

## 防波堤 周圍에서의 非線形 回折 現象에 대한 考察 On the Study of Nonlinear Wave Diffraction by the Breakwaters

조일형\* · 김장환\*\*

Il Hyong Cho\* and Jang Whan Kim\*\*

**要 旨**: 본 연구에서는 천수역 비선형 방정식인 Boussinesq 방정식을 방파제에 의한 산란문제에 적용하였다. 방파제에 의한 파랑변형을 수치계산하기 위하여 경계치문제는 유한요소법을 사용하였고 시간에 따른 진행은 Runge-Kutta 방법을 사용하였다. 수치모델로 2차원 수로에 입사파의 진행방향과 수직으로 방파제가 놓여있는 경우를 생각하였으며 방파제의 길이와 두께변화에 따른 파랑변형에 미치는 영향을 살펴보았다. 또한 후류 경계면이 막혀있는 경우와 열려있는 경우를 고려하였으며 선형결과와 비선형결과의 차이를 살펴보았다.

**Abstract** □ We carry out a numerical calculation to understand the nonlinear wave deformation around breakwaters using the Boussinesq equation, which is weakly nonlinear and weakly dispersive shallow water equation. A numerical method based on a finite element scheme and fourth order Runge-Kutta algorithm is employed to investigate the diffraction of incident waves by the breakwaters. As a computational model, two-dimensional wave flume is treated. The breakwaters is perpendicular to the side wall of a channel. From the numerical results, the wave deformations according to the change of the length and the thickness of breakwaters are investigated. We also investigate the effect of the nonlinearity by comparing the results with the linear solutions.

### 1. 서 론

항만과 방파제와 같은 해양시설물은 해양의 자연 환경에서 사용하는 구조물이므로 당연히 설치해역의 평상시의 자연환경 하중을 받으면서 기능유지가 가능하여야 하며, 또한 극한 자연환경 하중에도 견딜 것이 요구된다. 해양시설물 설계시에 고려해야 할 자연환경조건으로는 바람, 파랑, 조류, 해류, 지진, 해저 지반 등이다. 특히 파랑은 해양시설물을 설계하는데 필요한 주요 환경요소중의 하나로 구조물의 가장 큰 동역학적인 영향을 준다. 따라서 이에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다. 그러나 파랑과 구조물간의 상호작용에 대한 연구는 선형이론에 국한되어 있으며 비선형을 고려한 연구는 최근에 몇몇 선진국들에 의하여 시도되고 있다.

Wu(1981)는 Boussinesq 방정식을 시간영역에서 계산하여 웨지(Wedge)에 의한 고립파(Solitary Wave)의 산란을 고찰하였다. 수치계산방법으로 유한차분법을 사용하였다. Tanaka(1993)는 Dommermuth와 Yue가 개발한 고차 스펙트럴 방법을 사용하여 3차원 중력파에 대한 비선형 방정식을 수치계산하여 스템 파의 존재를 확인하였다.

본 연구에서는 2차원 수로를 수학적으로 모델링하여 조파기에서 발생된 파의 진행과 구조물에 의한 회절현상을 파악하고자 한다. 이때 지배방정식은 약 비선형성(Weakly Nonlinear)과 약 분산성(Weakly Dispersive)이 균형을 이루는 Boussinesq 방정식을 사용하였다. 이 방정식은 수심에 따라 평균을 취한 방정식으로 파장에 비하여 수심과 파고가 작은 천수역 또는 장파에 적합한 방정식이다. 수치계산의 예로

\*韓國機械研究院 船舶海洋工學센터 (Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering, Taejon, Korea)

\*\*서울대학교 造船海洋工學科 (Department and Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University, Seoul, Korea)

입사파의 진행방향과 수직으로 놓여있는 방파제에 의한 회절(Diffraction)효과를 살펴보았다. 방파제의 두께와 방파제 입구의 폭을 바꿔가면서 방파제를 통과하여 들어오는 파형의 형태를 고찰하였다. 한편 2차원 수로 끝단을 막아 간단한 항만모델에 대하여 비슷한 계산을 수행하였다. 조파기에서 발생된 입사파의 주파수와 항만의 고유진동수가 같을 때 발생하는 항만공진현상을 비선형효과를 포함시켜 시간영역에서 계산하였다. 수치계산방법으로 유한요소법을 사용하였다. 지배방정식을 부분적분하여 약형으로 만든 뒤, 수치계산을 위하여 4-절점 사각형 요소로 분할하여 선형 내삽 함수(Interpolating Function)로 이산화하여 대수방정식을 푼다. 시간에 대한 적분은 제 4차 Runge-Kutta 방법을 사용하였다. 수로의 한 끝단에 설치된 조파기는 수면에 작용하는 압력면으로 대치시켰고, 벽으로 막힌 경계면에서의 유량이 없으며 벽이 없는 경계면에서는 선형 방사조건을 적용하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 문제의 정식화

입사파의 파장에 비하여 수심이 작다는 장파이론에 근거하여 비선형성과 분산성이 균형을 이루면서 진행하는 파를 포함하는 Boussinesq 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \zeta + \nabla \cdot [(h + \zeta)\nabla\phi] &= \nabla \cdot \left( \nabla h \left[ \frac{h}{2} \nabla \cdot (h\nabla\phi) - \frac{h^2}{3} \nabla^2\phi \right] \right), \\ \phi_t + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \zeta &= -p + \frac{h}{2} \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \cdot (h\nabla\phi)] - \frac{h^2}{6} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2\phi, \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $\zeta$ 는 자유표면식을 나타내며  $\phi$ 는 속도포텐셜을 뜻한다.  $h$ 와  $p$ 는 각각 수심과 자유표면에 작용하는 압력을 뜻한다.

편의상 아래와 같은 무차원 변수를 이용하였다.

$$\begin{aligned} (x, y, z, h, \zeta) &= (x, y, z, h, \zeta)/h, \\ t &= \frac{t}{h/c_0}, \\ \phi &= \frac{\phi}{hc_0}, \\ p &= \frac{p}{\rho gh}. \end{aligned} \quad (2)$$

윗식에서 정의된 무차원 변수를 이용하여 식 (1)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \zeta + \nabla \cdot [(1 + \zeta)\nabla\phi] &= 0, \\ \phi_t + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \zeta - \frac{1}{3}\nabla^2\phi &= -p. \end{aligned} \quad (3)$$

윗식은 선형파동방정식안에 파의 비선형성과 분산성을 나타내는 항들이 포함되어 있는 Boussinesq 방정식이다. 이 방정식의 작용 한계는 유도과정중 수심에 따라 평균을 취했기 때문에 수심에 따른 변화가 적은 해역에 적합하다. 따라서 수심에 비하여 파장이 길어야 한다. 또한 섭동법(Perturbation)을 사용하여 비선형성과 분산성의 최저차항만 고려하였기 때문에 약 비선형 약 분산성 파동방정식(Weakly Nonlinear and Weakly Dispersive Wave Equation)이라 부른다. 만약 윗식에서 분산성을 나타내는  $1/3 \Delta^2\phi_t$ 를 무시하면 Airy 방정식이 되며 비선형항마저 무시하면 선형 파동방정식을 얻을 수 있다.

다음은 수치계산을 위하여 지배방정식과 함께 필요한 경계조건들에 대하여 살펴보겠다. 2차원 수로의 한끝에 설치되어 파도를 발생하는 조파기는 다음과 같이 수면에 압력면을 설치하여 표현할 수 있다.

$$p(x, t) = \begin{cases} \frac{p_{max}}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi x}{L_p} \right) \sin \omega t, & |x| < L_p \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (4)$$

여기서  $p_{max}$ 는 발생파의 진폭과 관련있는 압력분포의 최대값을 나타내며  $L_p$ 는 수면에 압력이 작용하는 폭을 나타낸다.  $\omega$ 는 조화운동을 하는 압력면의 주파수로 이 값을 조절하여 우리가 원하는 파장을 얻을 수 있다.

수로의 측벽이나 방파제에 적용하는 경계조건은 다음과 같다.

$$\nabla\phi \cdot n = 0, \quad \nabla\zeta \cdot n = 0. \quad (5)$$

파가 빠져나가는 후류(Downstream)에 적용될 경계조건은 벽으로 막혀있는 경우 식 (5)와 같은 경계조건을 사용하여 벽이 없는 경우 아래와 같은 선형 방사조건을 이용한다.

$$\begin{aligned} \phi_x &= 0, \quad \zeta_x = 0. \quad (\text{Wall}), \\ \phi_t + c_0\phi_x &= 0, \quad \zeta_t + c_0\zeta_x = 0 \quad (\text{Radiation}). \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $c_0$ 는 진행파의 속도를 나타내며 천수역에서의

파의 임계속도인  $(gh)^{1/2}$ 가 사용되었다.

## 2.2 수치해법

식 (3)으로 주어진 비선형방정식을 수치계산하기 위하여 요한요소법을 사용하였다. 먼저 약형화하는 과정을 소개하겠다. 식 (3)에 테스트 함수인  $\psi$ 를 곱하고 계산영역  $D$ 에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$\int_D \psi \{ \zeta + \nabla \cdot ((1 + \zeta) \nabla \phi) \} ds = 0, \\ \int_D \psi \{ \phi_t + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + \zeta - \frac{1}{3} \nabla^2 \phi_t + p \} ds. \quad (7)$$

윗식들을 부분적분(Integration by Parts)한 뒤 경계면에서의 경계조건을 이용하면 아래와 같은 약형식을 얻을 수 있다.

$$\int_D \psi \zeta ds - \int_D (1 + \zeta) \nabla \psi \cdot \nabla \phi ds = 0, \\ \int_D \psi \phi ds + \frac{1}{2} \int_D \psi \nabla \phi \cdot \nabla \phi ds + \frac{1}{3} \int_D \nabla \psi \cdot \nabla \phi ds \\ + \int_D \psi \zeta ds + \int_D \psi p ds = 0. \quad (8)$$

앞에 주어진 적분방정식을 이산화(Discretization)하기 위하여 속도 포텐셜과 파형식 그리고 테스트 함수를 유한요소 기저함수(Basis Function)를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\phi(x, y, t) = \sum_j N_j(x, y) \phi_j(t), \\ \zeta(x, y, t) = \sum_j N_j \zeta_j(t), \\ \psi(x, y) = N_1, N_2, N_3, \dots, N_M. \quad (9)$$

여기서  $M$ 는 총 요소의 절점수를 나타낸다. 본 연구에서는 4-절점 사각형 요소로 분할하였다. 따라서 여기서 사용된 기저함수는 4각형 요소내의 선형내삽함수(Interpolating Function)이다.

윗식을 앞에서 유도한 약형식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\int_D N_i N_j ds \zeta_j = \int_D \nabla N_i \cdot \nabla N_j N_k ds \phi_j \zeta_k \\ + \int_D \nabla N_i \cdot \nabla N_j ds \phi_j, \\ \int_D (N_i N_j + \frac{1}{3} \nabla N_i \cdot \nabla N_j) ds \dot{\phi}_j,$$

$$= -\frac{1}{2} \int_D N_i \nabla N_j \cdot \nabla N_k ds \phi_j \phi_k \\ - \int_D N_i N_j ds \zeta_j - \int_D N_i p(x, y, t) ds. \quad (10)$$

윗식은  $\zeta_j$ 와  $\dot{\phi}_j$ 에 대한 대수방정식이다. 각 절점에서의 적분을 수행하면 최종적으로 풀어야 할 대수방정식은 아래와 같이 간략하게 표현할 수 있다.

$$A_{ij} \zeta_j = f_i(\zeta_1, \dots, \zeta_M; \phi_1, \dots, \phi_M), \\ B_{ij} \dot{\phi}_j = g_i(\zeta_1, \dots, \zeta_M; \phi_1, \dots, \phi_M; p). \quad (11)$$

대수방정식을 풀어  $\zeta_j$ 와  $\dot{\phi}_j$ 를 구하고 시간에 따른 적분은 4차 Runge-Kutta 방법을 사용하였다.

## 3. 계산결과 및 고찰

수치계산의 예로 2차원 수로에 입사파에 수직인 위치에 놓여있는 방파제를 채택하였다. 모든 길이는 수심으로 무차원 시켰으며 시간은  $(h/g)^{1/2}$ 로 무차원 시켰다. 계산 영역의 길이는 75이며, 수로의 폭은 10으로 잡았다. 계산영역의 왼쪽끝에 진폭  $p_{max}=0.2$ , 주기  $T=10$ 을 갖고 동요하는 압력면이 있으며 이로 인해 파가 발생한다. 한편 계산영역의 오른쪽 경계에 선형 방사조건을 적용하였다. 방파제는 수로의 폭방향과 평행하게 조파기로부터 50 떨어진 위치에 위치하며 방파제의 길이와 두께는 각각 2.5와 0.5이며 두 개가 서로 대칭으로 놓여있다. 격자 크기  $\Delta x$ 와  $\Delta y$ 는 0.5이다. 시간간격  $\Delta t$ 는 0.5로 잡았다. 자세한 수치 계산 모델은 Fig. 1에 도시하였다.

Fig. 4는  $t=80, 100, 120$ 에서의 파형의 변화를 그렸다. 그림에서 보듯이  $x=50$ 에 놓여있는 방파제에 의하여 입사파의 파형이 변형되는 과정을 볼 수 있으며 방파제를 지나면서 복잡한 파형은 다시 평면파로 합쳐지는 것을 그림을 통하여 알 수 있다. 또한 방

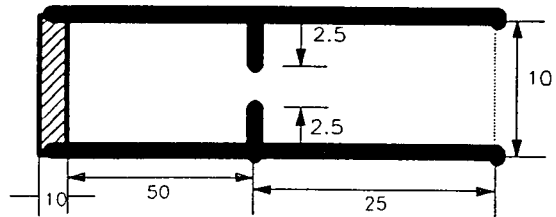


Fig. 1. Definition Sketch of Numerical Model (Case 1).

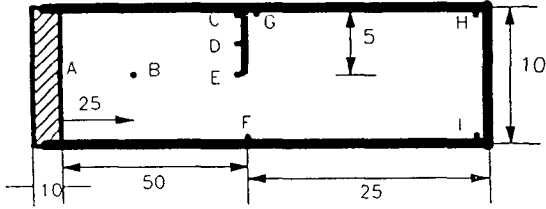


Fig. 2. Defintion Sketch of Numerical Model (Case 2).

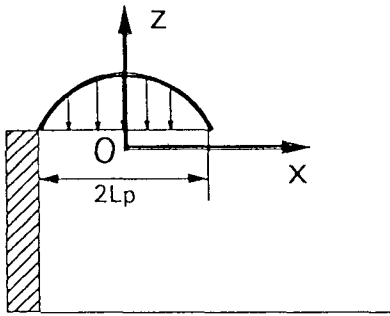


Fig. 3. Wave Generating System by Pressure Patch.

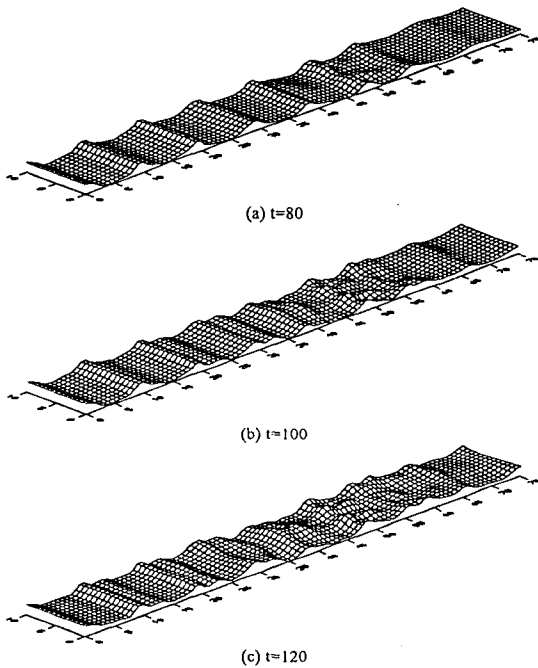


Fig. 4. Wave Elevation for Case 1 at t=80, 100, 120.

파제에 의하여 반사된 파가 조파기로 향하는 것을 볼 수 있다. Fig. 5는 t=100에서의 파형의 변화를 등고

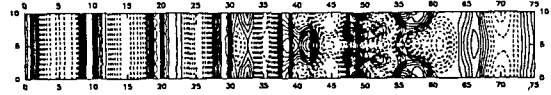


Fig. 5. Contour Plot of Wave Deformation for Case at t=100.

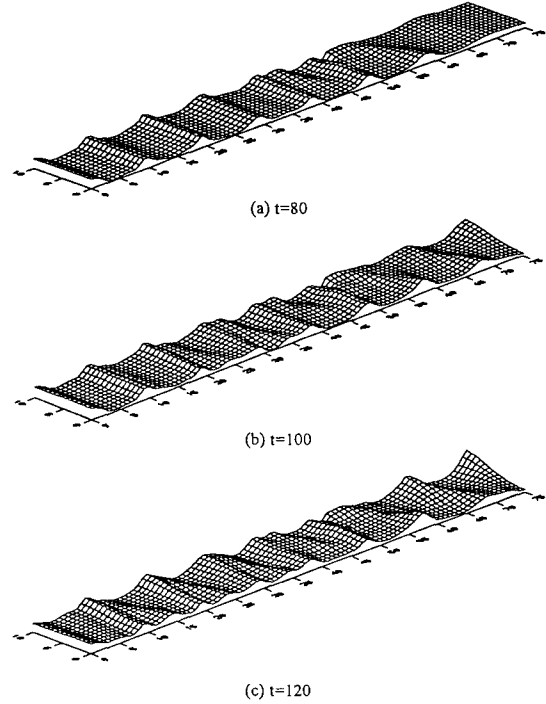


Fig. 6. Wave Elevation for Case 2 at t=80, 100, 120.

선으로 도시하였다. 여기서 실선과 점선은 양의 값과 음의 값을 갖는 파형을 의미한다. 그림에서 뚜렷하게 x=50의 앞뒤에서 복잡한 그러나 대칭인 파형을 볼 수 있으며 2차원 수로의 후류 부근에 평면파가 형성되는 것을 볼 수 있다. 이와함께 Fig. 5는 방파제의 끝단(Tip)에서 파가 회절되는 현상을 도시하고 있다.

Fig. 6과 Fig. 7은 앞의 그림과 동일한 조건하에서 하나의 방파제가 x축과 수직으로 한쪽 안벽에 길이 5를 가지고 놓여있는 경우에 대한 수치계산의 결과이다. 또한 앞선 그림과 달리 후류 경계면은 벽으로 막혀있다. 이와 같은 모델에 대한 3차원 파형변화 그림을 t=80, 100, 120에서 보여주고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 방파제가 없는 입구를 통하여 일부의 파는 통과하지만 방파제에 의하여 일부의 파는 반사

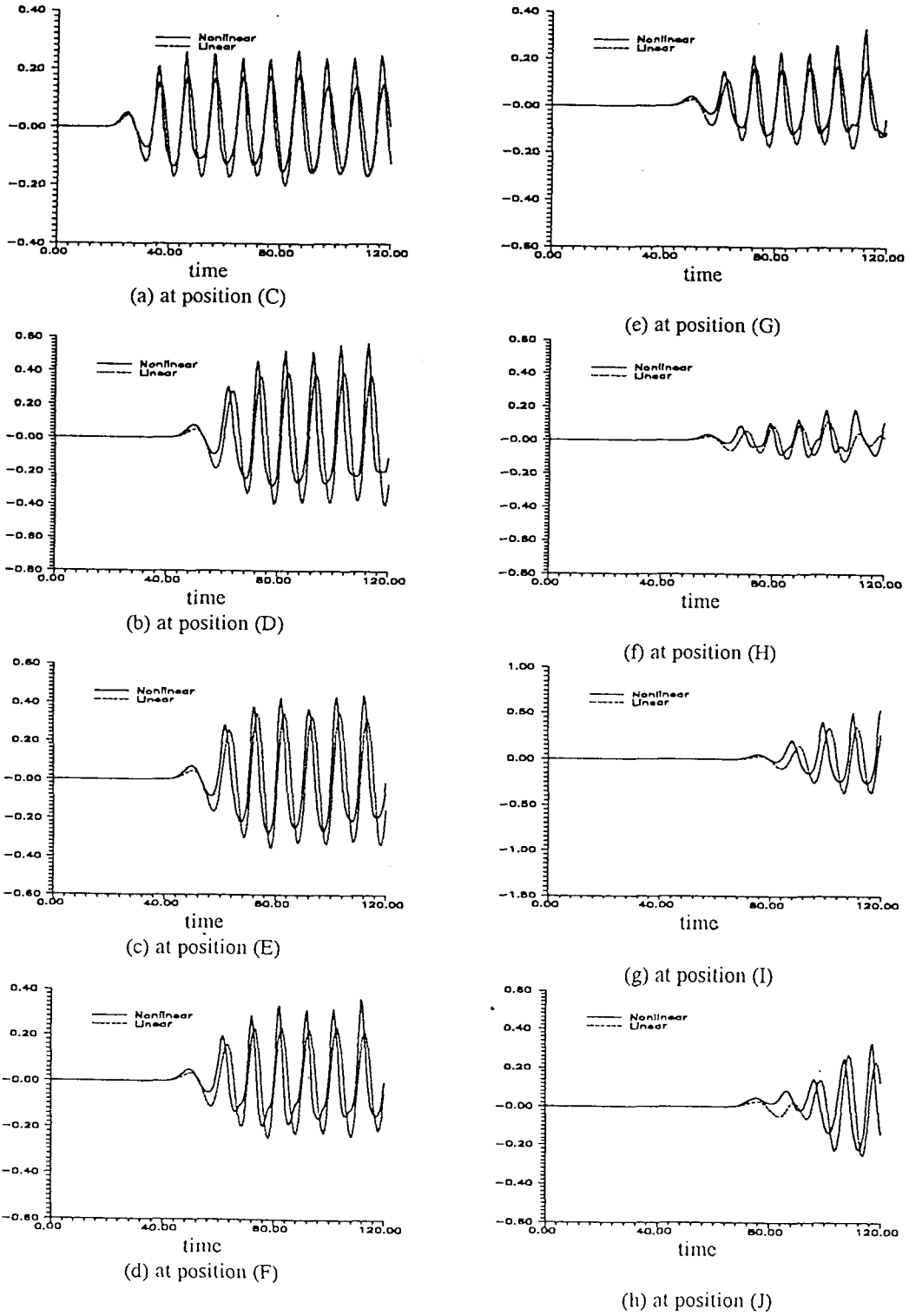
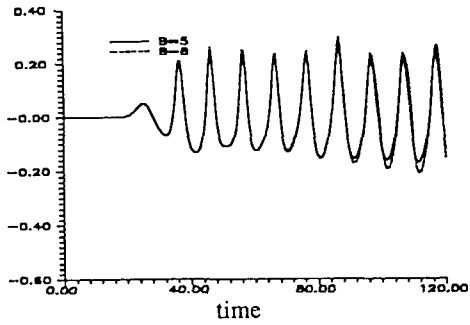
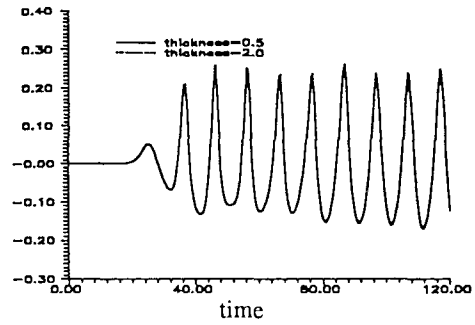


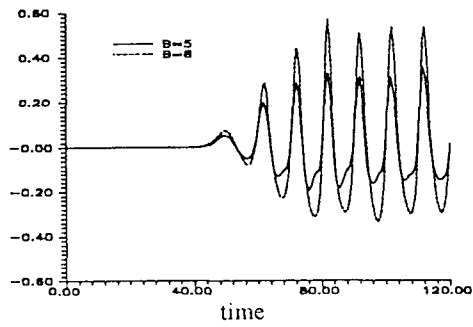
Fig. 7. Wave Elevation for Case 2.



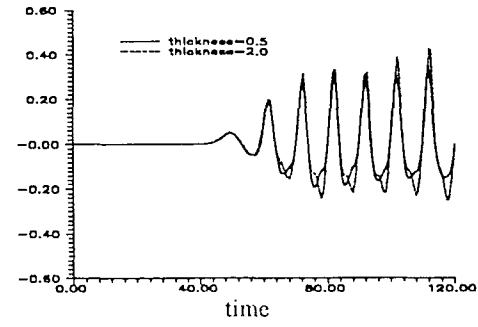
(a) at position (C)



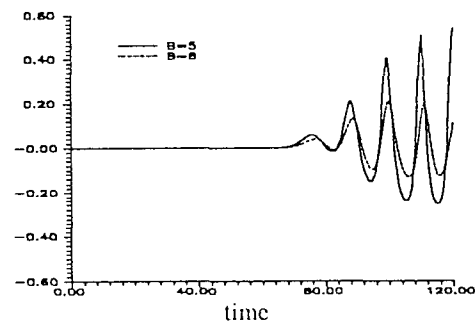
(a) at position (C)



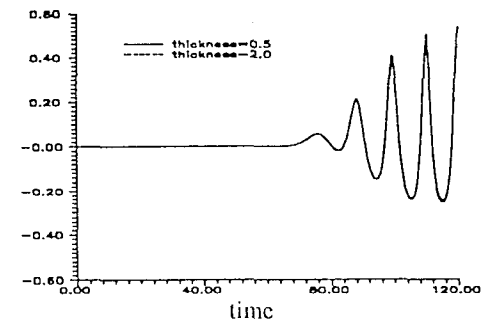
(b) at position (F)



(b) at position (F)



(c) at position (I)



(c) at position (I)

Fig. 8. Wave Elevation for the Different Length of Breakwaters.

Fig. 9. Wave Elevation for the Different Thickness of Breakwaters.

되는 것을 볼 수 있다. 또한  $t=120$ 에서 항만안으로 들어온 파는 수로 한끝에 놓여있는 안벽에 의하여 반사하여 큰 파형을 이룬다.

Fig. 7(a)~(h)는 2차원 수로에 설치된 파고계에 의하여 계측된 파형의 변화를 시간에 따라 그렸다. 그림에서 실선은 비선형항을 포함한 결과이며 점선은 비선형항을 무시한 결과이다. 전반적으로 비선형결과가 선형결과에 비하여 정량적인 값이 약간 크다. 또한 파정은 상승하며 파저는 줄어드는 대표적인 비선형 현상을 볼 수 있다. 특히 항만 안쪽에서의 두 결과의 위상차가 항만 바깥에서의 위상차이에 비하여 크다는 사실을 알 수 있다. 본 계산조건은 항만공간조건에 벗어나 있으므로 항만안쪽에서의 파형의 정량적인 값은 방파제에 의한 차단효과로 입사파의 파고에 비하여 크게 줄어드는 것을 알 수 있다.

Fig. 8은 방파제의 길이를 변했을 때, 2차원 수로 내의 ㉔지점과 ㉕지점 그리고 ㉕지점에서의 시간에 따른 파형의 변화를 그렸다. 여기서 실선은 방파제의 길이가 5인 경우이며 점선은 방파제의 길이가 8인 경우를 나타낸다. ㉔지점에서는 두 곡선의 차이는 없지만 ㉕지점에서 방파제의 길이가 긴 경우가 짧은 경우에 비하여 파형이 커지는 것을 알 수 있다. 이는 방파제의 끝단으로부터 발생하는 회절파의 영향이라 사료된다. 한편 항만내의 파형은 반대의 현상이 일어난다. 즉, 방파제의 차단효과로 인하여 방파제의 길이가 커질수록 항만내 파고는 크게 줄어든다.

다음은 방파제 두께 변화에 따른 파형을 변화를 살펴보았다. 여기서 방파제의 길이는 5이며 방파제 두께는 0.5와 2인 경우를 살펴보았다. ㉔지점에서의 파형은 방파제 두께 변화에 전혀 영향을 받지 않지만 ㉕지점에서는 방파제 끝단에서의 산란효과로 방파제의 두께가 큰 경우에서 파고가 약간 커지는 것을 볼 수 있다. 항만내에 위치한 ㉕지점에서의 파형은 두께 변화에 영향을 받지 않는다는 사실을 밝혀내었다.

## 4. 결 론

이상의 수치계산의 결과로 다음과 같은 결론들을 도출할 수 있었다.

- 1) 비선형항과 분산항을 포함하고 있는 Boussinesq 방정식을 2차원 수로문제에 적용한 결과 비선형항을 포함한 결과가 선형결과에 비하여 파형값이 약간 크다는 사실을 밝혀내었다. 또한 파정은 상승하며 파저는 줄어드는 대표적인 비선형효과를 볼 수 있었다.
- 2) 입사파의 주파수가 항만의 고유주파수를 벗어난 경우 방파제의 길이가 커질수록 차단효과로 항만내의 파고가 크게 줄어드는 사실을 수치계산결과가 보여 주고 있다.
- 3) 방파제의 두께 변화는 방파제 끝단에서 회절되는 파로 인하여 방파제 끝단주위에서 파형의 차이를 유발한다. 그러나 방파제로부터 멀리 떨어진 위치에서 파형의 변화는 방파제의 두께 변화에 영향을 받지 않는다는 사실을 알 수 있었다.

## 謝 辭

본 연구는 한국과학재단의 지원에 대한 1993년도 기본연구중 일부를 정리한 것입니다.

## 참고문헌

- Bai, K.J., Choi, H.S., Kim, J.W. and Cho, I.H., 1990. Nonlinear free surface waves due to a ship moving near the critical speed in a shallow water, *18th ONR Symposium*.
- Mei, C.C., 1983. *The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*, John Wiley & Sons, New York.
- Tanaka, M., 1993. Mach reflection of a large-amplitude solitary wave. *J.F.M.*, **248**, pp.637-661.
- Wiegel, R.L., 1964. Water wave equivalent of Mach reflection. *Proc. 9th Conf. coastal Engng.*, ASCE, pp.82-102.
- Wu, T.Y., 1981. Long waves in ocean and coastal waters, *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **107**, pp.501-522.