배달과 회수를 고려한 차량 경로 문제
– Simultaneous Consideration of Delivery and Pick-Up in Vehicle Routing Problem –

김 내 헌*

Abstract

This paper considers the vehicle routing problem taking account of not only delivery but pick-up at the same time. A mathematical formulation is presented for finding the route which satisfies all the demands of customers and enables picking up most containers without exceeding the capacity of the vehicle. A table comparing traveling distance and the pick-up amount is provided by using heuristic method, which will be of help to the decision makers.

1. 서론

요즈음 기업이 생산활동에 필요한 자재와 생산한 제품을 소비자에게 어떻게 효율적으로 조달하고 배달할 것인가의 문제가 중요한 의사결정문제로 제기되었다. 고객에 대한 서비스의 질이 기업간의 경쟁에 중요한 영향을 미치고있기 때문에 기업은 가능한한 빨리 고객에게 제품을 배달하여야 하고 또한 기업은 점점 악화되는 교통환경 속에서 점증하는 물류비용을 가능한한 절감하여야 하는 상황에 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 많은 기업들은 분배센터를 건립하고 생산된 제품을 분배센터로 수송한 후 여러대의 차량을 이용하여 대리점이나 고객들에게 배달하고 있다.

여러대의 차량을 갖고있는 분배센터는 이들 차량으로 수요량이 알려진 모든 대리점이나 고객을 방문하여 수요를 만족시키면서 전체차량에 의한 총 운행거리를 최소화하는 차량경로를 찾아야 한다.

차량경로문제 (Venicle Routing Problem)는 Dantzig와 Ramser[1]에 의해 최초로 고려된 이후 많은 연구가 있었다.

대부분의 차량경로문제의 기본모형은 외판원 문제(Traveling Salesman Problem:TSP)이다. 외판원 문제에서 판매원의 수가 여러명이 되면 복수외판원 문제(Multiple Traveling Salesman Problem:MTSP)가 된다. 복수외판원 문제는 M명의 외판원과 N명의 고객이 있을때 각 고객은 한명의 외판원에 의해 반드시 한번만 방문될때 M명의 외판원에 의한 총여행 거리를 최소화하는 방문경로를 찾는 것이다. 배송센터 전체문제는 MTSP문제로 볼 수 있으며 대리점이나 고객에게 차량이 할당된 후에는 TSP문제가 된다. Bellmore와 Hong[2]은 MTSP문제를 TSP문제로 변환할 수 있음을 보였다.

TSP문제에 대한 최적해법으로는 분지한계법을 기본으로 하는 Little과 Murty[3]의 해법이 있고 이를 개선시킨 해법이 Bellmore와 Malone[4]등에 의해 제시되었다. 그러나 이 문제는 NP-hard에 속하므로[5], 해법으로 많은 발견적 기법이 소개되고있다[6].

외판원 문제를 이용한 차량경로 문제의 기존 연구는 제품의 배달에 주안점이 주어져왔다. 그러나 많은 기업들이 제품의 배달과 더불어 용기나 파렛트를 회수하여야 하는 문제를 안고있다. 예를 들면 주류나 음료회사는 배달량과 같은 부피의 병들을 의무적으로 회수해야 하는 경우도 있다.

* 아주대학교 산업공학과

접수 : 1993년 11월 9일
확정 : 1993년 11월 18일

따라서 본 연구에서는 대리점 또는 고객 i에 대한 제품 배달량 d_i 와 회수해야할 물량 p_i 가 주어진 경우에 배달량 d_i를 모두 배달하면서 용기의 회수량을 최대로 하는 최단경로를 찾는 문제를 다룬다.

최단 경로를 따라 d_i를 배달하면 경로에 따른 차량 용량의 일시적인 부족으로 회수할 물량을 최대로 할 수 없는 경우가 있으며, 회수할 물량을 최대로 하면 차량의 운행거리를 최소로 할 수 없어 trade-off 가 필요하다.

의사결정권자가 회수물량을 한 단위 증가시키기 위하여 얼마나 운행거리를 증대시킬 용의가 있는지를 안다면, 이 선호도에 따른 목적함수를 설정하면 된다. 그러나, 효용함수를 구할 수 없다면 차량운행 거리의 최소화와 회수물량 최대화의 목적함수가 두개인 문제로 간주하고, 제품 배달을 위한 최단경로로부터 전 물량을 회수할 수 있는 경로까지 단계적으로 거리를 증가 시키며 회수물량을 도표로 제시해 줌으로써 의사결정권자가 타당하다고 생각하는 운행경로를 택하도록 한다. 2절에서는 회수물량을 최대로 하는 최단경로를 찾는 수리 모형을 제시하고, 3절에서는 제품 배달을 위한 최단 경로로부터 전 물량을 회수하는 경로까지 단계적으로 거리를 증가시키며 회수물량을 증대시키는 발견적 기법을 제시하고, 4절에서는 수치예를 제시하고자 한다.

2. 수리모형

용량이 K인 차량이 배송센터 1을 출발하여 n-1개의 대리점 2,3,$\cdots$,n을 모두 한번만 방문하여 수요량 $d_2, d_3, \cdots, d_n$을 배달하고, 회수물량 p_2, p_3, $\cdots$, p_n중 차량이 허용하는 범위에서 $y_2, y_3, \cdots, y_n$을 회수한다고 할 때 회수물량을 최대로 하는 최단경로를 찾는 수리모형은 다음과 같다.수요량 d_i의 총합은 차량의 용량 K를 넘지 않는다고 가정한다. 따라서 배송센터를 출발할때의 차량의 여유공간을 r_1이라하면 $r_1 = K - \sum_{i=2}^{n} d_i$이다.

$$\text{minimize} \quad z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij}$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad j = 1, 2, \cdots, n \tag{2.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad i = 1, 2, \cdots, n \tag{2.2}$$

$$\sum_{i \in Q} \sum_{i \in Q} x_{ij} \le |Q| - 1 \qquad \text{for all } Q \subset V \tag{2.3}$$

$$\sum_{j=2}^{n} y_i = \min\left[\ \sum_{i=2}^{n} p_i,\ K\ \right] \tag{2.4}$$

$$r_j = \max\left[\ \sum_{i \ne j} r_i x_{ij} + d_j - p_j, 0\ \right] \quad j = 2, 3, \cdots, n \tag{2.5}$$

$$y_j = \min\left[\ \sum_{i \ne j} r_i\, x_{ij} + d_j,\ p_j\ \right] \tag{2.6}$$

and

$$x_{ij} = 0 \ \text{ or } \ 1 \tag{2.7}$$

여기서 사용된 상수와 변수를 정의하면 다음과 같다.

V : 수송센터와 대리점의 집합. 즉, V = { 1, 2, 3, $\cdots$, n }
Q : V의 진부분 집합

$|Q|$: 집합 Q에 속한 대리점의 수

c_{ij} : 마디 i에서 마디 j까지의 거리

r_j : 대리점 j에 제품을 배달하고 회수한 후의 차량의 여유공간

y_j : 대리점 j에서의 회수량

x_{ij} : 1, 마디 i에서 마디 j로 차량이 운행하는 경우

0, 그렇지 않은경우

제약식(2.1)-(2.3)과 (2.7)은 TSP문제 제약이다. 제약식(2.4)는 최대회수량에 대한 제약, 제약식 (2.5)는 여유공간에 대한 제약이고 제약식 (2.6)은 대리점 j에서의 회수량은 회수물량 p_j 와 차량의 여유공간을 넘을 수 없음을 의미한다.

3. 발견적 기법

TSP문제는 NP-hard 문제인데, 2절의 수리모형은 TSP제약식과 함께 비선형 제약식(2.4)-(2.6)를 더 갖고 있으므로 최적해를 구하기는 어렵다. 그러므로 비선형제약식 (2.4)-(2.6)을 제거한 TSP문제를 풀어 배달을 위한 최단경로를 얻은 후 제약식 (2.5)-(2.6)을 만족하도록 하면서 앞에서 얻은 최단경로로부터 단계적으로 회수량을 증가시켜 가며 각 단계에 대한 경로를 구하고, 궁극적으로는 제약식(2.4)를 만족하는 경로를 찾는 발견적 기법을 제시한다. 대리점 i에서 배달량 d_i와 회수량 p_i의 차를 $s_i (= d_i - p_i)$ 라 하면,

$R = r_1 + \sum_{i=2}^{n} s_i$ 은 최대 회수량을 결정하는 척도를 제시해 준다.

$R \geq 0$이면 대리점의 회수물량을 모두 회수할 수 있기 때문에 최대 회수량은 $P = \sum_{i=2}^{n} p_i$ 가 되고,

$R < 0$ 이면 최대 회수물량 P는 차량의 용량 K와 같아진다.

또한, s_i 의 부호에 따라 최대량을 회수하는 최단경로는 다음의 세가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(1) 모든 대리점 i에서 $s_i \geq 0$ 인 경우

(2) 모든 대리점 i에서 $s_i \leq 0$ 인 경우

(3) 일부 대리점에서는 $s_i > 0$ 이고, 일부 대리점에서는 $s_i < 0$ 인 경우이다.

(1)과 (2) 의 경우에는 차량의 경로에 관계 없이 회수량이 각각 $\sum_{i=2}^{n} p_i$ 와 K가 되어 각 경우의 최대 회수량과 같게 되므로 TSP를 풀어 얻은 경로가 최대량을 회수하는 최단 경로가 된다. 그러나,(3)의 경우에는 차량의 경로에 따라 최대 회수량을 회수 할 수 없으므로 발견적 기법을 이용하여 배달을 위한 최단경로를 따른 회수량으로 부터 최대 회수량 까지의 단계적인 증가에 대응하는 경로를 제시하고자 한다.

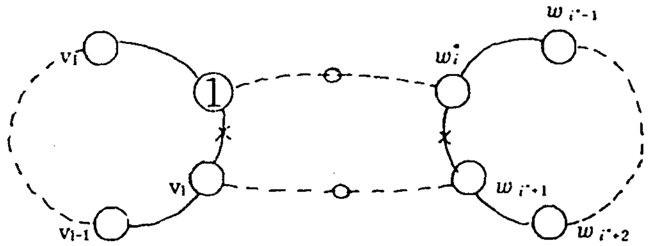
Step 0. $R = r_1 + \sum_{i=2}^{n} s_i = r_1 + \sum_{i=2}^{n} (d_i - p_i)$, $V = \{1, 2, \ldots, n\}$,

$V^{+} = \{i \in V' \mid s_i \geq 0\}$, $V^{-} = \{i \in V' \mid s_i < 0\}$라 하자.

단, $V' = V - \{1\}$, $|V^{+}| = l$, $|V^{-}| = n - l - 1$ 이다.

Step 1. 배송센터 1 을 출발하여 모든 대리점을 단 한번씩 방문하여 배달하고 최대 회수량 P 를 회수하는 차량경로를 다음의 방법으로 구하고, 이 경로에 대응하는 거리를 D_{max} 라 한다.
배송센터 1을 출발하여 V^{*} 의 대리점들을 단 한번씩 방문하여 배달하는 최단 TSP 경로를 (1, v_1, v_2 ....., v_l, 1) 이라하고 V^{-} 의 임의의 한 대리점 w_1을 출발하여 V^{-} 의 다른 대리점들을 단 한번씩 방문하고 w_1 으로 귀환하는 최단 TSP 경로를 (w_1, w_2, ---, w_{n-l-1}, w_{n-l}) 이라 하자. 여기서 대리점 w_{n-l} 은 대리점 w_1 을 의미한다.

$\min_{i \in \{1,2,\ldots,(n-l-1)\}} \{ c_{w_i 1} + c_{v_l w_{i+1}} - c_{w_i w_{i+1}} - c_{v_l 1} \}$을 계산하여 이에 대응하는 i값 i^{*}를 구한다.경로(w_{i^*}, 1)와 경로 (v_l, w_{i^*+1})을 연결하고 경로 (v_l, 1)과 경로 (w_{i^*}, w_{i^*+1})을 제거하면 최대회수량 P를 회수하는 경로가 구성되고 이 경로에 대응하는 거리를 D_{max}라 둔다.



(그림 1)

Step 2. 배송센터 1을 출발하여 배달한후 배송센터로 귀환하는 TSP를 풀어 최단경로 (1, u_1, u_2,..., u_{n-1}, 1)와 최단거리 D_{min}, 그리고 회수량 Q를 구한다.
R>0이면 Step 3으로 R ≤ 0이면 Step 4로 간다.

Step 3. 만일 Q = P = $\sum_{i=2}^{n} p_i$ 이면 Step 2에서 구한 TSP경로는 최적해이다.
만일 Q < P 일때는, 다음의 과정에 따라 경로를 변경하며 회수량을 증가시킨다.
(0) D = D_{min} 로 둔다.
(1) 회수량을 다 회수하지 못한 대리점
U = $\{u_i \mid p_{u_i} - y_{u_i} > 0$, y_{u_i}는 대리점u_i에서의 회수량$\}$를 구한다.
U = ϕ 이면 최대 회수량이므로 정지한다. U ≠ ϕ이면 단계(2)로 간다.
(2) U의 각 대리점 u_i에 대하여 미회수량 q_{u_i} 를 계산하고, 차량경로에 위치한 대리점의 역순, 즉, u_{n-1}, u_{n-2} ....순으로 차량의 여유공간 r_{u_j} 를 계산하여 최초로 $r_{u_j} < q_{u_i}$ 인 대리점 u_j를 구한다. 대리점 u_i 의 배달순서를 대리점 u_j이후로 옮기면 q_{u_i}를 모두 회수할 수 있으므로 최소거리의 증가로 q_{u_i}를 회수할 수 있는 위치를 결정하고 최소 증가거리 Δu_i를 구한다.
(3) $\Delta u_i < 0$인 대리점이 존재하면 $\min_{u_i \in U, \Delta u_i < 0} \{q_{u_i} / -\Delta u_i\}$인 대리점을 u_i^{*}라 한다. $\Delta u_i < 0$인 대리점이 존재하지 않으면 $\max_{u_i \in U} \{q_{u_i} / \Delta u_i\}$인 대리점을 u_i^{*}라 한다. 단계(2)에서 결정된 위치로 u_i^{*}를 이동하여 새경로를 구성하고 이를 (1, u_1, u_2,..., u_{n-1}, 1)로 표시한다.
(4) D를 Δu_i^{*}만큼 , Q를 $q_{u_i^*}$ 만큼 증가시킨다. $D < D_{max}$이면 단계(1)로 간다. $D \geq D_{max}$ 이면 정지한다.

Step 4. 만일 Q = P = K 이면, Step 2 에서 구한 TSP 경로는 최적해이다.
만일 Q < K 일때는, 다음의 과정에 따라 경로를 변경하며 회수량을 증가시킨다.

(0) D = D_{min} 로 둔다.

(1) Q<K 이면 단계 (2)로 간다. Q=K 이면 최대회수량 이므로 정지한다.

(2) 배달과 회수후 차량이 여유를 갖고 떠나는 대리점중, s_i > 0인 대리점
$U = \{ u_i \mid r_{u_i}>0,\ s_{u_i}>0,\ u_i \neq 1 \}$ 를 구한다.

(3) U 의 각 대리점 u_i에 대하여 대리점 u_{i-1} 로 부터 차량 경로에 위치한 대리점의 역순, 즉, u_{i-1}, u_{i-2}, ... 순으로 미회수량 (즉, $q_{u_j} = p_{u_j} - y_{u_j} > 0$) 을 계산하고, 이를 누계하여 누계값 S가 r_{u_i}와 같거나 커지는 최초의 대리점 u_k 가 존재하면 대리점 u_i의 배달순서를 대리점 u_k이전으로 옮기면 차량의 여유공간을 r_{u_i}만큼 줄일 수 있으므로, 배송센터와 대리점 u_k사이에 최소거리의 증가로 여유공간 r_{u_i}를 줄일 수 있는 대리점 u_i의 위치를 결정하고, 이때의 증가거리 Δu_i를 구한다. 만일 대리점 u_1까지의 미회수량 누계 S가 r_{u_i}보다 작으면, 대리점 u_1보다 먼저 대리점 u_i에 배달하여 차량의 여유 공간을 S 만큼 줄일 수 있으며, u_i를 u_1보다 먼저 배달할 때의 차량 경로의 증가를 Δu_i 라 한다. 대리점 u_i의 이동에 의한 차량 여유 공간의 감소량을 T_{u_i}라 한다.

(4) Δu_i < 0인 대리점이 존재하면, $\min_{u_i \in U,\ \Delta u_i < 0} \{ T_{u_i} / -\Delta u_i \}$인 대리점을 u_i^* 라 한다.
Δu_i < 0인 대리점이 존재하지 않으면 $\max_{u_i \in U} \{ T_{u_i} / \Delta u_i \}$ 인 대리점을 u_i^*라 한다.
단계 (3)에서 결정된 위치로 u_i^*를 이동하여 새로운 경로를 구성하고 이를 $(1, u_1, u_2, \cdots, u_{n-1}, 1)$로 표시한다.

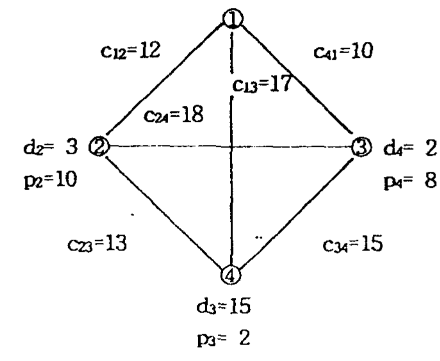
(5) D 를 Δu_i^* 만큼, Q 를 $T_{u_i^*}$ 만큼 증가 시킨다.

D < D_{max} 이면 단계 (1) 로 간다. D ≥ D_{max} 이면 정지한다.

Step 3의 단계(4)와 Step 4의 단계(5)에 의해 주어지는 회수량에 대한 차량운행 거리는 최적해는 아니지만, 운행거리와 회수량에 대한 합리적인 정보를 제공해 줌으로써 의사결정권자가 차량운행경로를 쉽게 결정할 수 있다.

4. 수치예제

수치예제는 (그림 2)와 같이 배송센터 1부터 3개의 대리점 2, 3, 4에 d_i를 배달하고 p_i를 회수하는 문제이다. 차량의 용량 K는 20이고, c_{ij}는 마디 i에서 마디 j까지의 거리이며 $c_{ij} = c_{ji}$라 가정한다.



(그림 2)

대리점	d_i	p_i	$s_i = d_i - p_i$
2	3	10	-7
3	15	2	13
4	2	8	-6

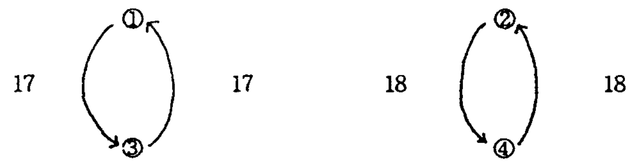
(표 1)

Step 0. $r_1 = K - \sum_{i=2}^{4} d_i = 20-20 = 0$ 이고, (표1)로 부터

$R = r_1 + \sum_{i=2}^{4} s_i = 0+(-7+13-6) = 0$ 이다. 또한, V= { 1, 2, 3, 4} ,

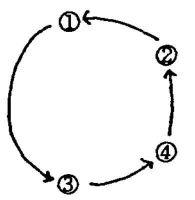
$V^+ = \{3\}$, $V^- = \{2, 4\}$, $V' = \{2, 3, 4\}$, $|V^+| = 1$, $|V^-| = 2$ 이다.

Step 1. 배송센터 1을 출발하여 V^+ 의 대리점을 단 한번씩 방문하여 배달하는 최단 TSP 경로는 (1, 3, 1)이고, V^- 의 임의의 한 대리점을 출발하여 V^- 의 다른 대리점들을 단 한번씩 방문하고 출발한 대리점으로 귀환하는 최단 TSP경로는 (2, 4, 2)이다(그림 3).

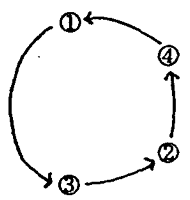


(그림 3)

모든 회수량을 다 회수하도록 두 TSP경로를 연결하는 방법은 (그림 4)와 (그림 5)와 같다.



(그림 4)



(그림 5)

(그림 4)의 경우 연결에 필요한 거리는 $c_{21}+c_{34}-c_{24}-c_{31} = 12+15-18-17 = -8$ 이고,

(그림 5)의 경우 연결에 필요한 거리는 $c_{41}+c_{32}-c_{42}-c_{31} = 10+13-18-17 = -12$ 이므로

$w_i^* = 4$가 되고 (그림 5)의 경로에 따른 운행거리

$D_{max} = 17+13+18+10 = 58$, 최대회수량은 P = 20이다.

Step 2. 배달을 위한 최단 경로는 (1, 2, 3, 4, 1)이고, 최단거리 $D_{min} = 50$, 회수량 Q = 13 이다.

R = 0 이므로 Step 4로 간다.

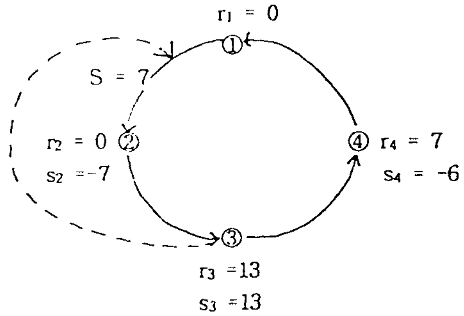
Step 4. Q = 13 < 20 = K 이므로 다음의 과정에 따라 경로를 변경하며 회수량을 증가 시킨다.

(0) $D = D_{min} = 50$

(1) Q < K 이므로 (2)로 간다.

(2) U = $\{ u_i \mid r_{u_i} > 0,\ s_{u_i} > 0,\ u_i \neq 1 \} = \{3\}$

(3)



누적 회수량이 S = 7 이므로 r_3 = 13 보다 작게 되어 대리점 3 을 대리점 2 보다 먼저 배달하는 경로 (1, 3, 2, 4, 1)을 따르면 차량경로의 증가는 Δ_3 = 8이고 여유공간의 감소량은 T_3 = 7이다.

(4) Δu_i < 0인 대리점이 존재하지 않고 | U | =1 이므로 u_i^* = 3이고 새로운 경로는 (1, 3, 2, 4, 1)이 된다.

(5) $D =: D + \Delta\, u_i^* = D + \Delta_3 = 50+8 = 58$,

$Q =: Q + T^*_{u_i} = Q + T_3 = 13+7 = 20$ 이 되고,

$D = D_{max}$ 가 되어 정지한다.

발견적 기법에 의해 제시된 운행거리와 회수량의 관계는 (표 2)와 같다.

운행경로	운행거리	회수량	비 고
(1.2.3.4.1)	50	13	배달을 위한 최단경로
(1.3.2.4.1)	58	20	최대회수량을 위한 최단경로경로

(표 2)

이 예제에서 Step 1은 이미 최대회수를 위한 최단경로를 제시하고 있고, Step 4는 배달을 위한 최단경로로 부터 한번의 iteration으로 최대회수를 위한 최단경로에 도달하였다.

5. 결론

본 연구에서는 배달과 회수를 동시에 고려한 차량경로 문제에 대한 수리모형을 제시하고 이의 해법으로 발견적 기법을 제시하였다. 제시된 발견적 기법이 최적해를 제시하지는 못하지만 실제적 의사결정을 하기에는 충분한 정보를 제공하고 있다.

추후의 연구과제는 TSP해법의 경로구성기법과 연관하여 제시된 발견적 기법의 효율을 높이고, 일반적인 차량경로문제의 분할(clustering)기법과 연결한 배송센터에서의 차량할당 및 할당된 차량의 경로결정을 위한 소프트웨어를 개발하는 것이다.

參考文獻

[1] Dantzig, G.B. and J.H. Ramser, "The Truck Dispatching Problem," *Management Science*, vol.6, pp. 80-91, 1959.

[2] Bellmore, M. and S. Hong, "Transformation of Multiple Salesman Problem to the Standard Traveling Salesman Problem," *J. of the Association for Computing Machinery*, Vol.21, pp. 500-504, 1974.

[3] Little J., Murty K., Sweeney D. and Karel C., "An Algorithm for the Traveling Salesman Problem," *Operations Research .11*, pp 972-989, 1963.

[4] Bellmore M. and Malone J., "Pathology of Traveling Saleman Subtour-elimination Algorithms," *Operation Reserch .19*, pp278-307, 1971.

[5] Lenstra J. and Rinnooy Kan, "Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems," *Network 11*, pp 221-227, 1981.

[6] Clarke G. and Wright J., "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a number of Delivery points," *Operations Research .12*, pp 568-581, 1964.