한국수학교육학회지 시리즈 A 〈수학교육〉
1993. 6. 제 32권 제 3호 195-204

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
Series A : June 1993, Vol. 32. No. 3, 195-204

퍼지이론의 중등수학교육과정에의 도입에 관하여

이 성 항(경성대)
김 재 겸(경성대)

I. 서론

일반적으로 수학이 사회에서 예전보다 더 중요한 역할을 하고 있다는 것은 부인할 수 없다. 세계의 진보와 번영을 확보하기 위해서는 날로 높아져가는 과학적, 기술적인 발전에 따라서 일반적인 수학의 수준이 높아져야 한다. 즉, 수학은 오늘날 현대문화의 본질적인 기초를 이루게 되어 있다. 현대 사상계의 여러 가지 방면에의 응용, 또 과학과 기술에의 응용은 이것을 실증하고 있다. 그런데 이러한 수학은 긍정과 부정, 즉 참과 거짓을 바탕으로 한 이치논리를 그 기본 논리로써 전개하고 있음으로 인하여 본질적으로 애매함을 가지는 인간의 사고와는 부합되지 않는 측면이 있다. 기존의 수학적 논리와 인간적 사고와의 이런 차이점을 극복하고 인간 사고에 보다 가까운 논리를 전개하고자 하는 이론이 Zadeh에 의해 제시된 퍼지(fuzzy)이론이다.

이 퍼지이론은 기존 수학의 참과 거짓 사이에 존재하는 중간적 개념을 인정하고, 그 중간적 개념의 참 또는 거짓에의 근접성에 대한 주관적 판단까지 수용하고 있다. 따라서 퍼지이론은 수학 자체의 범위를 확장시켜 줄 뿐만 아니라 앞으로의 과학기술발달의 근간이 될 것임을 부정할 수 없으며, 실제로도 최근에 많은 분야에 응용되고 있다.

수학의 기본적인 사항은 모든 학생들에게 가르쳐지고, 그것이 장차 활용되도록 인도되어야 한다. 학생들에게 학습의 초기에서부터 오늘날의 말로써, 그리고 오늘날의 구조를 제시해 감으로써 수학에 보다 흥미를 갖게 한다는 것이 명백하다.[1] 그러므로 앞으로의 수학 및 과학기술의 발달의 핵심이 될 수 있는 퍼지이론을 수학교육의 초기과정에 도입함으로써, 학생들의 퍼지이론에 대한 적응력과 응용력을 배양하여, 급변하는 현대 과학문명의 발달에 능동적으로 대처할 수 있는 능력을 길러 줄 수 있을 것이다.

본 연구에서는 수학의 기본적인 개념이 정립되는 중등교육과정중 중학교 1학년 수학교과서에 삽입될 수 있는 '퍼지집합' 단원을 만들어 보고자 한다.

II. 퍼지 집합

1. 퍼지 개념에 대하여

현대의 수학은 긍정과 부정, 즉 참과 거짓으로 명확하게 구분되는 개념을 기초로 형성되어 있다. 그러나 현실은 수학처럼 엄밀히 긍정이냐 부정이냐, 즉 참이냐 거짓이냐가 명확하게 되어 있는 경우만 있는 것은 아니다. 오히려 애매성으로 가득차 있다고 해도 과언이 아니다. 즉, 현실은 애매한 것의 투성이인 것이다. 모든 일에서 애매성을 배제하는 것은 불가능하다. 가령 어떤 여성에 대해 "미인이냐

1) 박한식, 중학교 수학 1 교사용 지도서, 서울:지학사, 1990, p.9.

아니냐?"라는 질문이 있다고 하자. 그 대답은 보는 이의 주관과 보는 시기, 장소, 각도등 여러가지 조건에 따라 변화할 것이다. 누가 언제 보아도 미인이라고 단정할 수 있는 여성은 그다지 많지 않을 것이다.[2] 또한, "당신은 지식인입니까?" 등의 극히 주관적인 질문에 단순히 긍정 또는 부정으로 대답하는 것은 아무래도 개운치 않은 기분이 든다. 사람의 기분을 명확하게 긍정과 부정으로 나누어 놓을 수 있는 것인가? 자기 기분을 명확하게 긍정이나 부정이냐로 구분했을 때에도 흡족하지 않은 면이 조금은 남아 있을 것이다.

이상의 사실로 미루어 보아도 인간은 본래 애매한 존재라는 것을 이해할 수 있다. 즉, 인간에게 있어 애매성은 본질적인 것이다. 또한, 현실에서 접하는 진술이나 문제는 그 자체가 애매하거나 애매한 결과를 유도하는 것들이 대부분이다. 따라서 우리가 살고 있는 생활의 대부분을 이치논리로써는 해결할 수 없고, 표현할 수도 없다. 실생활계를 잘 묘사하는 것은 인간이 인지하고 동시에 과정화하고 이해하는 것보다 훨씬 많은 정교한 자료를 필요로 한다. 전통적으로 사용해 왔던 모든 논리들은 정확한 기호의 사용을 가정하므로 그것은 우리의 일상 생활의, 또는 우리가 상상하는 우주생활의 어떤 것에도 정확히 적용될 수 없다.[3] 즉, 우리의 감정과 사고를 충분히 그리고 적절히 표현하기는 매우 어렵다. 기존의 수학은 이치논리를 바탕으로 한 학문이기 때문에 더욱 그러하다. 그러나 우리의 실생활에서 이치논리로서는 표현할 수 없고 해결할 수 없는 부분을 애매성을 적극적으로 인정하는 퍼지논리로써 해결하고 표현할 수 있으며, 여기에서 퍼지논리의 필요성이 인정된다.

퍼지이론은 1965년, 미국 캘리포니아대학교 버클리캠퍼스의 Zadeh교수가 학술지 'In- formation & Control'에 발표한 「Fuzzy sets」란 논문[4]이 그 시초이다.

이 논문에서 Zadeh는 '아름다운 여성들의 집합', '키 큰 사람들의 집합', '큰 수들의 집합'등 경계가 명확하지 않은 집합을 「퍼지집합」이라고 이름 붙였다. Zadeh가 제안한 지 28년, 이 이론은 에어컨과 세탁기등 생활 주변의 제품에서부터 주식의 매매시간을 결정하는 대규모의 정보처리 전문시스템에까지 침투되고 있다. 바야흐로 「퍼지이론」은 우리들의 일상생활에 차츰 뿌리를 내려가고 있는 것이다.[5]

지금까지의 과학기술이 애매함을 배제하는 방향에서 발전해온데 비해, 처음부터 애매함을 인정하고 그것을 적극 활용하려고 하는 것이 이 이론의 특징이다. 예를 들면, 갓 태어난 신생아의 체중은 일반적으로 3 - 3.4kg을 정상으로 본다. 이를 지금까지의 컴퓨터에 입력해 놓으면, 2.97kg이나 3.42kg의 아기는 정상이 아닌 것으로 판정된다. 즉, 긍정 아니면 부정밖에 인정할 수 없는 것이다. 그러나 2.97kg의 아기는 체중이 '다소 적다', 3.42kg의 아기는 체중이 '약간 무겁다'라고 중간적인 판단을 할 수 있는 것이 퍼지이론이다.

지금까지 애매성을 취급하는 이론은 확률론 뿐이었다. 그러나, '미인이냐 아니냐'라는 주관의 문제에 확률론이 적용될 수 없음은 명확한 일이다. 즉, 확률론에서의 애매성은 어떤 사건이 일어날지 일어나지 않을지 모르는 무작위성(Randomness)이고, 퍼지이론에서 취급하는 애매성은 일어나는 것은 확실하지만 명확한 판단을 내릴 수 없는 것, 즉, 주관에 바탕을 둔 애매성을 취급하는 애매모호함(Fuzziness)이다.[6]

---

2) 전자신문 출판국 옮김(向殿政男 저), 알기 쉬운 퍼지이론, 서울:전자신문사, 1991, p. 21.
3) Russell, B., "Vagueness", Australasian J. Psychol. Philas. 1, 1923, p.84-92.
4) Zadeh, L. A., "Fuzzy sets", Information and Control 8, 1965, p.338-353.
5) KMAC 기술개발본부 역(戸貝方規, 太田政弘 저), 백만인의 퍼지, 서울:한국능률협의회 컨설팅, 1990, p.15.
6) 서병직, 초등 수학교육에서 Fuzzy 개념의 도입에 관한 연구, 경성대학교 교육대학원 석사학위논문, 1992, p.7.

2. 퍼지 집합

일반적인 집합[7]에서는 어떤 원소의 그 집합에의 소속 여부를 속하느냐, 속하지 않느냐 밖에 인정하지 않는다. X가 전체집합 U의 부분집합일때, X를 특성함수(Characteris- tic function) 개념을 이용하여, C_X:U→{0,1} (단, $x \in X$이면 $C_X(x)=1$, $x \notin X$이면 $C_X(x)=0$)와 같이 표현할 수 있다. 여기서 $C_X(x)=1$의 의미는 x가 X에 속한다는 것으로 $C_X(x)=0$의 의미는 x가 X에 속하지 않는다는 것으로 해석한다. 즉, $C_X(x)=1$의 의미는 x의 X에의 소속척도가 1이고, $C_X(x)=0$의 의미는 x의 X에의 소속척도가 0임을 나타낸다. 예를 들면, 전체집합 U={a,b,c,d,e}의 부분집합 X가 {a,b,e}일때, X는 $C_X(a)=1$, $C_X(b)=1$, $C_X(c)=0$, $C_X(d)=0$, $C_X(e)=1$로 표현할 수 있으며 이때, 집합 X를 특성함수 값의 쌍으로 표현하면, C_X={(a,1),(b,1),(c,0),(d,0),(e,1)}과 같이 표현할 수 있다. 따라서 집합의 개념을 특성함수의 개념으로 이해하더라도 무방하다.

그런데 퍼지집합은 일반적인 집합과 같이 원소가 집합에 속하거나 속하지 않는 두가지 중의 하나로 결정되지 않고 단위구간 [0,1]사이의 실수값을 소속척도로 취하는 원소들로 구성되는 집합을 의미한다. 즉, $X=\{(x,\mu_X(x)):x \in U,\ \mu_X(x) \in [0,1]\}$으로 나타낸다. 이 경우 X를 U의 퍼지부분집합 또는 퍼지집합이라 한다. 즉, μ_X:U→[0,1] 형태의 함수를 U의 퍼지부분집합이라 한다.

여기서, 퍼지집합을 일반적인 집합에 관련된 특성함수와 비교할 때 번역 [0,1]이 {0,1}을 포함하므로, 퍼지집합은 특성함수의 일반화임을 알 수 있다. 다시 말해 퍼지집합의 개념은 종래의 일반적인 집합의 개념도 포괄한 것, 즉, 퍼지집합 개념은 일반적인 집합 개념의 확장이라고 볼 수 있다.

예를 들면, 전체집합 U가 정수전체의 집합이고 그의 퍼지부분집합 X가 '10에 가까운 정도'로 정의되어 있다면, X={...,(7,0.1),(8,0.4),(9,0.8),(10,1),(11,0.8),(12,0.4), (13,0.1),...}로 표시할 수 있다.
퍼지이론은 주관에 얽힌 애매성을 취급하는 이론이다. 그러므로, 이 소속척도를 정하 는 것은 사람의 주관에 따라 결정해도 되며, 사람에 따라 변하여도 상관없다. 따라서, 퍼지이론은 사람의 주관을 수치화하는 수단을 제공하는 이론이라 할 수 있다.

3. 퍼지집합들의 관계[8]

정의 1 (포함 관계). X와 Y를 전체집합 U의 퍼지부분집합이라고 하자. 이때 임의의 $x \in U$에 대하여 $\mu_X(x) \geq \mu_Y(x)$인 경우 X는 Y를 포함한다라고 하고 X⊃Y로 표기한다.

정의 2 (상등 관계). X와 Y를 전체집합 U의 퍼지부분집합이라고 하자. 이때 임의의 $x \in U$에 대하여, $\mu_X(x)=\mu_Y(x)$인 경우, 퍼지집합 X와 Y는 상등이라 하고 X=Y로 표기한다.

예를들어, 갑과 을의 스포츠에 대한 선호정도를 조사했다고 하자. 갑의 선호 정도는 {(야구,0.8),(축구,0.9),(수영,0.7),(권투,0.5)}이고, 을의 선호 정도는 {(야구,0.8),(축구,0.6),(수영,0.6),(권투,0.4)}였다. 여기서, 갑의 선호정도가 을의 선호 정도보다 전부 크거나 같음을 알 수 있다. 즉, 갑이 을보다 전반적으로 스포츠를 좋아한다는 것을 알 수 있다. 이것은 퍼지집합들의 포함관계가 적용될 수 있는 실예이다.

4. 퍼지집합들의 연산[9]

---

7) 앞으로 '집합'이라는 표현은 퍼지집합이 아닌 일반적인 집합을 뜻한다.
8) 이 절에서의 관계는 모두 Zadeh에 의한 것임, Zadeh, L. A., "Fuzzy sets", Information and Control 8, 1965, p.338-353.
9) 이 절에서의 연산은 모두 Zadeh에 의한 것임, 전게서.

퍼지집합들의 연산을 어떻게 정의하는지 알아보자.

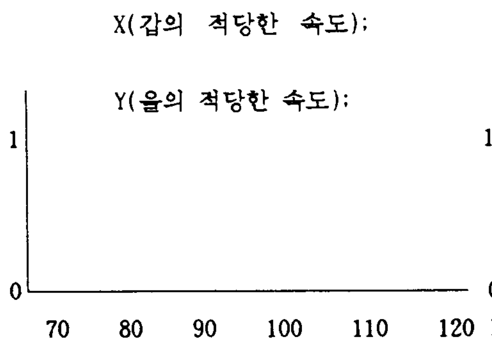
정의 1 (교집합). X와 Y를 전체집합 U의 퍼지부분집합이라고 하자. 이때 X와 Y의 교집합 Z는, $Z=\{(x, \mu_Z(x)): x\in U,\ \mu_Z(x)=\mathrm{Min}(\mu_X(x),\mu_Y(x))\}$로 정의한다.

정의 2 (합집합). X와 Y를 전체집합 U의 퍼지부분집합이라고 하자. 이때 X와 Y의 합집합 Z는, $Z=\{(x, \mu_Z(x)): x\in U,\ \mu_Z(x)=\mathrm{Max}(\mu_X(x),\mu_Y(x))\}$로 정의한다.

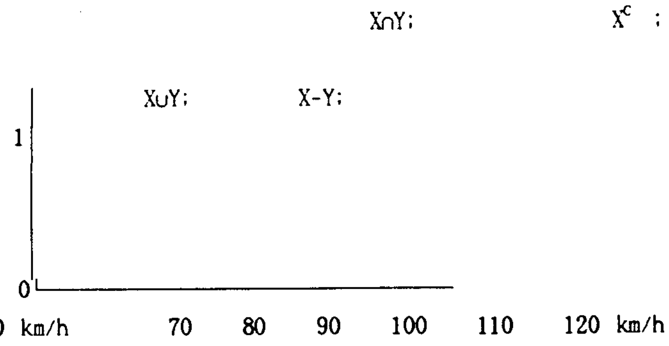
정의 3 (여집합). X를 전체집합 U의 퍼지부분집합이라고 하자. 이때 X의 여집합 X^C는, $X^C=\{(x,\mu_{X^C}(x)): x\in U,\ \mu_{X^C}(x)=1-\mu_X(x)\}$로 정의한다.

정의 4 (차집합). X와 Y를 전체집합 U의 퍼지부분집합이라고 하자. 이때 X와 Y의 차집합 X-Y는, $X-Y=\{(x,\mu_{(X-Y)}(x)): x\in U,\ \mu_{(X-Y)}(x)=\mathrm{Min}(\mu_X(x),1-\mu_Y(x))\}$로 정의한다.

예[10]를 들어, 갑, 을 두 사람이 고속도로를 드라이브하고 있다고 하자. 갑이 "을씨 위험하지 않은 적당한 속도로 운전하세요"라고 말했을 때, 을은 "알았어요"라고 대답하고는 그의 판단에 따라 적당한 속도로 달린다. 여기서 '위험하지 않은 적당한 속도'라는 말에서 애매성을 발견하게 된다. 갑은 95 - 105km/h를 가장 적당한 속도로 생각하고, 을은 90 - 100km/h를 가장 적당한 속도로 생각한다고 할 때, 을이 90km/h로 운전하고 있다면 갑은 "을씨 좀 더 속도를 내세요"라고 말할 수도 있다. 그러나, 양측 생각의 공통부분에 해당되는 100km/h로 주행하고 있다면, 양자 모두 주행속도에 만족하고 있을 것이다. 즉, 두 사람간에 '위험하지 않은 적당한 속도'에 대한 생각은 다르지만 애매성이 있기 때문에 공통점을 찾아낼 수가 있다는 결론이다. 이것은 두사람이 동시에 만족하는 위험하지 않은 적당한 정도로, 소속척도의 작은쪽을 택하는 교집합에 해당된다. 그리고 두 사람중 한 사람이라도 위험하지 않은 적당한 속도라고 생각하는 정도를 생각해보자. 이것은 소속척도의 큰쪽을 택하는 합집합에 해당된다. 다음으로, 갑이 적당하지 않은 속도라고 생각하는 정도를 생각해보자. 이것은 여집합에 해당되는 것으로서 '...은 아니다'라는 부정에 해당된다. 다음은, 갑은 적당한 속도라고 생각하지만 을은 적당하지 않은 속도라고 생각하는 정도를 생각해보자. 이것은 차집합에 해당된다. 이러한 것들을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



(그림 1)



(그림 2)

10) 전자신문 출판국 옮김(向殿政男 저), 알기 쉬운 퍼지이론, 서울:전자신문사, 1991, p.82-83에 나오는 예를 응용한 것임.

III. 퍼지개념의 중등수학교육과정에의 도입

1. 배경

우리는 지금 기술적, 경제적, 교육적 측면에서 전에 없던 변화의 과정을 겪고 있다. 무엇보다 20세기 산업사회에서 21세기 정보화시대로의 변환점에 살고 있으며 수학적 지식이 어느 때 보다도 우리의 실제 생활과 깊이 관련되어 있다. 그리고 교육은 학생들로 하여금 미래사회에 적응할 수 있는 능력을 길러주는 활동이다. 따라서 사회가 변화됨에 따라 학생들이 배워야 할 학습의 내용, 방법도 변화되어야 한다. 이러한 측면에서 볼 때, 21세기 정보화 시대에 대비하여 이치논리만을 바탕으로 한 수학교육에서 점차 탈피하여 퍼지논리를 바탕으로 한 수학교육도 이루어져야 한다고 사료된다.
이러한 필요성에 의해 다음 절에서는 현행 중학교 1학년 수학교과서중 '집합'에 관한 단원과 비교하여 '퍼지집합'에 관한 단원을 새로이 신설하여 보고자 한다.

이 단원은 퍼지이론의 기본적인 개념을 이해시키고 퍼지집합의 뜻을 알게 하며 기본적인 연산을 할 수 있도록 구성하였다. 여기서, 함수의 개념을 도입하여 퍼지개념을 학생들에게 교육하는 것은 학생들에게는 상당히 복잡하고 어렵게 느껴지리라 본다. 따라서 함수의 개념을 도입하지 않고 순서쌍의 개념을 이용하여 퍼지개념을 교육하고자 한다.

'퍼지집합' 단원이 현행 교과서의 어느부분에 삽입되어야 하는가에 대한 논란이 있을 수 있지만, 우리의 목적은 교육과정의 전면적인 개편을 의미하는 것이 아니라 퍼지개념의 교육을 위한 '퍼지집합' 에 관한 단원의 모형을 만들어 보고자 하는 것이므로 집합의 개념을 다룬 이후의 적당한 위치에 들어간다고 가정하고, 그 형식과 체제는 동아출판사 간행 중학교 수학 1의 교과서[11]를 따랐다.

2. 퍼지 집합[12]

- 학습 목표 -

퍼지의 뜻과 퍼지이론이 무엇인지 이해하게 한다. 또, 퍼지집합의 개념을 이해하게 하며 퍼지집합들간의 기본적인 연산을 할 수 있도록 한다.

- 로트피 자데 (Lotfi. A. Zadeh) -

자데교수는 이란에서 태어나 테헤란 대학의 전기공학과를 졸업, 그후 미국으로 건너가 MIT에서 석사과정을, 콜럼비아 대학에서 박사학위를 취득했다. 그리고 프린스턴 대학을 거쳐 1959년부터 현재까지 캘리포니어대학교 버클리캠퍼스의 교수로 있다.

그는 1965년 학술지 Information & Control에 실린 「퍼지집합(Fuzzy sets)」이란 논문에서 퍼지이론을 처음으로 발표하였다.

그러나, 최초의 반응은 대단히 비판적이었다. 이론의 장난이라든가 퍼지이론은 쓸모가 없다는 등이었다. 그후 퍼지이론에 흥미를 갖는 학자들도 점차 늘어나고 폭넓은 분야의 사람들이 흥미를 보이기 시작하여, 현재는 활발한 연구가 이루어지고 있으며 광범위한 분야에 대한 응용이 진행되고 있다. 우리 생활과 가까운 퍼지이론의 응용상품으로는 세탁기, 카메라, 에어컨, 청소기, 냉장고, ...등이 있다.

그는 다음과 같이 말하였다.

"퍼지집합론의 목표중 하나는 종래의 방법으로 해석하기에는 너무 복잡하거나 명확히 정의할 수 없는 문제를 정식화하거나 해결하거나 하기 위한 방법을 개발하는데 있다."[13]

---

11) 김연식 외 1인, 중학교 수학 1, 서울:동아출판사, 1992.
12) 이 절에서는 신설 교과내용('퍼지집합' 단원)을 그대로 표현하였다.

퍼지 집합

(1) 퍼지의 뜻과 퍼지이론
◆ 퍼지이론이 무엇인지 알아보자.

물음. "당신의 집은 잘 사는 편입니까?"라는 질문에 대답해 보아라.

위의 질문에 '예' 또는 '아니오'라고 대답하기에는 아무래도 애매하다. 아주 잘 산다, 조금 잘 산다, 그럭저럭 산다, 보통이다, 조금 못산다, 아주 못산다 등으로 대답하는 것이 적당할 것이다. 이와 같이 명확하게 판단을 내릴 수 없는 인간의 주관에 얽힌 애매함을 다루는 이론이 퍼지이론이다.
퍼지(Fuzzy)란 영어로 깃털처럼 훨훨 날아 경계가 분명치 않는 애매함을 표현하는 형용사이다.

예. '나이가 젊다'는 퍼지이론을 적용할 수 있는 한 예이다. '젊다'라는 개념은 몇세부터 몇세까지이다라고 정확하게 구분하기가 어렵다. 20세는 젊다, 25세도 젊다, 35세는 그럭저럭, 40세는 이미 중년, 60세는 결코 젊지 않다는 것처럼 젊음의 정도를 생각할 수 있을 것이다.

문제. 우리의 일상 생활에서 퍼지이론을 적용할 수 있는 예를 찾아 보아라.
(2) 퍼지 집합

◆ 앞 단원에서 배운 집합과 퍼지집합을 비교하여 퍼지집합의 조건이 무엇인지 알아보자.

물음. 아래 집합은 주사위의 눈의 수들의 모임이다. 각자 각 눈의 수에 자신이 좋아하는 정도를 0과 1 사이의 값으로 대응시켜라. (단, 제일 좋아하는 정도를 1, 제일 싫어하는 정도를 0으로 한다.)
A={1,2,3,4,5,6}

A의 각 원소에 그 원소를 좋아하는 정도의 값을 대응시킨 쌍들의 모임을 생각하면, 사람에 따라 각기 다르겠지만 임의로 하나 택하면, {(1,0.8),(2,0.5),(3,0.6),(4,0.2),
(5,1),(6,0.3)}과 같다.
이와같이 임의의 집합에 애매한 조건이 주어질때, 각 원소와 그 원소에 대응되는 0과 1사이의 적당한 값의 쌍들을 모은 것을 퍼지집합, 또는 주어진 집합의 퍼지부분집합이라 한다.

예. {160,165,170,175,180,185,190,195,200}을 160cm에서 200cm까지의 남자의 신장들의 모임이라고 하자. 이것을 우리나라 남자로서 키가 큰 정도의 퍼지집합으로 나타내면, {(160,0), (165,0.1), (170,0.3)
, (175,0.5), (180,0.7), (185,0.8), (190,0.9), (200,1)}로 표현할 수 있다.

문제. 다음 주어진 집합과 조건을 보고 퍼지집합으로 나타내어라.
(1) {10,20,30,40,50,60,70,80,90,100};노인의 나이.
(2) {11,12,13,14,15,16,17,18};2주간쯤.
(3) {140,150,160,170,180,190};우리나라 여성의 중정도의 신장.

---

13) 퍼지기술연구회 편역(Schumeger, K. J. 원저), 퍼지집합, 서울:기전연구사, 1992, p.17.

(3) 퍼지집합들의 관계

➧ 두 퍼지집합 사이의 관계를 알아보자.

물음. 두 퍼지집합 A={(a,0.2),(b,0.8),(c,0.1)}, B={(a,0.4),(b,0.8),(c,0.6)}가 있을때, 각 원소에 대응된 값들을 비교해 보아라.

두 퍼지집합 A와 B가 있을때, 각 원소에 대응되는 A의 값이 B의 값보다 작거나 같으면, A는 B에 포함된다, 또는 B는 A를 포함한다라고 하고, A⊂B, 또는 B⊃A로 표기한다.

예. 갑이 과일을 좋아하는 정도는 A={(사과,0.3),(배,0.5),(바나나,0.2),(포도,0.7)}이고, 을이 과일을 좋아하는 정도는 B={(사과,0.5),(배,0.5),(바나나,0.4),(포도,0.8)}일때, 각 원소에 대응되는 A의 값이 B의 값보다 작거나 같으므로 A는 B에 포함된다.

두 퍼지집합 A와 B가 있을 때, 각 원소에 대응되는 A의 값과 B의 값이 항상 같으면, A와 B는 상등이라 하고, A=B로 표기한다.

문제. 다음에서 옳은 것을 찾아라.

(1) {(a,0.2),(b,0.3),(c,0.8)} ⊂ {(a,0.5),(b,0.3),(c,0.6)}.

(2) {(a,0.5),(b,0.8),(c,0.1)} = {(a,0.5),(b,0.8),(c,0)}.

(3) {(1,0.8),(2,0.5),} ⊃ {(1,0.5),(2,0.2)}.

(4) 퍼지집합들의 연산

➧ 두 퍼지집합의 교집합과 합집합의 정의가 무엇인지 알아보자.

물음 1. 두 퍼지집합 A={(a,0.3),(b,0.7),(c,0.5),(d,0)}, B={(a,0.4),(b,0.6),(c,0.8) ,(d,1)}가 있다.

(1) 각 원소에 대응되는 A와 B의 값중 작은 값을 취해 퍼지집합 C로 나타내어라.

(2) 각 원소에 대응되는 A와 B의 값중 큰 값을 취해 퍼지집합 D로 나타내어라.

두 퍼지집합 A와 B가 있을 때, 각 원소에 대응되는 A와 B의 값중 작은 값을 취해 그 원소에 대응시킨 퍼지집합을 A와 B의 교집합이라 하고, A∩B로 표기한다.

예 1. 다음은 주사위의 눈을 영희와 철수가 각각 좋아하는 정도의 퍼지집합이다.

A={(1,0.7),(2,0.8),(3,0.6),(4,0),(5,1),(6,0.4)}

B={(1,1),(2,0.2),(3,0.9),(4,0.3),(5,0.8),(6,0.5)}

영희와 철수가 둘 다 좋아하는 정도의 퍼지집합을 구하면, A∩B={(1,0.7),(2,0.2),(3, 0.6),(4,0),(5,0.8),(6,0.4)}이다.

문제 1. 다음에서 A와 B의 교집합 A∩B를 구하여라.

A={(a,0.2),(b,0.5),(c,1)}, B={(a,0.6),(b,0.8),(c,0.2)}.

두 퍼지집합 A와 B가 있을 때, 각 원소에 대응되는 A와 B의 값중 큰 값을 취해 그 원소에 대응시킨

퍼지집합을 A와 B의 합집합이라 하고, A∪B로 표기한다.

예 2. 예 1의 두 퍼지집합 A와 B의 합집합, 즉 영희와 철수중 한 사람이라도 좋아하는 정도의 퍼지집합을 구하면, A∪B={(1,1),(2,0.8),(3,0.9),(4,0.3),(5.1),(6,0.5)}이다.

문제 2. 다음을 구하여라.
(1) {(x,1),(y,0.7),(z,0.5)}∪{(x,0.3),(y,1),(z,1)}.
(2) {(a,0.2),(b,0.5),(c,1)}∪{(a,0.6),(b,0.8),(c,0)}.

➔ 주어진 퍼지집합의 여집합의 정의를 알아 보고, 두 퍼지집합의 차집합의 정의를 알아 보자.

물음 2. 두 퍼지집합 A={(a,0.7),(b,0.2),(c,0.9)}, B={(a,0.5),(b,0.2),(c,0)}가 있다.
(1) 각 원소에 대응되는 B의 값을 1에서 뺀 값을 취해 퍼지집합 C로 나타내어라.
(2) 각 원소에 대응되는 A와 C의 값중 작은 값을 취해 퍼지집합 D로 나타내어라.

퍼지집합 A가 있을때, 각 원소에 대응되는 A의 값을 1에서 뺀 값을 그 원소에 대응시킨 퍼지집합을 A의 여집합이라 하고, A^C로 표기한다.

예 3. 예 1의 집합 A, B의 여집합 A^C, B^C, 즉 영희가 싫어하는 정도의 퍼지집합, 철수가 싫어하는 정도의 퍼지집합을 구하면 다음과 같다.
A^C={(1,0.3),(2,0.2),(3,0.4),(4,1),(5,0),(6,0.6)}.
B^C={(1,0),(2,0.8),(3,0.1),(4,0.7),(5,0.2),(6,0.5)}.

문제 3. 퍼지집합 A={(a,0.2),(b,0),(c,1)}의 여집합을 구하여라.

두 퍼지집합 A와 B가 있을때, 퍼지집합 A∩(B^C)를 A와 B의 차집합이라 하고, A-B로 표기한다.

예 4. 예 1의 집합 A와 B의 차집합 A-B(영희만 좋아하는 정도의 퍼지집합)는, A-B={(1,0),(2,0.8),(3,0.1),(4,0),(5,0.2),(6,0.4)}이다.

문제 4. 두 퍼지집합 A={(a,0.2),(b,0),(c,1)}와 B={(a,0.2),(b,0.5),(c,1)}의 차집합 A-B를 구하여라.

\- 연습문제 -

1. "당신은 공부를 잘 하는 편입니까?"라는 질문에 예, 아니오로 잘라 말하기는 곤란하다. 아주 잘한다, 조금 잘한다, 그럭저럭 한다, 보통이다, 조금 못한다, 아주 못한다 등으로 대답할 것이다. 이와 같이 예, 아니오로 잘라 말하기 곤란하여 퍼지이론을 적용할 수 있는 예를 우리의 주변에서 찾아 보아라.

2. 다음 주어진 집합과 조건을 보고 퍼지집합으로 나타내어라.
(1) {7,8,9,10,11,12,13,14};10에 가까운 자연수.
(2) {5,10,15,20,25,30,35};사람이 살기에 적당한 기온.

3. 영희와 철수가 어떤 과일가게에 진열된 과일들, {사과,배,딸기,토마토,바나나}를 보고 각각 좋아하는 정도를 매겨 보았는데, 영희는 {(사과,0.8),(배,0.5),(딸기,1),(토마토,0),(바나나,0.9)}이고, 철수는 {(사과,0.7),(배,0.9),(딸기,0.5),(토마토,1),(바 나나,0.2)}이다.

(1) 영희와 철수가 동시에 좋아하는 과일의 정도를 구하여라.

(2) 영희와 철수가 한 사람이라도 좋아하는 과일의 정도를 구하여라.

(3) 영희는 좋아하나 철수는 싫어하는 과일의 정도를 구하여라.

(4) 영희가 싫어하는 과일의 정도를 구하여라.

4. 갑, 을, 병 세 사람에게 야구와 수영을 좋아하는 정도를 각각 물었다고 하자. 이때 야구를 좋아하는 정도가 갑이 0.8, 을이 0.3, 병이 0.9이고, 수영을 좋아하는 정도가 갑이 0.6, 을이 0.2, 병이 0.7이라고 답하였다 하자. 이것을 퍼지집합으로 나타내면 갑의 경우, X={(야구,0.8),(수영,0.6)}, 을의 경우, Y={(야구,0.3),(수영,0.2)}, 병의 경우, Z={(야구,0.9),(수영,0.7)}이다.

(1) X, Y, Z 사이의 관계는?

(2) $X \cap Y$, $Y \cup Z$, Y^C, $X-Y$를 구하여라

IV. 결론

지금까지의 수학은 명확한 범위의 설정이 가능한 명제들의 기초위에서 발전되어 왔다. 마찬가지로 지금까지의 수학교육의 내용 또한 그에 부합한 것이다. 그런데 '3에 가까운 정수의 모임'이라고 하면 어떻게 될 것인가? 기존의 수학적 개념에 의하면 이 모임은 주어진 명제에 대해 명확한 범위의 설정이 불가능하기 때문에 집합으로 정의될 수 없다. 그러나 실생활계는 이렇게 애매한 것이 대부분이다. 따라서 이를 수학적으로 설명하고 해결해 낼 수 있는 개념이 필요하다. 이러한 요구에 대응하여 나타난 것이 퍼지이론이다.

퍼지이론은 최근 많은 연구가들에 의하여 연구되고 있으며, 점점 많은 분야에 응용되어지고 있다. 따라서 퍼지이론은 앞으로의 수학 및 과학기술발달의 중요한 분야가 될 것으로 생각된다. 또한 '퍼지'라는 단어는 우리의 생활주변에서 쉽게 접할 수 있는 단어가 되어있다. 실제로 중등학생들의 경우에도 퍼지세탁기, 퍼지냉장고등 여러 가전제품에서 '퍼지'라는 표현을 접하고 있다.

따라서 수학의 기본적인 개념이 정립되는 중등교육과정에 퍼지개념을 도입하여 학생들의 퍼지개념에 대한 적응력과 응용력을 배양하여 급변하는 현대 과학문명의 발달에 능동적으로 대처할 수 있는 능력을 기르게 하고 21세기 정보화 시대를 대비하게 하는 것이 바람직하리라 사료된다.

본 연구에서는 중등교육과정중 중학교 1학년 수학교과서에 삽입될 수 있는 '퍼지집합' 단원을 만들어 보았다. 그 내용은 수정, 보완되어져야 할 것이나 이러한 내용이 언젠가는 중등교육과정에 도입되어져야 할 것으로 사료된다.

참고문헌

1. 김연식 외 1인, 중학교 수학 1, 서울:동아출판사, 1992.
2. 박한식, 중학교 수학 1 교사용 지도서, 서울:지학사, 1990.
3. 서병직, 초등 수학교육에서 Fuzzy 개념의 도입에 관한 연구, 경성대학교 교육대학원 석사학위 논문, 1992.
4. 전자신문 출판국 옮김(向殿政男 저), 알기 쉬운 퍼지이론, 서울:전자신문사, 1991.

5. KMAC 기술개발본부 역(戸貝方規, 太田政弘 저), 백만인의 퍼지, 서울:한국능률협의회 컨설팅, 1990.
6. 퍼지기술연구회 편역(Schumeger, K. J. 원저), 퍼지집합, 서울:기전연구사, 1992.
7. Russell, B., "Vagueness", Australasian J. Psychol. Philas. 1, 1923, p.84-92.
8. Zadeh, L. A., "Fuzzy sets", Information and Control 8, 1965, p.338-353.