

조기완료 및 납기지연 벌과금을 고려한 흐름작업 시스템의 일정계획 † - A Study on Flow Shop Scheduling with Early & Tardy Penalty Cost -

이 정 환*

Abstract

This paper is concerned with flow shop scheduling problems having the common due date. V-shape property is used for algorithms with early and tardy penalty cost. The objective of this paper is developing efficient heuristic scheduling algorithms for minimizing total penalty cost function and determining the optimal common due date. The between job delay and the work in process are considered for developing algorithms as penalty cost.

Algorithms is simulated to analyze interrelated factors. A numerical example is given for illustrating the proposed algorithms.

1. 서 론

最近 1대의 機械에서 n개의 作業이 中止됨이 없이(non-preemption), 共通納期(a common due data)에 가능하면 밀접히 연결된 상태로 모든작업을 처리 완료하는 日程計劃問題에 많은 관심이 집중되고 있다 [3,4,8,9,16].

공통 납기일을 基準으로 早期完了 및 納期遲延(E/T:Earliness and Tardiness)이 발생하면 이를 조기 완료 및 납기지연 벌과금으로 고려하여 이 벌과금(penalty cost)을 부과하는 目的函數를 最小化하는 作業順序 및 日程을 구하는 것이다. 納期日 前後에 完了된 作業의 2가지 벌과금은 다음과 같은 費用要素를 가지게 된다.

첫째, 납기후에 완료된 작업은 注文의 損失이나 顧客의 信賴喪失에 대한 機會費用이 발생하고, 둘째, 납기전에 조기완료된 작업은 보다 더많은 在庫費用을 초래할 수 있다. 만약 제품이 陳腐性(perishible)이거나 可用生産의 잠재적 損失이 있을 경우에는 작업의 조기완료는 注文取消라는 生産환경의 變化要因으로 過多在庫 保有의 위험을 증폭시킬수 있다. 일반적으로 납기지연의 단위 벌과금 비용이 조기완료 벌과금 보다 더 많이 부과된다. 이와같은 生産環境은 일본의 도요다 생산시스템인 適時適定 生産體制(JIT)개념과 부합된다[5,15].

위의 경우 공통납기일에 맞추어 모든 작업을 同時에 完了하는 것이 좋으나 실제로는 불가능하며 공통 납기를 중심으로 한 조기완료 및 납기지연 벌과금의 最小化문제 는 작업의 완료시간에 대한 MAD 및 WMAD의 順序計劃 문제와 같이 된다[1].

Sidney[27]는 단일기제에서 각기 다른 납기에서의 일정계획 문제에 대해서 조기완료 및 납기지연의 概念을 처음으로 取扱하였으며, Kanet[18]는 공통의 납기와 順序계획을 다룬 MAL(Mean Absolute Lateness)의 단일기제 문제를 제시하였고, Szwarc[28]는 가중치가 없는 경우 단일기제의 MAD를 최소화 하기 위해 分岐限界法(branch and bound)를 제시하였으며, Bagchi[2]는 가중치가 다른 WSAD(Weighted Sum of Absolute Deviation)의 최소화에 의한 공통납기 및 일정계획의 방법을 제시하였다. Bector[6]는 다른 加重值를 갖는 경우 MAD를 최소화하는 最適共通納期와 최적순서를 구하기 위하여 LGP (Linear Goal Programming)를 사용하였으며, Peng et al.[23]은 Filter Beam Search법을 적용하여 최적해를 구하고자 하였다. Prabuddha et al.[24]는 가중치가 다른경우 NP-hard 문제가 되므로 특수한 경우에 각각 다른 가중치를 사용하여 최적해를 구하기 위하여 Quadratic Programming, 分岐限界法, 動的計劃法등을 적용하였으며 Lee et al.[19]는 제한된 가중치를 고려한 遲延 作業數와 조기완료

† 이 논문은 1991년도 교육부 국비해의파견 연구비를 지원 받았음.

* 동의대학교 공과대학 산업공학과

접수 : 1993년 4월 27일

확정 : 1993년 5월 7일

및 납기 벌과금을 최소화하는 알고리즘을 개발하였다. Hall[14]은 單一機械와 並列機械에서 완료시간 偏差의 최소화 문제를 다루었으며, Emmons[12]도 共通納期를 가진 並列機械의 문제를 다루었다. 그러나 현재까지의 研究는 單一機械 및 並列機械의 경우를 대상으로 하였지만 본 연구에서는 흐름작업 시스템을 研究對象으로 하였으며 공통납기를 기준으로한 조기완료 및 납기지연의 문제는 단일기계 경우도 加重值가 다른 경우 NP-hard문제[24,25]가 되므로 본 연구에서는 가중치가 같은 경우와 다른 경우를 對象으로 하여 흐름작업 시스템에서 V-模型의 性質을 이용하여 效率적인 휴리스틱 알고리즘을 開發하고자 한다.

흐름작업 시스템에서 2段階 및 多段階를 그 대상으로 하였으며 벌과금 요소로서는 早期完了, 納期遲延, 作業中 遲延(idle time) 및 工程中 一時待機(work in process)벌과금을 고려하여 총 비용을 최소화하는 작업순서 및 일정계획 알고리즘을 구하고 각 알고리즘을 分析評價하기 위하여 시뮬레이션을 實施하여 생산라인의 效率에 미치는 要因들을 比較分析하였다.

앞으로 제 2장에서는 문제의 이해를 위해 V-模型, 遲延 및 待機의 形態, 흐름작업에 대한 前提條件을 記述하였으며 제 3장에서는 模型設定 및 解法을 위해서, 부호정의, 모델의 기본적인 성질, 지연 및 대기의 모델 수립, 總費用 最小化를 위한 모델수립 및 그 해법을 구체적인 내용과 수치 예를 제시하였다. 제 4장에서는 模擬實驗을 실시하여 그 結果를 比較分析하였으며 마지막으로 제 5장에서는 結論을 誘導하였다.

2. 문제의 정의

2.1 V-模型

Eilon 과 Chowdhury[11]는 Merten 과 Muller[20] 및 Schrage[26]의 研究結果를 要約 整理하여 V-模型을 最初로 사용하게 되었다. V-模型은 共通納期까지는 LPT (Longest Processing Time)로 作業時間이 가장 긴 것부터 짧은 순으로 配列하며(조기완료), 共通納期후는 SPT(Shortest Processing Time)로 作業時間이 가장 짧은 것부터 긴 순으로 配列하면(납기지연) V字의 模型이 된다. V-模型에 의하면 共通納期까지는 내림차순 (descending), 納期후부터는 오름차순(ascending)으로 나타내는 것을 알 수 있다. X축을 作業順序, Y축을 作業時間 (P_j)을 나타내면 다음 그림과 같이 어느지점의 順序까지는 내림차순 어느지점의 順序까지는 오름차순의 V-模型을 볼 수 있다. V-模型과 단일기계 시스템은 다음과 그림과 같다.

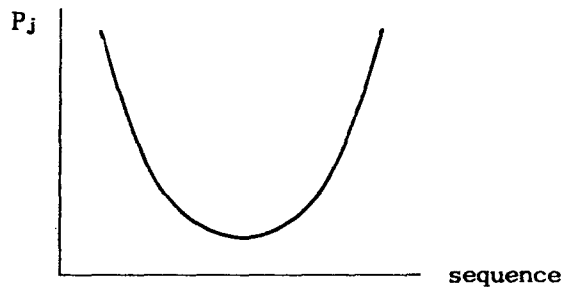


Figure 2-1 V-Shape



Figure 2-2 Single machine system

2.2 흐름작업의 전제조건

본 논문의 흐름작업에 필요한 前提條件은 다음과 같다.

- (1) 첫번째 機械에서의 모든 작업은 시간 '0'에서 처리 가능하다.
- (2) 각 작업은 個個工程으로 構成되며 각 工程은 자기 다른 機械에서 처리 된다.
- (3) 工程의 準備時間은 作業順序에 獨立的이며 加工時間에 포함된다.
- (4) 作業의 內容은 사전에 알려져 있다.

- (5) m개의 다른 機械는 계속적으로 利用 可能하다.
- (6) 個別工程은 도중에 中斷됨이 없이 處理된다.
- (7) 마지막 機械의 作業은 休止時間없이 作業이 可能하도록 後進(backward) 方式으로 日程計劃을 作成한다.

흐름작업 시스템은 다음 그림과 같다.

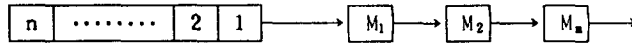


Figure 2-3 Flow shop system

2.3 지연의 형태

이 흐름작업(flow shop)은 특수한 경우의 것으로 몇가지 制約 條件을 갖는 注文生産(job shop)과 같은 것이다. 모든 작업은 同一한 設備를 利用하여야 한다. 또한 각 작업은 동일한 순서로 이들 설비를 통하여 처리되어야 하며 하나의 작업은 현재 작업중인 기계에서 마칠 때까지는 다음 설비에서 처리될수 없다.

이와 같은 흐름 작업에서의 遲延은 다음과 같다.

- ① 초기지연(run in delay) :작업 시작시 첫번째 기계에서 작업중 다음 기계에 작업물이 도착되지 않아서 발생하는 대기
- ② 말기지연(run out delay) : 마지막 작업이 마지막 기계에 작업 중 일때 그 앞의 기계에 도착되는 작업물이 없어서 발생하는 대기
- ③ 작업중 지연(between job delay) : 기계와 기계사이에서 작업시간의 균형이 맞지 않아서 발생하는 대기(machine idle time)
- ④ 공정중 일시 대기(work in process) : 작업물이 다음 기계로 가공하기 위하여 공정중에 일시 대기하는 경우

본 연구에서는 세번째와 네번째 지연대기시간을 벌과금비용으로 하였다.

3. 수학적 모델설정 및 해법

3.1 부호정의

本 研究에서 모델展開를 위한 부호는 다음과 같이 定義한다.

- $N = \{1, 2, \dots, n\}$: n개의 독립된 작업의 집합
- π : 집합 N에서 n개 작업의 n! 순서 집합
- S : π 에서 임의 순서
- P_j : 작업 j의 가공처리 시간 (processing time), $j \in N$
- R_j : 작업 j의 출발시간 (starting time), $j \in N$
- C_j : 작업 j의 가공완료시간 (completion time), $j \in N$
- d : 공통납기
- B = $\{j | C_j \leq d\}$: 조기완료된 (early completed)작업의 집합
- A = $\{j | C_j > d\}$: 지연된 작업 (tardy jobs)의 집합
- $n_1 = |B|, n_2 = |A|$; 단 |B|, |A|는 집합 B,A의 원소갯수 (cardinality)
- [j] : 집합 B에서의 j번째 까지의 원소로 된 집합
- (j) : 집합 A에서의 j번째 까지의 원소로 된 집합
- W_j : 작업 j에 관련된 가중치, $j \in N$
- $MS = \sum_{j \in N} P_j$
- W_b : 집합 B의 작업에 대한 가중치, W_a : 집합 A의 작업에 대한 가중치
- f(x) = 최종 기계에서 발생한 조기완료/납기지연의 벌과금 합
- I(x) = 작업중 지연 발생에 의한 벌과금 합
- WIP(x) = 공정중 일시대기 발생에 의한 벌과금 합
- F(x) = 최종기계의 E/T벌과금, 작업중 지연, 공정중 일시대기 벌과금 총합

3.2 수학적 모델

(1) 최종기제를 중심으로한 작업순서계획

本 研究는 다음의 目的式을 最小化하는 日程計劃 S 를 구하는 것이다.

$$Z(S) = \sum_{j \in N} W_j |C_j - d| \quad \text{----- (3.1)}$$

식(3.1)에서 알 수 있는 사실은 초기에 약간의 休止時間(idle time)을 가질 수 있으며 가능한 한 납기(due date)근처에서 作業群을 形成하게 된다. 그리고 公통납기(d)는 d 이전에 작업을 일정하는데 있어서 충분한 자유시간을 줄 수 있도록 큰 값을 가질 수 있다. 즉 $d \geq MS$ 이다.

식(3.1)에서 $W_j = 1$ 인 경우에는

$$Z(S) = \sum_{j \in N} |C_j - d| \quad \text{----- (3.2)}$$

WMAD(Weighted Mean Absolute Deviation)문제는 NP-complete문제이지만, 다음 과 같은 3가지 경우로 나누면 最適日程計劃은 多項的 時間(polynomial time)으로 구할 수 있다[25].

(1) 모든작업에 대한 가중치가 동일하다. $W_j = k(\text{constant}), j \in N$

(2) 조기완료와 납기지연된 작업이 서로 다른 가중치를 가진다.

$$W_j = W_b, j \in B ; W_j = W_a, j \in A$$

(3) 모든 작업에 대한 가중치가 서로 다르나, 작업시간에 대한 비는 동일하다.

$$(P_1/W_1) = (P_2/W_2) = \dots = (P_n/W_n)$$

共通納期를 고려한 日程計劃에 대한 解法의 開發을 위해 日程計劃의 基本的인 性質에 대하여 要約하면 다음과 같다.

整理 1 (P1) 最適일정계획에서 B내에서의 작업은 LPT순으로 나열되며, $R_j \geq d$ 인 작업은 SPT순서로 나열된다. 이와같은 결과에 따른 일정계획은 V-字모양의 最適일정계획을 형성한다 [18].

整理 2 (P2) $d \leq P_1$ 이면 SPT 순서가 최적이다. 만약 $W_b < W_a$ 이면 $d \leq (P_1 + P_2)/2$ 에 있어서 SPT 순서가 최적이다[2].

整理 3 (P3) 작업의 最適순서집합에서 이들 중 한 작업의 완료시간이 납기 d와 일치하는 最適일정 계획이 존재한다[21].

整理 4 (P4) 만약 독립된 작업의 갯수 n이 짝수이면 $n_1 = n_2 (|B| = |A|)$ 이고, n이 홀수이면 $n_1 = n_2 + 1 (|B| = |A| + 1)$ 이 되어 이 값에서 公통납기의 위치[d]가 결정된다(가중치가 없는 경우)[18].

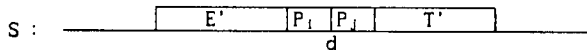
整理 5 (P5) 가중치가 있는 경우는 가중치의 값에 따라 公통납기 (d)가 변하게 되는데 d의 위치는 $W_a n_1 = W_b n_2$ 가 된다.

(證明)

조기완료집합=E 납기지연집합=T 라고한다. E 와 T 의 집합에 의한 작업순서 S 의 目的式은 Z(S)로 나타낸다. 만약 여기서 $E' = E - [P_i]$ 와 $T' = T - [P_j]$ 를 뜻한다면 순서 S:(E', [P_i], [P_j], T')라 할 수 있다. 원래의 일정계획 Z(S)가 公통납기 d의 위치를 옮긴 새로운 일정계획 Z(S')보다 작다는 것을 보여주면 충분하다.

① 公통납기 d를 현재의 위치에서 뒤로 옮기는 경우

a) $W_b |B| = W_a |A|$ 인 경우($P_i \geq P_j$)



$$Z(S) = Z(E') + Z(T') + W_b |B-1| P_i + W_a |A| P_j$$

새로운 순서에 의한 일정계획 S'의 目的式은

$$Z(S') = Z(E') + Z(T') + W_b |B-1| P_i + W_b |B| P_j \text{ 이다.}$$

$$Z(S') - Z(S) = Z(E') + Z(T') + W_b |B-1| P_i + W_b |B| P_j - (Z(E') + Z(T') + W_b |B-1| P_i + W_a |A| P_j) = W_b |B| P_j - W_a |A| P_j = 0$$

b) $W_b |B| > W_a |A|$ 인 경우($P_i \leq P_j$)

새로운 순서에 의한 일정계획 S'의 目的式은

$$Z(S') = Z(E') + Z(T') + W_b |B-1| P_j + W_b |B| P_i \text{ 이다.}$$

$$Z(S') - Z(S) = Z(E') + Z(T') + W_b |B-1| P_j + W_b |B| P_i - (Z(E') + Z(T') + W_b |B-1| P_i + W_a |A| P_j)$$

$$\begin{aligned}
 &= W_b|B-1|P_j - W_a|A|P_j + W_b|B|P_i - W_b|B-1|P_i \\
 &= W_b|B-1|P_j - W_a|A|P_j + W_bP_i > 0
 \end{aligned}$$

② 공통납기 d를 현재의 위치에서 앞으로 옮기는 경우

a) $W_b|B| = W_a|A|$ 인 경우($P_i \geq P_j$)

새로운 순서에 의한 일정계획 S'의 목적식은

$$Z(S') = Z(E') + Z(T') + W_a|A+1|P_j + W_a|A|P_i \text{ 이다.}$$

$$Z(S') - Z(S) = Z(E') + Z(T') + W_a|A+1|P_j + W_a|A|P_i - (Z(E') + Z(T') + W_b|B-1|P_j + W_a|A|P_i)$$

$$= W_a|A+1|P_j - W_b|B-1|P_j + W_a|A|P_i - W_b|B-1|P_i$$

$$= W_aP_j + W_a|A|P_i - W_b|B-1|P_i > 0$$

b) $W_b|B| > W_a|A|$ 인 경우 ($P_i \leq P_j$)

새로운 순서에 의한 일정계획 S'의 목적식은

$$Z(S') = Z(E') + Z(T') + W_a|A+1|P_i + W_a|A|P_j \text{ 이다.}$$

$$Z(S') - Z(S) = Z(E') + Z(T') + W_a|A+1|P_i + W_a|A|P_j - (Z(E') + Z(T') + W_b|B-1|P_i + W_a|A|P_j)$$

$$= W_a|A+1|P_i - W_b|B-1|P_i > 0$$

위에서 알 수 있듯이 현재의 일정계획에서 공통납기 d의 위치를 앞이나 뒤로 옮기면 목적식의 값만 늘어난다. 이것은 변형된 V-모형의 납기위치가 최적임을 보여준다.

整理 6 (P6) 만약 B에 속한 작업이 WLPT (Weighted Largest Processing Time) 순서로 나열된다면, $P_{[1]}/W_{[1]} \geq P_{[2]}/W_{[2]} \geq \dots \geq P_{[n]}/W_{[n]}$ 이 되고, A에 속하는 작업은 WSPT (Weighted Shortest Processing Time) 순서로 나열된다면, $P_{(n)}/W_{(n)} \leq P_{(n-1)}/W_{(n-1)} \leq \dots \leq P_{(1)}/W_{(1)}$ 이 된다. 이런 일정계획은 가중치가 부여된 단일 기계의 공통납기와 일정계획 문제에 있어서 V자 모양의 LPT, SPT로 배치된 최적일정계획을 형성한다.

(證明)

어떤 일정계획 S가 가중된 V자 모양을 형성하지 않는다고 가정하면 다음과 같은 위치 j와 j+1에서의 작업쌍이 존재하게 된다.

$$(1) (P_j/W_j) < (P_{j+1}/W_{j+1}) \quad j \in B \quad (2) (P_j/W_j) > (P_{j+1}/W_{j+1}) \quad j \in A$$

새로운 일정계획 S'는 S에서 작업 j와 j+1이 서로 교환된 순서라고 하자. 그러면 S'목적식의 값이 위의 두가지 경우에 대하여 S의 목적식 값보다 작다는 것만을 보여주면 충분하다.

① $(P_j / W_j) < (P_{j+1} / W_{j+1}) \quad j \in B$ 의 경우

$$Z(S) - Z(S') = \left(\sum_{k=1}^{j-1} W_k \right) P_j + \left(\sum_{k=1}^j W_k \right) P_{j+1} - \left[\left(\sum_{k=1}^{j-1} W_k \right) P_{j+1} + \left(\sum_{k=1}^j W_k + W_{j+1} \right) P_j \right] = W_j P_{j+1} - W_{j+1} P_j > 0$$

② $(P_j / W_j) > (P_{j+1} / W_{j+1}) \quad j \in A$ 의 경우

$$\begin{aligned}
 Z(S) - Z(S') &= \left(\sum_{k=j}^n W_k \right) P_j + \left(\sum_{k=j+1}^n W_k \right) P_{j+1} - \left[\left(\sum_{k=j}^n W_k \right) P_{j+1} + \left(W_j + \sum_{k=j+2}^n W_k \right) P_j \right] \\
 &= W_{j+1} P_j - W_j P_{j+1} > 0
 \end{aligned}$$

위에서 알 수 있듯이 작업 j와 j+1의 상호교환은 목적식 값을 줄인다. 이것은 가중된 V자 모양을 형성하지 않은 어떤 작업순서는 서로 인접한 작업쌍을 상호 교환함으로써 목적식 값을 향상시킬 수 있다는 것을 보여준다. (증명 끝)

(2) 作業中 遅延

• 2대의 기계

아래의 그림과 같이 2대의 기계에 작업이 계획되면 작업중 지연값은 다음과 같이 계산한다.

M ₁	t ₁₁	...	I _{(n-3)1}	t _{(n-2)1}	I _{(n-2)1}	t _{(n-1)1}	I _{(n-1)1}	t _{(n)1}	I _{(n)1}
M ₂		...	t _{(n-3)2}		t _{(n-2)2}		t _{(n-1)2}		t _{(n)2}

Figure 3-1 An example of job delays in two machines flow shop problem.

여기서 I의 값을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 I_{(n)1} &= t_{(n)2} \\
 I_{(n-1)1} &= \max [0, t_{(n)2} + t_{(n-1)2} - t_{(n)1} - I_{(n)1}] \\
 I_{(n-2)1} &= \max [0, t_{(n)2} + t_{(n-1)2} + t_{(n-2)2} - t_{(n)1} - t_{(n-1)1} - I_{(n)1} - I_{(n-1)1}] \\
 I_{(j)1} &= \max \left[0, \sum_{i=j}^n t_{(i)2} - \sum_{i=j+1}^n t_{(i)1} - \sum_{i=j+1}^n I_{(i)1} \right], \text{if } j = 1, \dots, n-1 \\
 I_{(n)1} &= t_{(n)2}, \text{ if } j = n
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

(3) 工程中一時待機

· 2대의 기계

아래의 그림과 같이 두대의 기계에 작업이 계획된다면 공정중 일시대기인 WIP 값은 다음과 같이 계산한다. 여기서 C는 각 작업의 완료시간이고, S'는 각 작업의 시작 시간을 나타낸다.

M ₁	t ₁₁	t _{(n-2)1}	t _{(n-1)1}	t _{(n)1}	I _{(n)1}
M ₂		t _{(n-3)2}	t _{(n-2)2}	t _{(n-1)2}	t _{(n)2}

Figure 3-2 An example of WIP in two machines flow shop problem.

$$\begin{aligned}
 C_{(n)1} &= \sum_{i=1}^n t_{(i)1} + \sum_{i=1}^{n-1} I_{(i)1} \quad ; \quad S'_{(n)2} = C_{(n)1} \\
 C_{(j)1} &= C_{(j+1)1} - (t_{(j+1)1} + I_{(j)1}) \quad ; \quad S'_{(j)2} = S'_{(j+1)2} - t_{(j)2} \\
 WIP_{(j)1} &= \sum_{i=j}^n (S'_{(i)2} - C_{(i)1}), \text{ if } j = 1, \dots, n-1
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}
 C_{(n)1} &= \sum_{i=1}^n t_{(i)1} + \sum_{i=1}^{n-1} I_{(i)1} \\
 S'_{(n)2} &= C_{(n)1}
 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} C_{(n)1} \\ S'_{(n)2} \end{aligned}} \right\} \text{if } j = n \tag{3.5}$$

3.3 모델설정 및 해법

(1) N개 작업과 2대의 기계

(a) 가중치가 없는 경우(알고리즘)

- 단계 1: 최중기계 M₂에서 V-모형순서로 작업을 순서화하고, 공통납기(d*)의 위치를 결정한다.
- 단계 2: 기계 M₁에서도 M₂와 똑같은 작업순서로 하여 기계 M₁에서 작업중 지연을 고려한 일정 계획을 역순으로 수립하고, 기계 M₁에서 첫작업 시작시간을 '0'으로 보정한다.
- 단계 3: 단계1에서 구한 d*의 위치를 고정하고 공통납기를 구한다.
- 단계 4: 작업중 지연(I)값을 계산한다.
- 단계 5: 공정중 일시대기(WIP)값을 계산한다.
- 단계 6: 단계 3에서 구한 공통납기에 의하여 조기완료 및 납기지연 벌과금을 계산한다.
- 단계 7: 작업중 지연, 공정중 일시대기 및 납기에 따른 조기완료 및 납기지연 벌과금의 총합을 계산한다.

(b) 가중치를 고려한 경우(알고리즘)

- 단계 1: 기계 M₂에서 작업을 LPT로 순서화 한다.
- 단계 2: 작업집합 B,A에 들어갈 작업을 선정한다.
- 단계 3: B에서는 LPT, A에서는 SPT로 순서화 한다.
- 단계 4: 기계 M₁에서도 M₂와 똑같은 순서로 하여 기계 M₁에서 작업중 지연시간(I)을 고려한 일정 계획을 역순으로 수립한다.기계 M₁에서 첫번째 작업의 시작시간을 '0'으로 보정한다.
- 단계 5: 단계 4의 순서화에 의거한 공통납기(d*)를 결정한다.

- 단계 6 : 기계 M₁에서 작업중 지연에 대한 벌과금을 계산한다.
- 단계 7 : 기계 M₁에서 공정중 일시대기에 대한 벌과금을 계산한다.
- 단계 8 : 기계 M₂에서 공동납기에 따른 조기완료 및 납기지연 벌과금을 계산한다.
- 단계 9 : 작업중 지연, 공정중 일시대기 및 납기에 따른 조기완료 및 납기지연 벌과금의 총합을 계산한다.

(2) N개의 작업과 3대의 기계

m대 기계의 흐름작업 일정계획에 대한 휴리스틱은 지난 수십년 동안 작업총처리시간(make span)을 최소화하는것을 주 목적으로 많이 개발되어 왔다[22,29].

본 연구에서는 작업 총 처리시간을 최소화하기 위해 개발된 방법으로 알려진 CDS규칙[7]을 적용하여 집단화(grouping)하여 두가지 방법의 알고리즘을 생각해 볼 수 있다.

방법 1 : 각 작업의 M₁₂와 M₂₃의 작업시간을 묶어서 2대의 기계문제로 하여 V-모형으로 하는 경우 (M₂₃ V-모형).

방법 2 : 마지막 기계인 M₃의 작업시간을 기준으로 V-모형으로 하는 경우(M₃ V-모형).

(a) 가중치가 없는 경우(알고리즘)

단계 1: 기계 M₂₃, 기계 M₃를 기준으로 V-모형순서로 작업을 순서화하고 공동납기의 위치를 정한다.

단계 2: 기계 M₂와 M₁에서도 위와 똑같은 작업순서로 하여 기계 M₁,M₂에서 작업중 지연시간을 고려한 일정계획을 역순으로 수립한다. 기계 M₁에서의 첫번째 작업의 시작시간을 '0'으로 보정한다.

단계 3: 단계1에서 구한 d*의 위치를 고정하고 공동납기를 구한다.

단계 4: 기계 M₁, M₂에서 작업중 지연 벌과금을 계산한다.

단계 5: 기계 M₁, M₂에서 공정중 일시대기 벌과금을 계산한다.

단계 6: 공동납기에 따른 조기완료 및 납기지연 벌과금을 계산한다.

단계 7: 작업중 지연, 공정중 일시대기 및 납기에 따른 조기완료 및 납기지연 벌과금의 총합을 계산한다.

(b) 가중치를 고려한 경우(알고리즘)

단계 1: 기계M₂₃, 기계M₃를 기준으로한 작업을 LPT로 순서화한다.

단계 2: 작업집합 B,A에 들어갈 작업을 선정한다.

단계 3: B에서는 LPT, A에서는 SPT로 순서화 한다.

단계 4: 기계 M₁,M₂도 기계 M₃와 똑같은 작업순서로 하여 기계 M₁,M₂에서 작업중 지연시간을 고려한 일정계획을 역순으로 수립한다. 기계 M₁에서의 첫번째 작업의 시작시간을 '0'으로 보정한다.

단계 5: 단계 4의 순서화에 의거한 공동납기를 결정한다.

단계 6: 기계 M₁, M₂에서 작업중 지연 벌과금을 계산한다.

단계 7: 기계 M₁, M₂에서 공정중 일시대기 벌과금을 계산한다.

단계 8: 공동납기에 따른 조기완료 및 납기지연 벌과금을 계산한다.

단계 9: 작업중 지연,공정중 일시대기 및 납기에 따른 조기완료 및 납기지연 벌과금의 총합을 계산한다.

3.4 수치 예

(1) N개의 작업과 2대의 기계

(a) 가중치가 없는 경우

Table 3-1 Two machines flow system example data

작업	J ₁	J ₂	J ₃	J ₄	J ₅
t _{J1}	3	5	1	6	7
t _{J2}	9	5	5	9	8

단계 1: 기계 M₂에서 V-모형순서로 한다.

LPT d* SPT
1 - 5 - 3 - 2 - 4

단계 2: 기계 M₁에서 첫작업의 시작시간을 '0'으로 간트 차트로 그리면 다음과 같다.(#=작업중지연)

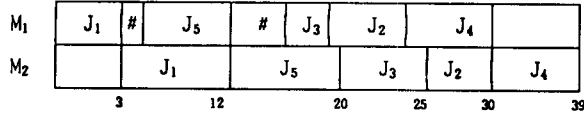


Figure 3-3 Two machines flow shop Gantt chart with unweight

단계 3: 공통납기결정 $d^*=25$

단계 4: 기계 M₁에서의 지연시간

$$I_{(5)1} = t_{(5)2} = 9, I_{(4)1} = 0, I_{(3)1} = 0$$

$$I_{(2)1} = \max\{0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + t_{(3)2} + t_{(2)2} - t_{(5)1} - t_{(4)1} - t_{(3)1} - I_{(5)1} - I_{(4)1} - I_{(3)1}\}$$

$$= \max\{0, 9 + 5 + 5 + 8 - 6 - 5 - 1 - 9\} = 6$$

$$I_{(1)1} = \max\{0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + t_{(3)2} + t_{(2)2} + t_{(1)2} - t_{(5)1} - t_{(4)1} - t_{(3)1} - t_{(2)1} - I_{(5)1} - I_{(4)1} - I_{(3)1} - I_{(2)1}\}$$

$$= \max\{0, 9 + 5 + 5 + 8 + 9 - 6 - 5 - 1 - 7 - 9 - 6\} = 2$$

$$I_{(x)} = 6 + 2 = 8$$

단계 5: 기계 M₁에 있는 작업의 공정중 일시대기 값을 계산

$$C_{(n)1} = 30 \quad ; \quad S'_{(n)2} = 30$$

$$C_{(n-1)1} = 30 - 6 = 24 \quad ; \quad S'_{(n-1)2} = 30 - 5 = 25$$

$$WIP_{(n-1)1} = 25 - 24 = 1$$

$$C_{(n-2)1} = 24 - 5 = 19 \quad ; \quad S'_{(n-2)2} = 25 - 5 = 20$$

$$WIP_{(n-2)1} = 20 - 19 = 1 \quad ; \quad WIP_{(x)} = 1 + 1 = 2$$

단계 6: 공통납기 기준 E/T 벌과금 ; $f(x) = 5 + 13 + 5 + 14 = 37$

단계 7: $F(x) = f(x) + I(x) + WIP(x) = 37 + 8 + 2 = 47$

(b) 가중치를 고려한 경우

위의 알고리즘에 대한 수치에는 Table 3-1과 동일하며 가중치는 $W_b=1, W_a=3$ 으로 가정한다.

단계 1: 기계 M₂에서 작업을 LPT로 순서화 ; $J_1 - J_4 - J_5 - J_3 - J_2$

단계 2: A와 B에 들어갈 작업을 선정 ; $B=[J_1, J_4, J_5, J_2], A=[J_3]$

단계 3: LPT, SPT로 순서화 ; $J_1 - J_4 - J_5 - J_2 - J_3$

단계 4: 기계 M₁에서 첫 작업의 시작시간을 '0'으로 간트차트를 그리면 다음과 같다.(#=작업중 지연)

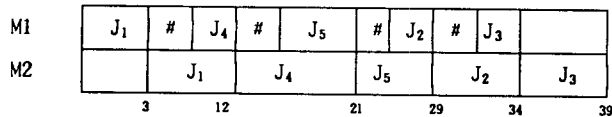


Figure 3-4 Two machines flow shop Gantt chart with weight

단계 5: 공통납기결정 $d^* = 34$

단계 6: 작업중 지연 벌과금

$$I_{(5)1} = t_{(5)2} = 5$$

$$I_{(4)1} = \max\{0, t_{(5)2} + t_{(4)2} - t_{(5)1} - I_{(5)1}\} = \max\{0, 5 + 5 - 1 - 5\} = 4$$

$$I_{(3)1} = \max\{0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + t_{(3)2} - t_{(5)1} - t_{(4)1} - I_{(5)1} - I_{(4)1}\}$$

$$= \max\{0, 5 + 5 + 8 - 1 - 5 - 5 - 4\} = 3$$

$$I_{(2)1} = \max\{0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + t_{(3)2} + t_{(2)2} - t_{(5)1} - t_{(4)1} - t_{(3)1} - I_{(5)1} - I_{(4)1} - I_{(3)1}\}$$

$$= \max\{0, 5 + 5 + 8 + 9 - 1 - 5 - 7 - 5 - 4 - 3\} = 2$$

$$I_{(1)1} = \max\{0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + t_{(3)2} + t_{(2)2} + t_{(1)2} - t_{(5)1} - t_{(4)1} - t_{(3)1} - t_{(2)1} - I_{(5)1} - I_{(4)1} - I_{(3)1} - I_{(2)1}\}$$

$$= \max\{0, 5 + 5 + 8 + 9 + 9 - 1 - 5 - 7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2\} = 3$$

$$I_{(x)} = 3 + 2 + 3 + 4 = 12$$

단계 7: 공정중 일시대기 벌과금 ; $WIP_{(x)} = WIP_{(x)1} = 0$

단계 8: 공통납기 벌과금 ; $f(x) = 5 + 13 + 22 + 3 \cdot 5 = 40 + 15 = 55$

단계 9: 총 벌과금 계산 ; $F(x) = f(x) + I(x) + WIP_{(x)} = 55 + 12 + 0 = 67$

(2) N개의 작업과 3대의 기계

(a) 가중치가 없는 경우

Table 3-2 Three machines flow shop example data

작업	J ₁	J ₂	J ₃	J ₄	J ₅
t _{J1}	3	5	1	6	7
t _{J2}	9	5	5	9	8
t _{J3}	5	7	9	8	7

단계 1 : 기계 M₂₃ 와 M₃를 기준으로 V-모형 순서화 한다.

기계 M₂₃ J₄ - J₁ - J₂ - J₃ - J₅ ; 기계 M₃ J₃ - J₂ - J₁ - J₅ - J₄

단계 2 : 기계 M₁에서 첫 작업의 시작시간을 '0'으로 간트차트를 그린다.(M₃ V-모형 생략)
(#=작업중 지연)

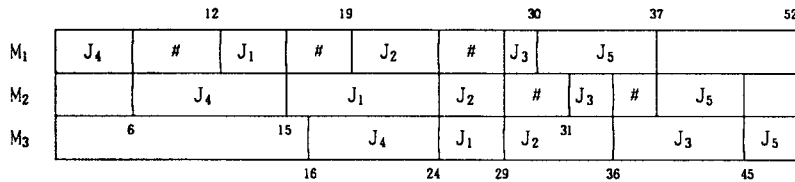


Figure 3-5 Three machines flow shop Gantt chart with unweight

단계 3 : 공통납기 결정 d* = 36

단계 4 : 작업중 지연 벌과금

i) M₂의 I값

$$I_{(5)2} = t_{(5)3} = 7$$

$$I_{(4)2} = \max[0, t_{(5)3} + t_{(4)3} - t_{(5)2} - I_{(5)2}] = \max[0, 7+9-8-7] = 1$$

$$I_{(3)2} = \max[0, t_{(5)3} + t_{(4)3} + t_{(3)3} - t_{(5)2} - t_{(4)2} - I_{(5)2} - I_{(4)2}] = \max[0, 7+9+7-8-5-7-1] = 2$$

$$I_{(2)2} = I_{(1)2} = 0$$

ii) M₁의 I값

$$I_{(5)1} = t_{(5)2} + I_{(5)2} = 8 + 7 = 15$$

$$I_{(4)1} = \max[0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + I_{(5)2} + I_{(4)2} - t_{(5)1} - I_{(5)1}] = \max[0, 0] = 0$$

$$I_{(3)1} = \max[0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + t_{(3)2} + I_{(5)2} + I_{(4)2} + I_{(3)2} - t_{(5)1} - t_{(4)1} - I_{(5)1} - I_{(4)1}]$$

$$= \max[0, 8+5+5+7+1+2-7-1-15-0] = 5$$

$$I_{(2)1} = \max[0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + t_{(3)2} + t_{(2)2} + I_{(5)2} + I_{(4)2} + I_{(3)2} + I_{(2)2} - t_{(5)1} - t_{(4)1} - t_{(3)1} - I_{(5)1} - I_{(4)1} - I_{(3)1}]$$

$$= \max[0, 8+5+5+9+7+1+2+0-7-1-5-15-0-5] = 4$$

$$I_{(1)1} = \max[0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + t_{(3)2} + t_{(2)2} + t_{(1)2} + I_{(5)2} + I_{(4)2} + I_{(3)2} + I_{(2)2} + I_{(1)2} - t_{(5)1} - t_{(4)1} - t_{(3)1} - t_{(2)1} - I_{(5)1} - I_{(4)1} - I_{(3)1} - I_{(2)1}]$$

$$= \max[0, 8+5+5+9+9+7+1+2+0+0-7-1-5-3-15-0-5-4] = \max[0, 6] = 6$$

iii) M₁, M₂의 I값 합 ; I_{(x)12} = I_{(x)1} + I_{(x)2} = (0+5+4+6) + (1+2+0+0) = 19

단계 5 : 공정중 일시대기 벌과금

i) M₂의 WIP 값

$$WIP_{(4)2} = WIP_{(3)2} = WIP_{(2)2} = 0 ; C_{(1)2} = 24 - 9 = 15$$

$$S_{(1)3} = 24 - 8 = 16 ; WIP_{(1)2} = 16 - 15 = 1$$

ii) M₁의 WIP 값

$$C_{(4)1} = 30 ; S_{(4)1} = 31$$

$$WIP_{(4)1} = 31 - 30 = 1 ; WIP_{(3)1} = WIP_{(2)1} = WIP_{(1)1} = 0$$

iii) M₁, M₂의 WIP 값 합

$$WIP_{(x)12} = WIP_{(x)1} + WIP_{(x)2} = 1 + 1 = 2$$

단계 6 : 공통납기 기준 E/T 벌과금

$$f_{(x)} = 7 + 12 + 9 + 16 = 44$$

단계 7 : $F_{(x)} = f_{(x)} + I_{(x)} + WIP_{(x)} = 44 + 19 + 2 = 65$

(b) 가중치를 고려한 경우

위의 알고리즘에 대한 수치에는 Table 3-2와 동일하며 가중치는 $W_0=1, W_a=3$ 으로 가정한다.

단계 1 : 기계 M₂₃, 기계 M₃을 기준으로 작업을 LPT로 순서화

기계 M₂₃ J₄ - J₅ - J₁ - J₃ - J₂ ; 기계 M₃ J₃ - J₄ - J₂ - J₅ - J₁

단계 2 : A와 B에 들어갈 작업을 선정(M₂₃ V-모형 생략)

B = [J₃J₄J₂J₁], A [J₅]

단계 3 : LPT, SPT로 순서화 ; J₃ - J₄ - J₂ - J₁ - J₅

단계 4 : 기계 M₁에서 첫작업의 시작시간을 '0'으로 간트차트를 그린다.(# = 작업중 지연)

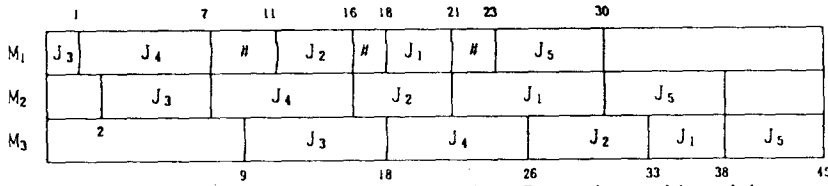


Figure 3-6 Three machines flow shop Gantt chart with weight

단계 5 : 공평납기 결정 $d^* = 38$

단계 6 : 작업중 지연 벌과금

i) M₂의 I 값

$$I_{(5)2} = t_{(5)3} = 7 ; I_{(4)2} = I_{(3)2} = I_{(2)2} = I_{(1)2} = 0$$

ii) M₁의 I 값

$$I_{(5)1} = t_{(5)2} + I_{(5)2} = 8 + 7 = 15$$

$$I_{(4)1} = \max[0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + I_{(5)2} + I_{(4)2} - t_{(5)1} - I_{(5)1}] = \max[0, 8+9+7+0-7-15] = 2$$

$$I_{(3)1} = \max[0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + t_{(3)2} + I_{(5)2} + I_{(4)2} + I_{(3)2} - t_{(5)1} - t_{(4)1} - I_{(5)1} - I_{(4)1}]$$

$$= \max[0, 8+9+5+7+0+0+0-7-3-15-2] = 2$$

$$I_{(2)1} = \max[0, t_{(5)2} + t_{(4)2} + t_{(3)2} + I_{(5)2} + I_{(4)2} + I_{(3)2} + I_{(2)2} - t_{(5)1} - t_{(4)1} - t_{(3)1} - I_{(5)1}$$

$$- I_{(4)1} - I_{(3)1}] = \max[0, 8+9+5+9+7+0+0+0-7-3-5-15-2-2] = 4$$

$$I_{(1)1} = 0$$

iii) M₁, M₂ 의 I값 합

$$I_{(x)12} = I_{(x)1} - I_{(x)2} = (2 + 2 + 4 + 0) + 0 = 8$$

단계 7 : 공정중 일시대기 벌과금

i) M₂의 WIP 값

$$C_{(5)2} = 38 ; S_{(5)3} = 38$$

$$C_{(4)2} = 38 - 8 = 30 ; S_{(4)3} = 38 - 5 = 33$$

$$WIP_{(4)2} = 33 - 30 = 3 ; C_{(3)2} = 30 - 9 = 21$$

$$S_{(3)3} = 33 - 7 = 26 ; WIP_{(3)2} = 26 - 21 = 5$$

$$C_{(2)2} = 21 - 5 = 16 ; S_{(2)3} = 26 - 8 = 18$$

$$WIP_{(2)2} = 18 - 16 = 2 ; C_{(1)2} = 16 - 9 = 7$$

$$S_{(1)3} = 18 - 9 = 9 ; WIP_{(1)2} = 9 - 7 = 2$$

ii) M₁의 WIP 값

$$WIP_{(4)1} = WIP_{(3)1} = WIP_{(2)1} = 0$$

$$C_{(1)1} = 1 ; S_{(1)2} = 2 ; WIP_{(1)1} = 2 - 1 = 1$$

iii) M₁, M₂의 WIP값 합

$$WIP_{(x)12} = WIP_{(x)1} + WIP_{(x)2} = (0+1) + (3+5+2+2) = 13$$

단계 8 : 공평납기 기준 E/T벌과금

$$f_{(x)} = (5 + 12 + 20) + 3 \times 7 = 58$$

단계 9 : $F_{(x)} = f_{(x)} + I_{(x)} + WIP_{(x)} = 58 + 8 + 13 = 79$

4. 模擬實驗

4.1 모의실험

본 장에서 提案된 알고리즘의 效率性 및 關聯要因을 分析하기 위하여 IBM PC로 FORTRAN 77을 사용하여 기계 2대인 경우 8000회, 기계 3대인 경우 12,000씩 實施하였다.

기계 2대와 3대의 경우 다음조건은 同一하다.

작업 N := 3,4,5,6 ; 가중치 : $W_b = 1, W_a = 1,2,3,4,5$

처리시간 : 일양분포 U(10,20), U(10,30)

評價基準은 실제 狀況의 문제에서 解를 쉽게 빨리 얻기위하여 最適解에 近似한 發見的 技法의 필요성이 증대되고 있으나 그 有效性을 評價하는 絶對的인 方法論은 아직 없다[17].

$$\text{본 연구에서의 평가기준은 평균값} = \frac{\text{휴리스틱값합} - \text{최적값합}}{\text{최적값합}} \text{으로}$$

평균값의 결과는 최적해에 대한 발견적 기법의 오차를 나타낸다[10,13].

4.2 결과

(1) 기계 2대인 경우

Table 4-1 Results of Test problem (N Jobs, 2 Machime)

Wa	N				
		3	4	5	6
1	U(10, 20)	0.0211716	0.0359181	0.0573489	0.0630565
	U(10, 30)	0.0303065	0.0539341	0.0866184	0.0936981
2	U(10, 20)	0.0169052	0.0530028	0.0799792	0.0911347
	U(10, 30)	0.0261231	0.0785317	0.1256293	0.1394669
3	U(10, 20)	0.0169052	0.0217518	0.0492699	0.0620601
	U(10, 30)	0.0261231	0.0352778	0.0787156	0.0963074
4	U(10, 20)	0.0169052	0.0217518	0.0238920	0.0412403
	U(10, 30)	0.0261231	0.0352778	0.0391165	0.0635062
5	U(10, 20)	0.0169052	0.0217518	0.0238920	0.0258571
	U(10, 30)	0.0261231	0.0352778	0.0391165	0.0406391

(2) 기계 3대인 경우

Table 4-2 Results of Test problem with U(10,20) (N Jobs,3 Machine)

Wa	N				
		3	4	5	6
1	M ₂₃	0.1372489	0.1354909	0.1565372	0.1983702
	M ₃	0.0896944	0.0932268	0.1292304	0.1528794
2	M ₂₃	0.1257569	0.1468308	0.1795606	0.2064797
	M ₃	0.0704164	0.1042709	0.1370968	0.1563546
3	M ₂₃	0.1257569	0.1275013	0.1379531	0.1753273
	M ₃	0.0704164	0.0722097	0.1005609	0.1330125
4	M ₂₃	0.1257569	0.1275013	0.1238486	0.1506857
	M ₃	0.0704164	0.0722097	0.0735782	0.1114726
5	M ₂₃	0.1257569	0.1275013	0.1238486	0.1383542
	M ₃	0.0704164	0.0722097	0.0735782	0.0871719

Table 4-3 Results of Test problem with U(10,20), U(10,30) (N Jobs,3 Machine)(M₃ Method)

Wa	N		3	4	5	6
	U(10,20)	U(10,30)				
1	U(10,20)		0.0896944	0.0932268	0.1292304	0.1528794
	U(10,30)		0.1252558	0.1389824	0.1995589	0.2478819
2	U(10,20)		0.0704164	0.1042790	0.1370968	0.1563546
	U(10,30)		0.1031876	0.1592685	0.2165184	0.2566912
3	U(10,20)		0.0704164	0.0722097	0.1005609	0.1330125
	U(10,30)		0.1031876	0.1101339	0.1606434	0.2163861
4	U(10,20)		0.0704164	0.0722097	0.0735782	0.1114726
	U(10,30)		0.1031876	0.1101339	0.1202482	0.1792216
5	U(10,20)		0.0704164	0.0722097	0.0735782	0.0871719
	U(10,30)		0.1031876	0.1101339	0.1202482	0.1428488

4.3 結果分析

4.3.1 작업 N, 기계 2대 일때

본 절에서는 N개의 作業과 2대의 機械에 適用할 수 있는 V-模型을 이용한 發見的 技法의 알고리즘에 대한 模擬實驗의 結果는 아래와 같다.

- (a) 作業 N 이 증가할 수록 효율은 감소 傾向을 나타낸다.
- (b) 加重値(W_a)가 증가할 수록 효율은 증가함을 알 수 있다.
- (c) 日當分포가 U(10,20)에서 U(10,30)으로 처리시간 값들의 분산이 클수록 효율은 평균 2.076% 감소 한다(N=3~6, W_a=1~5).
- (d) 日當分포 U(10,20), U(10,30) 두 경우의 最適解에 대한 오차율은 最低 1.69% 에서 最高 13.95%에 존재하므로 기계 2대 일때는 어느 경우나 적용가능하다(N=3~6, W_a=1~5).

4.3.2 작업 N, 기계 3대 일때

본 절에서는 N개의 作業과 3대의 機械에 적용할 수 있는 V-모형을 이용한 발견적 기법의 알고리즘에 대한 模擬實驗의 結果는 아래와 같다.

- (a) 제안된 두가지 방법 M₂₃, M₃의 V-模型에서, M₃의 V-模型이 M₂₃의 V-模型에 비하여 日當分포 U(10,20)에서 효율이 평균 4.778% 좋다(N=3~6, W_a=1~5).
- (b) N이 증가할수록 效率은 減少 傾向을 나타낸다.
- (c) 加重値(W_a)가 增加할 수록 效率은 증가함을 알 수 있다.
- (d) M₃의 方法에서 日當分포가 U(10,20)에서 U(10,30)으로 처리시간 값들의 分散이 클수록 效率은 평균 5.432% 減少한다(N=3~6, W_a=1~5).
- (e) 日當分포 U(10,20)에서 M₂₃, M₃ 의 두 V-模型 方法은 最適解에 대한 오차율이 最低 7.04% 에서 最高 20.65%로 適用可能하다(N=3~6, W_a=1~5).
- (f) M₃ V-模型 方法을 이용한 日當分포 U(10,20)에서 最適解에 대한 오차율이 最低 7.04% 에서 最高 15.63% 에 存在하므로 어느 경우에도 적용 가능하나 U(10,30) 에서 最適解에 대한 오차율이 10.32% ~ 25.67%에 존재하므로 부분적으로 選擇 適用可能하다(N=3~6, W_a=1~5).

5. 결 론

본 연구의 목적은 單一機械 및 並列機械 시스템의 日程計劃에 有效하게 利用할 수 있는 V-模型의 性質을 利用하여 흐름작업 시스템에 擴張 適用하는 알고리즘을 開發하고 그 要因을 評價하는데 있다. 따라서 本 論文에서는 既 研究된 單一機械 및 並列機械 시스템에 대한 理論을 整理 및 修正 補完하고 보다 현실적으로 적용가능한 휴리스틱 알고리즘을 提示하였다. 本 研究에서는 結果를 다음 3가지 分野로 나누어 要約 說明하면 다음과 같다.

- 1. 本 研究에서는 흐름작업 시스템에서 N작업 2대 및 M대의 機械에서 最適解에 대한 加重値가 동일한 경우와 加重値가 다른 경우의 알고리즘 개발을 위해 필요한 作業中 遲延 및 工程中 一時待機 費用을 定式化 하였으며

2. 흐름작업 시스템에서 加重値가 동일한 경우와 加重値가 다른 경우 마지막 기계를 기준으로 한 조기 완료 및 납기지연 벌과금과, 작업중 지연 및 공정중 일시대기 벌과금을 고려한 효율적인 알고리즘을 開發하고 共通納期를 決定하였으며

3. 흐름작업 시스템에서 開發된 알고리즘의 성능을 파악하기 위하여 模擬實驗을 실시하였다. 實驗結果는 다음과 같이 要約할 수 있다.

- (1) 흐름작업 시스템에서 作業數가 증가할 수록 效率은 減少傾向을 나타내며 加重値(W_n)가 증가할 수록 效率은 증가함을 알 수 있으며 一樣分布에서 處理時間 값들의 分散이 클수록 效率은 減少함을 알 수 있다.
- (2) 흐름작업 시스템의 N작업 기계 2대일 경우 U(10,20)에서 1.69% - 9.11%, U(10, 30)에서 2.61% - 13.95%의 오차가 발생하므로 어느 경우나 적용 가능하다.
- (3) 흐름작업 시스템의 N작업 기계 3대일 경우 마지막 기계를 기준으로 한 V-모형 일정계획(M_3)방법이 마지막 기계 2대의 作業時間 습을 기준으로 한 V-모형 일정계획(M_{23})방법보다 평균 5.43%의 오차가 적으므로 M_3 방법이 보다 우수함이 證明되었다.
- (4) M_3 방법은 U(10,20)에서 7.04%-15.63%, U(10,30)에서 10.31%-25.66%의 오차가 발생하므로 U(10,20)에서는 어느 경우나 적용가능하나 U(10,30)에서는 選別的으로 적용 가능하다.

앞으로의 연구과제는 각 作業數가 增加할 수록 效率이 減少하는 경향을 最小化할 수 있는 方法의 開發이 필요하다고 생각된다.

參 考 文 獻

1. Bagchi, U., Chang, Y.L. and Sullivan, R.S., "Minimizing Mean Absolute Deviation of Completion Time about a Common Due Date," Naval Research Logistics Quarterly, Vol.33, pp.227-240, 1986.
2. Bagchi, U., Chang, Y.L. and Sullivan, R.S., "Minimizing Absolute and Squared Deviations of Completion Times with Different Earliness and Tardiness Penalties and a Common Due Date," Naval Research Logistics Quarterly, Vol.34, pp. 739-751, 1987.
3. Bagchi, U., Chang, Y.L. and Sullivan, R.S., "Minimizing Mean Squared Deviation of Completion Times about a Common Due Date," Management Science, Vol.33, No.7, pp.894-906, 1987.
4. Baker, K.R. and Scudder, G.D., "On the Assignment of Optimal Due Date," J. Opl. Res. Soc., Vol.40, No.1, pp.93-95, 1989.
5. Baker, K.R. and Scudder, G.D "Sequencing with Earliness and Tardiness Penalties : A Review," Operations Research, Vol.38, No.1, pp.22-35, 1990.
6. Bector, C.R., Gupta, Y.P. and Gupta, M.C., "Determination of Optimal Common Due Date," Int. J. Prod. Res., Vol.26, No.4, pp.613-628, 1988.
7. Campbell, H.G., Dudek, R.A. and Smith, M.L., "A Heuristic Algorithm for the n Job m Machine Sequencing Problem," Management Science, Vol.16, No.10, pp.630-637, 1970.
8. Cheng, T.C.E., "An Algorithm for the Con Due-Date Determination and Sequencing Problem," Computer Opns. Res., Vol.14, No.6, pp.537-542, 1987.
9. Cheng, T.C.E., "A Note on a Partial Search Algorithm for the Single Machine Optimal Common Due Date Assignment and Sequencing Problem," Computer Opns. Res., Vol.17, No.3, pp.321-324, 1990.
10. Dobson, G. and Karmarker, U.S., "Simultaneous Resource Scheduling to Minimize Weighted FlowTimes," Operations Research, Vol. 37, No. 4, pp.592-600, 1989.
11. Eilon, S. and Chowdhury, I. G., "Minimizing Waiting Time Variance in the Single Machine Problem," Management Science, Vol.23, No6, pp. 567-575, 1977.
12. Emmons, H., "Scheduling to a Common Due Date on Parallel Uniform Processors," Naval Research Logistics Quarterly, Vol.34, pp.803-810, 1987.

13. Gelders, L.F. and Sambadam, N., "Four Simple Heuristics for Scheduling a Flow Shop," *Int. J. Prod. Res.*, Vol. 16, No.3, pp.221-231,1978.
14. Hall, N.G., "Single-and Multiple-Processor Models for Minimizing Completion Time Variance," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.33,pp.49-54, 1986.
15. Hall, N. and Posner, M., "Weighted Deviation of Completion Time about a Common Due Date," working paper 89-15, College of Business, The Ohio State University, Columbus.
16. Hall, N., Sethi, S. and Kusiak, W., "Deviation of Completion Time about a Restrictive Common Due Date," Working Paper 89-19, College of Business, The Ohio State University, Columbus.
17. Ignizio, J. P., "Solving Large - Scale Problems : A Venture into a New Dimension," *Journal of Operational Research Society*, Vol. 31, pp. 217-225, 1980.
18. Kanet, J.J., "Minimizing the Average Deviation of Job Completion Times about a Common Due Date," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.28,No.4, pp.643-651, 1981.
19. Lee, C.Y., Danusaputro, S.R. and Lin, C.S., "Minimizing Weighted Number of tardy jobs and Weighted Earliness-Tardiness Penalties about a Common Due Date," *Computer Opns. Res.*, Vol. 18, No.4, pp.379-389,1991.
20. Merten A.G. and Muller, M.E., "Variance Minimization in Single Machine Sequencing Problems," *Management Science*, Vol.18, No.9, pp.518-528, 1972.
21. Panwalker, S.S., Smith, M.L. and Seidmann, A., "Common Due Date Assignment to Minimize Total Penalty for the One Machine Scheduling Problem," *Operations Research*, Vol.30, No.2, PP.391-399, 1982.
22. Park, Y.B., Pegden, C.D. and Enscore, E.E., "A Survey and Evaluation of Static Flow Shop Scheduling Heuristics," *Int. J. Prod. Res.*, Vol.22, No.1, pp.127-141, 1984.
23. Peng, Si Ow and Morton, T.E., "The Single Machine Early/Tardy Problem," *Management Science*, Vol.35, No.2, pp.177-191, 1989.
24. Prabuddha De, Ghosh, J.B. and Wells, C.E., "A Note on the Minimization of Mean Squared Deviation of Completion Times about a Common Due Date," *Management Science*, Vol.35, No.9, pp.1143-1147, 1989.
25. Prabuddha De, Ghosh, J. B. and Wells, C. E., "Con Due-Date Determination and Sequencing," *Computer Opns. Res.*, Vol.17, No.4, pp.333-342, 1990.
26. Schrage, L., "Minimizing the Time -in -System Variance for a Finite Jobset," *Management Science*, Vol.21, No.5, pp.540-543, 1975.
27. Sidney, J.B., "Optimal Single Machine Scheduling with Earliness and Tardiness Penalties," *Operations Research*, Vol.25, No.1, pp.62-69, 1977.
28. Szwarc, W., "Single Machine Scheduling to Minimize Absolute Deviation of Completion Times from a Common Due Date," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.36, pp.663-673, 1989.
29. Vachajitpan, P., "Job Sequencing with Continuous Machine Operation," *Computer & Indus. Engng.*, Vol. 6, No. 3, pp. 255-259, 1982.