한국수학교육학회지 시리즈 A 〈수학교육〉
1993. 6. 제 32권 제 3호 220-243

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
Series A : June 1993, Vol. 32. No. 3, 220-243

대학수학능력 시험의 2~7차 실험평가 수리영역에 관한 문항분석

임 형(국립교육평가원)

요약

고전검사이론과 문항반응이론을 사용하여 2-7차 실험평가 수리영역문항을 분석하였다. 2차부터 7차에 걸친 시험은 피험자에게 너무 어려웠으며 횟수를 거듭함에 따라 점점 더 어려워진 것으로 나타났다. 6차 실험평가 문항분석결과에서 문항 10과 15는 검토가 필요한 문항으로 나타났다. 그리고 7차 실험평가 문항분석결과에서 문항 11과 17은 검토가 필요한 문항으로 나타났다.

1. 서론

94학년도부터 교육의 정상화 및 입시위주교육의 탈피를 위하여 교육개혁차원에서 대학수학능력시험이 대학입시에 도입된다. 1993년 5월 현재 9개 대학을 제외한 거의 모든 대학에서 대학수학능력시험의 결과와 고등학교 내신성적만을 대입사정자료로 사용하여 대학수학능력시험의 중요성은 더욱 높아지고 있다. 현재 7차에 걸친 실험평가에도 불구하고 금년 8월에 시행될 예정인 1차 대학수학능력시험의 실시에 대해 여러가지 우려의 소리가 높다.

대학수학능력시험의 3개 영역 중에서 수리영역의 문제는 고등학교의 수학분야에서 학습한 개념, 원리, 법칙 등을 동원하여 문제를 파악하고 가능한 해결책을 찾아서 문제를 해결하는 능력을 평가한다. 수리분야의 내용영역에서는 일반수학과 수학I의 대수, 해석, 기하, 확률·통계 등의 주요영역을 포괄하며 다른 교과내용과 관련된 통합교과적 소재를 이용하고, 행동영역에서는 계산능력, 기본적인 개념, 원리, 법칙의 이해력과 표현력, 추론능력, 문제해결능력의 평가를 강조한다(국립교육평가원, 1992b).

위에서 언급한 내용영역과 행동영역의 평가를 위해서 개발된 문항은 평가과정을 거쳐서 수정, 보완, 혹은 폐기된다. 문항의 평가과정은 좋은 문항을 선별하여 시험에 포함할 최선의 문항을 결정하는데 필수적인 절차이다. 본 연구는 문항분석 방법

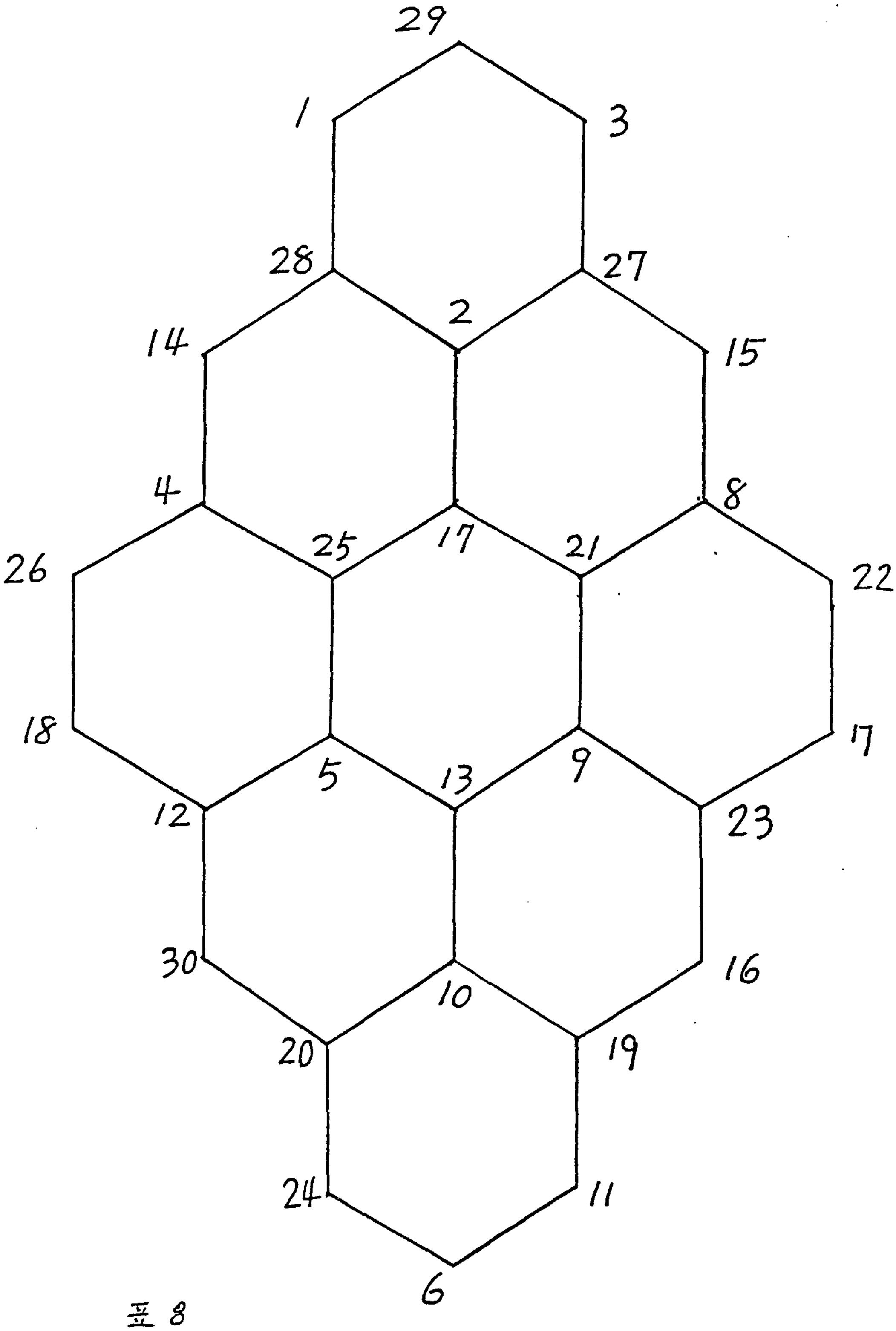

29
1
3
28
27
2
14
15
4
8
26
25
17
21
22
18
17
5
13
9
12
23
30
16
10
20
19
24
11
6

표 8

으로 문항을 평가한다. 현재 여러가지 문항 분석방법이 있으나 여기에서는 고전검사이론과 문항반응이론에 의한 문항분석 방법을 논의하고, 이미 시행한 2차, 3차, 4차, 5차, 6차, 7차 수리영역의 실험평가 결과를 프로그램 BILOG를 사용하여 분석하고 논의한다. 6차, 7차 수리영역 실험평가문제는 부록에 제시되었다.

2. 고전검사이론에 의한 문항분석 방법

고전검사이론은 문항분석에 이용할 수 있는 여러가지 공식을 제공한다. 그 중에서 가장 기본적인 문항 곤란도, 문항 변별도지수, 문항 신뢰도지수를 이용하여 문항분석을 한다.

문항 곤란도

고전검사이론에서 문항 곤란도는 그 문항에 정답을 한 피험자의 비율로 정의한다. 즉, 문항의 정답률을 그 문항의 곤란도라고 하며, 이 값은 문항이 쉬울수록 높아진다. 정답은 1, 오답은 0으로 채점한 문항 j의 곤란도 P_j는 문항점수의 평균이다:

$$P_j = \frac{\Sigma_j X_{ij}}{N} \tag{2.1}$$

X_{ij} = j문항의 i번째 피험자의 점수(1 혹은 0), N = 피험자의 총수.
이론적으로 $P_j = 0.5$일 때 그 문항은 측정하려는 특성수준에 있어서 피험자의 차에 관한 최대정보를 제공한다(이종성, 1985). 문항곤란도가 적절한 문항을 선택하는 문제는 문항형식과도 관계가 있어서 문항점수의 분산을 최대로 하는 문항의 최적 곤란도 P_o (국립교육평가원, 1992a)와 Lord(1952)의 연구에 따른 최적 문항 곤란도 P_o는 다음 표와 같다. 두 연구는 검사의 신뢰도를 높이기 위하여 실제 문항 곤란도는 P_o보다는 약간 높게 할 것을 제안하고 있다.

표2.1 답지에 따른 최적 문항곤란도

답지수	P_o	Lord의 P_o
5	0.60	0.70
4	0.62	0.74
3	0.67	0.77
2	0.75	0.85

따라서 5지선다형으로 구성되고 출제내용과 수험대상의 능력이 광범위한 대학수학능력시험은 문항 곤란도가 약 0.3에서 0.9사이이고 곤란도 평균이 약 0.6 - 0.7 정도인 문항으로 구성되는 것이 적절하다(국립교육평가원, 1992a).

문항의 변별도

문항의 변별도는 문항이 피험자의 능력을 옳게 구별하는 정도를 나타낸다. 고전검사이론에서 사용하는 변별도 지수에는 여러가지 종류(이종성,1985)가 있으나 본 연구에서는 문항점수와 검사총점사이의 Pearson상관계수인 양분점 상관계수(point biserial correlation) r_{jx}를 변별도 지수로 사용한다. j번째 문항의 변별도지수 r_{jx}는

$$r_{jx} = \frac{\bar{X}_j - \bar{X}}{S_x}\left[\frac{P_j}{1 - P_j}\right]^{1/2}, \tag{2.2}$$

$\bar{X}_j$ = 문항 j에 정답을 한 피험자의 검사총점의 평균,
$\bar{X}$ = 전체 피험자의 검사총점의 평균,
S_x = 전체 피험자 검사총점의 표준편차,
P_j = 문항 j의 정답율,
으로 구한다.

문항 신뢰도지수

고전문항분석에 사용하는 통계량으로 문항 신뢰도지수(item reliability index)가 있다. 문항 신뢰도지수는 $S_j r_{jx}$ 로 정의되고, $S_j = (P_j(1-P_j))^{1/2}$는 j문항의 표준편차이다. 검사 문항을 선택하는 과정에서 검사의 신뢰도를 높이려면 문항 신뢰도지수를 고려해야 한다. 예를 들어, 두 문항의 변별도 r_{jx}가 같다면, 두 문항의 표준편차 S_j가 큰 문항을 선택하는 것이 검사의 신뢰도를 높이는 방법이다.
n개의 문항으로 구성된 검사의 검사점수 평균 X, 검사점수 표준편차 S_x, 검사점수의 신뢰도 계수(reliability coefficient) r_{xx}는 다음 식으로 계산된다:

$$\bar{X} = \Sigma_j P_j \tag{2.3}$$

$$S_x = \Sigma_j (P_j (1-P_j))^{1/2} r_{jx} = \Sigma_j S_j r_{jx} \tag{2.4}$$

$$r_{xx} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\Sigma_j S_j^2}{\Sigma_j (S_j^{1/2} r_{jx})^2}\right] \tag{2.5}$$

식(2.3)과 (2.5)를 사용하여 검사의 난이도와 신뢰도를 조절할 수 있다. 즉 난이도가 낮은 문항을 삭제하여 검사의 난이도를 높게 만들 수 있으며 문항의 신뢰도가 낮은 문항을 삭제하거나 문항 신뢰도가 높은 문항을 추가하여 검사의 신뢰도를 높일 수 있다.

고전검사이론에서 문항 곤란도, 변별도, 신뢰도지수 외에 답지반응분포와 시험점

수의 분포를 고려할 수 있다. 선다형 문항평가를 위해서는 답지반응분포의 분석이 중요하다. 대학수학능력시험에서 취하고 있는 선다형 문항의 생명은 답지중에서 오답을 어떻게 만드는가에 달려있다. 오답지가 제구실을 다하려면 매력있게 만들어져야 한다. 오답지가 함정이 되어서는 안되고 모든 오답지가 고르게 매력이 있어서 고른 답지반응반응을 나타내는 것이 좋다.

검사점수의 분포는 검사가 측정하려는 피험자 특성의 분포와 동일한 분포를 하여야 한다. 두 분포가 일치하지 않는다면 검사문항에 문제가 있다는 것을 나타내므로 검사문항의 수정을 고려해야 한다.

대학수학능력시험이 너무 쉬워서 대부분의 피험자가 아주 높은 점수를 받거나, 너무 어려워서 대부분의 피험자가 아주 낮은 점수를 받는다면 점수분포의 양극단에 위치한 피험자의 능력을 잘 변별할 수 없게 된다. 따라서 대학수학능력시험과 같이 광범위한 능력을 갖는 피험자를 대상으로 하는 시험은 중간정도의 곤란도와 높은 변별력을 가진 문항으로 구성하여 검사점수의 분포가 표준정규분포보다는 평평하고 넓게 되어야 할 것이다.

3. 고전검사이론에 의한 2,3,4,5,6,7차 수리영역 실험평가 문항의 분석결과

본 연구에서 분석한 자료는 2-7차 수리영역의 실험평가 문항을 분석한 결과이다. 피험자중 1000명을 임의 표본하여 분석하였다. 표3.1과 표3.2는 분석자료의 내용을 요약한 것이다.

100점 만점으로 환산한 평균은 문항곤란도 평균과 같은 의미를 갖는다. 6차시험의 곤란도평균은 대학수학능력시험의 적절한 문항곤란도 평균 .6에 미치지 못하는 낮은 값으로 7차에 걸친 시험은 피험자의 수준에 비해 너무 어려웠다. 시험점수가 정규분포를 이룬다고 가정하면 2차를 제외한 다른 시험에서 피험자의 대부분이 100점 만점에 50점 미만을 받았다는 것을 알 수 있다. 환산 평균값이 시험 횟수를 거듭함에 따라 낮아져서 시험이 점점 더 어려워졌음을 보여주고 있다. 이러한 결과는 문항곤란도에도 잘 나타나고 있어서 문항곤란도가 .30이하인 문항의 수가 증가하고 있다.

표 3.1 표본 피험자의 수와 문항의 수

	2차	3차	4차	5차	6차	7차
실시일자	91.5.24	91.7.11	91.11.27	92.5.27	92.8.31	92.11.10
피험자수	10,232	10,263	10,286	311,277	320,004	199,298
표본피험자수	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
문항수	25	20	20	20	20	20

표3.2 고전검사이론에 의한 문항분석결과요약

	2차	3차	4차	5차	6차	7차
100점환산평균	41.76	34.88	30.12	29.57	29.60	28.15
환산표준편차	17.39	11.55	9.80	13.56	6.15	5.35
신뢰도	.74	.27	.65	.63	.61	.43
문항곤란도						
.10이하 문항수	0	1	0	0	0	0
.11-.29 문항수	8	8	10	6	12	12
.30-.79 문항수	17	11	10	14	8	8
.80-.89 문항수	0	0	0	0	0	0
.90이상 문항수	0	0	0	0	0	0
문항변별도						
.20이하 문항수	3	11	7	11	15	17
.21-.39 문항수	13	2	12	9	5	3
.40 이상 문항수	9	7	1	0	0	0
문항곤란도평균	.418	.349	.301	.296	.296	.282
(표준편차)	(.170)	(.174)	(.137)	(.146)	(.065)	(.084)
문항변별도평균	.285	.190	.163	.139	.136	.117
(표준편차)	(.096)	(.148)	(.086)	(.115)	(.097)	(.081)

표3.2에서 검사의 양호도 지수의 하나인 신뢰도계수가 전체적으로 낮음을 보여준다. 최소20개 문항으로 구성된 시험이었음을 감안할 때 신뢰도계수는 .85 정도는 기대할 수 있으나 이에 미치지 못했다. 3차, 7차시험의 신뢰도는 .27,.43의 특히 낮은 값으로 시험이 많은 측정의 오차를 포함하고 있다. 이와같은 결과는 많은 문제를 추측에 의해서 응답을 한 것으로 해석할 수 있다. 환산평균의 표준편차도 시험 횟수를 거듭함에 따라 낮아지고 시험의 변별도 평균도 낮아짐을 보여준다.

표3.3과 3.4는 6차와 7차 수리영역 20개 문항의 곤란도, 표준편차, 양분점상관계수(변별도 지수), 신뢰도를 보여준다.

표3.3 6차 수리영역 고전검사이론에 의한 문항분석결과

문항번호	곤란도	문항 표준편차	양분점 상관계수	문항 신뢰도
1	.5950	.4909	.3470	.1703
2	.2770	.4475	.1930	.0864
3	.4440	.4969	.0780	.0388
4	.2460	.4307	.1180	.0508
5	.3190	.4661	.1380	.0643
6	.2710	.4445	.1000	.0444
7	.3420	.4744	.2450	.1162
8	.3520	.4776	.2340	.1118
9	.2860	.4519	.2450	.1107
10	.1920	.3939	-.0400	-.0158
11	.2050	.4037	.0580	.0234
12	.1890	.3915	.2630	.1030
13	.3010	.4587	.0990	.0454
14	.2480	.4319	.1620	.0700
15	.2730	.4455	.0070	.0031
16	.2320	.4221	.0600	.0253
17	.1940	.3954	.0250	.0099
18	.1770	.3817	.1560	.0595
19	.3850	.4866	.1110	.0540
20	.3740	.4839	.1210	.0585

위표에서 곤란도가 .30이하인 문항이 2,4,6,9,10,11,12,14,15,16,17,18로 전체문항의 60%를 차지한다. 앞에서 언급한 것처럼 문항의 곤란도가 .60정도일 때 시험의 변별력이 최대가 되는 점을 고려하면 문항1을 제외한 거의 모든 문항은 대학수학능력시험에 적절하지 않은 것을 발견할 수 있다. 6차 시험점수의 환산평균과 표준편차가 29.60, 6.15이므로 환산점수의 95%신뢰구간은 17.30 - 51.90의 범위이다. 대부분의 학생의 점수가 50점이하로서 중하위 집단에 속하는 피험자에 대하여 낮은 변별력을 제공한다. 문항의 변별도가 .20이하인 문항은 2,3,4,5,6,10,11,13,14,15,16,17,18,19,20 이다. 특히 음의 변별도를 갖는 문항10은 지문의 검사가 요구된다.

6차 시험의 신뢰도 지수는 .61 이였다. 이 낮은 수치는 각 문항의 정답율 P_j가 낮고, 결과적으로 문항의 신뢰도지수 $S_j r_{jx}$를 낮게 만들어 검사의 표준편차 S_j를 낮게 만든다. 따라서 검사의 신뢰도 지수 r_{xx}는 낮아진 것이다.

표3.4 7차 수리영역 고전검사이론에 의한 문항분석 결과

문항번호	정답율	문항 표준편차	양분 상관계수	문항 신뢰도
1	.4240	.4942	.1750	.0865
2	.3090	.4621	.1500	.0693
3	.3530	.4779	.1120	.0535
4	.3610	.4803	.2320	.1114
5	.4690	.4990	.2140	.1068
6	.2430	.4289	.1380	.0592
7	.3460	.4757	.2670	.1270
8	.2150	.4108	.0620	.0255
9	.3220	.4672	.1870	.0874
10	.1840	.3875	.0910	.0353
11	.1520	.3590	-.0140	-.0050
12	.2860	.4519	.1600	.0723
13	.1870	.3899	.0190	.0074
14	.2520	.4342	.0030	.0013
15	.3320	.4709	.1190	.0560
16	.2200	.4142	.1070	.0443
17	.2520	.4342	-.0280	-.0122
18	.2990	.4578	.0680	.0311
19	.2390	.4265	.1390	.0593
20	.1860	.3891	.1430	.0556

표 3.4는 문항의 곤란도가 .30 이하인 12 문항 6,8,10,11,12,13,14,16,17,18,19,20과 변별도가 .20이하인 17문항은 문항 4,5,7,을 제외한 나머지 문항임을 보여준다. 음의 변별도를 갖는 문항 11,17은 지문의 검사가 필수적이다. 7차시험의 환산평균과 표준편차는 28.15와 5.35로서 95% 신뢰구간은 17.45 - 38.85 이다. 대부분의 피험자의 점수가 40점 이하로 아주 어려운 시험인 것을 보여주고 있다. 6차 시험처럼 중하위 집단에 속하는 피험자를 잘 구별할 수 없는 시험이였다.

4. 문항반응이론에 의한 문항분석방법

고전검사이론에서 피험자의 능력를 측정하는 검사점수는 검사문항에 종속되고 모든 통계량은 피험자의 표본에 종속되는 문제가 있다. 그러나 문항반응이론은 문항특성 불변성을 가지고 있어서 피험자 표본의 특성에 의해 문항특성이 달리 추정되지 않는다. 그리고 피험자능력 불변성을 가지고 있어서 피험자능력의 추정치가 검사문항에 종속되지 않는다. 문항특성과 피험자능력의 불변성은 문항반응이론의 장점중의 하나이다.

문항반응이론을 전개하기 위해서는 두가지 기본가정이 필요하다. 첫째는 한가지 검사도구는 인간의 한가지 특성을 측정하여야 한다는 일차원성(unidimensionality)이다. 둘째는 어떤 능력을 가진 피험자의 어떤 문항에 대한 응답은 다른 문항의 응답에 전혀 영향을 주지 않는다는 지역 독립성 가정(local independence assumption)이다. 지역독립성이 존재할 때 검사에서 특정한 능력 θ을 가진 피험자 i의 문항반응 벡터 $\underline{U}_i$(item response vector)의 확율은 각 문항의 답을 맞힐 확률의 곱으로 계산된다:

$$P(\underline{U}_i/\theta) = P_1(\theta)*P_2(\theta)*P_3(\theta)\cdots P_n(\theta). \qquad (4.1)$$

교육·심리분야에서 대부분의 검사는 피험자의 능력을 추정하는 일이 주요과제이다. 피험자의 능력을 추정하려면 피험자 능력에 따라 문항에 대한 반응이 어떻게 다르게 나타나는가를 알아야 한다. 문항반응이론은 피험자의 능력수준과 반응의 관계를 수학적으로 표현한 것이다. 즉 능력에 따라 한 문항에 답을 맞힐 확률과의 함수적 관계를 말한다. 이러한 관계는 문항반응함수 (item response function) 또는 문항반응특성곡선(item response characteristic function)으로 주어진다.

측정하려는 능력을 θ로 표기하면 문항반응함수는 그 문항에 정답을 할 확률 $P(\theta)$는 로지스틱 함수(logistic function)로 가정되어

$$P(\theta) = c_j + \frac{1 - c_j}{1 + e^{-1.7a(\theta - b_j)}} \qquad (4.2)$$

이고 a, b, c는 문항의 특성을 결정하는 모수(parameter)이다(Lord,1952). 문항반응

함수를 그래프에 나타낸 문항특성곡선(그림 3.1)은 문항모수의 의미를 나타낸다.

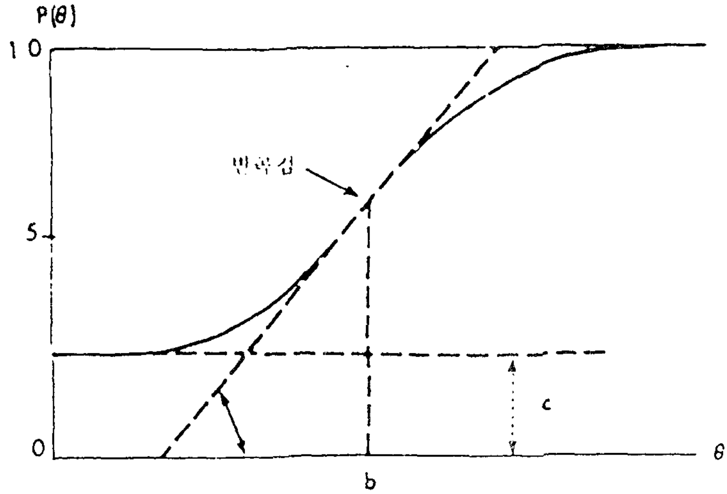


그림 3.1 문항특성곡선

c는 능력이 전혀없는 피험자가 그 문항에 정답을 할 확률을 나타내는 추측모수(guessing parameter)이다. b는 문항곤란도(item difficulty)로서 $P(\theta)$가 0.5에 대응하는 능력수준과 같다. 따라서 어려운 문항일수록 b의 값은 커진다. a는 문항의 변별력을 나타내며, 변곡점에서 곡선의 기울기에 비례한다. 기울기는 $.425a(1-c)$이다. 검사의 특성에 따라 c=0로 가정되면 문항반응 함수가 2모수 모형이 되고, c=0, b=상수로 가정되면 문항반응함수가 1모수 모형이 된다.

문항반응이론으로 문항분석을 하려면 적합한 문항반응모형을 선택하고 그 모형에 따라 각 문항의 모수를 추정하고 피험자의 능력을 추정해야 한다. 모수 추정방법은 크게 최대우도추정(maximum likelihood estimation)과 근사적추정(approximate estimation)의 두 가지 방법으로 나눌 수 있고 최대우도추정 방법에는 여러가지가 있다(성태제,1991, 이종성,1990). 최대우도추정법을 사용하는 컴퓨터 프로그램으로는 LOGIST(Wingersky, Barton & Lord, 1982), BICAL(Wright & Mead, 1976), BILOG(Mislevy & Bock, 1982)등이 있다. 주변최대우도추정법을 사용하는 BILOG는 1986년에 PC-BILOG(Mislevy & Bock)가 개발되어 현재 한국에서 많이 사용되고 있다.

문항반응이론에서 핵심적 역활을 하는 검사정보함수 $I(\theta)$는 고전검사이론의 신뢰도에 대치하는 개념으로 신뢰도가 갖는 결점을 보완한다. 신뢰도는 피험자 집단에 종속되지만 검사정보함수는 피험자 집단과는 독립적으로 산출된다.

검사정보함수$I(\theta)$는 문항정보함수$I_j(\theta)$의 합으로서 능력추정치의 표준오차 $SE(\theta)$와

의 관계는

$$I(\theta) = \Sigma_j\ I_j(\theta) = \frac{1}{SE(\theta)} \tag{4.3}$$

이고

$$I_j(\theta) = \frac{P_j'^2(\theta)}{P_j(\theta)\ (1 - P_j(\theta))} \tag{4.4}$$

으로 표시된다. 정보가 많다는 것은 어떤 사실과 현상을 설명 혹은 예견할 때 오차가 적다는 것을 의미한다. 즉 피험자의 능력추정에서 표준오차가 적다는 것은 검사도구가 피험자의 능력을 정확히 추정하였다는 것을 말하며 그 검사는 높은 정보를 지니게 된다고 해석할 수 있다. 위 식에 보는 것처럼 검사정보와 능력추정치의 표준오차는 능력추정치의 수준에 따라서 달라진다. 즉 피험자 능력수준에 따라 측정의 표준오차를 나타내기 때문에 모든 능력수준에서 측정의 정확성을 결정할 수 있다. 고전검사이론에서 검사의 표준오차는 능력수준에 관계없이 일정하다.

문항정보함수를 이용하면 개별문항이 전체검사의 정확성에 기여하는 정도를 정확히 평가하고 검사를 제작하는 과정에서 문항을 선별할 수 있다. 따라서 정보함수는 검사구성, 문항선택, 측정의 정확성에 대한 평가, 검사간의 비교와 같은 검사제작 절차에 응용되고있다. 여기에 관한 자세한 설명은 Lord(1980), Hambleton(1993), Hambleton & Swaminathan(1985)을 참고로 하기 바란다.

5. 문항반응이론에 의한 2,3,4,5,6,7차 수리영역 실험평가문항의 분석결과

3모수 모형을 사용하여 문항을 분석하려면 먼저 문항모수 a,b,c를 추정하고 식(4.3)에 의거하여 피험자의 능력수준별로 문항정보와 검사정보를 산출하여야 한다.

모집단의 피험자 능력추정치 θ는 정규분포를 한다는 가정하에 표준화 시킨 값이다. 즉 θ는 평균이 0 분산이 1인 정규분포를 한다고 가정된다. θ의 범위는 $-\infty$ - $+\infty$이며 실제로 -4.0 - 4.0사이에 존재한다. a와 b는 이론적으로 $-\infty$ - $+\infty$의 값을 가지나 실제로 a는 0-3.00사이의 값을 가지며 b는 -3.0-3.0사이의 값을 갖는다. Baker(1985)는 a가 .35 이하면 변별력이 거의 없고, a가 .35 와 .64사이에 존재하면 변별력이 낮고, a가 .65 이상이면 변별력이 적절한 문항으로 해석하였다. c는 5지선다형 문항의 경우 이론적으로 0.2를 가지나 문항에 따라 상이하며 실제로는

0.05-0.3의 범위의 값을 가진다. c의 값이 작을수록 문항정보의 값이 커지므로 c는 작을수록 좋은 문항이다.

2-7차 실험평가 수리영역 문항을 문항반응이론을 사용하여 분석한 결과가 표5.1, 표5.2, 표5.3, 표5.4, 표5.5에 주어졌다.

표5.1에서 최대검사정보점, 곤란도평균, 곤란도2.0이상의 문항수에서 나타난 결과는 고전검사이론에 의한 분석결과와 같이 어려웠던 시험으로 나타났다. 최대검사정보점을 보면 실험평가 시험은 능력수준이 상위 5% 이상에 속하는 피험자에게 적절한 시험이다. 곤란도 평균은 시험이 횟수를 거듭함에 따라 점점 어렵게 출제되었음을 보여준다.

변별도모수의 평균은 7차를 제외하고 비교적 적절하게 나타났다. 7차 시험은 낮은 변별도와 낮은 최대정보량를 제공해서 2차부터 7차 실험평가 시험중 가장 질이 낮은 시험이라고 할 수 있을 것이다.

추측모수평균은 7차시험이 .091로 가장 낮은 값을 가지며 나머지 시험들은 이론값 .20에 가까운 값을 가진다. 추측모수가 .20이상인 문항수가 2차,3차,6차에서 많이 발견되고 4차 5차에서는 적게 발견되었다.

피험자의 능력수준에 따른 검사정보는 각 시험이 어느 능력수준에 있는 피험자에게 적절한지를 보여준다. 7차를 제외한 다른시험은 능력수준 2.0이상인 피험자, 즉 상위 2.5%이상에 해당하는 피험자에게 적절한 시험으로 나타났다. 7차는 상위 5% 이상에 해당하는 피험자에게 적절한 시험으로 나타났다.

표5.1 문항반응이론에 의한 문항분석결과 요약

차수	2차	3차	4차	5차	6차	7차
문항수	25	20	20	20	20	20
최대정보점	1.875	2.250	2.000	2.134	2.25	1.625
최대정보	12.361	6.292	5.498	6.945	6.567	2.149
변별도모수						
평균	1.186	1.059	0.840	0.530	1.511	.525
표준편차	0.840	0.298	0.254	0.240	.791	.216
곤란도모수						
평균	0.971	1.636	1.915	2.678	2.539	3.488
표준편차	0.840	1.230	1.005	2.356	1.439	2.102
추측모수						
평균	.195	.199	.165	.109	.196	.091
표준편차	.057	.070	.064	.041	.049	.020
변별도모수 .35미만문항				5,15,19 (3)		8,11,13, 14,17 (5)
곤란도모수 -2.0미만문항						
곤란도모수 2.0이상문항	3 (1)	1, 2, 5, 8,10,12, 16,17,18, 20 (10)	4, 5, 8, 13,14,15, 16,17,18 19,20 (11)	3, 5, 7, 9,11,13, 15,17,18, 19,20 (11)	4, 5, 6, 19,11,13, 14,15,16, 17,18,19 20 (13)	8,10,11, 13,14,16 17,18 (8)
추측모수 .20이상문항	1, 4, 9, 10,11,19, 20,21,22, 23,24 (11)	1, 8,10, 11,12,15, 16,18,20 (9)	4, 6, 8, 12 (4)	3, 8,11 (3)	3, 4, 5, 6,13,14, 15,16,19 20 (10)	
능력수준별 검사정보						
-2.0	.184	.118	.104	.096	.002	.045
-1.5	.799	.455	.279	.287	.006	.109
-1.0	2.243	1.225	.609	.912	.047	.259
-0.5	3.998	2.019	1.045	1.423	1.307	.576
0.0	5.553	2.510	1.559	2.501	4.534	1.150
0.5	6.902	3.310	2.199	3.576	1.899	1.926
1.0	8.273	4.489	3.176	4.001	2.462	2.561
1.5	10.812	4.854	4.569	4.899	5.006	2.727
2.0	11.869	5.859	5.497	6.265	14.634	2.543

표5.2 6차 수리영역-문항반응이론에 의한 분석결과

문항번호	변별도	곤란도	추측	최대정보점	최대정보
1	2.780	-.103	.125	-.035	1.517
2	1.154	1.895	.154	2.087	.248
3	.597	1.671	.222	2.151	.058
4	2.393	2.400	.223	2.520	.934
5	1.942	2.218	.279	2.391	.557
6	.982	3.232	.225	3.523	.157
7	1.106	1.206	.118	1.369	.244
8	1.291	1.359	.182	1.553	.294
9	1.416	1.487	.137	1.629	.386
10	.548	6.854	.174	7.294	.054
11	1.958	3.060	.194	3.194	.661
12	3.379	1.943	.152	2.008	2.130
13	1.152	2.463	.232	2.721	.213
14	2.296	2.031	.203	2.149	.892
15	.505	5.024	.210	5.571	.043
16	1.478	3.161	.212	3.349	.363
17	2.066	3.018	.183	3.139	.750
18	1.650	2.652	.146	2.781	.515
19	.865	2.602	.298	3.008	.105
20	.654	2.609	.243	3.076	.067

표 5.3 6차 수리영역
-문항반응이론에 의한 피험자 능력수준별 문항정보

문항번호	피험자 능력 수준 -2.0	-1.5	-1.0	-.5	.0	.5	1.0	1.5	2.0
1	.000	.000	.028	1.239	4.279	1.003	.105	.010	.001
2	.000	.000	.000	.002	.010	.055	.216	.527	.716
3	.002	.005	.011	.024	.047	.083	.124	.157	.168
4	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.032	.827
5	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.008	.154	1.100
6	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.005	.021	.079
7	.000	.001	.006	.030	.124	.357	.640	.677	.455
8	.000	.000	.001	.005	.039	.205	.605	.848	.596
9	.000	.000	.000	.002	.022	.157	.626	1.103	.839
10	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
11	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.033
12	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.003	.643	6.139
13	.000	.000	.000	.000	.001	.005	.030	.133	.383
14	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.017	.461	2.461
15	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.002	.005	.010
16	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.005	.049
17	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.035
18	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.004	.052	.420
19	.000	.000	.000	.001	.002	.008	.029	.083	.182
20	.000	.000	.001	.003	.009	.021	.047	.089	.141
검사정보	.002	.006	.047	1.307	4.534	1.899	2.462	5.006	14.634

표5.2와 표5.3은 6차 시험의 문항분석결과이다. 고전검사이론을 사용하여 문항을 분석한결과(표 3.3)에서 가장 낮은 변별도 지수를 가진 문항10과 문항15는 표5.2에서 가장 낮은 변별력, 높은 곤란도, 높은 최대정보점, 낮은 최대정보를 제공하는 문항으로 지문의 수정이나 보완이 필요한 것으로 나타났다. 또한 문항 11,16,17은 문항

의 변별력은 있으나 어려운 문항이고 능력수준별 문항정보가 다른 문항보다 낮은 문항으로 발견되었다. 표 3.3에서 문항 11,16,17은 변별도지수와 문항신뢰도 지수가 아주 낮은 문항이었다.

표5.4 7차 수리영역-문항반응이론에 의한 문항분석결과

문항번호	변별도	곤란도	추측	최대정보점	최대정보
1	.624	1.027	.104	1.287	.080
2	.632	2.239	.121	2.530	.079
3	.500	2.283	.133	2.678	.048
4	.931	1.090	.091	1.247	.181
5	.734	.571	.103	.791	.110
6	.589	2.947	.094	3.202	.072
7	1.033	.993	.066	1.101	.234
8	.317	5.635	.081	6.053	.021
9	.698	1.752	.098	1.975	.101
10	.404	4.989	.070	5.281	.036
11	.260	7.909	.047	8.225	.015
12	.607	2.305	.091	2.547	.077
13	.344	5.972	.080	6.355	.025
14	.233	6.235	.078	6.786	.012
15	.521	2.266	.112	2.598	.055
16	.427	4.150	.080	4.458	.040
17	.239	6.144	.081	6.698	.012
18	.374	3.670	.114	4.138	.028
19	.534	3.387	.102	3.687	.059
20	.508	4.205	.081	4.466	.055

표 5.5 7차 수리영역 -문항반응이론에 의한 피험자 능력수준별 문항정보

문항번호	피험자능력수준								
	-2.0	-1.5	-1.0	-.5	.0	.5	1.0	1.5	2.0
1	.010	.024	.050	.091	.145	.197	.228	.223	.188
2	.001	.002	.006	.015	.033	.066	.115	.172	.216
3	.003	.005	.011	.020	.036	.058	.084	.112	.132
4	.001	.006	.022	.074	.193	.374	.513	.490	.345
5	.015	.039	.087	.165	.255	.313	.307	.246	.169
6	.000	.001	.003	.007	.015	.032	.060	.100	.147
7	.001	.006	.026	.095	.265	.519	.676	.579	.355
8	.001	.001	.002	.003	.004	.006	.009	.013	.018
9	.002	.005	.013	.032	.070	.133	.211	.274	.290
10	.000	.001	.001	.002	.004	.007	.012	.019	.029
11	.000	.001	.001	.001	.002	.003	.004	.005	.007
12	.001	.003	.008	.018	.038	.071	.117	.169	.210
13	.000	.001	.001	.002	.002	.004	.006	.010	.014
14	.002	.002	.003	.004	.005	.007	.009	.011	.014
15	.003	.006	.011	.022	.040	.065	.096	.127	.150
16	.001	.001	.003	.005	.008	.014	.023	.035	.050
17	.002	.002	.003	.004	.005	.007	.009	.011	.014
18	.002	.003	.005	.008	.013	.020	.029	.040	.051
19	.000	.001	.002	.005	.010	.019	.036	.061	.094
20	.000	.000	.001	.002	.004	.009	.017	.030	.050
검사정보	.045	.109	.259	.576	1.150	1.926	2.561	2.727	2.543

표5.4와 표5.5는 7차 시험의 문항분석결과이다. 표3.4에서 음의 변별력 지수를 가진 문항 11과 문항 17은 표5.4에서 특히 낮은 변별력, 높은 곤란도, 높은 최대정보점과 낮은 정보를 제공하여 지문과 답지의 수정·보완을 필요로하는 문항으로 나타났다. 그리고 문항 8,10,13,14,18은 곤란도와 최대정보점이 다름 문항에 비해 높은 문항중이고 변별도, 최대정보점, 능력수준별 문항정보가 다른 문항보다 낮다. 이 문항들에 관한 검토와 내용분석에 관한 연구는 앞으로 시행 할 대학수학능력시험의 문항개발을 위하여 필요할 것이다.

6. 결론

본 연구는 2-7차 수리영역 실험평가문항을 고전검사이론과 문항반응이론을 사용하여 분석하고 그 결과를 요약하였다. 특히 6차와 7차시험은 각 문항의 분석결과를 제시하고 검토가 필요한 문항을 제시하였다.

분석결과에서 2차부터 7차에 걸친 시험은 피험자에게 너무 어려웠으며 횟수를 거듭함에 따라 점점 더 어려워진 것으로 나타났다. 시험문제가 상위 5%이내의 피험자를 변별하는데 알맞는 시험으로 변별력이 낮은 것으로 나타났다. 시험의 변별력이 낮아지면 이론적으로 검사정보와 신뢰도 계수는 낮아지며 능력추정치의 측정오차는 높아지게 된다.

전국에서 90만 정도가 지원하여 상위 38%에 해당되는 34만 정도의 학생이 대학에 입학한다고 가정할 때 대학수학능력시험은 상위 38%수준에 해당하는 피험자, 즉 능력수준이 .30이 되는 피험자에게 알맞는 시험으로 개발되는 것이 바람직 할 것이다. 고전검사이론을 적용하면 문항의 곤란도 범위가 .30 -.90이 되며 곤란도 평균은 .60에 가깝도록 문항을 출제하여야 한다(국립교육평가원, 1992b).

문항분석 결과에 따라 각 문항의 양호도를 언급하는 데는 어려움이 따른다. 각 문항에 관한 논의는 문항분석결과와 교육 평가론적 입장에서 보는 내용분석과 함께 고려되어야 하기 때문이다. 따라서 본 연구에서 분석한 문항의 특성치들은 내용분석이 함께 고려된다면 문항에 관한 유용한 정보를 제공하여 검사의 질을 높이는데 중요한 역활을 할 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

이종성(1985). 측정이론의 기초, 서울: 중앙적성출판사

이종성(역,1990). 문항반응이론과 응용, 서울: 대광문화사

성태제(역,1991). 문항반응과이론입문, 서울: 양서원

국립교육평가원(1991). 대학수학능력시험 2,3,4차 실험평가결과보고서, 비간행물.

국립교육평가원(1992a). 대학수학능력시험 문항개발에 관한 연구, 비간행물.

국립교육평가원(1992b). 대학수학능력시험 실험평가문제집, 비간행물

Baker,F.B.(1985). *The Basic of Item Response Theory*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Hambleton,R.J.(1993). *Applications of Item Response Theory*. Vancouver, BC: Educational Research Institute of British Columbia.

Hambleton,R.K. & Swaminathan,H.(1985). *Item Response Theory*: Principle and Applications, Hingham, MA: Kluwer, Nijhoff Academic Publishers.

Lord,F.M.(1952). The relationship of the reliability of multiple choice items to the distribution of item difficulties. *Psychometrika*, 18,181-194.

Lord,F.M.(1980). *Applications of item response theory to practical testing problems*. Hillsdale, NJ:Ernbaum.

Mislevy, R.J. & Bock,R.D.(1986). *PC-Bilog: Item analysis and test scoring with binary logistic models*. Mooresville, In: Scientific Software Inc.

Wingersky,M.S., Barton,M.A., & Lord, F.M.(1982). *LOGIST User's Guide. LOGIST* 5, version 1.0. Princeton, NJ: Educational Testing Service.

Wrightt,B.D., & Mead,R.J.(1976). *BICAL: Calibrating Items with the Rasch Model*. Research Memorandom No.23. Statistical Laboratory, Department of Education, University of Chicago.

부 록

제6차 실험평가 문제

수리·탐구영역(I) 1

○ 먼저, 문제지와 답안지에 필요한 인적 사항(수험번호, 성명)을 정확히 기입 (표기)한 후 답안을 작성하시오.

○ 답안지에 "수험생이 지켜야 할 사항"에 따라 기입 (표기)하시오.

1. $x=1992$, $y=4325$ 일 때,

$\dfrac{x+yi}{y-xi}+\dfrac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 0
② 1
③ -1
④ i
⑤ $-i$

2. 다항식 $x^{43}+x^{23}+x^{3}+x$를 $x^{3}-x$로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$라 하면, $R(2)$는?

① 8
② 10
③ 14
④ 16
⑤ 20

3. 각 자리의 수의 합이 9의 배수인 10 이상의 자연수 n은 9의 배수임을 다음과 같이 보이려고 한다.

> 주어진 자연수 n의 1의 자리의 수를 B라 하면
> 적당한 자연수 A에 대하여 $n=10A+B$라 쓸 수 있다. ㉠
> $10A+B=9A+(A+B)$이므로 ㉡ 가정으로부터
> $A+B$는 9의 배수이고, ㉢ $9A$도 9의 배수이므로 ㉣
> n은 9의 배수이다.

위 과정에서 밑줄 친 부분 중 옳지 않은 것은?

① ㉠
② ㉡
③ ㉢
④ ㉣
⑤ 없다.

4. 임의의 실수 x에 대하여

$$P(x^{2}+1)=\{P(x)\}^{2}+1,\quad P(0)=0$$

을 만족하는 2차 이하 다항식 $P(x)$의 개수는?

① 1
② 2
③ 3
④ 없다.
⑤ 무수히 많다.

5. 유리수 전체의 집합을 Q라 하고 자연수 n에 대하여 집합 A_n을

$$A_n=\{x\in Q \mid x-[x]=\frac{1}{n}\}$$

과 같이 정하면, 다음 중에서 참인 명제는?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대 정수를 나타낸다.)

① $-\frac{4}{3}\in A_3$
② $A_2\subset A_4$
③ $A_4\subset A_2$
④ $A_2\cap A_3=\phi$
⑤ $A_5=\{\frac{1}{5},\frac{6}{5},\frac{11}{5},\cdots,\frac{51}{5}\}$

6. 구간 [0, 1]을 10 등분하여 앞에서부터 여섯 번째 구간을 버린다. 두 번째 시행에서도 남은 9개의 구간을 구간별로 각각 10 등분하여 여섯 번째 구간들을 버린다. 이와 같은 시행을 계속 반복할 때, 다음 중 세 번째 시행에서 버려진 구간에 있는 숫자는?

① 0.45237
② 0.52421
③ 0.77533
④ 0.89154
⑤ 0.99175

수리·탐구영역(I) 2

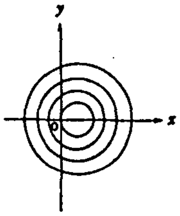
7. 반지름이 각각 10, 20인 두 개의 원이 있다. 큰 원이 작은 원의 원둘레를 이등분하도록 교차할 때, 두 교점간의 거리는?

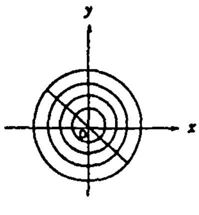
① 20
② 25
③ $10\sqrt{3}$
④ $20\sqrt{3}$
⑤ $25\sqrt{3}$

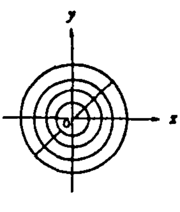
8. 면적이 4이고 $B=30°$인 $\triangle ABC$ 중에서 $\overline{AC}$가 최소일 때, $\overline{AB}+\overline{BC}$의 값은?

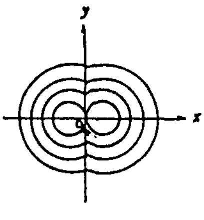
① 5
② 6
③ 7
④ 8
⑤ 9

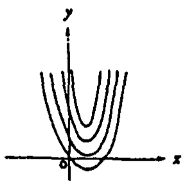
9. 좌표평면 위의 점 (x, y)에서의 높이가 x^2+y^2-x인 입체가 있다. 좌표평면 위의 집합 $\{(x,y) \mid x^2+y^2-x=n\}$을 이 입체에 대한 높이 n에서의 등고선이라 하자. 이 때, 높이 0, 1, 2, 3에서의 등고선을 나타낸 것은?

①


②


③


④


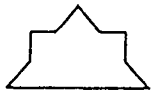
⑤


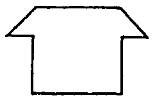
10. 좌표평면 위의 두 영역 $A=\{(x,y) \mid |x|\leq 2, |y|\leq 2\}$, $B=\{(x,y) \mid 0\leq y\leq 1-|x|\}$에 대하여, 영역

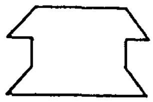
$\{(a_1+b_1, a_2+b_2) \mid (a_1, a_2)\in A, (b_1, b_2)\in B\}$

가 나타내는 도형의 모양은?

①

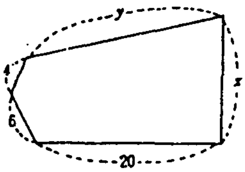

②


③


④


⑤


11. 그림과 같이 4, 6, 20, x, y가 오각형의 인접한 변의 길이가 되도록 x, y가 변할 때, x^2+y^2의 최소 정수 값은? (단, 각 꼭지점의 내각의 크기는 180° 보다 작다.)



① 45
② 48
③ 51
④ 54
⑤ 57

12. 자연수 n에 대하여 a_n은 $n!$을 100으로 나눈 나머지이다. 이 때, $\sum_{n=1}^{12} a_n$의 값은?

① 60
② 65
③ 70
④ 75
⑤ 80

수리·탐구영역(I)　3

13. 그릇 A에는 농도 p%의 소금물 300g, 그릇 B에는 농도 q%의 소금물 300g이 있다. 동시에 100g씩 퍼내어 서로 교환해 섞는 시행을 n회 반복한 후, 그릇 A의 소금물의 농도를 a_n, 그릇 B의 소금물의 농도를 b_n이라 하면

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}, \quad n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$$

이다. 이 때, 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$는?

① $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

② $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

⑤ $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 2 \\ 2 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

14. 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P(x, y)$에 대하여, $A(x)$를 세 점 $O(0,0)$, $P(x,y)$, $Q(1,0)$을 꼭지점으로 하는 삼각형의 면적이라 하고, $B(x)$를 세 점 $O(0,0)$, $P(x,y)$, $R(0,1)$을 꼭지점으로 하는 삼각형의 면적이라 하자. 이 때, $\lim_{x \to 0} \frac{A(x)}{B(x)}$의 값은?

① 0

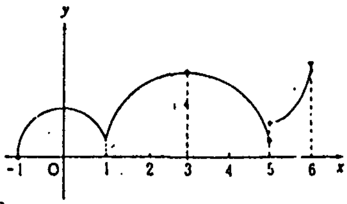
② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

④ 1

⑤ 2

15. 오른쪽 그림은 $-1 < x < 6$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $f'(2)$는 양수이다.

② $\lim_{x \to 3} f(x)$가 존재한다.

③ $f(x)$의 불연속인 점은 2 개이다.

④ $f(x)$의 미분가능하지 않은 점은 3 개이다.

⑤ $f'(x)=0$ 인 점은 2 개이다.

16. 곡선 $y=x^2$ 위의 점 (a, a^2)에서의 접선과 y축과의 교점을 $(0, g(a))$라 할 때,

$$\lim_{a \to +\infty} \frac{g(a)-g(\sqrt{a^2+a})}{a^2}$$ 의 값은? (단, $a>0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

17. 어떤 주사약을 환자에게 m 만큼 투여했을 때 환자의 혈압 P는

$$P = m^2\left(\frac{c}{2} - \frac{m}{3}\right)$$

으로 주어진다고 하자. 이 주사약을 투여하기 시작하여 환자의 혈압이 떨어지는 순간부터 투여를 중단한다. 투여량에 대한 혈압의 변화율이 가장 클 때의 주사약의 투여량은? (단, c는 양의 상수)

① $\frac{c}{3}$

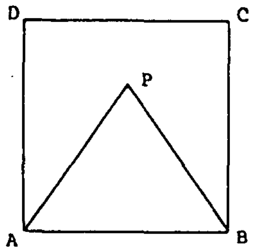
② $\frac{c}{2}$

③ $\frac{2c}{3}$

④ $\frac{3c}{4}$

⑤ c

18. 오른편 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $ABCD$ 내부의 점 P를 임의로 택할 때, $\triangle ABP$가 예각삼각형이 될 확률은?



① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{\pi}{10}$

④ $1-\frac{\pi}{10}$

⑤ $1-\frac{\pi}{8}$

19. 한 개부터 여섯 개까지의 점이 찍혀 있으나 각 면이 나타날 확률이 모두 다른 주사위가 있다. 이 주사위를 한 번 던질 때 나타나는 눈의 수를 X라 하자.

X의 기대값을 구해 보니 $E(X)=3.5$ 이었다.

다음 설명 중 가장 옳은 것은?

① 이 주사위는 X의 값이 3 또는 4일 확률이 가장 크다.

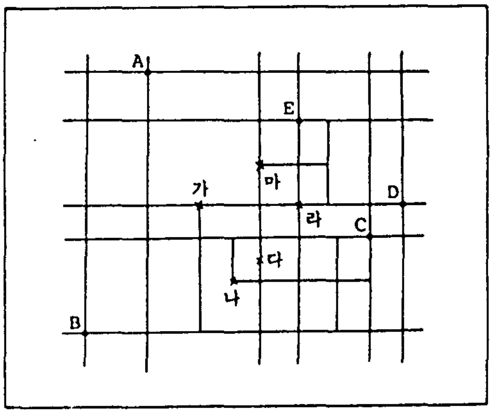
② 이 주사위를 매우 많이 던질 때 나올 X의 값들 전체의 평균이 약 3.5 이다.

③ 이 주사위를 매우 많이 던질 때 X의 값은 3.5 근방의 값이 가장 많을 것이다.

④ 이 주사위를 던질 때 나타날 것으로 예측되는 X의 값은 3.5 이다.

⑤ 이 주사위를 매우 많이 던질 때 X값들의 확률분포는 정규분포를 이룬다.

20. 다음 그림은 어느 도시의 주요 도로망과 소매상점 A, B, C, D, E의 위치를 나타낸 것이다. 이들 상점에 물건을 공급할 도매상점을 가, 나, 다, 라, 마 중의 한 곳에 정하려 한다. 각 소매상점에서 도매상점까지 도로를 따라 다녀오는 왕복거리를 각각 $|A|, |B|, |C|, |D|, |E|$라 할 때, $|A|+|B|+|C|+|D|+|E|$가 최소가 되는 도매상점의 위치는? (단, 모든 도로는 수직으로 교차한다.)



① 가 ② 나 ③ 다 ④ 라 ⑤ 마

○ 수고하셨습니다.

제7차 실험평가 문제

수리·탐구영역(I)　　1

○ 먼저, 문제지와 답안지에 필요한 인적 사항(수험번호, 성명)을 정확히 기입(표기)한 후 답안을 작성하시오.

○ 답안지에는 "수험생이 지켜야 할 사항"에 따라 기입(표기)하시오.

1. $(1+i)^{16}$의 전개식을 이용하여, 이항계수들의 식

$${}_{16}C_0 - {}_{16}C_2 + {}_{16}C_4 - {}_{16}C_6 + \cdots - {}_{16}C_{14} + {}_{16}C_{16}$$

의 값을 구하면? (단, i는 허수단위이다.)

① 48
② 96
③ 144
④ 256
⑤ 289

2. $\sum_{n=2}^{50} \log_{10}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$의 값은?

① $-3 + \log_{10}51$
② $-2 + \log_{10}51$
③ $-1 + \log_{10}50$
④ $-\frac{1}{2} + \log_{10}49$
⑤ $-\frac{1}{3} + \log_{10}48$

3. 자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 있다. $p(n)$, $p(n+1)$ 중 어느 하나가 참이면 $p(n+2)$가 참임을 알았다. 명제 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 참이기 위한 필요충분조건은?

① $p(1)$이 참이다.
② $p(2)$가 참이다.
③ $p(1)$과 $p(2)$가 참이다.
④ $p(1)$과 $p(3)$이 참이다.
⑤ $p(2)$와 $p(3)$이 참이다.

4. 세 자연수 a, b, c가 다음 두 조건

$$\begin{cases} a^2 - b^2 - c^2 = abc & \cdots (1) \\ a^2 = 2(b+c) & \cdots (2) \end{cases}$$

를 만족할 때, $a+b+c$의 값을 다음과 같이 구하려고 한다.

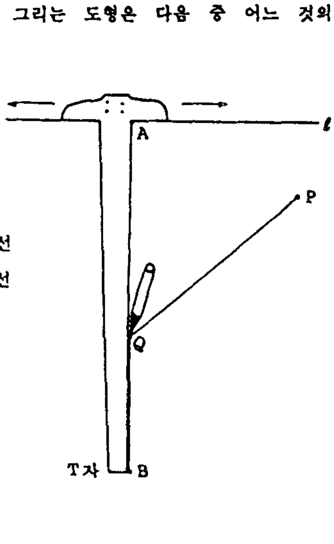
〈풀 이〉

먼저 $abc > 0$이므로 조건 (1)로 부터 $a > b$이고 $\boxed{㉮}$이다. 따라서 $2a > b+c$이고, 조건 (2)로 부터 $4a > 2(b+c) = a^2$이다. 이로부터 $0 < a < 4$를 얻는다. 그런데 a는 $\boxed{㉯}$이어야 하므로 $a = \boxed{㉰}$이다. 따라서 $a+b+c = \boxed{㉱}$이다.

위 풀이과정에서 ㉮, ㉯, ㉰, ㉱에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

	㉮	㉯	㉰	㉱
①	$a > c$	짝수	2	4
②	$a > c$	홀수	3	5
③	$b > c$	짝수	2	4
④	$b > c$	홀수	3	5
⑤	$b = c$	짝수	2	4

5. 그림과 같이 선분 AB의 길이와 같은 길이의 실을 점 P와 T자의 한 끝 B에 고정시킨다. 그리고 연필로 실을 팽팽하게 유지하면서 직선 ℓ을 따라 T자를 수평으로 이동시킬 때, 점 Q가 그리는 도형은 다음 중 어느 것의 일부인가?



① ℓ에 평행인 직선
② ℓ에 수직인 직선
③ P가 초점인 포물선
④ A가 초점인 포물선
⑤ P가 중심인 원

수리·탐구영역(I) 2

6. 좌표평면에 세 점 $A(1,8)$, $B(0,-1)$, $C(1,0)$을 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$가 있다. 직선 $y=a$가 $\triangle ABC$의 면적을 이등분할 때, a의 값은?

① 1
② $\frac{3}{2}$
③ 2
④ $\frac{5}{2}$
⑤ 3

7. 서로 다른 두 실수 x, y에 대하여, 큰 수를 $x \vee y$, 작은 수를 $x \wedge y$로 나타내기로 하자. 다음 두 조건

$$\begin{cases} x \vee y = 2x^2 + y^2 \\ x \wedge y = x + y - 1 \end{cases}$$

을 만족하는 실수 x, y의 합 $x+y$의 값은?

① −2
② −1
③ 0
④ 1
⑤ 2

8. 어느 공장에서 두 종류의 제품 A, B를 생산하고 있다. 각 제품은 기계 I을 거친 후 기계 II에서 완제품이 되며, 각 제품 한 개를 생산하는데 각 기계별로 소요되는 시간과 얻게 되는 이익은 오른쪽 표와 같다. 하루 동안 기계 I의 최대 가동 시간은 20시간이고 기계 II의 최대 가동 시간은 21시간이다. 이 공장에서 제품을 생산하여 얻을 수 있는 하루의 최대 이익은?

제품	기계 I (시간)	기계 II (시간)	이익 (만원)
A	0.3	0.4	3
B	0.7	0.6	5

① 160만원
② 162만원
③ 164만원
④ 166만원
⑤ 168만원

9. A는 2×2 행렬이고 $A^2=O$이다. 다음 〈보기〉에 있는 명제 중 참인 것을 모두 고르면?

〈보 기〉
가. $A=O$이다.
나. A는 역행렬을 갖지 않는다.
다. $I-A$는 역행렬을 갖는다.
라. $I+A$는 역행렬을 갖지 않는다.

(단, I는 2차의 단위행렬이다.)

① 가, 나
② 나, 다
③ 나, 라
④ 가, 나, 다
⑤ 가, 나, 라

10. $x_1=7$, $x_2=a$ 이고

$$\frac{x_n+x_{n+2}}{x_n \cdot x_{n+2}} = \frac{2}{x_{n+1}}, \quad n=1, 2, 3, \cdots$$

을 만족하는 양수로 된 수열 $\{x_n\}$이 있다. 이 때, 집합 $\{n \mid x_n \text{은 정수}\}$가 무한집합이 되게 하는 a의 개수는?

① 1
② 2
③ 3
④ 없다.
⑤ 무수히 많다.

11. 양수 x에 대하여 $I(x)$는 x의 상용로그의 지표를 나타낸다. 좌표평면에서

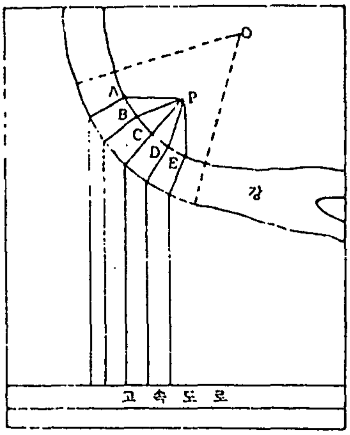
$$\{(x,y) \mid \{I(x)\}^2 + \{I(y)\}^2 = 1\}$$

이 나타내는 영역의 넓이는?

① 1628.2
② 1630.4
③ 1632.6
④ 1634.8
⑤ 1636.2

수리·탐구영역(I) 3

12. 그림과 같이 마을 P를 동심원 모양으로 돌아 흐르는 강 건너에 고속도로가 있다. 마을 P에서 고속도로까지 최단거리의 도로를 건설하려고 하는데, 지형적인 이유로 교량의 위치는 다음 그림의 A, B, C, D, E 중 어느 한 곳이어야 한다. 가장 좋은 위치는? (단, O는 동심원의 중심이고, 교량은 강을 수직으로 건너도록 설계하며, 고속도로에 대하여 $\overline{PA}$는 평행, $\overline{PE}$는 수직이고 또 C는 $\overline{OP}$의 연장선이 강과 만난 점이다.)



① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

13. 실수에서 정의된 함수 $f(x)$가 임의의 실수 x에 대하여 $f(\sin x) = \cos 6x$를 만족할 때, 다음 중 $f(\cos x)$는?

① $\cos 6x$

② $-\cos 6x$

③ $\sin 6x$

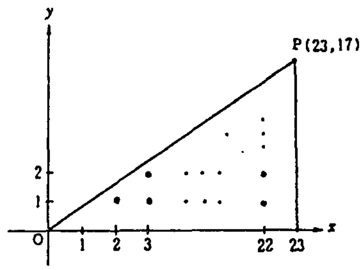
④ $-\sin 6x$

⑤ $\sin 12x$

14. 아래 그림을 이용하여

$$\left[\frac{1\cdot 17}{23}\right] + \left[\frac{2\cdot 17}{23}\right] + \cdots + \left[\frac{22\cdot 17}{23}\right]$$

의 값을 구하면? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대 정수이다.)



① 168 ② 176 ③ 189

④ 195 ⑤ 204

15. 밑면의 반지름이 각각 R_1, R_2 $(R_1 < R_2)$인 직원뿔 A, B가 있다. 직원뿔 A에 내접하는 원기둥 중에서 체적이 최대인 것의 밑면의 반지름을 r_1, 직원뿔 B에 내접하는 원기둥 중에서 체적이 최대인 것의 밑면의 반지름을 r_2라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $r_1R_2 = r_2R_1$

② $r_1R_2 > r_2R_1$

③ $r_1 r_2 R_1 = R_2$

④ $r_1R_1 = r_2R_2$

⑤ $r_1R_1 > r_2R_2$

16. $f(x) = x^3 + x - 1$의 역함수를 $g(x)$라 할 때,

$$\int_1^2 f(x)\,dx + \int_1^9 g(x)\,dx$$ 의 값은?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

수리·탐구영역(I) 4

17. $y=3(x+1)^2$ 으로 주어진 포물선 P가 있다.

이 포물선 P를 x축, y축 및 원점에 대하여 각각 대칭이동하여 얻은 세 개의 포물선과 포물선 P로 둘러싸인 도형을 S라 하자. 포물선 P를 x축 방향으로 1, y축 방향으로 a만큼 평행이동한 포물선이 도형 S의 넓이를 이등분할 때, a의 값은?

① $1-2\sqrt{3}$

② $2-2\sqrt{3}$

③ $3-2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3}-4$

⑤ $\sqrt{3}-2$

18. 다항함수 $f(x)$가 임의의 실수 x에 대하여

$$f(x)=3x^2+\int_0^1 (2x-1)f(t)\,dt$$

를 만족할 때, $\int_0^1 f(x)\,dx$ 의 값은?

① 1

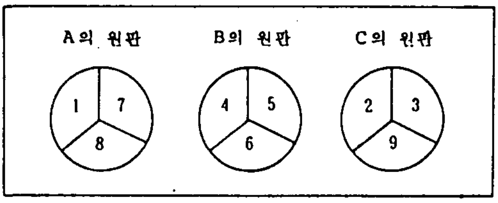
② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

19. 아래 그림과 같이 3등분된 세 원판에 숫자들이 쓰여 있다. 이제 A, B, C 세 사람이 A대B, B대C 및 C대A의 순으로 두 사람씩 시합을 하는데, 각각 자기의 원판에 화살을 쏘아 맞힌 원판의 숫자가 큰 사람이 이기는 것으로 할 때, 다음 설명 중 옳은 것은?



① A대B의 시합에서는 B가 이길 확률이 크다.

② B대C의 시합에서는 C가 이길 확률이 크다.

③ C대A의 시합에서는 A가 이길 확률이 크다.

④ C대A의 시합에서는 C가 이길 확률이 크다.

⑤ 어느 시합에서나 이길 확률은 $\frac{1}{2}$씩으로 누구에게나 같다.

20. A, B 두 팀이 겨루는 어떤 경기에서, 4번의 게임을 먼저 이기는 팀이 우승팀이 되고 상대 팀은 준우승팀이 된다. 또 상금은 우승팀 대 준우승팀이 5대3의 비로 받게 된다. 그런데 이번 경기에서는 A팀이 두 번 이기고 B팀이 한 번 이긴 상태에서 부득이 경기를 중단하게 되었다. 각 게임은 비기는 경우가 없도록 진행되며 두 팀의 이길 확률은 게임마다 항상 반반씩이라고 가정할 때, 각 팀의 기대금액에 근거한 상금의 합리적 분배 방법은?

	A	:	B
①	1	:	1
②	2	:	1
③	5	:	3
④	11	:	5
⑤	35	:	29

○ 수고하셨습니다.

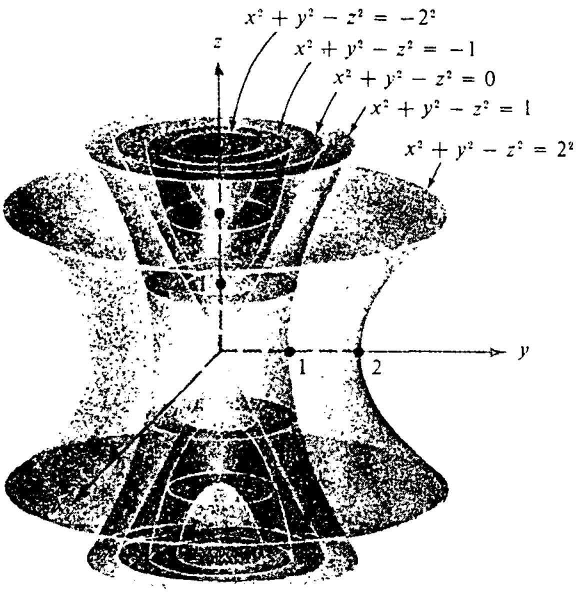


Figure 2.1.14 Some level surfaces of the function $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$.