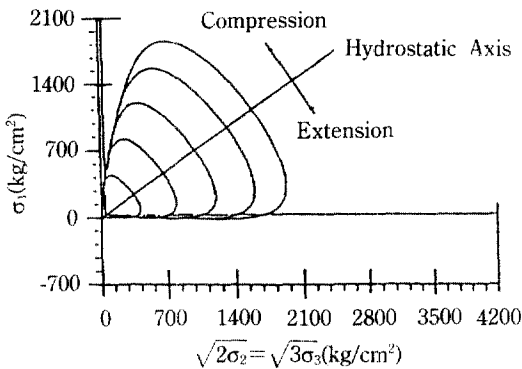


그림 5. Plot of the Yield Function in Triaxial Plane.

식 (2-4)에서 재료상수 β 는 다음과 같이 J_1 의 함수로 나타낸다.

$$\beta = \beta_0 e^{-\beta_1 J_1} \quad (2-6)$$

여기서 β_0 와 β_1 은 재료상수이다.

식 (2-6)은 경화재료에 대해서 J_1 값의 변화에 따른 항복곡면의 형상을 8면체면(혹은 II면)에 연속적으로 나타내고 있는데(그림 4) 낮은 응력에서는 삼각형의 꼭지점이 둥그스런 형상의 항복곡면을 나타내고 높은 응력에서는 원에 가까운 형상이다. 즉 식 (2-6)에서 $J_1=0$ 일때 $\beta = \beta_0$ 이고 J_1 값이 클때는 β 는 0에 가까워 II면에서 각각 삼각형과 원에 가까운 형태가 되도록 정의된 식이다. 여기서 재료상수 β_0 와 β_1 은 실험을 통해 얻으며 다음 제 3장에서 자세히 서술한다.

2.2.1 성장함수, α

기동함수(response function) α 는 성장함수(gro-

wth function)로도 부르며 매개변수 ξ 의 함수로 표현된다. 즉

$$\alpha = \alpha(\xi) \quad (2-7)$$

여기서 $\xi = \int (de_{ij}^p de_{ij}^p)^{1/2}$ 로써 소성변형을계적(plastic strain trajectory)이고 ϵ_{ij}^p 는 소성변형을 tensor이다. 이는 다시 축차 및 체적소성변형율로 나누어 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\xi_D = \int (de_{ij}^p de_{ij}^p)^{1/2} \quad (2-8)$$

$$\xi_V = 1/\sqrt{3} \int de_{kk}^p \quad (2-9)$$

여기서 de_{ij}^p 는 축차소성변형율증분 tensor로써

$$de_{ij}^p = de_{ij}^p - 1/3 de_{kk}^p \delta_{ij} \quad (2-10)$$

δ_{ij} 는 Kronecker's delter이다.

상기의 ξ 에 대한 정의와 더불어 식(2-7)은 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$\alpha = a_1 / \xi^{n_1} \quad (2-11)$$

여기서 a_1 , n_1 은 소성경화에 관련된 재료상수로서 다음장에서 응력경로실험으로 얻으며 여러 α 값에 대해 $J_1 - \sqrt{J_2 D}$ 공간에 나타내면 그림 3과 같다.

3. 입방체 3축 실험과 상수결정

3.1 시료 및 실험기계

경화재료로서 콘크리트시료를 택하여 10.3cm*10.3cm*10.3cm(4.1'*4.1'*4.1')의 크기로 제작하여 양생시킨 후 그라인더와 sand paper로 표면을 매끄럽게 다듬어 10.14cm*10.14cm*10.4cm(4*4*4')의 크기로 하여 3축 실험기에 꼭 맞게 한다.

본 실험에 이용된 시료의 28일 압축 강도 $\sigma_{28} = 200 \text{ kg/cm}^2$, 굵은 골재 최대 치수는 12m/m, 조립율 2.65, 배합비는 중량 배합으로 시멘트 : 모래 : 자갈 = 1 : 3.3 : 2.9이다. 여기서 모래가 자갈보다 배합양이 많은데 이는 시료 제작과 실험의 편의를 위한 것이다.

한편 실험기계는 그림 6에 보인 바와 같이 강성이 큰 입방체 frame과 덮개 역할을 하는 6개의 면(wall)으로 구성되어 있다. 10.14cm 크기의 정입방체 시료를 frame의 중앙에 놓고 비닐 membrane을 시료에 접촉하도록 하고 시료는 고압력으로부터 보호

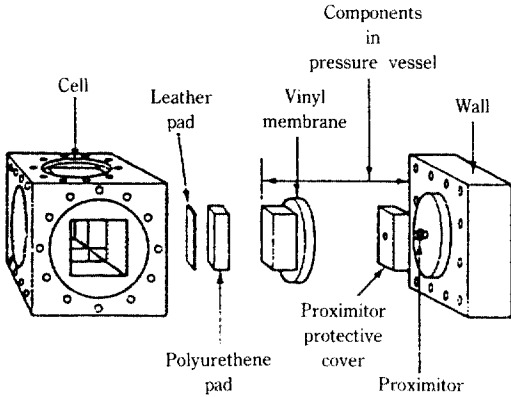


그림 6. Exploded View of Truly Triaxial Devices.

하기 위해 폴리우레탄 pad로 보강한 후 각면(wall)을 볼트로 채워 frame에 부착시킨다. 하중은 비압축성이고 장시간 온도변화에 무관한 silicon기름을 이용한 유압장치로써 6면에 독립적으로 하중을 가할 수 있도록 각면에 연결된 압력라인에 발브를 부착하여 응력제어를 할 수 있도록 되어 있다. 또한 각면의 변형을 측정하기 위해 시료의 전면을 전기저항으로써 감응되는 알미늄호일로 둘러싸고 삼축 Cell 내면에 부착된 proximity probe를 이용하여 측정한다. 즉 하중을 증가하거나 감소함에 따라 시료가 변형을 일으키면 시료와 proximity probe의 간격의 차이에 따라 D.C signal로 변환되어 측정한다.

3.2 응력경로 및 3축실험

그림 7(a)(b)(c)에는 3차원응력공간, 3축면 그리고 8면체면에서의 응력경로를 나타내고 있다. 3축면의

응력경로는 HC(Hydrostatic Compression test)와 CTC(Conventional Triaxial Compression test)를 들 수 있으며 이들 실험은 체적거동을 논하는데 이용된다. CTC test는 초기등방응력이 일정한 상태에서 축방응력 σ_2 와 σ_3 를 일정하게 유지하고 수직응력을 증가시킨다. 본 연구에서는 1개의 HC test와 초기 등방응력을 달리한 3개의 CTC test를 실시하였다. 8면체면에서의 실험으로는 2개의 TC test, 1개의 SS test와 2개의 TE test등 5개를 실시하였다. 모든 시료는 σ_0 (초기등방응력)까지는 HC로 하중을 가하고 극한상태에 도달할때까지 8면체전단응력($\tau_{oct} = 1/3\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$)을 증가시켰다.

상기에서 언급한 일련의 응력경로 실험을 통해 얻은 응력 - 변형률거동 즉 $\sigma_{oct} - \epsilon_v$, $\epsilon_1 - \sigma_1$, $\epsilon_1 - \tau_{oct}$, $\epsilon_v - \sigma_1$ 그리고 $\gamma_{oct} - \tau_{oct}$ 의 관계는 기 발표된 논문(4)에서 그 특성을 자세히 설명하였다.

3.3 상수 결정

식 (2-4)를 풀기 위해 앞에 나온 상수들을 다음과 같이 세 범주로 나눈다.

- 1) 탄성상수 : E, ν 혹은 G, k
- 2) 경화항복상수 : n, β_0 , β_1 , r
- 3) 경화 상수 : a_1 , n_1

3.3.1 탄성상수

탄성 상수를 구하기 위하여 등방압축실험(HC)를 통해 얻은 $\sigma_{oct} - \epsilon_v$ 의 관계에서 unloading-reloading 곡선을 이용하여 체적계수 k를 구할 수 있다.

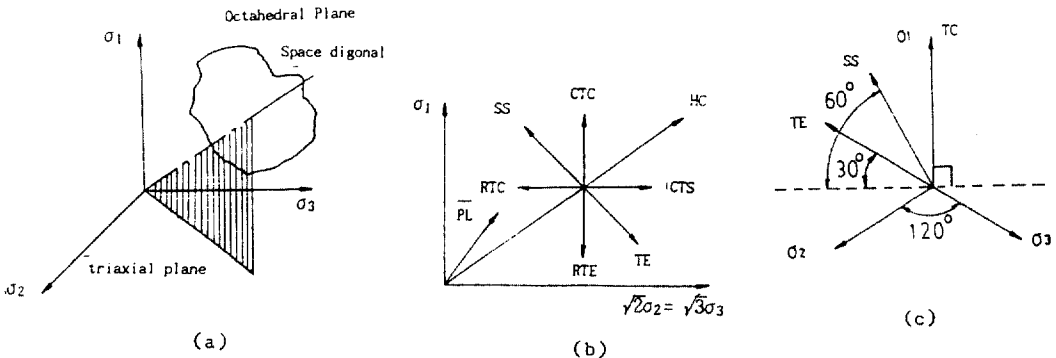


그림 7. Representation of Stress Path: (a) 3-D Stress Space; (b) Triaxial Plane; (c) Octahedral Plane.

$$k = \frac{G}{3(1-2\nu)} \quad (3-1)$$

또한 TC, TE 실험의 $\tau_{oct} - \gamma_{oct}$ 관계에서 G를 구할 수 있다.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3-2)$$

상기의 두 식으로부터 E와 ν 를 구한다.

3.3.2 거 동 함수 (response function) n

n값은 dilation이 일어나는 순간에서의 응력 상태 즉 체적변화가 0일때 결정된다. 이 상태에서 식 (2-4)로 부터 다음과 같다.

$$\frac{J_{2D}}{J_1^2} = (-\alpha J_1^{(n-2)} + r) \quad (3-3)$$

dilation이 발생하는 점에서 $\partial F / \partial J_1 = 0$ 이므로 식 (2-4)는 다음과 같다.

$$J_1 = \left(\frac{2r}{\alpha n} \right)^{1/n-2} \quad (3-4)$$

식 (3-3)과 식 (3-4)로 부터

$$\left(\frac{J_{2D}}{J_1^2} \right)_{dia} = \left(1 - \frac{2}{n} \right) F_s \cdot r \quad (3-5)$$

또한 극한 상태에서 식 (2-11)은 $\alpha = 0$ 이므로 식 (3-3)은 다음과 같다.

$$\left(\frac{J_{2D}}{J_1^2} \right)_{ult} = r \cdot F_s \quad (3-6)$$

식 (3-5)와 식 (3-6)에서

$$\left(\frac{J_{2D}}{J_1^2} \right)_{dia} / \left(\frac{J_{2D}}{J_1^2} \right)_{ult} = S \text{로 놓으면} \quad (3-7)$$

$$S = \frac{(1-2/n)F_s \cdot r}{r \cdot F_s} = \left(1 - \frac{2}{n} \right)$$

식 (3-7)에서 n값은 실험을 통해 얻는다.

3.3.3 β_0 와 β_1 의 결정

식 (2-6)인 $\beta = \beta_0 e^{-\beta_1 J_1}$ 의 양변에 ln을 취하면

$$\ln(-\beta) = \ln(-\beta_0) - \beta_1 J_1 \quad (3-8)$$

식 (3-8)은 $\ln(-\beta)$ 와 J_1 을 좌표로 하여 그림 8과 같이

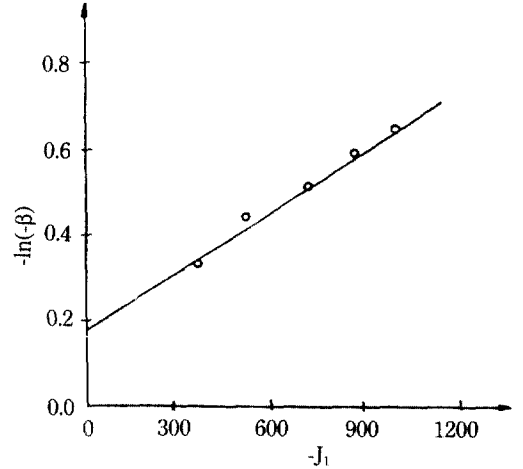


그림 8. Plot of $-J_1 - \ln(-\beta)$ to determine Material Constants β_0 and β_1 .

나타낼 수 있으며 β_0 와 β_1 은 좌표에서 절편과 기울기가 된다. 실험으로부터 β_0 와 β_1 을 구하기 위해 TC와 TE 실험을 한다. 극한상태에서 $\alpha = 0$ 이므로 식 (2-4)는 다음과 같이 된다.

$$J_{2D} - (rJ_1^2)(1 - \beta S_r)^{-1/2} = 0 \quad (3-9)$$

$(J_{2D})_{TC}$ 와 $(J_{2D})_{TE}$ 값이 극한상태에서 전단강도를 나타낸다면 식 (3-9)로 부터 다음과 같다.

$$(J_{2D})_{TC}(1 - \beta S_r)_{TC}^{1/2} = rJ_1^2 \quad (3-10)$$

$$(J_{2D})_{TE}(1 - \beta S_r)_{TE}^{1/2} = rJ_1^2 \quad (3-11)$$

식 (3-10)과 식 (3-11)에서 우변값이 같으므로 다음 식을 얻는다.

$$(J_{2D})_{TC}(1 - \beta S_r)_{TC}^{1/2} = (J_{2D})_{TE}(1 - \beta S_r)_{TE}^{1/2} \quad (3-12)$$

식 (3-12)로 부터 β 는 다음과 같다.

$$\beta = \frac{(J_{2D})_{TC}^2 - (J_{2D})_{TE}^2}{(S_r J_{2D}^2)_{TC} - (S_r J_{2D}^2)_{TE}} \quad (3-13)$$

각각의 실험을 통해 J_1 값을 알고 식 (3-13)에서 $\ln(-\beta)$ 값을 계산하여 그림 8과 같이 나타낸다. 여기서 β_1 값은 직선의 기울기, β_0 는 좌표 $-\ln(-\beta)$ 의 절편으로써 그 값을 얻는다.

3.3.4 r값의 결정

극한상태에서 식 (2-4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$rJ_1^2 = J_{2D}(1 - \beta S_r)^{1/2} \quad (3-14)$$

식 (3-14)를 h로 나타내면

$$h = rJ_1^2 \quad (3-15)$$

여기서 $h = J_{2D}(1 - \beta S_r)^{1/2}$ 로써 β 값이 기지의 값이므로 h값은 극한상태에서 결정된다. h값을 결정하기 위해 초기응력을 변화시켜 가며 수회 실험을 통해 h값과 J_1^2 값을 결정하고 이 값들을 그림 9와 같이 나타내고 이 직선의 기울기가 r값이 된다.

3.3.5 a_1 과 n_1 값 결정

식 (2-11)의 양변에 대수를 취하면 다음과 같다.

$$n_1 \ln(\xi) + \ln(\alpha) = \ln(a_1) \quad (3-16)$$

ϵ_i 와 τ_{ocd} 의 좌표에 unloading-reloading 곡선을 그리고 이 곡선의 임의의 점에서 ϵ_i^p 를 얻을 수 있다. 또한 임의의 점에서 $\Delta\xi$ 는 소성변형률등분 $\Delta\epsilon_i^p$ 를 이용하여 얻을 수 있으며 여기서

$$\Delta\xi = ((\Delta\epsilon_1^p)^2 + (\Delta\epsilon_2^p)^2 + (\Delta\epsilon_3^p)^2)^{1/2} \quad (3-17)$$

α 의 크기는 다음 식을 이용한 임의의 점에서의 항복 조건으로부터 얻는다.

$$\alpha = \frac{(rJ_1^2) - J_{2D}(1 - \beta S_r)^{1/2}}{J_1^n} \quad (3-18)$$

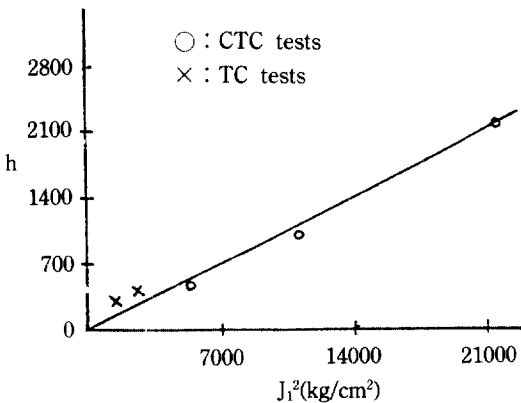


그림 9. Plot of J_1^2 -h to determine Material Constants r.

임의점에서 $-\ln(\xi)$ 와 $\ln(\alpha)$ 를 구하여 나타내면 그림 10과 같고 이 그림에서 $\ln(\alpha)$ 와 교차하는 값이 a_1 이 되고 직선의 기울기는 n_1 값이 된다. 이상과 같이 여러가지 응력경로 실험을 통해 얻은 재료상수들을 콘크리트 시료에 대해 나타내면 표 1과 같다.

4. 모델의 증명

4.1 탄·소성 구성 관계식

본문에 제안된 모델을 증명하기 위해 다양한 응력-경로 실험을 하였으며 이 모델의 탄·소성 구성 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= [C^{ep}]\{d\epsilon\} \\ &= ([C^e] - [C^p])\{d\epsilon\} \end{aligned} \quad (4-1)$$

여기서 $\{d\epsilon\}$ 와 $\{d\sigma\}$ 은 변형률 및 응력 증분 벡터이고 $[C^{ep}]$ 는 탄소성 구성매트릭스, $[C^e]$ 는 탄성부분 $[C^p]$ 는 소성부분 매트릭스이다. normality rule과 associated flow rule을 적용하면 소성변형률 증분은 항복면에 수직한다. 즉

$$d\epsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4-2)$$

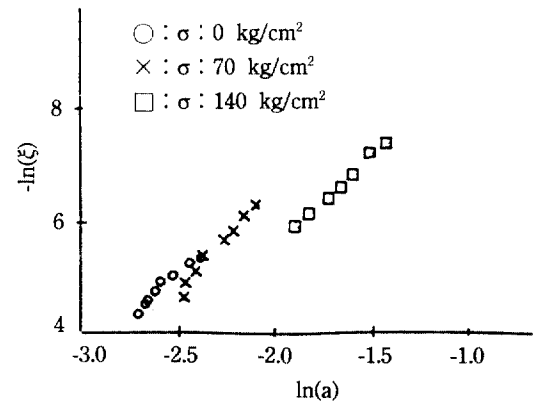


그림 10. Plot of $\ln(\alpha) - \ln(\xi)$ to determine Material Constants a_1 and n_1 for CTC tests.

표 1. Material Constants for Concrete from Different Stress Path Tests

elastic constants(kg/cm ²)				constants for ultimate				constants for hardening	
K	G	E		r	0	1	n	n_1	a_1
34300	30900	71000	0.155	0.101	0.821	0.023	7.0	0.41	0.091×10^{-2}

여기서 λ 는 scalar 비례상수이다.

4.2 증명

4.2.1 $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ 면

그림 11과 그림 12는 $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ 공간에 극한응력 상태에서 예측치와 실험관계치를 나타내고 있다. 여러 α 값에 대해 항복곡면이 나타나고 있으며 이들은 연속적인 유일한 곡면으로 나타나고 있어 normality rule을 연속적으로 설명할 수 있다. 증명을 위한 실내실험으로서는 초기 등방응력 σ_0 를 0kg/cm², 70 kg/cm², 140 kg/cm²으로한 CTC실험 3개와 $\sigma_0 = 140$ kg/cm², 210 kg/cm²에서 실험한 2개의 TC 실험과 $\sigma_0 = 280$ kg/cm², 350 kg/cm²의 2경우에 대한 TE실험 2개를 시행하였다.

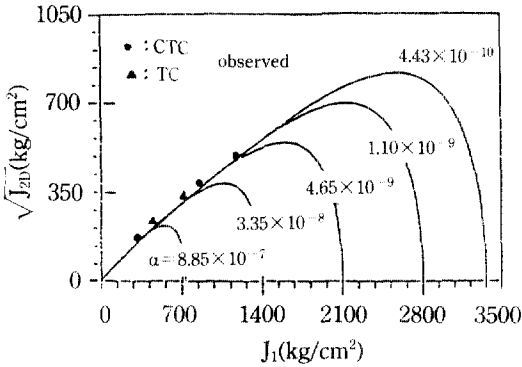


그림 11. Predicted Ultimate and Pre-Ultimate Envelopes in $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ Plane for CTC and TC Tests.

그림에서 보인 바와 같이 예측치와 실험결과치가 잘 일치하고 있다.

4.2.2 8면체면

그림 13은 8면체면에서 예측되는 파괴포락선과 실험을 통해 얻은 결과를 비교한 것이다. 예측되는 극한포락선은 8면체면에서 각이 등그스런 3각형 단면 형상이다. 초기응력이 증가함에 따라 항복포락선의 형상은 3각형상에서 각이 등그스런 원형에 가깝게 변한다.

4.2.3 3축면

그림 14는 3축면에서 α 값을 변화시켜 가며 극한응력을 나타내고 있다.

제안된 모델과 TC, TE실험을 통한 극한상태에서의 거동을 나타내고 있으며 양자가 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다.

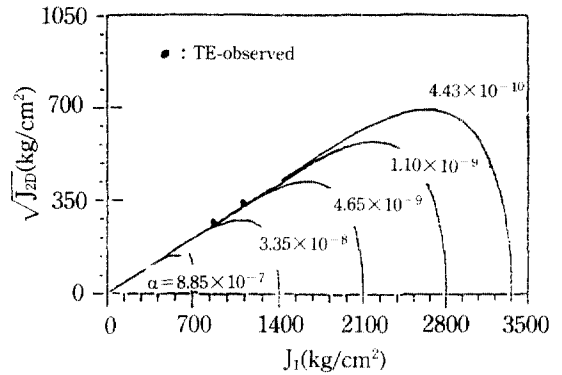


그림 12. Predicted Ultimate and Pre-Ultimate Envelopes in $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ Plane for TE Test.

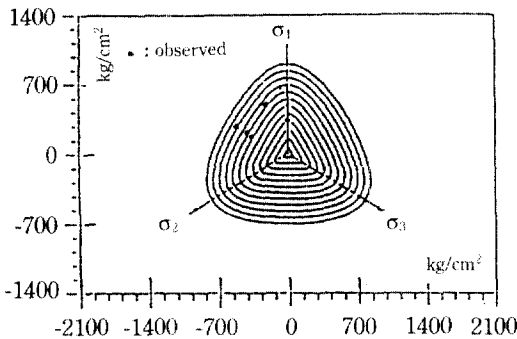


그림 13. Variations of Cross-Sectional Shapes in Octahedral Planes ($J_1 = 70, 210, 350, 490, 630, 770, 910, 1050, 1190, 1470, 1610$ and 1750 kg/cm²) for Predicted Ultimate Surface.

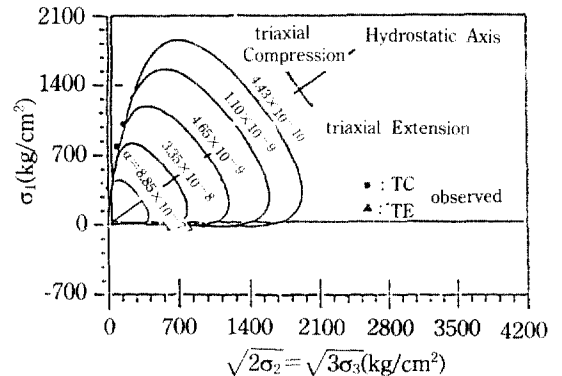


그림 14. Predict Ultimate and Pre-Ultimate Envelopes in Triaxial Plane.

4.2.4 응력-변형률거동

그림 15에는 시료의 6면에 같은 크기의 하중을 420 kg/cm², 560 kg/cm² 까지 2회 반복하여 unloading-reloading한 등방실험(HC)으로 평균응력(P)과 체적변형률(ϵ_v) 관계를 비교하여 나타내고 있으며 예측치가 약간 크게 나타나고 있다.

그림 16은 CTC실험으로 8면체 전단응력(τ_{oct})과 변형률(ϵ_i , $i=1,2,3$)의 관계를 나타낸 것으로 통상의 원형삼축압축실험과 같이 초기 등방응력 $\sigma_0=70$ kg/cm²인 상태에서 σ_1 을 140 kg/cm²까지 가한후 unloading하고 다시 파괴시까지 reloading실험을 하여 예측치와 비교한 것으로 거의 일치 하는 양상을 나타내고 있다.

또한 그림 17에는 TC실험을 하여 8면체 전단응력과 - 변형률 관계를 예측치와 비교하여 나타낸 것으로 최대주응력 σ_1 이 증가할 때 다른 주응력 σ_2 와

σ_3 가 감소하여 8면체 수직응력 τ_{oct} 가 항상 일정하게 유지되는 실험이다. 등방응력 $\sigma_0=210$ kg/cm²에서 σ_1 을 240 kg/cm²까지 가한후 unloading-reloading 하여 ϵ_1 이 압축변형을 할때 ϵ_2, ϵ_3 가 인장변형을 일으키며 파괴에 도달할 것이다.

그림 18에는 TE실험을 예측치와 비교하여 나타낸 것으로 8면체 수직응력 τ_{oct} 가 일정하도록 σ_1 을 감소시키면서 σ_2 와 σ_3 를 증가시킨 실험이다. 초기 등방응력 $\sigma_0=280$ kg/cm²에서 시행한 것으로 대체적으로 잘 일치하고 있다.

5. 결 론

본 실험연구의 목적은 암석이나 cementation이 크게 일어나는 과압밀토 또는 콘크리트와 같은 경성재료의 구성식에 대해 Desai의 단일항복곡면 이

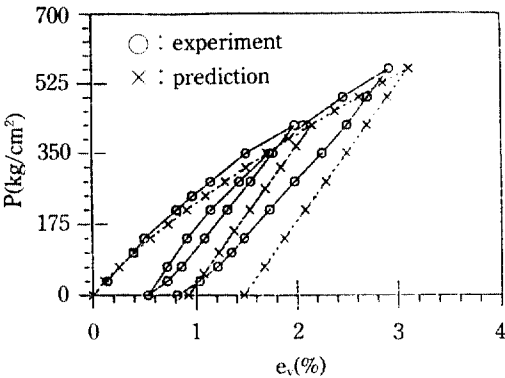


그림 15. Comparison of Stress-Strain Response of HC Test.

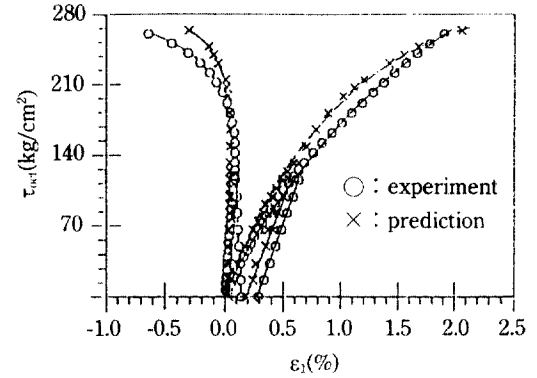


그림 16. Comparison of Stress-Strain Responses of CTC Test.

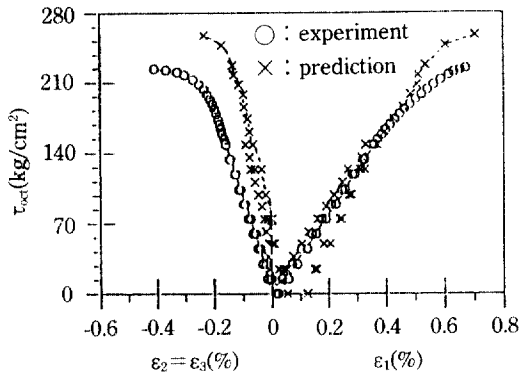


그림 17. Comparison of Stress-Strain Responses of TC Test.

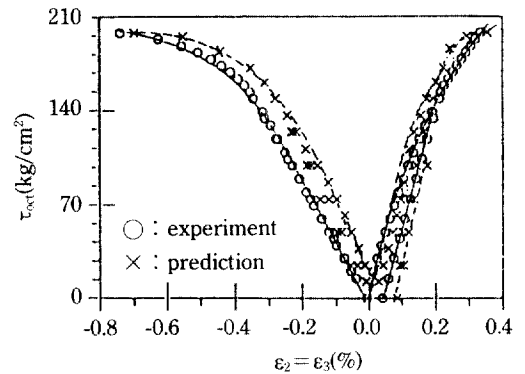


그림 18. Comparison of Stress-Strain Responses of TE Test.

론을 적용한 것으로 실험에 이용된 사용 재료는 콘크리트로 제작한 시료이다. 이와같은 경성재료의 구성식은 Lade 및 Weidringer 등에 의해 제안되고 또한 통상의 CTC 실험을 이용하여 그 결과를 유도하고 있지만 위와 같은 경성재료의 변형거동에 필요한 고압력 상태의 실험방법이나 그 결과로부터 나오는 이론에는 한계가 있다. 본 연구는 이와같은 경성재료를 고압의 3주응력이 독자적으로 제어되는 입방체 시료의 삼축실험에 의하여 한다는 관점에서 여러가지 응력경로를 달리한 실험을 실시하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 경성재료의 구성모델은 3주응력이 별도로 제어되는 3축실험을 시행함으로써 다양한 응력경로를 보다 정확히 설명할 수 있다. 이점은 경화재료 특히 암석이나 콘크리트와 같은 재료의 구성식을 설명하는데 있어서 필수적이라고 판단한다.

2) 이와 같은 경성재료의 구성식은 항복과 경화 거동을 유일한 함수로써 연속적으로 정의할 수 있으므로 지금까지 두개의 함수를 이용하여 표현한 두 항복면의 불연속을 제거할 수 있다. 따라서 두 함수의 교차점에서 singularity point를 피할 수 있으므로 computer 계산에 관련된 난점을 제거할 수 있다.

3) 본 콘크리트와 같은 재료의 경우도 $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ 면, 8면체면 그리고 3축면에서의 항복거동(그림 11-그림 14)과 체적변형률(그림 15.) 그리고 응력-변형률거동(그림 16-그림 18)에 대해 이론 예측치와 실험결과치가 잘 일치하고 있다.

감사의 말씀

본 연구는 필자가 Arizona 대학에서 실시한 연구 결과를 전남대학교 박병기 교수님의 지도로 정리한 것으로 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Desai, C. S., Somasundaram, S., and Frantziskonis., "A Hierarchical Approach for Constitutive Modeling of Geologic Materials," *Int. J. of Num. and Analyt. Methods in Geotech.*, Vol. 10. No. 2,

- 1986.
2. William, K. J. and Warnke, E. p., "Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete, 2 *Int. Assoc. of Bridge and Structural Engineers, Italy*, 1974.
3. Lade, P. V., "Three-Dimensional Failure Criterion for Concrete," *J. of the Eng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 108, No. EM5, May, 1982, pp. 850-862.
4. 姜秉宜, "立方體 硬貨 村科의 三元學勤 및 強度特性", *大韓土質工學會誌*, Vol. 5, No. 3, 1989, pp. 19-28.
5. Desai, C. S., "A General Basis for Yield, Failure and Potential Functions in Plasticity," *Int. J. for Num. and Analyt. Methods in Geotech.*, Vol. 4, 1980, pp. 361-375.
6. Desai, C. S. and Faraque, m. o., "A Constitutive Model for (Geologic) Materials," *J. of Eng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 110, No. 9. Sep., 1984, pp. 1391-1408.
7. Desai, C. S. and Salami, M. R., "Constitutive Model for Rocks", *J. of Geotech. Eng.*, Vol. 113, No. 5, 1987, pp. 407-423.
8. Desai, C. S. and Siriwardane, H. J., *Constitutive Laws for Engineering Materials* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ. 1984.
9. DiMagio, F. L. and Sandler, I. S., "Methods Model for Granular Soil," *J. Eng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 97, EM3, 1971, pp. 935-950.
10. Goodman, R. E., *Introduction to Rock Mechanics*, John Wiley & Song, New York, N.Y., 1980.
11. Hill, R., *The Methmetical Theory of Plasticity*, Oxford Univ. Press, London, 1950.
12. Kim, M. K. and Lade, P. V., "Modelling Rock Strength in Three Dimensions" *Int. J. of Rock Mech., Mining Scienc & Geotech. Abstract*. Vol. 21.
13. Mathsuoka, H. and Nakai, T., "Stress-Deformation and Strength Characthristics of Soil under three Different Pricipal Stresses," *Proc., Japan, Soc. Civil Engrs.*, No. 232, 1974, pp. 59-70.
14. Ottosen, No. S., "A Failure Criterion for Concrete, *J. of the Eng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 103, No. 4, Aug. 1977. pp. 527-535.
15. Roscoe, K. H. and Burland, J. B., "On the Generalized Stress-Strain Behavior of 'Wet' clays," *Eng. Plasticity*, Cambridge University Press, 1918.
16. Schofield, A. N. and Wroth, C. P., *Critical State Soil Mechanics*, McGraw-Hill, London, 1968.
17. Salami, M. R. *Constitutive Modelling of Concrete and Rock under Multiaxial Compressive Loading*,

Thesis Univ. of Arizona, 1986.

18. Sture, S., *An Impreved Multiaxial Cubical Cell and its Application to the Testing of Anisotropic Materials*, M. S. Thesis, University of Colorado, 1983.
19. Wu, H. C., "Dual Failure Criterion for Plain Concrete," *J. of the Eng. Mech. Div.*, ASEC, Vol. 100, 1974, pp. 1167-1181.
20. 강병선, "입방체 3축시험에 의한 콘크리트 구성 모델", *대한질공학회 토질공학세미나 강연집*, 1988.10.PP.83-100.
21. 박병기, 정진섭, 임성철, "압축성 모래의 3차원 전단강도 특성," *대한토질공학회지*, 1990. 9, pp. 65-74.

(接受 : 1992. 1. 11)