한국수학교육학회지 시리즈 A 〈수학교육〉
1993. 6. 제 32권 제 3호 205-219

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
Series A : June 1993, Vol. 32. No. 3, 205-219

최 석정과 그의 마방진

오 윤 용(과기원)
한 상 근(과기원)

이 글에서 우리는, 조선 중기의 정치가이며 수학자였던 최 석정의 약력을 우선 소개하고, 그의 저술 '구수략' 에 있는 각종 마방진에 관해서 우리가 찾아낸 몇 가지 독특한 점을 적고자 한다. 이 글을 쓸 수 있도록 '구수략' 을 빌려준 곽 도영 교수께 이 자리를 빌어 감사의 말을 드린다.

문정공 최 석정(1 6 4 6 - 1 7 1 5)은 전주 최씨이다. 그의 할아버지 최 명길은 다른 두 형제들과 함께 인조 반정에 참가하였고 그 뒤로 최씨 일문이 당대의 명문 세가가 되었다. 최 명길은 병자 호란시에 강화를 주장한 주화파의 영수였고 강화를 이룬 공으로 후에 영의정이 된다. 그는 또한 명나라와도 비밀 외교관계를 유지하다가 그 사실이 발각되어 청나라의 심양에 임 경업 장군과 함께 투옥되기도 하였다. 당시 심양에는 최 명길의 양아들 최 후량이 왕자들과 같이 인질로 있었는데 최 후량의 노력으로 석방되어 왕자들과 함께 모두 귀국한다. 최 후량이 과거를 보았다는 기록은 없는데, 8 년간의 인질 생활로 공부를 제대로 하지 못했을거라고 추측 할 수있다. 최 후량은 청풍 부사, 한성부 좌윤 등의 관직을 음보로 받게되나 곧 사퇴하였다.

최 석정은 1 6 7 1 년에 과거에 급제하고 이조 판서등을 거쳐 1 7 0 1년에 영의정이 되었다. 이후 1 7 1 0 년까지 조정의 실권을 잡고 있었다. 그가 고위 관직에 있던 전 기간은 숙종의 재위 기간이다. 당시의 당쟁은 남인(청남, 탁남) 과 서인(노론, 소론) 의 권력 다툼이었는데 최 석정과 그의 일문은 소론에 속했다. 최 석정은 단종을 복위시켰고, 숙종이 장 희빈을 죽이려 할 때에 반대하여 귀양가기도 하였다. 그가 반대한 이유는 왕세자의 생모를 죽이면 왕세자의 생명도 위험해진다는 것이었다. 그의 아들 최 창대는

암행어사를 하기도 했으나 당대에는 학자로서 더욱 알려져 있었다. 최 석정의 가계를 보면 그 최씨 일문의 성격을 알 수가 있다. 우선 그들은 실용적인 것을 헛된 명분보다 더 중시하는 사람들이었음을 알 수 있다. 최 명길이 매국노 소리를 들어가며 청나라와의 강화를 주도한 것이나 최 석정이 숙종의 뜻에 어긋나게 장 희빈의 처형을 반대한 것이 그 증거이다. 최 석정은 실제로 그의 반대파인 남인들을 관직에 등용할 것을 건의하고, 서자출신도 관직에 등용할 것을 건의했다. 또한 스스로의 노력으로 얻은 떳떳한 것이 아니면 최 후량처럼 벼슬도 내놓았다. 최 석정의 성격에 관해서는 이밖에도 차분하고, 불만스러운 감정을 얼굴에 잘 나타내지 않았다고 한다.

이제 그의 마방진을 살펴보기로 하자. 그의 '구수략'은 갑을병정 네권과 부록으로 되어있고 마방진은 부록에 나온다. '구수략'에는 '산법총종'이나 '양휘산법' 등 중국 서적에서 인용한 마방진도 있다. 이들 인용서적에는 10차까지의 마방진이 기록되어 있다. 최 석정이전에 임의의 홀수차의 마방진을 만드는 방법이 이미 알려져 있었다. 또한 기록에 보면 최 석정 본인이 적어도 두 번이나 청나라에 다녀 왔는데 그의 할아버지 최 명길부터 청나라에 간 적이 있으므로, 어렷을 때부터 외래 문물을 많이 접할 수 있었을 것이다. 그는 참고문헌에 '천학초함' 같은 서양서적도 적어놓았다. 따라서 우리는 그때까지 동서양 어디에도 알려져있지 않았고 따라서 최 석정이 독창적으로 만들었다고 인정할 수 있는 부분만을 살펴보았다.

N 차 마방진은 양변의 길이가 N 인 정사각형에 1 부터 N^2 까지의 수를 적어 넣어서 어떤 가로줄이나 어떤 세로줄의 합도 모두 같아지도록 만든 것이다. 표 1 은 잘 알려진 3 차 마방진의 하나이다. 여기에서 어떤 가로줄이나 세로줄의 합도 항상 15이다. N 차 마방진에서는 합이 항상 $N(N^2+1)/2$ 가 되어야 함을 쉽게 보일 수 있다. 마방진의 이론에 관해서는 서양에서는 페르마 (1601 - 1665) 등의 수학자들이 연구했는데 지금에 와서는 일종의 오락용 수학 문제 정도로 밖에 취급되지 않는다. 마방진 자체보다는 오히려 마방진의 제작 방법이 수학적인 깊이가 있는데 최근에 A. Adler가 3-Adic Zeta Function을 사용해서 3 차원 Magic Cube를 만드는 방법을

고안해 냈다.

N 차 마방진을 만드는 방법은 여러가지가 있는데 그중에는 직교 라틴 방진을 이용하는 훨씬 더 이론의 깊이가 있고 연구할 가치가 많은 방법이 있다. 먼저 양변의 길이가 N 인 정사각형을생각하자. 이 정사각형에 1 부터 N 까지의 수를 각각 N 번씩 적어 넣는다. 만일에 어떤 가로줄이나 어떤 세로 줄에도 1 부터 N 까지의 수가 모두다 적혀있으면 이것을 N 차 라틴 방진이라고 부른다. 표 2 에는 3 차 라틴 방진을 두개 나타냈다. Group Table 은 라틴 방진의 좋은 예이다. 두 개의 라틴 방진이 직교한다는 것은 다음과 같은 뜻이다. 표 2의 두 라틴 방진을 한개의 정사각형에 표 3 처럼 표시할 수 있는데 이것을 보면 각각의 벡터의 첫번째 좌표는 왼편의 라틴 방진을, 각각의 벡터의 두 번째 좌표는 오른편의 라틴 방진을 나타냄을 알 수 있다. 그리고 이 9개의 벡터는 숫자 1, 2, 3 을 써서 만들 수 있는 가능한 모든 벡터의 집합

$$(1, 1), (1, 2), \ldots, (3, 3)$$

이다. 즉 두 개의 N 차 라틴 방진이 직교한다는 것은 N^2 개의 가능한 모든 벡터가 만들어진다는 뜻이다. 표 3 에서

벡터 (i, j) 의 자리에 숫자 $3(i-1)+j$ 를 적으면

표 1 의 마방진을 얻게된다. 이것이 마방진이 되는 이유는 어느 가로줄이나 세로줄에도 1, 2, 3 이 모두 다 나오기 때문이다. 따라서 N 차 직교 라틴 방진이 있으면 N 차 마방진을 만들 수 있다.

최 석정은 표 4 의 9 차 직교 라틴 방진을 만들고 그 것과 관련된 9 차 마방진과 두개의 9 차 방진을 만들었다. 표 4 에서 예를 들면 15 는 벡터 (1, 5) 를 표시한다. 그 9 차 방진들은 자기가 새로만든 것이라고 분명히 적고있다. 또한 10 차 직교 라틴 방진을 만들려고 노력을 했으나 성공하지 못하였다. 그의 책에는 10 차 라틴 방진이 두 개 나타나 있다. 그 10 차 라틴 방진에 대해서도 자기가 새로만든 것이라고 분명히 적고있다. 그것 말고도 자기가 만든 여러 10 차 방진에 대해서 거듭 말하기를 첫째 자리는 가로줄 세로 줄이 모두 다르나 둘째 자리에 중복이 있다는 등의 글을 남겼다. 즉 9 차 직교 방진은

제작 했으나 10차 직교 방진은 제작하지 못하였다.

서양에서 직교 라틴 방진의 개념을 처음으로 기록에 남긴 사람은 일반적으로 오일러 (1707-1783)라고 알려져 있다. 최 석정이 '구수략'을 그가 사망한 해인 1715년에 썼다고 해도 오일러보다 최소한 10년 이전에 직교 라틴 방진의 개념을 기록한 것이다. 문헌을 구할 수가 없어서 우리는 서양에서의 직교 라틴 방진에 관한 최초의 기록이 언제인지를 명확하게는 확인할 수가 없었다. 그러나 최 석정이 독자적으로 직교 라틴 방진의 개념을 발견 한 것은 확실하다고 생각한다. 아마도 세계 최초일 것이다. J. Denes와 A. Keedwell이 공저한 라틴 방진에 관한 책의 내용과 J. Denes가 우리에게 보내준 편지의 내용은 다음과 같다. 라틴 방진에 관한 기록은

Problems Plaisants et detectatbles, Lyon 1612

Claude Gaspard Bachet de Meziriac

Des carres magiques, Paris 1693

Frenicle de Bessy

Traite des Quarres sublimes contentant des Method General, Brussel 1704

Poignard

Recreations mathematiques et physiques, Tome 1-4, Paris, 1735

Claude Jambert

등에 나온다. 제목에서 보듯이 모두다 오락이나 퀴즈의 형태로 라틴 방진이 존재했다. 1723년에는 라틴 방진의 종류와 갯수를 세는 방법에 관한 기록이 나타났다. 그리고 수학적으로 라틴 방진을 연구하기는 오일러가 최초이다. 최 석정이 죽은지 67년이 지난 1782년에 나온 유명한 오일러의 36장교의 문제는 다음과 같다.

6개의 부대에서 6명씩의, 예를 들면 소위부터 대령까지 각각 한 명씩, 장교가 선발되었다. 이 36명을 가로 세로 6줄로 세워서, 어떤 가로줄이나 세로줄의 6명도 모두 계급이 다르고 모두 다른 부대 소속이 되도록 배열할 수 있는가 하는 문제이다.

이것은 6 차 직교 라틴 방진이 존재하는가 하는 문제인데 오일러는 N 이 4 M + 2 꼴이면 N 차 직교 라틴 방진이 존재하지 않을것이라고 주장하였다. 6 차 직교 라틴 방진이 존재하지 않는다는 것은 1 9 0 0 년에야 G. Tarry 가 모든 가능한 경우를 다 조사해서 오일러의 예상이 옳음을 증명하였다. 그리고 10차, 14차, . . . 등에 관해서는 오일러의 예상이 틀린다는 것을 1 9 5 9 년에야 E. Parker 가 증명하였다. 오일러의 예상이 풀리는데 1 7 7 년이나 걸린것을 보면 최 석정이 1 0 차 직교 라틴 방진을 만들지 못한 것은 하나도 이상한 일이 아니다. 그가 시도했으나 실패한 1 0 차 직교 방진은 5 차 직교 방진을 포함하고 있는데 바로 그 이유 때문에 H. Mann 의 정리에 의하여 1 0차 직교 방진을 이룰 수 없었다.

최 석정이 직교 라틴 방진의 개념을 얻은 이유를 우리는 다음과 같이 생각한다. N 을 임의의 홀수라고 하자. De la Loubere 는 1 6 8 7 - 1 6 8 8 년에 태국에 있을 때에 N 차 마방진을 만드는 만드는 방법을 현지인에게서 배웠다. 따라서 최 석정도 그 방법을 알았을 것이다. 그렇게 얻은 마방진의 수들을 N 진법으로 두자리 수로서 적어보면 N 이 3 이거나 5 이거나 7 일 때에 직교 라틴 방진을 얻게된다. 실제로 N 이 9 일 때에도 직교 라틴 방진을 얻게된다. 여기에서 라틴 방진의 개념을 알아냈으리라고 본다. 그리고 N 이 홀수일 때에는 항상 직교 라틴 방진을 얻는다. 태국인이 알려준 이 방법은 원소의 수가 N 개인 유한체위의 Affine Transformation 을 사용해서 N 차 직교 방진을 만드는 방법과 동일함을 쉽게 증명할 수 있다. 그런데 최 석정은 다른 방식으로새로운 직교 방진을 만드는 방법을 알고 있었다. 표 4 를 한 변의 길이가 3 인 아홉개의 작은 사각형들로 나눌 수가 있다. 작은 사각형들을 보면 그것들이 또다시 3 차 직교 라틴 방진임을 안다. 즉 다음과 같은 방식이다.

A를 { 1, 2, 3 }, B를 { 4, 5, 6 }, C를 { 7, 8, 9 }

라고 하자. 그리고 A, B, C 를 써서 3차 직교 방진을 표 5 처럼 만든다. 그 다음에 표 5 에서 (B, A) 의 자리를 다시 한번 가로 세로 각각 3 등분해서, 첫째 자리에는 4, 5, 6 을 사용하고 둘째 자리에는 1, 2, 3 을 사용해서 3 차 직교 라틴 방진을 만든다. 표 5 의 각각의 벡터에 대해서 이런 작업을 하면 9 차 직교 라틴 방진을 얻는다. 즉 만일 M 차

직교 라틴 방진과 N 차 직교 라틴 방진을 만들줄 알면 M N 차 직교 방진을 만들수 있다. 4 차 직교 방진은 손쉽게 만들 수 있고 '구수략' 에 인용한 고대의 4 차 마방진에도 이미 나와있다. 따라서 최 석정이 홀수차의 직교 방진과 4 (2M + 1) 차의 직교 방진을 제작하는 방법을 알고 있었다고 우리는 생각한다. 남은 차수는 오일러의 예상에 나오는 4 N + 2 차 수인데, 4 N + 2를 명시한 것으로 보아 오일러도 역시 4 N + 2 꼴이 아닌 차수의 직교 방진을 만드는 방법을알고 있었을 것이다. 어쨌든 최 석정이 9 차 직교 방진을 제작한 이 방법은 H. MacNeish 가 1922 년에 Annals of Mathematics 에 발표한 논문의 정리이다. 2 차 직교 방진을 이 방법으로 만들려고 하면 표 6 을 얻게 되는데 , 즉 실패하는데, 최 석정이 시도했던 10 차 직교 방진의 하나가 A 를 { 1, 2, 3, 4, 5 } 로 놓고 B 를 { 6, 7, 8, 9, 10 } 으로 놓은 것이다.

최 석정은 지수 귀문도라고 부른 표 7 과 같은 그래프 이론의 Vertex 에 Magic Labeling 을 하는 문제도 생각했는데 표 7 에서는 각각의 작은 6 각 형의 꼭지점의 수의 합이 모두 9 3 이다. 이 방법을 사용하여 그래프를 분류하는 시도가 1 9 5 0 년대에 있었다. 우리는 최 석정이 왜 이런 문제를 생각했는지 알지 못한다. 추측하건대 '하도 낙서' 에 나타난 예를 더 찾아보려고 했을 것이다.

이 지수 귀문도는 마방진과 달리 일반해를 찾아내기가 상당히 어렵다. 또한 그 제작 방법의 수학적 의미를 우리는 알지 못한다. 그 이유는 표 8 에서 보는것 처럼 작은 6 각 형의 꼭지점의 수의 합이 유일하지 않기 때문이다. 표 8 에서는 작은 6 각 형의 꼭지점의 수의 합이 9 0 이다. 과학 기술원 석사 과정에 있는 김 용수 학생이 이 사실을 밝혀냈고 표 8 을 더욱 커다란 그래프로 바꿀 때에도 원하는 합을 조작하는 방법을 하나 찾아 냈는데, 작은 6 각 형의 꼭지점의 수의 합의 가능한 범위는 우리로서는 초등적인 범위만을 찾을 수 있었다. 지난 1 9 9 2 년에 M. B a c a 가 이 문제의 특수해를 하나 찾나냈는데 그의 방법은 크기가 표 8 과 같을 때에 합이 9 2 가 나온다. M. B a c a 의 해보다는 최 석정의 해가 더욱 자연스럽다. 왜냐하면 표 8 에서는 꼭지점의 수가 3 0 개이지만 1 부터 3 0 까지의 수를 6 개 임의로 골랐을 때의 기대치는 9 3 이기 때문이다.

참고 문헌

1. 김 용운, 김 용국, 한국 수학사, 열화당, 1982
2. 최 석정 (1646-1715), 구수략, 연대 미상 (18 세기 초?)
3. 한국 정신 문화 연구원, 한국 민족문화 대 백과사전, 1991
4. Alan Adler, Magic Cubes and the 3 - Adic Zeta Function, The Mathematical Intelligencer, vol. 14 no. 3, 1992, 14 - 23
5. M. Baca, On Magic Labeling of Honeycomb, Discrete Mathematics, 105 (1992), 305 - 311, North Holland
6. J. Denes and A. Keedwell, Latin Squares and Their Applications, Academic Press, 1974
7. J. Denes, Letter on The Origin of Latin Squares, Dated April 22, 1993
8. Howard Eves, An Introduction to the History of Mathematics, Fifth Ed., Saunders College Publishing, 1983
9. Marshall Hall Jr., Combinatorial Theory, Second Ed., Wiley Interscience, 1986

4	9	2
3	5	7
8	1	6

표 1.

2	3	1
1	2	3
3	1	2

1	3	2
3	2	1
2	1	3

표 2

(2, 1)	(3, 3)	(1, 2)
(1, 3)	(2, 2)	(3, 1)
(3, 2)	(1, 1)	(2, 3)

표 3.

51	63	42	87	99	78	24	36	15
43	52	61	79	88	97	16	25	34
62	41	53	98	77	89	35	14	26
27	39	18	54	66	45	81	93	72
19	28	37	46	55	64	73	82	91
38	17	29	65	44	56	92	71	83
84	96	75	21	33	12	57	69	48
76	85	94	13	22	31	49	58	67
95	74	86	32	11	23	68	47	59

표 4

(B, A)	(C, C)	(A, B)
(A, C)	(B, B)	(C, A)
(C, B)	(A, A)	(B, C)

표5

A, B	B, A
B, A	A, B

표 6

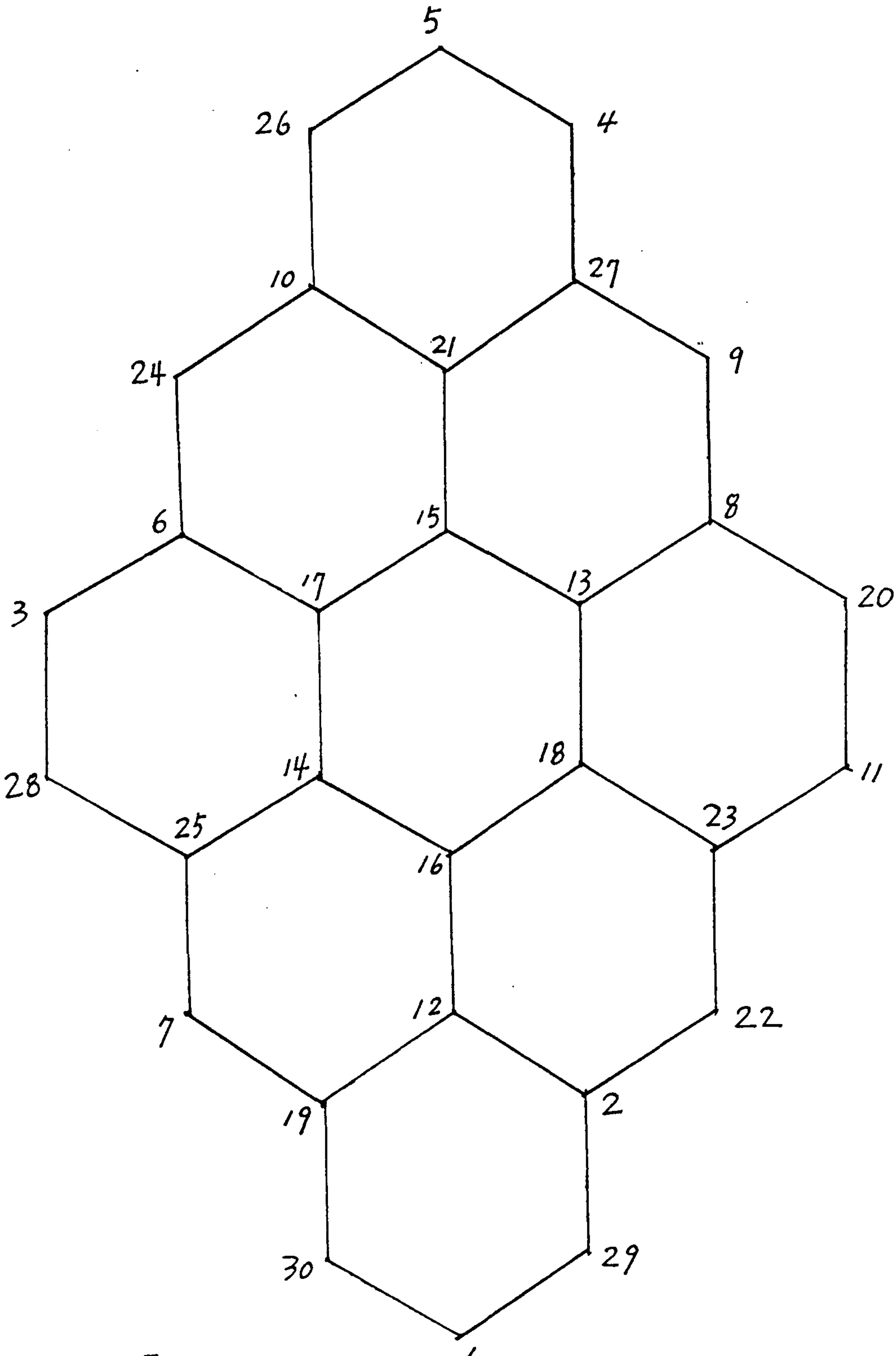
5
26
4
10
27
24
21
9
6
15
8
3
17
13
20
28
14
18
11
25
23
16
7
12
22
19
2
30
29
1

표 7