

時間領域에서 造波板 傳達函數의 離散的 適用 Discrete Application of Wave Board Transfer Function in Time Domain

全仁植* · 朴佑善* · 吳榮敏*

In Sik Chun*, Woo Sun Park* and Young Min Oh*

要 旨 : 컴퓨터로 制御하는 造波시스템을 보다 精巧하게 制御하기 위해서는 制御回路 構成에 있어서 造波板의 離散的 傳達作用을 반영할 필요가 종종 있다. 本 研究에서는 時間領域에서 造波板의 전달 작용을 離散的으로 模擬할 수 있는 數值필터를 설계하였다. 필터의 效能성을 把握하기 위하여 規則 또는 不規則 조파판 入力데이터를 가지고 例題 解析을 시도하였다. 필터의 出力을 理論的 正確值 또는 離散廻積 出力과 비교한 결과, 이들이 매우 잘 一致함을 確認하였다. 이용된 필터 具現方法은 사실상 二重線形變換 方法이며, 이 방법에는 周波數 錯覺 誤差가 排除되기 때문에 周波數帶가 限定되어 있지 않은 造波板 傳達函數에 대해서도 충분히 正確성을 갖고 適用될 수 있음을 立證하였다.

Abstract □ In a computer-controlling wave generating system, it is sometimes necessary to incorporate the discrete transfer operation of wave board into control circuit in order to control the system in a more delicate way. A numerical filter simulating the transfer operation of wave board in time domain is designed in the form of a discrete recursive filter. The filter was applied to some example board inputs for either regular or irregular wave conditions in order to evaluate the filter performance. The filter outputs were compared with the results of theoretical analysis or the discrete convolution method, showing their excellent agreements. The discrete realization of the filter presented here is in fact of the bilinear transformation. It was shown that the transformation always avoids the aliasing errors, being surely applicable with a sufficient accuracy even for the band-unlimited transfer function of wave board.

1. 緒 論

小規模의 水理實驗에서 대규모의 水理模型試驗에 이르기 까지 海岸工學에서의 실험은 주로 造波機가 설치되어 있는 水槽안에서 이루어 진다. 수조안 主實驗區間에서의 流況이 주로 波浪에 의해서 영향을 받는 경우에 실험결과와 正確度는 바로 사용된 조파기의 성능에 의해서 좌우된다. 조파기의 성능은 종종 수조안에 再現된 파랑이 최초 意圖된 파랑에 어느정도 符合되느냐에 따라서 결정된다.

造波機 作用에 대한 이론적 研究는 꽤 오랜 역사를 가지고 進行되어 왔으며 주로 造波板 운동과 發生波 浪사이의 變換關係의 파악에 置重하여 왔다(Gilbert,

Thompson and Brewer, 1971). 最近에는 컴퓨터를 이용한 서보 油壓裝置의 制御技術의 발전으로 말미암아, 조파기를 매우 精巧하게 제어할 수 있게 되었다. 예를 들어, 조파판에서 反射波를 계속적으로 吸收함으로써 조파판에서의 再反射를 억제하여 進行파랑의 歪曲을 방지할 수 있는 제어 시스템이 提示된 바 있다 (Bullock and Murton, 1989).

컴퓨터 制御는 최초 입력 데이터의 時系列을, 水槽내에 설치되어 있는 波高計로 부터 讀取한 시그널로 계속적으로 修正하는 과정을 포함한다. 이를 위한 適切한 제어시스템을 구성하기 위해서는 特定 조파판 운동에 대한 조파판에서의 水面變化 양상을 精確히 豫測할 필요가 있다. 이를 위해서는 조파판의 傳達

*韓國海洋研究所 海洋工學研究室 (Ocean Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, P.O. Box 29, Ansan 425-600, Korea)

函數가 時間領域에서 離散的(Discrete) 형태로 표현 되어져야 한다. 그러나, 대부분의 文獻에서 제시되어 있는 傳達函數는 조파판 운동의 離散的 입력 데이터에 직접 적용할 수 없는 周波數 領域으로 표현되어 있다.

本 研究에서는 複素數 해석을 통하여 造波板 전달 함수를 再構成하였으며 時間領域에서 전달함수를 個別的으로 具現할 수 있는 數值 필터를 제시하였다. 해석의 便宜上 여기에서는 피스톤式의 造波板만을 대상으로 하였다.

2. 造波板의 複素數 傳達函數

조파기 시스템은 일반적으로 制御 컴퓨터와 一連의 電氣-機械 장치의 연결로 構成되어 있다. 조파판은 기계장치의 마지막 段階이며 컴퓨터에서 出力되는 시그널을 實在 파랑으로 變換시키는 역할을 담당한다.

本 해석에 사용되는 座標系와 조파판의 變換작용을 圖式으로 나타내면 Fig. 1과 같다. 조파판 入力 $\xi(t)$ 은 最初 컴퓨터 시그널이 조파판 以前의 모든 기계장치를 經由한 다음 최종적으로 주어지며 조파판의 운동을 지시하게 된다. 조파판 입력과의 混同을 피하기 위하여 以下 컴퓨터 시그널을 시스템 입력이라 稱한다. 조파판 出力 $\eta(t)$ 은 조파판 前面에서의 水面運動을 의미한다. Laplace 演算子 s 를 이용하여, 조파판 전달함수 $H(s)$ 를 定義하면

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \tag{1}$$

와 같다. 여기서, $X(s)$ 와 $Y(s)$ 는 各各 $\xi(t)$ 와 $\eta(t)$ 의 Laplace 變換을 의미한다.

全行程 $2S_0$ 와 角周波數 ω 를 갖는 조파판의 複素수 變位를

$$\xi(t) = S_0 \exp(-i\omega t) \tag{2}$$

와 같이 定義한다. 角周波數 ω 는 周波數 $j(\text{Hz})$ 에 대해 $\omega = 2\pi j$ 와 같이 정의된다. 式 (2)에 의한 波浪發生을 결정하기 위하여 포텐셜 흐름의 假定을 導入하면 속도 포텐셜을 결정하는 支配方程式 및 境界條件을 다음과 같이 構成할 수 있다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \tag{3}$$

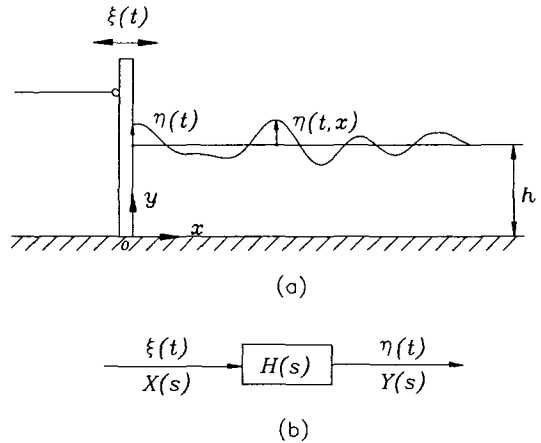


Fig. 1. Definition of the wave generating system; (a) coordinate system, (b) transfer operation of wave board.

$$\eta = \frac{1}{g} \phi_t \text{ on } y = h \tag{4}$$

$$-\phi_y = \eta_t \text{ on } y = h \tag{5}$$

$$-\phi_y = 0 \text{ on } y = 0 \tag{6}$$

$$\phi_x = -i\omega S_0 \exp(-i\omega t) \text{ at } x = 0 \tag{7}$$

여기서, $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, g = 重力加速度이다. 式 (3)은 속도포텐셜을 지배하는 Laplace 方程式이다. 自由水面의 動力學的 境界조건과 運動學的 境界條件은 各各式 (4)와 (5)에 의해서 주어지며, 式 (6)과 (7)은 각각 바닥 境界조건과 造波板에서의 운동학적 境界조건을 나타낸다.

x 축의 +방향으로 進行하는 파랑에 대해서 式 (3)-(6)을 만족시키는 速度 포텐셜은 다음과 같이 나타낼 수 있다(Gilbert, Thompson and Brewer, 1971).

$$\phi(x, y, t) = \{A_p \cosh(k_p y) \exp(ik_p x) + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \cos(k_m y) \exp(-k_m x)\} \exp(-i\omega t) \tag{8}$$

여기서, $\omega^2 = gk_p \tanh k_p h$, $\omega^2 = -gk_m \tan k_m h$ 이며 下添字 p 와 m 은 각각 進行波 成分(Progressive mode)과 消滅波 成分(Evanescient mode)을 나타낸다. k_p 와 k_m 은 각각 이들 成分의 波數(Wave number)를 의미한다. 式 (8)에서 係數 A_p and B_m 은 式 (8)을 式 (7)에 代入한 다음, $\cosh(k_p y)$ 와 $\cos(k_m y)$ 사이의 直交(Orth-

gonal) 성질을 이용함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A_p = \omega \frac{S_0}{k_p} \frac{4\sinh(k_p h)}{2k_p h + \sinh(2k_p h)} \quad (9)$$

$$B_m = -\omega \frac{S_0}{k_m} \frac{4\sin(k_m h)}{2k_m h + \sin(2k_m h)} \quad (10)$$

완전히 定義된 速度포텐셜은 式 (9)와 (10)을 式 (8)에 代入하여 구하며, $x=0$ 에서의 水面의 時間적 변화는 속도포텐셜을 式 (4)에 代입함으로써 구할 수 있다.

$$\eta(t) = (E - iP)S_0 \exp(-i\omega t) \quad (11)$$

여기서,

$$E = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\sin^2(k_m h)}{2k_m h + \sin(2k_m h)},$$

$$P = \frac{4\sinh^2(k_p h)}{2k_p h + \sinh(2k_p h)} \quad (12)$$

식 (12)에서 P 와 E 는 波周波數와 水深의 함수이며 各各 주파수의 증가에 따라 증가하다가 일정한 값에 收斂하는 성향을 갖는다.

實數부분, 虛數부분 각각에 대해서, 式 (11)은 式 (2)의 조파판 入力과 相應한다. 例를 들어, 허수부분을 適用하면 조파판 入力과 출력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\xi(t) = S_0 \sin(\omega t) \quad (13)$$

$$\eta(t) = S_0 \{P \cos(\omega t) + E \sin(\omega t)\} \quad (14)$$

式 (11)을 다시 쓰면,

$$\eta(t) = MS_0 \exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{\theta}{\omega}\right)\right\} \quad (15)$$

와 같으며, 여기서,

$$M = \sqrt{E^2 + P^2}, \theta = \pi + \tan^{-1}\left(-\frac{P}{E}\right); \pi/2 < \theta < \pi \quad (16)$$

이다. 式 (2)를 參照하면 式 (15)는

$$\eta(t) = M\xi\left(t - \frac{\theta}{\omega}\right) \quad (17)$$

와 같이 된다. 式 (17)의 Laplace 變換은

$$Y(s) = \int_0^{\infty} M \xi\left(t - \frac{\theta}{\omega}\right) \exp(-st) dt \quad (18)$$

이며, 또는 同一하게,

$$Y(s) = M \exp\left(-s\frac{\theta}{\omega}\right) \left[\int_0^{\infty} \xi(t') \exp(-s t') dt' + \int_{-\theta/\omega}^0 \xi(t') \exp(-s t') dt' \right]$$

와 같이 나타낼 수 있다. 因果性 시스템(Causal system)에서, $t' \leq 0$ 일 때 $\xi(t') = 0$ 이다. 따라서, 式 (19)의 右側 []안의 두번째 積分은 0이 되며 Laplace 演算子 s 를 $i\omega$ 로 代置하면,

$$Y(s) = M \exp(-i\theta) X(s) \quad (20)$$

와 같이 된다. 式 (2)를 參照하면 傳達函數 $H(s)$ 는 最終적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H(s) = M \exp(i\delta) \quad (21)$$

여기서,

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{P}{E}\right) \quad (22)$$

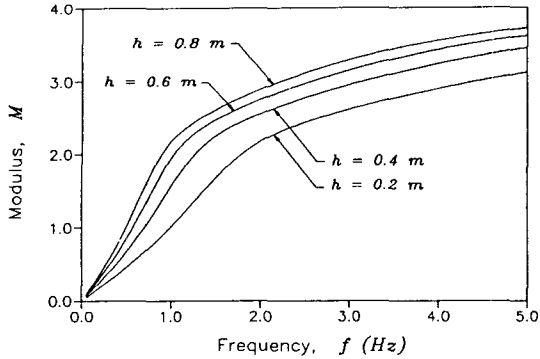
傳達函數의 모듈러스 M 과 位相 δ 은 水深과 入力 주파수의 函數이다. Fig. 2에서 모듈러스는 水深의 증가에 따라 증가하고 位相은 감소하며 이 둘다 결국 各各 一定한 값으로 收斂함을 알 수 있다.

3. 造波필터의 設計

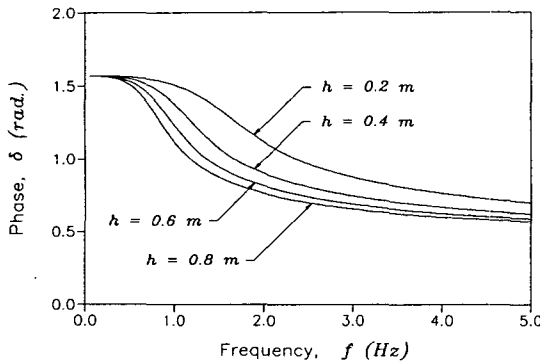
式 (21)의 傳達函數 $H(s)$ 는 高周波數 通過 필터 (High pass filter)와 類似한 작용을 하며 有理函數 (Rational function) 형태를 갖는 近似式으로 표현할 수 있다.

$$\bar{H}(s) = \frac{\bar{Y}(s)}{X(s)} = \frac{bs}{s+a} \quad (23)$$

여기서, a 와 b 는 水深에 따라 변하는 상수이다. 式 (22)에 因果性(Causality)과 安定性(Stability)을 賦與하기 위해서는 收斂域(Region of convergence)이 s 領域에서 Pole $s = -a$ 의 오른쪽에 위치해야 하며 虛數軸을



(a)



(b)

Fig. 2. Modulus and phase of the transfer function of wave board: (a) modulus; (b) phase.

포함해야 한다(Oppenheim, Willsky and Young, 1983). 따라서, 常數 a 는 陽의 값을 가져야 한다.

式 (23)의 演算子 s 를 $i\omega$ 로 代置하여 다시쓰면,

$$\bar{H}(s) = \bar{M} \exp(i\bar{\delta}) \quad (24)$$

와 같으며, 여기서,

$$\bar{M} = \frac{\omega b}{\sqrt{\omega^2 + a^2}}, \quad \bar{\delta} = \tan^{-1}\left(\frac{a}{\omega}\right) \quad (25)$$

이다. 常數 a 와 b 는 \bar{M} , $\bar{\delta}$ 와 式 (21)에서의 理論的 값들, 즉, M 과 δ 에 대하여 任意의 限界 주파수까지 最小自乘法을 적용하여 결정할 수 있다. N_i 개의 個別 주파수에 대하여 \bar{M} 와 $\tan(\bar{\delta})$ 의 自乘誤差는 다음과 같다.

$$E_M = \sum_{i=1}^{N_i} \left[M_i - \frac{\omega_i b}{\sqrt{\omega_i^2 + a^2}} \right]^2 \quad (26)$$

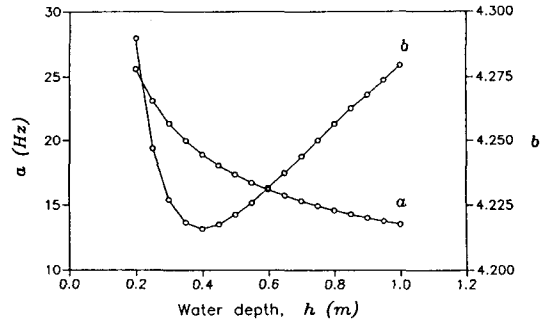


Fig. 3. Variations of filter coefficients, a and b with respect to the change of water depth.

$$E_p = \sum_{i=1}^{N_i} \left[\tan(\delta_i) - \frac{a}{\omega_i} \right]^2 \quad (27)$$

常數 a 와 b 는 $\partial E_p / \partial a = 0$ 와 $\partial E_M / \partial b = 0$ 에서 얻어진 두개의 聯立方程式을 풀어 各各 결정할 수 있다. 即,

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{N_i} \frac{\tan(\delta_i)}{\omega_i}}{\sum_{i=1}^{N_i} \frac{1}{\omega_i^2}}, \quad b = \frac{\sum_{i=1}^{N_i} \frac{M_i \omega_i}{\sqrt{\omega_i^2 + a^2}}}{\sum_{i=1}^{N_i} \frac{\omega_i^2}{\sqrt{\omega_i^2 + a^2}}} \quad (28)$$

여기에서는 限界周波數를 실시 造波水槽에서 발생하는 파랑의 주파수 限界를 고려하여 5 Hz를 택하였다. Fig. 3은 이와 같이 결정된 常數 a 와 b 의 水深에 따른 변화를 보여주며, Fig. 4는 水深 0.5m에서 近似된 모듈러스와 位相이 理論的 正確值들에 매우 近接함을 보여주고 있다.

式 (23)을 다시 쓰면

$$\bar{Y}(s) = bX(s) - a \frac{1}{s} \bar{Y}(s) \quad (29)$$

와 같이 된다. 式 (29)의 右側 두번째 項에서 $(1/s)\bar{Y}(s)$ 는 時間領域에서 $\bar{\eta}(t)$ 의 積分의 Laplace 變換이다. 즉,

$$\int_{-\infty}^t \bar{\eta}(\tau) d\tau \leftrightarrow \frac{1}{s} \bar{Y}(s) \quad (30)$$

따라서, 式 (29)는 時間領域에서 다음과 같이 離散形態로 具現할 수 있다.

$$\bar{\eta}_n = b\xi_n - \frac{a}{2} \Delta t \sum_{i=0}^n (\bar{\eta}_i + \bar{\eta}_{i-1}), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (31)$$

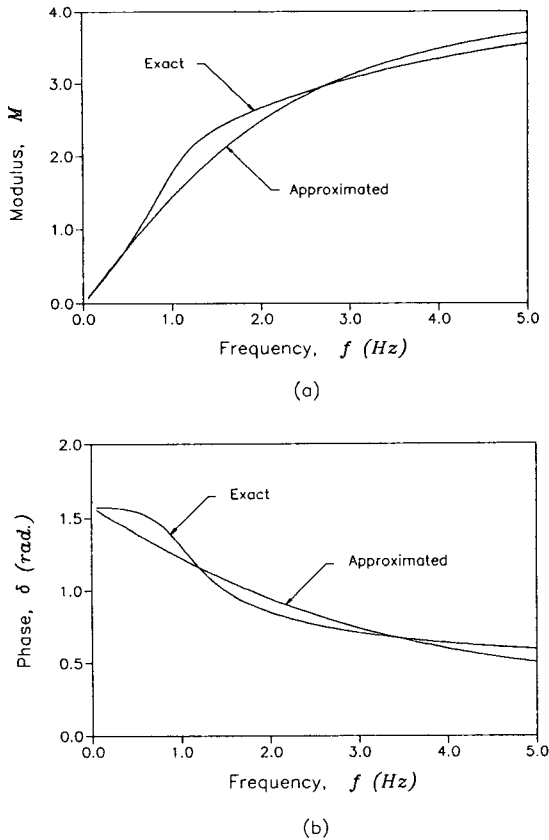


Fig. 4. Comparison of exact and approximated transfer function of wave board for $h=0.5$ m: (a) modulus; (b) phase.

式 (31)을 $\bar{\eta}_n$ 에 대하여 整理하면,

$$\bar{\eta}_n = \frac{1}{1 + \frac{a}{2}\Delta t} \left[b\xi_n - \frac{a}{2} \sum_{i=0}^{n-1} (\bar{\eta}_i + \bar{\eta}_{i-1}) - \frac{a}{2}\Delta t \bar{\eta}_{n-1} \right], \quad n=1,2,3... \quad (32)$$

와 같다. 여기서 Δt 는 데이터 讀取間隔, 즉 離散 데이터간의 시간간격(秒 單位)을 의미한다. 式 (32)는 일종의 循環的(Recursive) 필터 作用을 나타내고 있으며 任意的 入力, $\xi(t)$ 에 쉽게 適用할 수 있다. 常數 a 가 陽의 값을 갖는 限, 上記 필터 作用은 入力 데이터 ξ_n 의 성격에 관계없이 항상 安定된 出力을 준다.

4. 필터의 試驗適用 및 討議

필터의 性能을 확인하기 위하여 規則波 또는 不規則波 入力조건을 가지고 필터를 數值的으로 試驗하였다. 규칙파는 서로 다른 週期和 波高의 組合, 즉(0.7秒, 0.05m)와 (2.0秒, 0.15m)를 別途로 시도하였다. 불규칙파에 대해서는 入力조건으로서 Bretschneider-Mitsuyasu 스펙트럼(Mitsuyasu, 1970 ; Goda, 1985 and 1987)을 사용하였으며 스펙트럼의 變數, 즉 有義波 주기와 파고는 上記 규칙파 組合과 同一하게 取하였다. 上記 入力파랑들은 消滅波 성분이 거의 排除된, 造波판에서 상당히 離隔된 지점에서의 入射波 성분에 대한 것이다. 水深은 共히 0.5m로 하였으며, 데이터 讀取間隔 Δt 는 0.05秒로 하였다.

필터의 入力 $\xi(t)$ 은 式 (12)에서의 傳達函數 P 를 이용하여 쉽게 결정할 수 있으며, 이에 따른 造波板의 半行程은 $S_0=H/(2P)$ 과 같이 구해지며, 規則性 造波판 入力は 다음과 같이 표시된다.

$$\xi(t) = S_0 \sin(\omega t) \quad (33)$$

造波板 作用의 理論的 出力 $\eta(t)$ 은 式 (14)를 사용하여 쉽게 결정할 수 있다. 한편, 近似 출력 $\bar{\eta}(t)$ 는 式 (32)에서의 필터 適用에 의해서 구해진다.

上記 出力을 구하는 또 다른 방법은 任意로 설정한 限界周波數까지 離散廻積(Discrete convolution)을 적용하는 것이다. 즉,

$$\bar{\eta}_n = F^{-1}[X(s)H(s)] \quad n=1,2,3,... \quad (34)$$

여기서, F^{-1} 는 離散的 逆 Fourier 變換을 의미한다. 이 방법은 周波數帶가 制限되어 있는(Band-limited) 入力와 여기에서 처럼 周波數帶가 제한되어 있지 않은 (Band-unlimited) 傳達函數에 效果적으로 적용할 수 있다. 離散廻積의 例示 適用을 위하여 한계주파수를 10 Hz로 취하였으며, 個別 주파수의 갯수는 使用 FFT의 조건을 만족시키기 위해 1024개로 하였다.

上記 세가지 방법을 각기 別途로 規則파의 두가지 入力조건에 적용하였으며, 이들의 결과를 Fig. 5와 Fig. 6에 나타내었다. 각 그림에서 윗 부분은 造波판 入力 $\xi(t)$ 의 時系列을 나타내 준다. 그림들은 필터의 결과가 그들의 理論的 對應值와 매우 잘 일치함을 보여주고 있다. 離散廻積의 결과는 초기에서 理論值과 다소 차이를 보이거나 시간이 經過하면서 理論值과 정확히 일치함을 알 수 있다. 이는 理論的 出力이 명확히 數式으로 提示되지 않는 불규칙 入力條件에 대해서도,

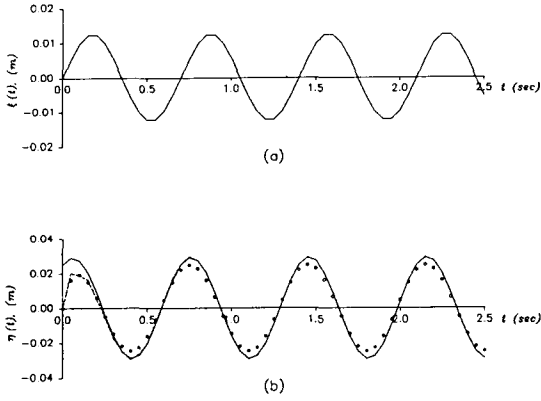


Fig. 5. Results of the filter application for regular wave condition ($H=0.05\text{ m}$, $T=0.7\text{ sec}$); (a) board input signal. (b) water surface fluctuation at the board face (—: exact solution; ---: discrete convolution; $\circ\circ\circ$: filter).

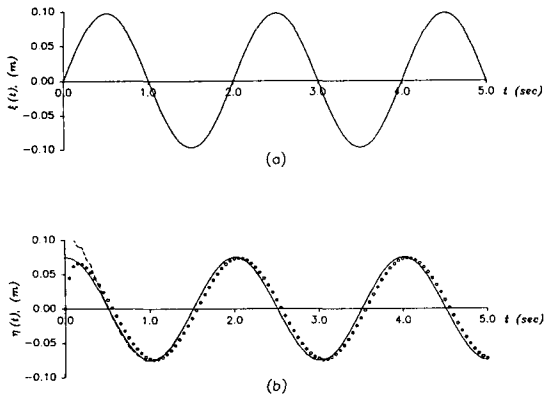


Fig. 6. Results of the filter application for regular wave condition ($H=0.05\text{ m}$, $T=2.0\text{ sec}$); (a) board input signal. (b) water surface fluctuation at the board face (—: exact solution; ---: discrete convolution; $\circ\circ\circ$: filter).

필터의 正確性을 확인하는데 離散廻積이 이용될 수 있음을 立證한다고 볼 수 있다.

不規則 입력조건에 대해서, 造波板 運動 스펙트럼 $S_\xi(f)$ 는 불규칙파 스펙트럼 $S_{\eta_p}(f)$ 로부터 다음과 같이 구해진다(Peebles, 1980).

$$S_\xi(f) = \frac{S_{\eta_p}(f)}{P(f)^2} \quad (35)$$

入力波浪의 스펙트럼과 이로부터 구해진 造波板 운동 스펙트럼은 Fig. 7에서 보이는 바와 같다. $S_\xi(f)$ 에 相應하는 造波판 入力 $\xi(t)$ 은 Goda(1985)에 의해서 提

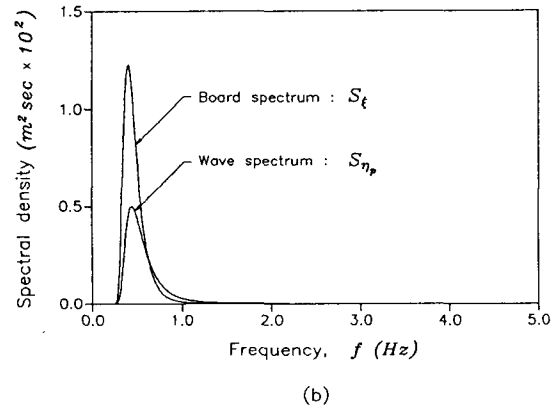
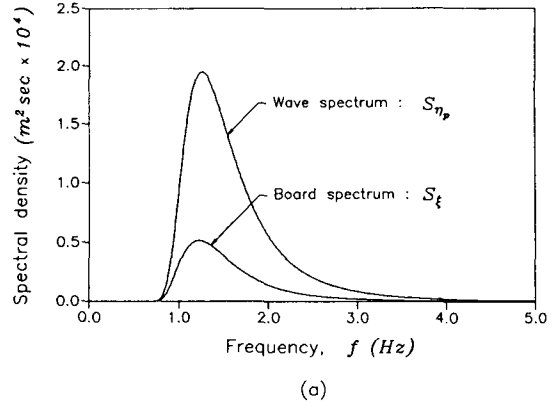


Fig. 7. Spectra of input wave and board motion for random wave conditions: (a) $H_s=0.05\text{ m}$, $T_s=0.7\text{ sec}$; (b) $H_s=0.15\text{ m}$, $T_s=2.0\text{ sec}$.

案된 FFT 방법을 사용하여 결정하였다.

近似出力 $\bar{\eta}(t)$ 은 다시 式 (32)를 $\xi(t)$ 에 適用하여 결정하였으며 理論的 출력 $\eta(t)$ 은 離散廻積을 사용하여 결정하였다. Fig. 8과 Fig. 9는 두 入力條件에 대해서 이와 같이 구한 $\eta(t)$ 와 $\bar{\eta}(t)$ 의 比較를 보여준다. 그림에서 이들 결과가 不規則 입력조건에 있어서도 잘 一致함을 알 수 있다.

上記 理論的 출력 $\eta(t)$ 와 離散廻積의 결과는 共히, 統計的 特性을 처음부터 알고 있는 確定的(Deterministic) 造波판 입력에 根據를 두고 있다. 그러나, 일반적인 循環的 回路(Closed loop)를 갖는 造波시스템에서는 確定的 造波판 입력이 不可한 경우가 있다. 왜냐하면, 確定的 시스템 입력이 造波機 機 械 장치에 出力되었다 하더라도 造波판 入力 데이터는 水槽안에 既 設된 檢證用 波高計로부터의 不規則 시그널에

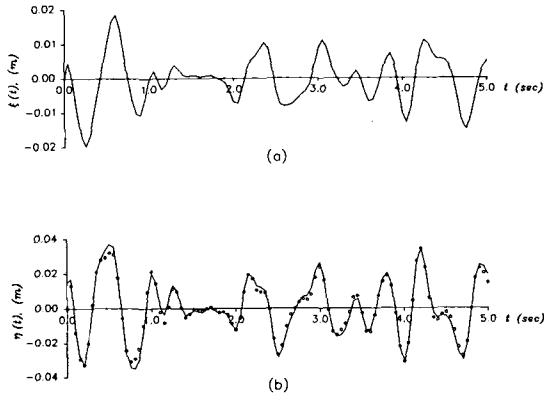


Fig. 8. Results of the filter application for irregular wave condition ($H_s=0.05\text{ m}$, $T_s=0.7\text{ sec}$); (a) board input signal, (b) water surface fluctuation at the board face (—: discrete convolution; $\circ\circ\circ$: filter).

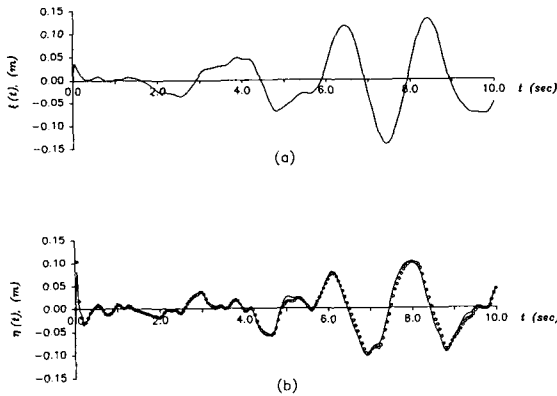


Fig. 9. Results of the filter application for irregular wave condition ($H_s=0.05\text{ m}$, $T_s=2.0\text{ sec}$); (a) board input signal, (b) water surface fluctuation at the board face (—: discrete convolution; $\circ\circ\circ$: filter).

의하여 계속적으로 修正을 받게 되고 결국은 不確定的 (Nondeterministic)으로 되기 때문이다.

불확정적 造波板 입력에 대한 조파판 出力을 예측하기 위하여 離散廻積 방법을 다른 式으로 사용하는 것을 고려하여 볼 수도 있다. 즉, 特定 길이로 貯藏된 과거 입력 데이터의 Fourier 變換을 이용하는 것이다. 그러나, 이 방법은 過去 데이터가 조파판 入力 데이터의 統計의 성질을 충분히 반영하고 있다는 假定하에 유효하기 때문에 入力 데이터의 통계적 특성이 一定한 (Stationary) 경우에 適用 가능하다. 더욱이, 이 방법은 FFT 계산에 꽤 긴 時間이 所要될 것이 예상되기 때

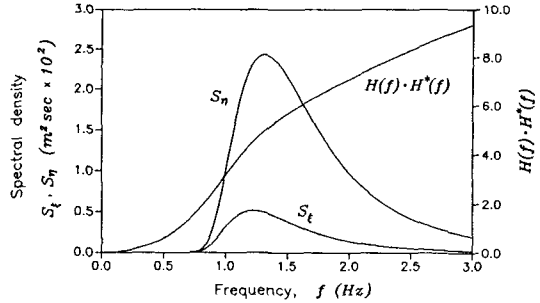


Fig. 10. Band-limited characteristics of board input signal and resulting water surface fluctuation with respect to the unbounded transfer function.

문에 造波機 제어 시스템의 설계에 포함시키기 위해서는 多少의 주의를 要한다.

離散廻積 방법은, 確定的 조파판 入力에 있어서도 현재의 造波板 傳達函數의 周波數帶가 限定되어 있지 않다는 점(Fig. 3 參照)에서 또 다른 문제를 惹起시킬 수 있다. 이미 敍述한 例示에서 離散廻積은 단지 조파판 入力이 限定(Band-limited) 周波數帶를 가지고 있었기 때문에 적용이 가능했다고 볼 수 있다. 만약, 周波數帶가 최소한 $1/(2\Delta t)$ 의 周波數內에서 限定되지 않았다면 $X(s)H(s)$ 는 非限定 周波數帶가 되고 결국은 소위 周波數 錯覺(Aliasing)문제가 발생하여 不正確한 결과가 발생했을 것이다. 물론, 이 문제는 데이터 讀取間隔을 微小하게 함으로써 어느정도 緩和할 수 있지만 造波機 시스템에서 데이터 독취간격은 기계 장치의 反應時間을 고려하여 결정되는 것이 일반적이다.

Fig. 10은 이미 Fig. 6(a)에서 보인 不規則 입력조건에 대하여 $X(s)H(s)$ 가 限定 周波數帶를 갖는 樣相을 보여주고 있다. 그림에서 세로축은 스펙트럼의 密度 ($m^2\text{ sec}$)를 나타낸다. 上記 積의 스펙트럼은

$$S_{\eta}(f) = S_{\zeta}(f) [H(f) H^*(f)] \quad (36)$$

와 같다. 여기서, $S_{\eta}(f)$, $S_{\zeta}(f)$ 는 각각 $\eta(t)$ 와 $\zeta(t)$ 의 스펙트럼을 의미한다. 그림에서 $X(s)H(s)$ 는 例示에서 Nyquist 周波數로 設定한 10 Hz 이내에서 거의 周波數帶가 限定되어 있음을 알 수 있다.

離散廻積의 또 다른 방법은 傳達函數의 逆 Fourier 變換, 즉, 소위 一定 衝動量(Impulse invariance)을 이용하는 것이다. 廻積定理(Convolution theorem)에 의하면 Impulse invariance h_n 을 이용한 離散廻積은

$$\bar{\eta}_n = \xi_n * h_n, \quad n=1,2,3,\dots \quad (37)$$

와 같다(Bracewell, 1978). 여기서 $h_n = F^{-1}[H(s)]$ 이며, *는 廻積을 나타낸다. 겉으로 보기에 는 一定衝動量은 因果性 시스템에서 가장 優秀한 필터의 役割을 하는 것으로 보인다. 일단 그것이 존재하면 어떤 다른 近似 필터보다도 실제 傳達函數의 특성을 가장 잘 반영하기 때문이다. 그러나, 이것은 전달함수가 단지 선택된 限界 周波數內에서 周波數帶가 限定되어 있는 경우에만 사용이 가능하다. 周波數帶가 限定되어 있지 않으면 앞에서 言及한 주파수 錯覺 문제가 발생하며, 사용필터의 길이에 따라 出力이 일관성없이 나타나는 경향을 보이게 된다. 현재 造波板 전달함수의 周波數帶가 결코 限定되어 있지 않음을 상기할 때, 一定衝動量을 이용하는 離散廻積은 여기에서 적당치 않음을 알 수 있다.

一定衝動量을 사용하여 발생하는 周波數 錯覺 문제는 現 필터의 設計에서 처럼 Laplace 變換의 固有特性을 직접적으로 이용함으로써 解消할 수 있다. 式(32)에서 서술한 循環필터작용을 後方差分近似(Backward difference approximation) 또는 二重線形變換(Bilinear transformation)을 사용하여 다른 形態로 具現할 수 있다(Oppenheim, Willsky and Young, 1983). 後方差分을 이용하는 방법에서, Laplace 演算子 s 는 다음과 같이 표현된다.

$$s = \frac{1-z^{-1}}{\Delta T} \quad (38)$$

여기서, z 는 z -變換(z -transformation)의 演算子이다. 式(38)을 式(23)에 代入하면,

$$\bar{H}(z) = \frac{b(1-z^{-1})}{(a\Delta T + 1) - z^{-1}} \quad (39)$$

로 되며 이 式은 다음과 같이 離散的으로 具現할 수 있다.

$$\bar{\eta}_n = \frac{1}{a\Delta T + 1} [\bar{\eta}_{n-1} + b(\xi_n - \xi_{n-1})] \quad (40)$$

한편, 二重線形變換에서 s , $\bar{H}(z)$ 와 $\bar{\eta}_n$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$s = \frac{2}{\Delta t} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (41)$$

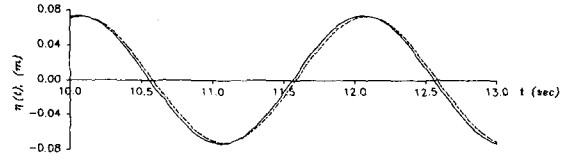


Fig. 11. Board outputs calculated from 3 different realizations of the approximated transfer function (—: the present method and bilinear transformation; - - : backward difference approximation).

$$\bar{H}(z) = \frac{2b(1-z^{-1})}{a\Delta T + 2 + (a\Delta T - 2)z^{-1}} \quad (42)$$

$$\bar{\eta}_n = \frac{1}{a\Delta T + 1} [(2 - a\Delta T)\bar{\eta}_{n-1} + 2b(\xi_n - \xi_{n-1})] \quad (43)$$

式(39)와 式(42)를 Fig. 6(a)에서 보인 造波板 입력時系列에 대하여 각각 적용하였으며, 그들의 결과는 Fig. 11에서 본래의 具現方法, 즉, 式(32)의 결과와 비교되어 있다. 그림에서 二重線形變換 방법에 의한 결과는 본래의 具現방법과 정확히 一致하는 한편, 後方差分 방법은 微少하나마 약간의 차이를 보임을 알 수 있다. 사실상, 二重線形方法은 有理 傳達函數에 해당하는 微分方程式을 區間求積法(Trapezoidal integration)으로 積分하는 과정에서 비롯되기 때문에(Oppenheim, Willsky and Young, 1983) 式(32)의 본래의 具現방법과 完全 同--하다고 할 수 있다.

後方差分近似 방법은 사용에 있어서 多少의 주의를 요한다. 왜냐하면 이 방법은 z -平面上에서 매우 작은 領域, 즉 데이터 讀取率 $1/\Delta t$ 보다 入力 데이터의 周波數帶가 寬闊 작을 때에만, 周波數 錯覺 誤差를 피할 수 있기 때문이다. 본 例示에서는 規則 또는 不規則 入力 共히, 20 Hz의 데이터 讀取율에 대해서 上記 영역이 잘 만족됨을 알 수 있다.

한편, 二重線形變換 방법은 入力데이터의 周波數帶 또는 데이터 讀取率에 관계없이 언제나 周波數 錯覺 誤差를 피할 수 있는 것으로 알려져 있다(Kanasewich, 1981). 그러나, 이 방법은 周波數 스케일의 非線形 歪曲(Nonlinear warping)에 관련된 또 다른 문제점을 內包하고 있다. 다시 말해서, 비선형 歪曲에 의해서 式(41)의 二重線形變換에서의 周波數와 式(23)의 原 近似傳達函數의 주파수가 特히 高周波數帶에서 차이를 보이게 되는 것이다. 다행히, 이것은 現 필터 설계에 있어서 큰 문제는 되지 않는다. 式(41)에서 演

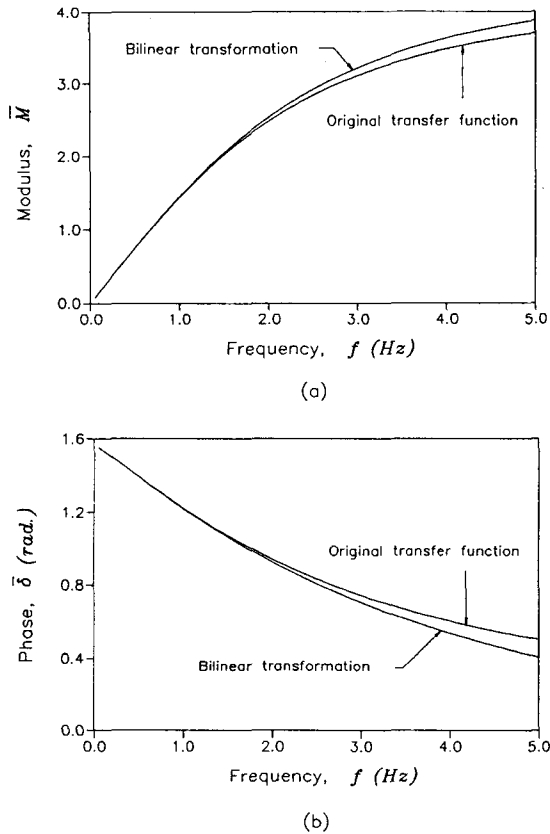


Fig. 12. Comparisons of modulus and phase with respect to the frequency for the original approximated transfer function and its bilinear transformation; (a) modulus, (b) phase.

算子 z 를 $e^{-i\omega\Delta t}$ 로 代置하면 二重線形變換의 주파수에 관련된 特性을 파악할 수 있다. Fig. 12는 二重線形變換과 原 近似傳達函數로 부터 계산된 모듈러스와 位相이 주파수의 변화에 따라 변하는 樣相을 보여주고 있다. 모듈러스, 位相 共히, 이들 傳達函數 間에 低周波數帶에서는 동일하며, 주파수가 증가할 수록 이들의 차이가 增加함을 알 수 있다. 그러나, 水槽내 발생파랑의 일반적인 주파수 限界인 5 Hz까지는 그림에서의 이들 차이는 거의 微微하다고 보아지며 二重線形變換 方法의 채택이 적절한 것으로 판단된다.

5. 結 論

造波機 시스템에서 造波板의 變換作用을 近似的으

로 模擬하기 위한 數值필터를 제시하였다. 필터는 조파판 운동의 離散 時系列에 대한 造波板面에서의 水面運動을 예측하는 기능을 가진다. 필터의 效能성을 입증하기 위하여 規則波 또는 不規則波에 해당하는 조파판 入力에 대하여 수치실험을 수행한 결과, 필터의 出力이 理論的 출력 또는 離散廻積의 결과와 매우 잘 일치함을 확인하였다.

조파판 傳達函數는 성격상 周波數帶가 限定되어 있지 않으며 高周波數 通過필터(High pass filter)와 類似한 作用을 한다. 조파판 出力을 離散化된 형태로 豫測하기 위하여 傳達函數의 一定衝動量을 이용하는 방법은, 無限 周波數帶를 갖는 조파판 傳達函數에 대하여 周波數 錯覺誤差를 초래하기 때문에 부적절한 것으로 판단하였다. 여기에 제시된 필터의 離散具現 方法은 사실상 二重線形變換 方法과 동일하며 傳達函數 周波數帶의 限定 有無에 관계없이 주파수 錯覺誤差를 초래하지 않는다. 二重線形變換 方法에 固有的으로 內在하는 주파수 歪曲도 造波水槽에서 일반적으로 취급하는 波浪의 주파수 範圍내에서는 크게 문제가 되지 않음을 確認하였다.

提示된 필터는 時間領域에서 離散化된 형태로 具現되며 不確定的 조파판 입력에도 적용할 수 있다. 따라서, 조파시스템의 制御構造를 설계하는데 効果적으로 이용할 수 있으며, 컴퓨터로 制御하는 시스템에서는 事전에 컴퓨터내에 필터를 內藏시켜 이용할 수 있다. 필터의 數式이 비교적 간단하기 때문에 適用시 많은 시간이 所要되지 않으며, 일반적으로 주어지는 데이터 時間間隔내에 충분히 收容될 수 있는 長點을 가진다.

謝 辭

本 研究結果는 1993年度 政府尖端課題 事業으로 進行中인 “造波水槽 制御시스템의 開發”사업의 中間 研究結果에서 拔萃한 것입니다.

參考文獻

Bracewell, R.N. 1978. *The Fourier transform and its application*. McGraw-Hill.
 Bullock, G.N. and Murton, G.J. 1989. Performance of a wedge-type absorbing wave maker, *J. Watway, Port, Coast*.

- and Oc. Engrg.*, ASCE, **115**(1), 1-17.
- Gilbert, G., Thompson, D.M. and Brewer, A.J. 1971. Design curves for regular and random generators, *J. Hydr. Res.*, **9**(2), 169-196.
- Goda, Y. 1985. *Random seas and design of maritime structures*, University of Tokyo Press.
- Goda, Y. 1987. Standard spectra and statistical properties of numerically simulated Waves, *34th Japanese Conf. on Coastal Eng.*, JSCE, 131-135 (in Japanese).
- Kanasevich, E.R. 1981. *Time sequence analysis in geophysics*, The University of Alberta Press.
- Mitsuyasu, H. 1970. On the growth of the spectrum of wind-generated waves, *Proc. 17th Japanese Conf. on Coastal Eng.*, JSCE, 1-7 (in Japanese).
- Oppenheim, A.V., Willsky, A.S. and Young, I.T. 1983. *Signals and system*. Prentice-Hall.
- Peebles, Jr. P.Z. 1980. *Probability, random variables, and random signal principles*, McGraw-Hill.