

## 물/섬유강화 고분자 복합재료/물 경계면에서의 초음파 반사

이 재 학, 이 수 철, 전 정 남, 오 세 중

### Ultrasonic Reflection at a Water/Fiber Reinforced Polymer Composite/Water Interface

J. H. Lee, S. C. Lee, J. N. Jun and S. J. Oh

**Abstract** This study describes ultrasonic reflection at a water/fiber reinforced polymer composite/water interface. Theoretical predictions of reflected beam amplitudes are also presented. Four different polymer composite laminates are investigated: T300/5208 graphite/epoxy [0]<sub>31T</sub>, [45/90/-45/0]<sub>3S</sub>, [45/-45]<sub>2S</sub>, and S-2 glass/epoxy [0/90]<sub>4S</sub>. The analytical leaky plate wave dispersion curves for the unidirectional laminate and other three laminates can be obtained by searching for the minimum magnitude of the reflection coefficient.

### 1. 서 론

유체로부터 고체평면으로 입사되는 초음파 반사에 대한 연구는 지금까지 널리 연구되어져 왔다. 이 분야의 선구자는 Schoch<sup>1)</sup>이라 할 수 있다. 그는 반사된 빔의 형상이 입사빔의 형상과 다르다는 것을 처음으로 발견하였다. Bertoni<sup>2)</sup>는 Schoch의 연구결과를 기초로 하여 유체/고체 경계면에서 초음파 반사에 대한 이론적인 모델을 제시하고, complex pole을 이용하여 반사계수를 결정하였다. Plona<sup>3)</sup>는 유체/고체 평면에서의 초음파 반사

에 대한 이론적 모델을 기초로 하여 유체/고체평면/유체 경계면에서의 초음파반사를 연구하였다.

이 연구는 섬유강화 고분자 복합재료에서 leaky 판파가 어떻게 전파되는가를 이론적으로 규명하였다. 구체적으로 말하자면 유체/복합재료/유체 경계면에서의 초음파 반사계수를 유도하였고, 유체가 물일 경우에 반사빔의 진폭을 예측하였다. 또한 일방향(unidirectional), 준등방(quasi-isotropic), angle-ply, 직교(cross-ply) 적층판의 분산특성을 제시하였다.

## 2. 이 론

두께가  $h$ 인 복합적층판을 고려하자. 이 적층판은 Fig. 1에서 보는 바와같이 유체에 잠겨있다. 폭이  $2w$ 인 초음파가 입사각도  $\theta$ 로 적층판의 윗면으로 입사된다. 적층판은  $X_1-X_2$ 면이며, 모든 입자운동(particle motion)은  $X_1-X_3$ 면에 국한되는 것으로 가정한다. 따라서 입사빔과 반사빔은  $X_2$ 방향의 입자운동에 영향을 미치지 않는다. 여기에 제시된 모든 변수들은 reference 4에 정의하였다.

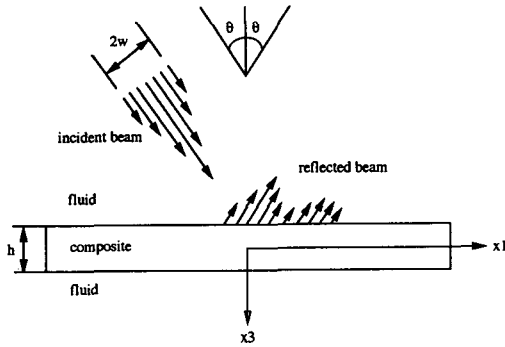


Fig. 1 Coordinate system and nonspecular reflection profiles

입사빔과 반사빔은 Fourier integral transform을 이용하여 수학적으로 표기 할 수 있다.<sup>5,6,7)</sup> 반사빔의 영역  $U_R(X_1, X_3)$ 는 식 (1)과 같다.

$$U_R(X_1, X_3) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R(k_{X1}) V(k_{X1}) \exp[i(k_{X1}X_1 + k_{X3}X_3)] dk_{X1} \dots\dots\dots (1)$$

여기서  $R(k_{X1})$ 은 반사계수,  $V(k_{X1})$ 는 입사빔의 진폭을 말한다.

유체속에서의 초음파 반사빔의 특성, 즉  $R(k_{X1})$ 을 연구하기 위해서는 적층판의 운동 방정식과 적층판을 기준으로 윗면에 있는 유체와 아래면에 있는 유체의 운동 방정식을 풀어야만 한다.

### 2.1. 적층판

적층판의 입자운동 방정식으로부터 입자

변위(particle displacement)식(2)와 응력(3)을 아래와 같이 유도할 수 있다.<sup>4)</sup>

$$u_1^c = \sum_{n=1}^4 A_{1n}^c e^{ik(X_1 + \delta_n^c X_3 - ct)} \dots\dots\dots (2)$$

$$u_3^c = \sum_{n=1}^4 B_n^c A_{1n}^c e^{ik(X_1 + \delta_n^c X_3 - ct)}$$

$$\sigma_{13}^c = ik [C_{55}^c u_3^c + \delta_n^c C_{55}^c u_1^c] \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma_{33}^c = ik [C_{13}^c u_1^c + \delta_n^c C_{33}^c u_3^c]$$

### 2.2. 유체

상층유체에서의 입사 및 반사영역과 하층유체의 투과영역(transmitted field)을 고려하여 반사계수를 결정한다. 상층유체의 입자변위식 (4)와 하층유체의 입자변위식 (5)는 아래와 같다.

$$u_1^{uf} = \sum_{n=1}^2 A_{1n}^{uf} e^{ik[X_1 + (-1)^{n+1} \delta_n^{uf} X_3 - ct]} \dots\dots\dots (4)$$

$$u_3^{uf} = \sum_{n=1}^2 (-1)^{n+1} \delta_n^{uf} A_{1n}^{uf} e^{ik[X_1 + (-1)^{n+1} \delta_n^{uf} X_3 - ct]}$$

$$u_1^l = A_{11}^l e^{ik[X_1 + \delta^{lf}(X_3 - h) - ct]} \dots\dots\dots (5)$$

$$u_3^l = \delta^l A_{11}^l e^{ik[X_1 + \delta^{lf}(X_3 - h) - ct]}$$

유체의 운동방정식으로부터 상층유체의 응력식 (6)과 하층유체의 응력식(7)을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\sigma_{13}^{uf} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_{33}^{uf} = ik\rho^f c^2 u_3^{uf}$$

$$\sigma_{13}^l = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\sigma_{33}^l = ik\rho^f c^2 u_3^l$$

### 2.3. 경계조건

운동방정식은 적층판의 윗면과 아래면에서 입자변위 및 응력의 경계조건을 만족해야 한다. 적층판의 윗면과 아래면에서의 전단응력은 존재하지 않는다. 적층판 두께가  $h$ 라 할때 경계조건은 식 (8)과 같다.

$$u_3^c = u_3^l, \sigma_{33}^c = \sigma_{33}^l, \sigma_{13}^c = 0 \text{ at } x_3 = -\frac{h}{2} \dots\dots (8)$$

$$u_3^c = u_3^f, \sigma_{33}^c = \sigma_{33}^f, \sigma_{13}^c = 0 \text{ at } x_3 = +\frac{h}{2}$$

식 (2)-(7)를 이용하여 식 (8)을 풀면 다음과 같은 행렬식 (9)를 얻는다.

$$KX=Y \dots\dots\dots (9)$$

where

$$K = \begin{bmatrix} -iB_3^c G_1 & B_3^c F_1 & -iB_3^c G_3 & B_3^c F_3 & 0 & \delta^f I & \\ D_1 F_1 & -iD_1 G_1 & D_3 F_3 & -iD_3 G_3 & 0 & -\rho^f c^2 I & \\ -iE_1 G_1 & E_1 F_1 & -iE_3 G_3 & E_3 F_3 & 0 & 0 & \\ iB_3^f G_1 & B_3^f F_1 & iB_3^f G_3 & B_3^f F_3 & -\delta^f I^{-1} & 0 & \\ D_1 F_1 & iD_1 G_1 & D_3 F_3 & iD_3 G_3 & -\rho^f c^2 I^{-1} & 0 & \\ -iE_1 G_1 & E_1 F_1 & -iE_3 G_3 & E_3 F_3 & 0 & 0 & \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} A_{11} + A_{12} \\ A_{11} - A_{12} \\ A_{13} + A_{14} \\ A_{13} - A_{14} \\ A_{11}^f \\ A_{12}^f \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \delta^f I^{-1} A_{11}^f \\ \rho^f c^2 I^{-1} A_{11}^f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

with

$$\begin{aligned} D_n &= C_{13} + \delta_n^c C_{33} B_n^c \\ E_n &= \delta_n^c + B_n^c \\ F_n &= \cos(k\delta_n^c h) \\ G_n &= \sin(k\delta_n^c h) \\ I &= e^{i(k\delta_n^c h/2)} \end{aligned}$$

### 2.4. 반사계수

반사계수는 상층유체내에서 입사빔 진폭에 대한 반사빔 진폭의 비율로 정의할 수 있다. 식 (9)에서  $A_{11}^f=1$ 일때  $A_{12}^f$ 의 값을 Cramer's rule을 이용하여 풀 수 있다. 복잡한 수식적인 계산후 반사계수 R은 식(10)과 같이 표기된다.

$$R = \frac{A_{12}^f}{A_{11}^f} = \frac{N}{f_a f_s} \dots\dots\dots (10)$$

where

$$\begin{aligned} N &= [D_1 E_3 \cot(\frac{1}{2} k\delta_3^c h) - D_3 E_1 \cot(\frac{1}{2} k\delta_3^c h)] \\ &\quad [D_1 E_3 \tan(\frac{1}{2} k\delta_3^c h) - D_3 E_1 \tan(\frac{1}{2} k\delta_3^c h)] \\ &\quad - \frac{(\rho^f)^2 c^4}{(\delta^f)^2} (E_1 B_3^c - E_3 B_1^c)^2 \\ f_s &= [D_1 E_3 \cot(\frac{1}{2} k\delta_3^c h) - D_3 E_1 \cot(\frac{1}{2} k\delta_3^c h)] \\ &\quad + \frac{i\rho^f c^2}{\delta^f} [E_1 B_3^c - E_3 B_1^c] \\ f_a &= [D_1 E_3 \tan(\frac{1}{2} k\delta_3^c h) - D_3 E_1 \tan(\frac{1}{2} k\delta_3^c h)] \\ &\quad - \frac{i\rho^f c^2}{\delta^f} [E_1 B_3^c - E_3 B_1^c] \end{aligned}$$

이론적인 분산특성 곡선(dispersion curves)은 각각의 파속도에서 반사계수의 최저치를 찾아낸 후 주파수함수로 표기할 수 있다.

### 3. 결과 및 고찰

이 연구에서 고찰한 적층판의 크기 및 강도는 Reference 4에서 찾을 수 있다. Fig. 2는 일방향 적층판에서 보강재방향으로 반사계수의 진폭을 보여준다. 입사각도 5°에서의 반사계수의 진폭을 주파수 함수로 나타내었다. 403kHz, 534kHz, 814kHz에서 최저진폭이 나오는데 이 주파수에서 leaky판파가 존재한다.

Fig. 3은 일방향 적층판의 보강재 방향으로 반사빔의 진폭을 이론적으로 계산한 결과이다. 500kHz, 700kHz, 900kHz에서의 반사빔의 profile을 입사빔과 같이 나타내었다. Profile은 식 (1)을 이용하여 계산하였다. Fig. 4는 Fig. 3에서의 반사계수의 진폭을 식 (10)을 이용하여 나타내었다.

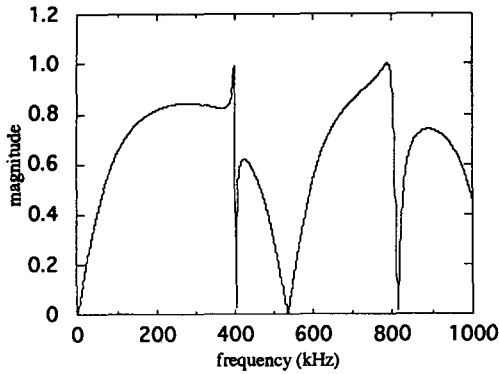


Fig. 2 Magnitude of reflection coefficient for unidirectional laminate in the fiber direction. Incident angle is 5°

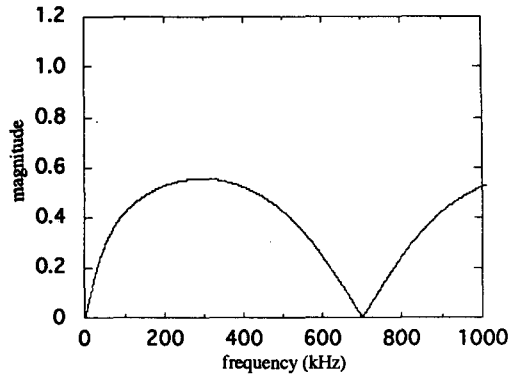


Fig. 4 Magnitude of reflection coefficient for unidirectional laminate in the fiber direction. Incident angle is 35°.

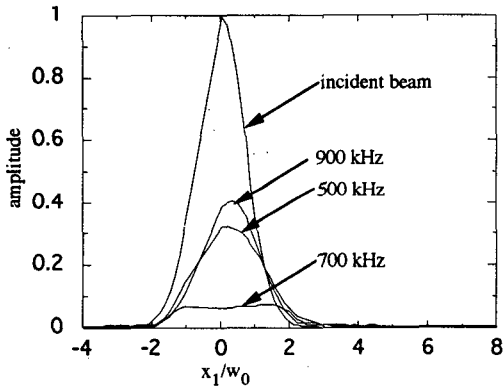


Fig. 3 Theoretical reflected beam profile for unidirectional laminate in the fiber direction. Incident angle is 35°.

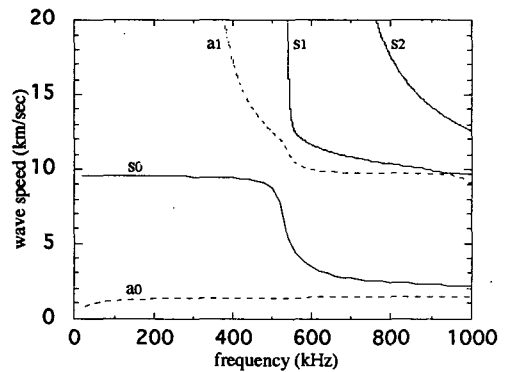


Fig. 5 Leaky plate wave dispersion curves for unidirectional laminate in the 0° direction

Fig. 5는 일방향 적층판의 보강재 방향에서의 분산특성 곡선을 주파수의 함수로 나타내었다. 실선은 대칭모드, 점선은 비대칭모드를 의미한다. Fig. 6은 보강재방향을 기준으로 했을때 45° 방향에서의, Fig. 7은 90° 방향에서의 분산특성 곡선이다. So mode의 파속도는 주파수가 한계치(threshold value)에 도달할 때까지는 일정하며 그 이후에 급강하한다. 한계주파수는 파의 전파방향이 보강재 방향에서 멀어질수록 즉 전파각도가 커질수록 줄어든다. 따라서 90°에서의 한계주파수는 최저치에 도달한다. Fig. 8은 준등방(Quasi-isotropic) 적층판의, Fig. 9은

angle-ply 적층판의 0° 방향에서의 분산특성 곡선을 보여준다. S-2 glass/epoxy 직교(cross-ply) 적층판의 0° 방향에서의 분산특성곡선은 Fig. 10에 나타내었다.

#### 4. 결 론

본 연구는 물/섬유 강화 고분자 복합재료 /물 경계면에서의 초음파 반사를 이론적으로 고찰하였다. 첫번째로 유체에 잠겨있는 적층판의 반사계수를 유도하였다. 두번째로 유체가 물일 경우 적층판에서 반사된 반사빔의 진폭을 예측하였다. 마지막으로 네 중

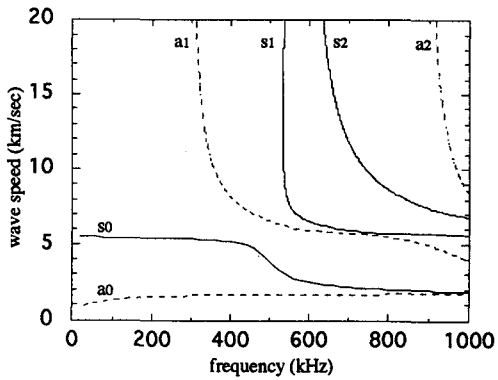


Fig. 6 Leaky plate wave dispersion curves for unidirectional laminate in the 45° direction

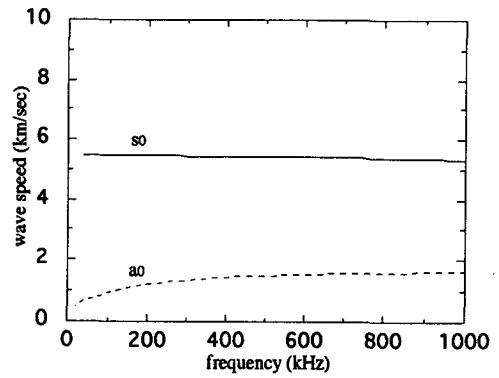


Fig. 9 Leaky plate wave dispersion curves for angle-ply laminate in the 0° direction

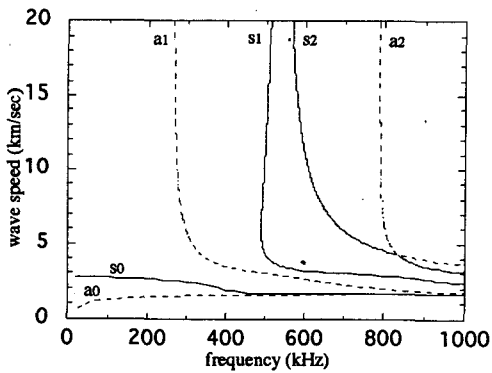


Fig. 7 Leaky plate wave dispersion curves for unidirectional laminate in the 90° direction

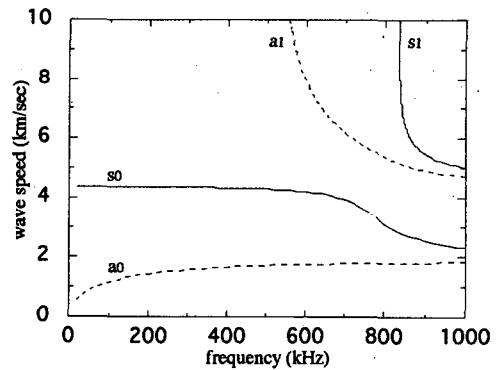


Fig. 10 Leaky plate wave dispersion curves for S-2 glass/epoxy laminate in the 0° direction

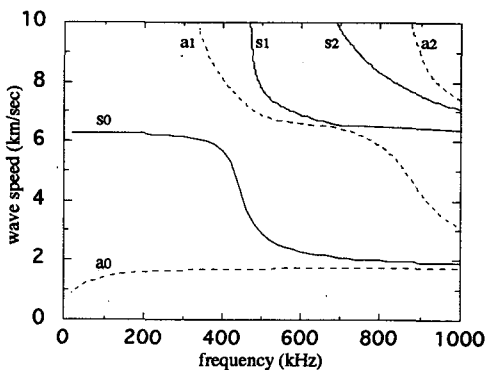


Fig. 8 Leaky plate wave dispersion curves for quasi-isotropic laminate in the 0° direction

류의 복합 적층판을 이용하여 leaky판과 분산특성곡선을 얻었다.

### References

1. V. A. Schoch, "Der Schalldurchgang Durch Platten," *Acustica*, Vol. 2, No. 1, 1952, pp. 1-17.
2. H. L. Bertoni and T. Tamir, "Unified Theory of Rayleigh-Angle Phenomena for Acoustic Beams at Liquid-Solid Interfaces," *Applied Physics*, Vol. 2, No. 4, Oct. 1973, pp. 157-172.

3. T. J. Plona, L. E. Pitts, and W. G. Mayer, "Ultrasonic Bounded Beam Reflection and Transmission Effects at a Liquid/Solid-Plate/Liquid Interface," J. Acoustical Society of America, Vol. 59, No. 6, Jun. 1976. pp. 1324-1328.
4. J. Lee, "Acousto-Ultrasonic Evaluation of Composite Materials," Ph. D. Thesis, The Pennsylvania State University, 1991.
5. L. E. Pitts, T. J. Plona, and W. G. Mayer, "Theory of Nonspecular Reflection Effects for an Ultrasonic Beam Incident on a Solid Plate in a Liquid," IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, Vol. Su-24, No. 2, Mar. 1977. pp.101-109.
6. T. D. K. Ngoc and W. G. Mayer, "A General Description of Ultrasonic Nonspecular Reflection and Transmission Effects for Layered Media," IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, Vol. Su-27, No. 5, Sept. 1980, pp. 229-236.
7. L. M. Brekhovskikh, Waves in Layered Media. Academic Press, New York, 1960.