

## SWATH의 구조해석을 위한 Thin-Walled Beam 모델

이상갑\*, 고윤섭\*

Thin-Walled Beam Model for Structural Analysis of SWATH

by

Sang-Gab Lee\* and Yoon-Sup Ko\*

### 요 약

정확하고 효율적인 해석적 박판보 모델을 개발하여 반복적인 과부하를 받고 있는 SWATH 선의 전체적인 거동을 해석하고자 한다. SWATH 선을 단순한 채널형 박판보로 이상화하고, 박판보 모델은 기하학적으로 완전한 비선형 보를 응력성분으로 정식화하여 유한요소법에 의해 수치해석적으로 처리한다. 또한 복잡한 하중상태하의 재료의 비선형 거동을 잘 나타낼 수 있는 효율적인 주기적 소성모델도 고려한다.

이 박판보 모델은 단면에서의 응력분포를 국부적으로 매우 정확하게 나타내고, 재료가 항복되어 가는 과정을 쉽게 추적할 수 있게 한다. 그리고 전단변형의 영향을 국부적으로 취급함으로써 변형과 전단응력의 분포를 보다 더 정확하게 나타낼 수 있다. 이와 같은 해석적 박판보 모델에 의한 초기 설계단계에서의 해석은 바람직하다고 생각되며, 이 연구방법을 좀 더 진전시켜 보다 현실적인 박판보 모델을 개발할 필요성이 있다.

### Abstract

This study is intended to develop an accurate and efficient, analytical thin-walled beam model, and to analyze overall behavior of SWATH ship under repeated overloads. SWATH ship is idealized to a simple thin-walled beam of channel type. An analytical beam model is formulated by the stress component with geometrically (fully) nonlinear thin-walled beam and treated numerically by the Finite Element Method. An efficient cyclic plasticity model is also included, suitable for material nonlinear behavior under complex loading conditions.

The local stress distribution can be very exactly represented and the material yielding

---

발 표 : 1993년도 대한조선학회 춘계연구발표회('93. 4. 17)

접수일자 : 1993년 5월 27일, 재접수일자 : 1993년 9월 6일

\* 정회원, 한국해양대학교 조선공학과

propagation, easily traced. In addition, the local treatment of the effect of shear deformation improves the representation of deformation and shear stress distribution along the section contour. It is desirable to use the analytical thin-walled beam at initial design stage, and is needed to improve the practical thin-walled beam model advancing the current approach.

1. 서 론

SWATH선(SWATH Ship, Small Waterplane Area Twin Hull)은 고속선형에 적합할 뿐 아니라 선체운동과 저항의 감소효과로 거친 해상에서의 고속 유지 및 내항성이 우수하다는 장점을 지니고 있지만, 그 형태가 종래의 선박과 판이하고 구조설계시 적용할 설계규칙이 아직 정립되어 있지 않다[1-3]. SWATH선은 종래의 선박과는 달리 횡굽힘(Transverse Bending)과 비틀림(Torsion)에 대하여 낮은 강도를 가진 박판 구조물로서, 극단적으로 큰 외력이 작용하면 구조부재에는 좌굴과 소성변형이, 응력집중부는 피로균열이 발생하는 등 복잡한 거동을 나타낸다. 이것들을 모두 고려하여 동적해석을 수행하는 것은 어려움으로 정적, 동적 그리고 피로강도(Fatigue Strength) 분야로 구분하여 평가하고 있다. SWATH선에 대한 지금까지의 연구는 주로 운동성능[4] 및 설계하중 추정[5]등의 유체동역학적 분야에 집중되어 왔으나, 최종강도(Ultimate Strength) 및 피로강도등을 비롯한 구조설계 분야의 연구도 활발히 시도되고 있다[6-8].

최근에는 컴퓨터와 범용 프로그램들의 발달에 따라 선체를 3차원으로 해석하는 것이 가능하지만 선체 전체를 해석하는 것은 기억용량과 입출력 자료처리 등의 문제가 크며 또한 전체적인 거동을 보여주는 데는 적절하지 못한 면도 있다. 선체의 초기설계 단계에서 선체의 강도와 진동등 선체의 전반적인 거동은 선체를 박판보(Thin-walled Beam)로 단순화하여 해석해 왔다[9-16]. 개단면보(Open-section Beam)일 경우에는 폐단면보(Closed-section Beam)에 비하여 비틀림 강성(Torsional Rigidity)이 현저하게 약함으로 단면의 비틀림 워핑(Torsional Warping)에 대한 영향[17,18]과 단면의 도심(Centroid)과 전단중심(Shear Center)이 일치하지 않음으로 인한 수평-비틀림 연성진동[12-16]에 대한 문제들이 고려되고 있다. 그러나 박판보에 의한 이론은 주로 선형 탄성범위 내에 한정되어 있고 합응력(Stress Resultants)

에 의하여 정식화(Formulation)됨으로, 대변형과 재료의 소성에 관한 거동을 취급하기에는 부적합하다.

SWATH선 단면의 전형적인 기하학적 형상은 Fig 1.1(a)와 같이 갑판구조, Strut, Lower Hull, Haunch부 등으로 이루어져 있다. 단면의 뒤틀림(Distorsion)은 허용되지 않지만 비틀림과 전단변형(Shear Deformation)에 대한 워핑은 고려되는, Fig. 1.1(b)와 같은 간단한 채널형(Channel Type) 박판보로 SWATH선을 이상화하고, 반복적인 과부하를 받는 복잡한 하중상태하의 전체적인 거동을 살펴보고자 한다.

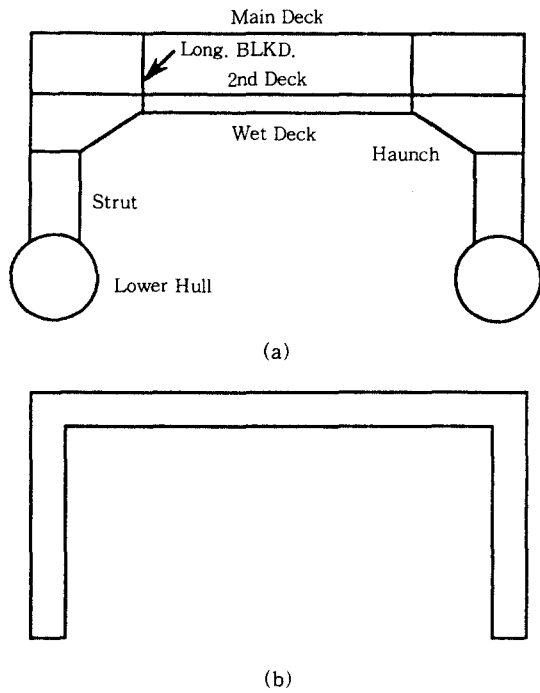


Fig. 1.1 Geometry of SWATH and its idealization

정도(Accuracy)가 높고 계산과정이 간결한 박판보의 해석적 모델로서는 기하학적으로 완전한 비선형(Fully Nonlinear) 보 모델을 응력성분(Stress Components)으로 정식화하고 유한요소법에 의해 수치해석적으로 처리하는 것이 바람직하다. 운동방정식을 단면에 대해 먼저 적분함으로써 3차원의 정식화를 1차원으로 처리할 수 있고, 응력성분으로 수치적 분함으로서 단면의 국부적인 거동, 즉 응력(Stress)이나 변형도(Strain) 등의 분포와 재료의 항복(Yielding)되어 가는 과정등을 쉽게 추적할 수 있다. 또한 합응력으로 정식화함으로써 인하여 생길 수 있는 다축응력상태(Multi-stress State)하에서의 적당한 항복곡면(Yield Surface)을 구하는 어려움도 피할 수 있다. 또한 반복적인 과부하를 받는 복잡한 하중상태하에서는 재료의 비선형 거동을 잘 나타내고 큰 규모의 계산에 적합한 효율적인 주기적 금속소성(Cyclic Metal Plasticity)모델의 개발도 필요하다. 3차원 대변형 문제에서 대체로 큰 어려움의 하나인 회전장(Rotation Field)을 정확하게 나타내는 방법으로서 오일러 각(Euler Angle)등이 일반적으로 유용하게 사용되고 있다. 단면의 비틀림에 의한 유한한 워핑(Finite Warping)과 전단변형으로 인한 미소 워핑(Infinitesimal Warping)을 고려함으로써 박판보의 변형을 기하학적으로 보다 더 정확하게 나타낼 수 있다. 이상의 박판보 모델을 반복하중을 받는 짧은 I형보의 횡-비틀 좌굴문제에 적용하여 좋은 결과를 얻었다[19].

2. 채널 보 모델(Channel Beam Model)

2.1 변형기하학의 기술(Kinematic Description)

보의 형상(Configuration)은 단면의 전단중심을 지나는 선의 위치벡터(Position Vector), 단면의 회전방향을 나타내는 3차원의 직교이동틀(Orthogonal Moving Frame), 그리고 워핑의 강도(Intensity of Warping)로서 묘사할 수 있다. 길이가  $L$  이고 부분적으로 매끈한 경계  $\partial\Omega$ 를 가지는 단면  $\Omega$ 인 직선보에서, 시간  $t=0$ 일 때의 기준상태  $B \equiv (0, L) \times \Omega \subset \mathbb{R}^3$ 에서의 기준좌표계는 기저벡터  $\{\hat{E}_i\}$ 와 함께  $\{X_i\}$ 로, 현재 상태에서의 공간좌표계는 기저벡터  $\{\hat{e}_i\}$ 에 따른  $\{x_i\}$ 로 표시한다. 그리고 두 좌표계는 일치하는 것으로 하지만, 그들의 기저벡터를 구별하는 것이 유용하다. 변형사상(Deformation Map)은  $\phi : B \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 로, 그리고 변형구배(Deformation Gradient)는

$F = \partial\phi / \partial X$ 로 나타낸다. 질점  $X \in B, x \in \phi(B)$ 들은 각각 그들의 위치벡터  $X$ 와  $x$ 로서 표현한다.

Fig. 2.1에서와 같이  $\{X_1, X_2, X_3\}$ 축은 각각 단면의 전단중심  $S$ 에서 보의 길이방향, 웨브(Web), 플랜지(Flange)에 나란한 방향을 향한다. 그리고 편리하게  $X_1 \equiv S$ 으로 하고, 채널형 단면의 기하학적인 성질을 무차원 패러미터(Parameter)  $m = 2bt_f/ht$ (웨브 면적에 대한 플랜지 면적에 대한 비)와  $n = b/h$ (웨브의 폭에 대한 플랜지의 깊이에 대한 비)로 나타낸다. 그리고  $e$ 와  $d$ 는 각각 웨브의 중심선에서 전단중심  $S$ 와 도심  $C$ 에 이르는 거리이다. 별도의 언급이 없으면 라틴 지수(Latin Index)는  $\{1,2,3\}$ , 그리스 지수(Greek Index)는  $\{2,3\}$ 의 값을 갖도록 한다.

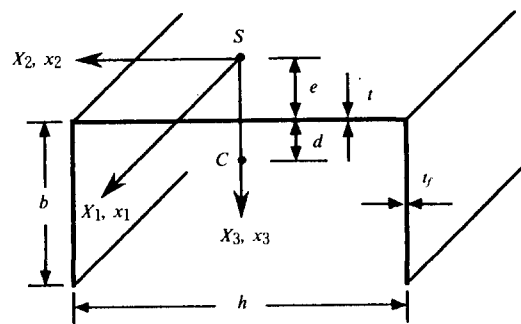


Fig. 2.1 Geometry of channel section

2.1.1 변형기하학의 가정(Kinematic Hypothesis)

보 단면의 유한변형(Finite Deformation)과 유한회전(Finite Rotation)뿐 아니라 비틀림에 의한 유한한 워핑과 전단변형에 의한 미소 워핑을 고려하는 변형기하학의 모델은 아래와 같은 순서로 유도한다. 먼저 보 단면의 유한변형과 유한회전은 다음과 같은 변형사상으로 나타낼 수 있다[20].

$$\phi = \phi_0(S) + X_\alpha t_\alpha(S) \tag{2.1}$$

여기에서

$$\phi_0(S) = [S + u(S), v(S), w(S)]^T \tag{2.2}$$

는 단면의 전단중심의 위치벡터를 나타내고, 변위  $u(S), v(S)$ 와  $w(S)$ 는 각 축방향으로의 변위성분이다.

단면의 회전방향은 Fig. 2.2에서와 같이 전단중심에 있는 직교이동기저벡터(Orthonormal Moving Basis Vector)  $\{t_i(S)\}$ 로 나타낼 수 있고, 직교변환 매트릭스(Orthogonal Transformation Matrix)  $\Lambda(S) = \Lambda_j \hat{e}_j \otimes \hat{E}_i$ 에 의하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$t_i(S) = \Lambda(S) \hat{E}_i = \Lambda_{ji}(S) \hat{e}_j \quad (2.3)$$

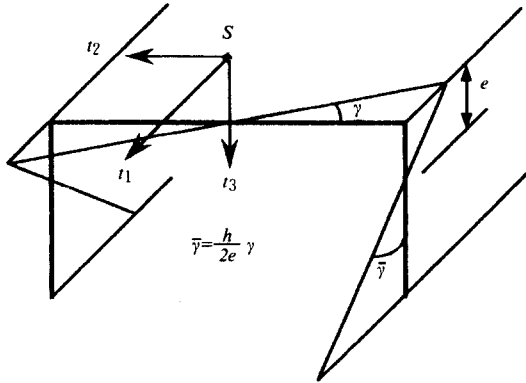


Fig. 2.2 Finite rotation due to primary torsional warping

주 비틀림 워핑(Primary Torsional Warping)에 의하여 단면의 각 요소들은 Fig. 2.2에서와 같이 크기는 유한하지만 평면을 유지하면서 변형되고[24], Fig. 2.3에서와 같이 단면의 웹, 상부 및 하부 플랜지에 새로운 직교틀(Orthogonal Frame)이 형성된다.

$$\begin{aligned} t_i^w &= P_{ij}(\gamma) t_j, & i, j \in \{1, 2\} \\ t_i^b &= Q_{ij}(\bar{\gamma}) t_j, & t_i = Q_{ji}(\bar{\gamma}) t_j, \quad i, j \in \{1, 3\} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$P(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix}, \quad Q(\bar{\gamma}) = \begin{bmatrix} \cos \bar{\gamma} & -\sin \bar{\gamma} \\ \sin \bar{\gamma} & \cos \bar{\gamma} \end{bmatrix}$$

여기에서  $w$ ,  $t$ 와  $b$ 는 각각 단면의 웹, 상부 및 하부 플랜지를 의미한다. 변형사상(2.1)은 비틀림에 의한 주 워핑을 고려하여 다음과 같이 변환된다.

$$\phi(x) = \phi_0(S) + X_2 \begin{bmatrix} t_2 \\ t_2^w \\ t_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_3 - 2e \\ X_3 \\ X_3 - 2e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_3^b \\ t_3 \\ t_3^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2e \\ 0 \\ 2e \end{bmatrix} t_3 \quad (2.5)$$

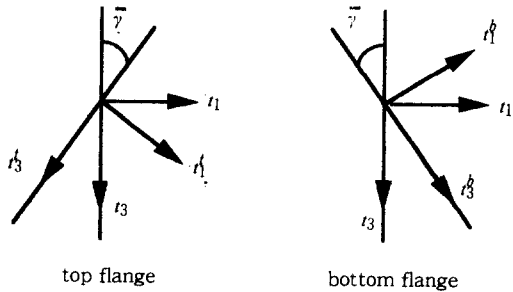
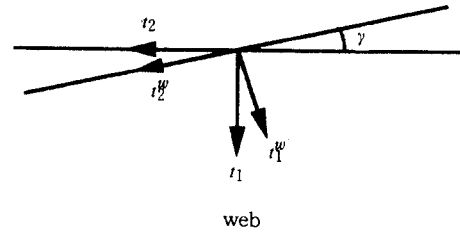


Fig. 2.3 Finite rotation of section elements

전단변형으로 인한 단면의 워핑은 보가 짧거나 전단계수가 극단적으로 낮을 경우에는 무시할 수 없다. Cowper[21]가 처음으로 Timoshenko의 보이론에서 취급되는 전단계수(Shear Coefficient)를 계산하는 방법을 개발하고, Simo[22]는 Cowper의 전단계수를 직접 유도할 수 있는 변형기하학의 가정을 보였다. 그리고 Hjelmstad[23]는 이것을 발전시켜 독립적인 자유도로서의 워핑을 일으키는 보이론을 개발하였다. Fig. 2.4에서와 같이 주 비틀림 워핑 단면에 수직인 미소 전단 워핑을 일으키는 보이론을 개발하였다. Fig. 2.4에서와 같이 주 비틀림 워핑 단면에 수직인 미소 전단 워핑변형을 중첩한다. 이 워핑들은  $\Psi_i(X_2, X_3) \beta_i(S)$ 와 같이 나타낼 수 있는데, 여기서 함수  $\beta_i(S)$ 들은 워핑의 기저함수(Basis Function)들  $\Psi_i(X_2, X_3)$ 에 의해 규정되는 워핑 강도를 나타낸다.

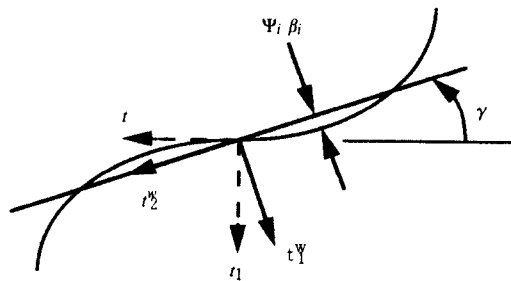


Fig. 2.4 Distribution of warping in web

미소전단 워핑들을 고려한 새로운 변형사상은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \phi_0(S) + X_2 \begin{Bmatrix} t_2 \\ t_2^w \\ t_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} X_3-2e \\ X_3 \\ X_3-2e \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} t_3 \\ t_3 \\ t_3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 2e \\ 0 \\ 2e \end{Bmatrix} t_3 \\ &+ \Psi_i(X_1, X_3) \beta_i(S) \begin{Bmatrix} t_i \\ t_i^w \\ t_i \end{Bmatrix} \quad (2.6) \\ &= \phi_0(S) + \alpha_i(X) t_i \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned} \alpha_1(X) &= X_2 \begin{Bmatrix} 0 \\ \sin\gamma \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} X_3-2e \\ 0 \\ X_3-2e \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -\sin\bar{\gamma} \\ 0 \\ \sin\bar{\gamma} \end{Bmatrix} + \Psi_i \beta_i \begin{Bmatrix} \cos\bar{\gamma} \\ \cos\gamma \\ \cos\bar{\gamma} \end{Bmatrix} \\ \alpha_2(X) &= X_2 \begin{Bmatrix} 1 \\ \cos\gamma \\ 1 \end{Bmatrix} - \Psi_i \beta_i \begin{Bmatrix} 0 \\ \sin\gamma \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \alpha_3(X) &= \begin{Bmatrix} X_3-2e \\ X_3 \\ X_3-2e \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos\bar{\gamma} \\ 1 \\ \cos\bar{\gamma} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 2e \\ 0 \\ 2e \end{Bmatrix} - \Psi_i \beta_i \begin{Bmatrix} -\sin\bar{\gamma} \\ 0 \\ \sin\bar{\gamma} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

2.1.2 유한한 회전(Finite Rotation)

직교변환매트릭스  $\Lambda(S)$ 는 3개의 회전매트릭스 (Rotation Matrix)  $A_1, A_2$ 와  $A_3$ 의 곱으로 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Lambda(S) &= A_1(\theta_1(S)) A_2(\theta_2(S)) A_3(\theta_3(S)) \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & -S_1 \\ 0 & S_1 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_2 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C_2 C_3 & S_1 S_2 C_3 - C_1 C_3 & C_1 S_2 C_3 + S_1 S_3 \\ C_2 C_3 & S_1 S_2 C_3 - C_1 C_3 & C_1 S_2 C_3 - S_1 S_3 \\ -S_2 & S_1 C_2 & C_1 C_2 \end{bmatrix} \quad (2.8) \end{aligned}$$

여기에서  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 는 각각  $X_1, X_2, X_3$ 축에 대한 유한 회전각을 나타내는 오일러 각들로서  $X_3, X_2, X_1$ 축의 순서대로 회전하고,  $C_i = \cos \theta_i(S), S_i = \sin \theta_i(S)$ 이다.

2.1.3 전단변형에 의한 2차 워핑(Secondary Warping)

비틀림에 대한 2차 워핑 함수는 다음과 같다.

$$\Psi_1 = \begin{cases} -\frac{mm}{1+3m}(120 X_2^3 - 3h^2 X_2 C_{10}) & \text{in web} \\ \text{sgn}(X_2)[40(X_3-2e)^3 - 3h^2(X_3-2e)C_{11}] & \text{in flange} \end{cases} \quad (2.9)$$

여기에서 상수  $C_{10}, C_{11}$ 은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} C_{10} &= \frac{10[(1+3m)^2 + 6n^2(2+6m+3m^2)]}{(1+3m)^2} \\ C_{11} &= 10n^2 \frac{(2+3m)^2}{(1+3m)^2} \end{aligned} \quad (2.10)$$

그리고 전단변형에 의한  $X_2, X_3$ 축 방향의 2차 워핑 함수들은 각각 다음과 같다.

$$\Psi_2 = \begin{cases} 2(20 X_2^3 - 3^2 X_2 C_{20}) & \text{in web} \\ \frac{h}{2} \text{sgn}(X_2)[120(X_3-e)^3 - 240b(X_3-e) + h^2 C_{21}] & \text{in flange} \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\Psi_3 = \begin{cases} -d(120 X_2^3 - 3h^2 C_{30}) & \text{in web} \\ 40(X_3-e-d)^3 - 3h^2(X_3-e-d)C_{31} & \text{in flange} \end{cases} \quad (2.12)$$

또한 상수  $C_{20}, C_{21}$  및  $C_{30}, C_{31}$ 들도 아래와 같다.

$$\begin{aligned} C_{20} &= \frac{1+5m(1-8m^2)}{(1+3m)}, \quad C_{21} = \frac{4(1+60mm)^2}{(1+3m)} \\ C_{30} &= \frac{30(1+m)(4+3m+n^2) + 4n^2(24+12m+2n^2-n^3)}{(1+m)^2(4+m)} \\ C_{31} &= \frac{2n^2(16+8m+8m^2+n^3) - 20m(1+m)}{(1+m)^2(4+m)} \end{aligned} \quad (2.13)$$

2.1.4 변형구배(Deformation Gradient)

변형사상 (2.6)에 대한 변형구배는 다음과 같다.

$$F(X) = \phi_{,i} \otimes \hat{E}_i = [\phi_0'(S) + \alpha_i(X) t_i'(S)] \otimes \hat{E}_i + \alpha_{i,j}(X) t_i(S) \otimes \hat{E}_j \quad (2.14)$$

여기에서 단면의 전단중심의 위치벡터와 이동기저벡터의 도함수들은 아래와 같다.

$$\phi_0'(S) = [1 + u'(S), v'(S), w'(S)]^T \quad (2.15)$$

$$t_i'(S) = A' E_i = A'_{,k} \theta_k' E_i = \frac{\partial A}{\partial \theta_k} \frac{d\theta_k}{dS} E_i \quad (2.16)$$

프라임(Prime)은  $(\cdot)' = d(\cdot)/dS$ 을, 콤마(Comma)는  $(\cdot)_{,k} = \partial(\cdot)/\partial X_k$ 를 의미한다. 그리고  $A_{,k} = \partial A / \partial \theta_k$ 이고,  $\alpha_{i,j}$ 는  $\alpha_i(X)$ 의 구배이다.

2.2 평형 방정식  
(Equilibrium Equations, Weak Form)

임의의 경계조건을 만족하는 허용변분(Kinematically Admissible Variation)  $\eta$ 에 대하여 다음과 같이 약세형(Weak Form)으로 평형 방정식을 표현할 수 있다[25].

$$G(\phi, \eta) = \int_B P : (DF \cdot \eta) dV - \int_B \rho_0 B \cdot \eta dV - \int_{\partial B} \bar{t} \cdot \eta dS = 0 \quad (2.17)$$

여기서 P는 제1 Piola-Kirchhoff 응력텐서(Stress Tensor),  $\rho_0$ 는 기준상태에서의 밀도이고, B는 체적력이다. 그리고 표면력(Traction)  $\bar{t}$ 는 경계부분  $\partial B_l$ 에서, 변형은 경계부분  $\partial B_u$ 에서 규정된다. 즉  $\partial B_u \cup \partial B_l = \partial B$ ,  $\partial B_u \cap \partial B_l = \emptyset$ . 그리고  $DF \cdot \eta$ 는 변형구배의 변분으로서 다음과 같은 방향 도함수(Directional Derivative)의 공식을 이용하여 구한다.

$$DF(X, u(S)) \cdot \eta = \frac{d}{d\epsilon} [F(X, u + \epsilon \eta)]_{\epsilon=0} \quad (2.18)$$

여기에서  $u(S)$ 는 일반화된 변위벡터(Generalized Displacement Vector)이고  $\eta(S)$ 는  $u(S)$ 의 변분이다. 편의를 위해 제1 Piola-Kirchhoff 응력텐서는 제2 Piola-Kirchhoff 응력텐서( $S = FP$ )로 대체하고, 이에 대응되는 Green-Lagrangian 변형도텐서  $E = (F^T F - 1) / 2$ 를 사용한다.

평형방정식 (2.17)에는 St. Venant의 비틀림에 대한 항이 없는데, 아래와 같이 이 영향을 고려할 수 있다.

$$G_{sv}(\phi, \eta) = \int_B \tau_{sv} (D\Gamma_{sv} \cdot \eta) dV = \int_0^L m_{sv} (D\kappa_1 \cdot \eta) dS \quad (2.19)$$

여기에서  $\tau_{sv}$ 는 St. Venant의 비틀림과 관련된 응력우력(Stress Couple),  $\Gamma_{sv}$ 는  $\tau_{sv}$ 의 일반화된 공액 변형도(Generalized Conjugate Strain), 그리고  $D\Gamma_{sv} \cdot \eta$ 는 그의 변분변형도이다. St. Venant의 비틀림 변형도는 단면의 좌표계와는 무관함으로 식 (2.19)의 우변과 같이 적분할 수 있다.  $m_{sv}$ 는 단면에 분포되어 있는 St. Venant의 합력토크(Resultant Torque)이고,  $k_1(S)$ 는 비틀림 곡률(Torsional Curvature)로서 간단히 St. Venant 변형도가 이것을 대신할 수 있다, 즉  $\Gamma_{sv} = k_1(S)$ . 따라서 응력우력은  $\tau_{sv} = GJ^* k_1(S)$ 와 같이 나타낼 수 있고,  $J^*$ 는 단면의 중심선을 따라 분포된 비틀림 상수로서 플랜지에서는  $i^3/3$ , 웨브에서는  $t^3/3$ 로 나타낼 수 있다.

2.2.1 지배방정식의 선형화(Linearized Governing Equations)

중간상태(Intermediate Configuration)  $\bar{\phi} : B \rightarrow \mathbb{R}^3$ 에 대한 평형방정식 (2.17)을 선형화(Linearization)하면 다음과 같다.

$$L[G]_{\bar{\phi}} = \int (DF \cdot \eta)_{\bar{\phi}} : [S \otimes 1 + F^T \frac{\partial S}{\partial E} F]_{\bar{\phi}} : (DF \cdot \Delta \phi)_{\bar{\phi}} dV + G(\bar{\phi}, \eta) \quad (2.20)$$

여기에서 1은 단위 매트릭스이고,  $\Delta \phi : B \rightarrow \mathbb{R}^3$ 는 증분변형(Increment Motion)이다. 그리고 적분항은 접선강성도(Tangent Stiffness)로서, 그것의 첫째항은 기하학적인 부분이고 둘째항은 재료적인 항이다. 마지막 항은 불평형력(Out-of-balance Force)로서 다음과 같고,  $\bar{\phi}$ 가 평형상태이면 없어진다.

$$G(\bar{\phi}, \eta) = \int_B P : (DF \cdot \eta)_{\bar{\phi}} dV - \int_{\partial B} \bar{t} \cdot \eta dS \quad (2.21)$$

그리고 St. Venant 항에 대한 선형화도 비슷하게 다음과 같이 수행된다.

$$L[G_{sv}] = \int_0^L (D\kappa_1 \cdot \eta)_{\bar{\phi}} : [\frac{dm_{sv}}{d\kappa_1}]_{\bar{\phi}} : (D\kappa_1 \cdot \Delta \phi)_{\bar{\phi}} dS + G_{sv}(\bar{\phi}, \eta) \quad (2.22)$$

여기에서  $dm_{sv} / d\kappa_1 = GJ^*$ 이다

식 (2.20)에서의 변형구배 F의 방향도함수  $DF \cdot \Delta \phi$ 는 다음과 같다.

$$DF \cdot \Delta \phi = \Delta \phi_0' \otimes \hat{E}_1 + (\Lambda' \Delta \alpha_i + \alpha_i \Delta \Lambda') \hat{E}_i \otimes \hat{E}_1 + (\Lambda \Delta \alpha_{ij} + \alpha_{ij} \Delta \Lambda) \hat{E}_i \otimes \hat{E}_j \quad (2.23)$$

여기서  $\Delta \phi_0' = [\Delta u', \Delta v', \Delta w']^t$ ,  $\Delta \Lambda = \Lambda$ ,  $k \Delta \theta_k$ ,  $\Delta \Lambda' = \Lambda$ ,  $k \theta_k' \Delta \theta_l + \Lambda$ ,  $k \Delta \theta_k'$ , 그리고  $\Delta \alpha_i$ 와  $\Delta \alpha_{ij}$ 는 각각 계수  $\alpha_i$ 와 그의 도함수  $\alpha_{i,j}$ 의 증분이다. 식 (2.20)에서의 방향도함수  $DF \cdot \eta$ 는  $\Delta \phi$ 와  $\eta$ 가 방향이 서로 다르다는 것 이외는  $DF \cdot \Delta \phi$ 와 동일하다.

2.2.2 유한요소 정식화

식 (2.20)은 유한요소법(Finite Element Method)으로 취급하기 적당한 형태로 되어있다. 보는 3개의 절점에 각각 다음과 같은 10개의 자유도를 가지는 요소로 분할된다. 일반화된 변위  $u(S) = (u, v, w, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \gamma)^t$ 는 절점변위  $U = [U, V, W, \Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, B_1, B_2, B_3, \Gamma]^t$ 로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(S) = \sum_{i=1}^N h_i(S) U_i \quad (2.24)$$

여기에서  $h_i(S)$ 는  $C^0$ 의 연속성을 갖는 보간함수(Interpolation Function),  $U_i$ 는 절점  $i$ 에서의 절점변위 벡터이고  $N$ 은 각 요소의 절점수이다. 각 절점에서의 방향도함수들은 다음과 같이 증분으로서 나타낸다.

$$DF \cdot \Delta \phi = B(X, u(S)) \Delta U, \quad DF \cdot \eta = B(X, u(S)) \eta \quad (2.25)$$

여기서  $B(X, u(S))$ 의 행(Row)들은  $DF \cdot \Delta \phi$ 의 성분들과 1대 1로 대응한다.

위의 결과를 사용하여 선형화된 평형방정식 (2.20)은 증분 절점변위  $\Delta U$ 에 대하여 다음과 같은 표준적인 이산화 문제(Discrete Problem)로 귀납된다.

$$K_i \Delta U = f_i \quad (2.26)$$

여기에서 접선강성도  $K_i$ 와 불평형력  $f_i$ 는 모든 요소의 합으로서 다음과 같다.

$$K_i = \sum_e \int_B B' [S \otimes 1 + F' D^{\text{ep}} F]_{\bar{\phi}} B dV, \quad f_i = F_i - \sum_e \int_B B' : P_{\bar{\phi}} dV \quad (2.27)$$

여기에서  $F_i$ 는 현재 작용 절점하중 벡터이다. 그리고, 응력  $S_{\bar{\phi}}$ 와 탄소성 구성매트릭스  $[D^{\text{ep}}]_{\bar{\phi}}$ 의 비탄성(Inelasticity)으로 인하여 단면에서는 일반적으로 비선형으로 변함으로 수치해석적으로 단면에 대하여 적분하여야 한다. 체널형 단면에서는 3개의 부분, 즉 웨브와 2개의 플랜지로 나누어, 각각의 부분에 대하여 Gauss-Lobotto 적분법을 적용하고 더함으로서 적분을 행한다. 그리고 길이 방향으로는 Shear Locking을 방지하기 위하여 감차적분법(reduced integration)을 사용한다.

3. 소성모델(Plasticity Model)

단순 부하(Monotonic Loading)시의 재료의 변형 경화(Strain Hardening)의 영향은 일반적으로 간단한 등방성 경화법칙(Isotropic Hardening Rule)으로, 반복하중(Cyclic Loading)이나 제하(Unloading)시의 재료의 이방성 거동, 예를 들면 Bauschinger 효과등은 이동 경화법칙(Kinematic Hardening Rule)을 모델로 사용하였다. 그러나 이러한 단순한 모델들은 초기 탄성제하(Elastic Unloading) 단계에서 역하중(Reversed Loading)을 받는 영구연성(Permanent Softening)으로 천이되는 단계에서와 같은 실제 소성거동을 잘 나타내지 못한다.

이러한 부적합함을 극복하는 첫시도로 Duwez[26]가 기계적 부층모델(Mechanical Sublayer Model)을 제안한 것을 시발로 하여, 이것의 기본적인 개념을 확장하여 Mroz[27]등은 다곡면모델(Multisurface Model)을 사용하여 다축응력(Multiaxial Stress)상태의 거동을 묘사하였다. 또한 Krieg[28]와 Dafalias[29]등은 이곡면모델(Two Surface Model) 또는 한계곡면모델(Bounding Surface Model)등으로 다곡면모델을 단순화시켰고, Petersson & Popov[30]와 Popov & Petersson[31]는 항복곡면과 한계곡면사이에 보조곡면(Auxiliary Surface)들을 사용하여 보다 더 현실적으로 나타내었다. Rees[32]는 균일경화 퍼텐셜장(Field of Uniform Hardening Potential)의 향으로서 이동경화법칙의 개념을 확장시켰고, 최근에는[33] 다곡면, 등가변형도 퍼텐셜의 개념도 제안하였다.

이러한 주기적 소성모델(Cyclic Plasticity Model)들은 실제 재료의 거동을 잘 나타내고 있지만 큰 규모의 수치계산에 적합하지 않을 뿐 아니라, 기존 모델들의 장점을 가지는 수치계산적으로 효율적인

모델이 필요하다. 비선형 구성방정식(Nonlinear Constitutive Equation)은 Simo & Taylor[34]가 제안한 일관된 반환사상연산(Consistent Return Mapping Algorithm)과 여기에서 제안하는 새로운 이동경화법칙의 모델과 결합하여 해를 구한다. 새로운 이동경화법칙의 모델은 각 반복하중 단계마다 새로운 등방성 경화법칙의 장을 구하는 것으로, 이 모델에 필요한 일련의 매개변수들은 단순인장 시험으로부터 결정된다.

3.1 등방성 경화(Isotropic Hardening)

비선형 등방성 경화법칙(Nonlinear Isotropic Hardening Law)의 전형적인 모델은 Fig. 3.1과 같고, 선형부분과 지수부분으로 이루어진다.

$$\kappa(\bar{\epsilon}^p) = \kappa_0 + K\bar{\epsilon} + (\kappa_x - \kappa_0)[1 - e^{-\bar{\epsilon}}] = \kappa_0 + A(\bar{\epsilon}^p) \quad (3.1)$$

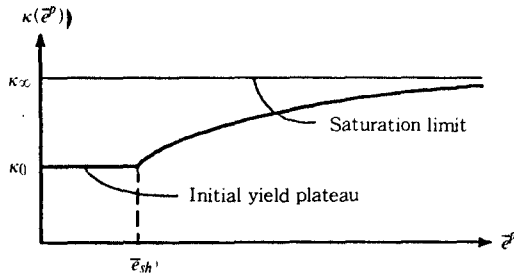


Fig. 3.1 Nonlinear isotropic strain hardening model

여기서  $\kappa_0$ 는 항복곡면(Yield Surface)의 초기반경이고,  $\kappa_x$ 는 그것의 극한반경,  $K$ 은 선형경화율, 그리고  $\gamma$ 은 지수경화의 초기율이다. 그리고 변수  $\bar{\epsilon}$ 은 다음과 같이 표현되는 등가 소성변형도(Equivalent Plastic Strain)로서 항복플래토(Yield Plateau)도 고려하고 있다.

$$\bar{\epsilon} = \begin{cases} 0 & 0 \leq \bar{\epsilon}^p \leq \bar{\epsilon}_{sh} \\ \bar{\epsilon}^p - \bar{\epsilon}_{sh} & \bar{\epsilon}_{sh} \leq \bar{\epsilon}^p \end{cases} \quad (3.2)$$

여기서  $\bar{\epsilon}_{sh}$ 는 항복플래토 구간의 길이를 나타낸다.

유효응력(Effective Stress)과 유효변형도(Effective Strain)를 이용하여 어떠한 응력상태에서도 적용할 수 있는 만능 응력-변형도 곡선(Universal Stress-strain Curve)을 사용할 수 있다[31]는 가정하에, 만능곡선의 종축으로부터 하중곡면의 반경을

취함으로서 일련의 하중곡면의 장(Field of Loading Surfaces)을 구축할 수 있다. 응력공간에서의 각 곡면에는 만능곡선으로부터 결정되는 것과 같이 특유의 등가 소성변형도가 할당된다. 하중곡면의 반경들은 다음과 같이 계산된다.

$$f_q = \kappa(\bar{\epsilon}_q^p) \quad (3.3)$$

단축인장 시험에서는 법선응력과 법선변형도가 유효응력과 유효변형도와 일치함으로 단축  $\kappa-\bar{\epsilon}^p$ 곡선을 단조 인장시험에서 구하는 것이 편리하다.

3.2 다축 주기적 소성모델(Multiaxial Cyclic Plasticity Model)

반복하중을 받는 경우의 변형 경화함수는 단조 비선형 등방성 경화함수로 부터 다음과 같이 일반화시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \kappa_{(m)} = & \kappa_0 + (-1)^m A(\bar{\epsilon}_{m-1}^p + \Delta\bar{\epsilon}^p) + (-1)^{m+1} A(\bar{\epsilon}_{m-1}^p - \Delta\bar{\epsilon}^p) \\ & + 2A(\Delta\bar{\epsilon}^p) + \sum_{j=0}^{m-2} [(-1)^{m+j+1} 2A(\sum_{i=j}^{m-2} \Delta\bar{\epsilon}_i^p + \Delta\bar{\epsilon}^p) \\ & + (-1)^{m+j} 2A(\sum_{i=j}^{m-2} \Delta\bar{\epsilon}_i^p)] \end{aligned} \quad (3.4)$$

여기서  $\bar{\epsilon}_{m-1}^p$ 은  $m$ 번째 역하중시의 등가 소성변형도이고,  $\Delta\bar{\epsilon}_{m-1}^p$ 은  $\Delta\bar{\epsilon}_{m-1}^p$ 과  $\Delta\bar{\epsilon}_m^p$ 과의 차이이다.

위의 모델을 편리하게 설정(Implement)하기 위하여, 다음과 같은 몇개의 내부 소성변수(Internal Plastic Variable)들이 필요하다: 역하중상태의 순차 번호, 등가 소성변형도, 항복곡면의 중심, 등방성경화 퍼텐셜장의 중심, 앞 주기에서 가장 최근의 항복곡면 중심.  $m$ 번째 역하중에 대한 항복조건은 다음과 같다.

$$\phi_{(m)} = \frac{1}{2} \xi_m : \xi_m - \frac{1}{3} \kappa_{(m)}^2(\bar{\epsilon}^p) \leq 0, \quad \xi_m = s - \alpha'_{(m)} \quad (3.5)$$

여기서  $m$ 번째 등가변형도 퍼텐셜장의 중심인  $\alpha'_{(m)}$ 은 바로 앞 주기에서의 항복곡면의 중심으로서,  $m$ 번째 주기의 하중상태에서는 변하지 않는다.

제안하고 있는 모델에서의 항복곡면의 이동은 Fig. 3.2에 체계적으로 잘 나타나 있다. 항복곡면이 하중곡면을 교차하지 않도록 다음과 같은 계약을 둔다: 두 곡면이 서로 접촉할 때 하중곡면에 접하도록 항복



곡면은 회전할 수 있지만, 소성변형이 일어나는 동안에도 항복곡면의 크기와 모양은 변하지 않는 것으로 가정한다. 이들 곡면들은 다음과 같이 정의된다.

$$f^{\kappa}(S_n - \beta^{(\kappa+1)}) = \kappa_0, \quad f^{\kappa+1}(S_{n+1} - \beta^{(\kappa+1)}) = \kappa_0, \\ F^{\kappa}(S_n - \alpha_{(m)}) = \kappa^{(\kappa)}, \quad F^{\kappa+1}(S_{n+1} - \alpha_{(m)}) = \kappa^{(\kappa+1)} \quad (3.6)$$

여기서 윗첨자  $\kappa+1$ 은  $\kappa+1$ 번째 갱신된 항복곡면  $f^{\kappa+1}$ , 하중곡면  $F^{\kappa+1}$ , 하중곡면의 반경  $\kappa^{(\kappa+1)}$ , 항복곡면의 중심  $\beta^{(\kappa+1)}$  등의 일련의 숫자를 나타낸다. 그리고, 갱신단계(Updated Stage)에서의 항복곡면과 하중곡면과의 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$S_{n+1} - \alpha_{(m)} = \frac{\kappa^{(\kappa+1)}}{\kappa_0} (S_{n+1} - \beta^{(\kappa+1)}) \quad (3.7)$$

이것으로부터 항복곡면의 갱신된 중심  $\beta^{(\kappa+1)}$ 은 다음과 같고, 역응력(Reversed Stress)이 반대방향으로 소성변형을 계속 일으킬 때는 새로운 등가변형도 퍼텐셜장(Field of Equi-strain Potential)의 중심  $\alpha_{(m+1)}$ 이 된다.

$$\beta^{(\kappa+1)} = S_{n+1} - (S_{n+1} - \beta^{(\kappa+1)}) \frac{\kappa_0}{\kappa^{(\kappa+1)}} \quad (3.8)$$

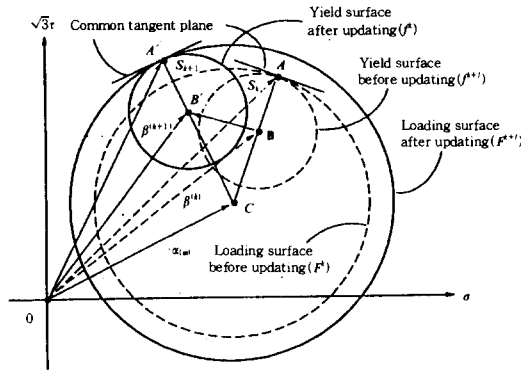


Fig. 3.2 Translation of yield surface to subsequent loading surface

### 3.3 구성방정식의 수치해석

근사적으로 박판 보를 취급한다는 견지에서, 웨브와 플렌지 요소에서는 국부적인 평면응력상태(Loc-

ally Plane Stress State)로 간주한다. 그리고 구성방정식의 적분법으로서 Simo & Taylor[34]의 일관된 반환사상연산을 현재의 응력상태에 맞도록 변형하여 적용한다. 탄성 응력, 변형도의 성분과 탄성접선계수는 다음과 같다.

$$S = [S_{11}, S_{12}]', \quad E^e = [E_{11}, E_{12}]', \quad D = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$S_{12}$ 와  $E_{12}$ 는 각각 전단응력과 전단변형도로서 각 요소의 방향에 의해 다음과 같다.

$$S_{12}(\text{web}) = S_{12}, \quad S_{12}(\text{flange}) = S_{13}, \\ E_{12}(\text{web}) = E_{12}, \quad E_{12}(\text{flange}) = E_{13} \quad (3.10)$$

여기에서 사용하고 있는 연산의 기본적인 개념은 탄소성 방정식들을 평면응력 상태의 영역으로 투영하고 일반화된 중점법칙(Generalized Midpoint Rule)을 적용하여 반환사상연산을 구축하는 것으로, Newton-Rahpson 방법을 2차 점근율로 수렴시키는 일관된 탄소성 접선계수(Consistent Elastoplastic Tangent Modulus)를 계산하는데 있다.

주기적 소성모델은 아래의 Table 3.1-3.3에 요약되어 있다. Table 3.1의 식 (3.11)를 평형방정식 (2.20)에 대입하면 증분  $\Delta\phi$ 에 대하여 평형방정식을 마지막으로 선형화시킨다. 이 해석적인 소성모델을 주기적 비비례 하중경로(Cyclic Nonproportional Loading Path)에 대한 계산을 수행하여 Fig. 3.3과 같은 결과를 얻었는데, 이것은 실험결과[35]와 정성적으로 매우 잘 일치하고 있음을 미루어 보아 본 소성모델은 신뢰할 수 있을 것이다.

### 4. 수치해석 및 고찰

간단한 채널형 박판보로 이상화된 SWATH선에 개발한 해석적 모델을 적용하여 이 모델의 타당성을 조사하고자 한다. Fig. 4.1에서 보는 바와 같이 SWATH선의 중앙단면이 기하학적으로 대칭임을 감안하여 이곳을 구속하고, 절반의 채널보 자유단에 수평 전단력( $V_2$ ), 수직 전단력( $V_3$ )과 토크( $T$ )를 각각 개별로 또는 함께 작용시킨다. 이 보의 치수와 재료의 특성치들은 다음과 같다:  $L=40m$ ,  $h=10m$ ,  $b=5m$ ,  $t=0.2m$ ,  $t_f=0.2m$ ,  $E=210GPa$ ,  $G=80GPa$ ,

Table 1 Cyclic plasticity model

---

(1) Update strain tensor and compute trial elastic stresses,  
 $E_{n+1} = E_n + \nabla^s u$ ,  $S^E = D(E_{n+1} - E_n^p)$ ,  $\eta^E = S^E - \alpha_{(m)}$ ,  $\zeta^E = S^E - \beta^{(k)}$

(2) Check the trial elastic stresses for yielding state under the  $m$ th cyclic loading stage from Table 2

(3) Solve  $\phi(\lambda) = 0$  for  $\lambda$ , enforcing consistency condition at  $t_{n+1}$  from Table 3

(4) Compute modified elastic tangent moduli :  $\Xi(\lambda) = [D^{-1} + \lambda Q]^{-1}$ ,  $Q = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

(5) Update stresses, plastic strain and back-stresses of yield surface  
 $\eta_{n+1} = \Xi(\lambda) D^{-1} \eta_{n+1}^E$ ,  $S_{n+1} = \eta_{n+1} \alpha_{(m)}$ ,  $E_{n+1}^p = E_n^p + \lambda Q \eta_{n+1}$ ,  
 $\bar{e}_{n+1} = \bar{e}_n + \sqrt{2/3} \lambda \bar{\phi}(\lambda)$ ,  $\bar{\phi}(\lambda)$  from Table 3  
 $\beta^{(k+1)} = S_{n+1} - (S_{n+1} - \alpha_{(m)}) \frac{\kappa_{(k)}}{\kappa^{(k+1)}}$  from Eq.(3.8)

(6) Compute consistent elastoplastic tangent moduli:  

$$\left[ \frac{\partial S}{\partial E} \right]_{n+1} = \Xi - \frac{(\Xi Q \eta_{n+1})(\Xi Q \eta_{n+1})'}{\eta_{n+1}' Q \Xi Q \eta_{n+1} + \gamma_{n+1}} = \Omega_{n+1}$$
 where,  $\gamma_{n+1} = \frac{2}{3} (\kappa^{(k)})_{n+1}$   
 $\frac{1 - 2/3 (\kappa^{(k)})'_{n+1} \lambda}{1 - 2/3 (\kappa^{(k)})'_{n+1} \lambda} \eta_{n+1}' Q \eta_{n+1}$

---

Table 2 Check of trial stress for yielding state under  $m$ th cyclic loading stage

---

$|\phi^E| = |1/2 \eta^E : \eta^E - 1/3 \kappa_{(m)}^2| \leq 0?$  ( $\kappa_{(m)}$  from Eq. (3.4))  
 YES : Check the stresses state for the current yield stress  
 $|\psi^E| = |1/2 \zeta^E : \zeta^E - 1/3 \kappa_0^2| \leq 0?$   
 YES : • Update the current strains and stress, and QUIT  
 NO : • Update the center of the new field of isotropic hardening potential from the center of the current yield surface,  
 $(\beta_{(m)}^{(k)} \rightarrow \alpha_{(m+1)})$   
 • Set  $\alpha_{(m+1)} \rightarrow \alpha_{(m)}$ , and compute  $\eta^E = S^E - \alpha_{(m)}$   
 • GO TO (3) in Table 1  
 NO : GO TO (3) in Table 1

---

Table 3 Determination of plastic lagrange multiplier

---

(1)  $\bar{\phi}^2(\lambda^{(k)}) = \frac{2/3(\eta_{11}^E)^2}{(1+2/3E\lambda^{(k)})^2} + \frac{2(\eta_{33}^E)^2}{(1+2G\lambda^{(k)})^2}$

(2)  $\bar{e}_n^{p(k)} = \bar{e}_n^{p(k-1)} + \sqrt{2/3} \lambda^{(k)} \bar{\phi}(\lambda^{(k)})$

(3)  $\phi(\lambda^{(k)}) = 1/2 \bar{\phi}^2(\lambda^{(k)}) - 1/3 \kappa^2 (e_n^{p(k)})$

(4)  $\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} - \frac{\phi(\lambda^{(k)})}{\phi'(\lambda^{(k)})}$   
 $\phi'(\lambda^{(k)}) = -(1 - 2/3 \phi \kappa'(\lambda^{(k)})) 4 \left[ \frac{1/3E(\eta_{11}^E)^2}{(1+2/3E\lambda^{(k)})^3} + \frac{G(\eta_{33}^E)^2}{(1+2G\lambda^{(k)})^3} \right] - 2/3 \kappa' \bar{\phi}^2(\lambda^{(k)})$

(5) If  $|\frac{\phi}{\phi'}| > \text{tol}$ , then  $\kappa \leftarrow \kappa + 1$  and go to (1)

---

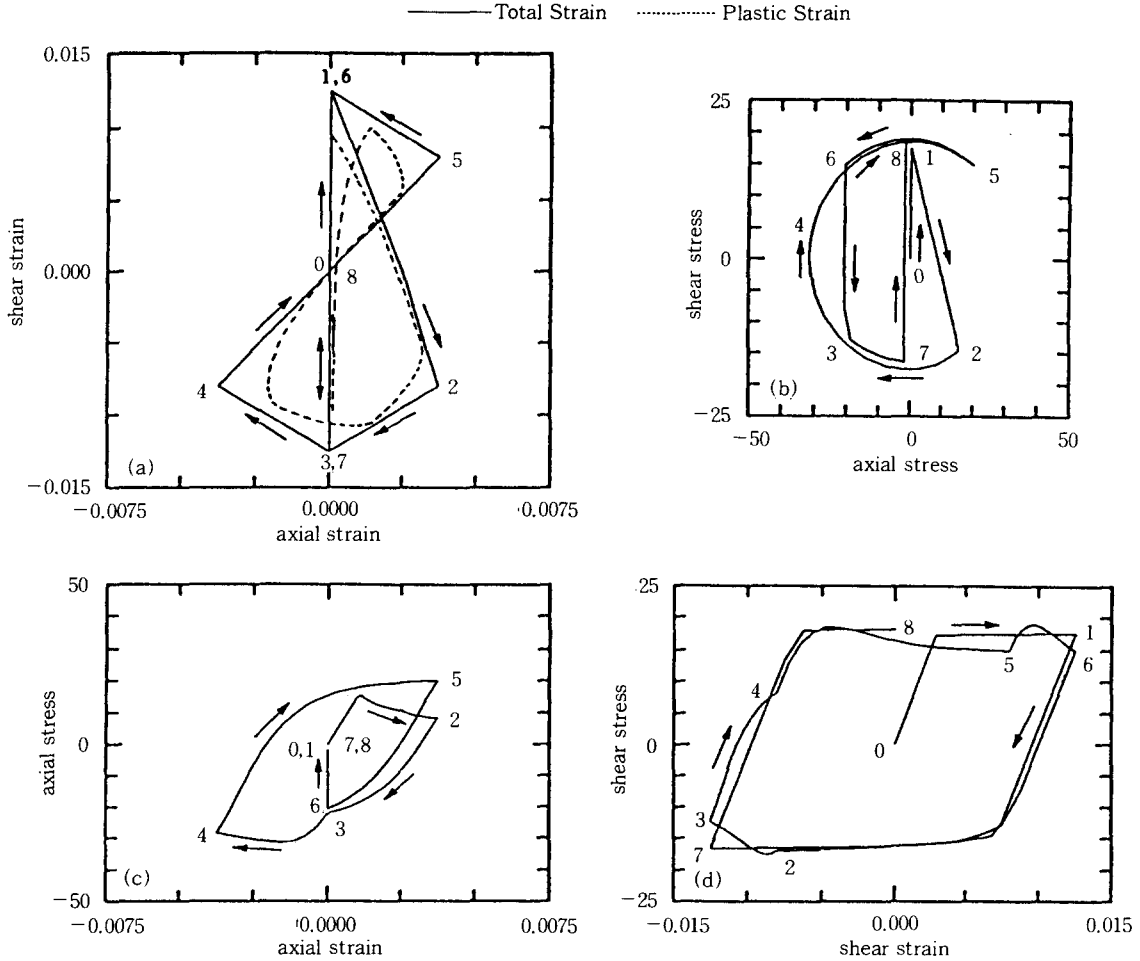


Fig. 3.3 Cyclic nonproportional loading paths – model behavior

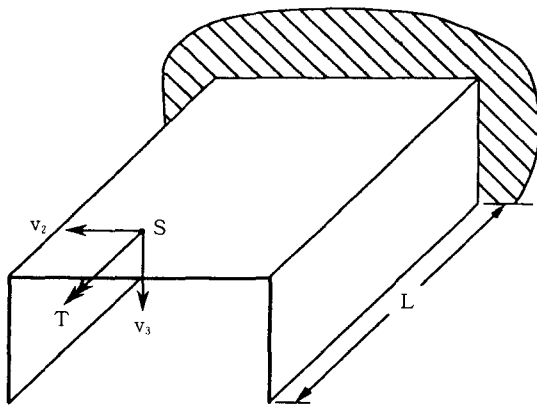


Fig. 4.1 Channel section beam

$\kappa_0 (= \sigma_0) = 330 \text{ MPa}$ ,  $\kappa_x (= \sigma_u) = 480 \text{ MPa}$ ,  $K = 0$ ,  $\gamma = 15.0$   
 $\bar{\epsilon}_{sh} = 0.025$ .

먼저 채널보의 자유단에 수평 전단력( $V_2 = 0.1 \text{ MN}$ ), 수직 전단력( $V_3 = 0.1 \text{ MN}$ )과 토크( $T = 1 \text{ MN}\cdot\text{m}$ )를 각각 개별로 작용시킬 때, 길이 방향으로 5개의 요소를 사용하여 자유단에 가까운 곳(약 1.7m)에서의 전단응력과 법선응력 분포의 계산 결과치들과 그들을 도식적으로 나타내 보면 Fig. 4.3-4.5와 같다. 단면의 자유단과 구석점에서의 응력값을 구하기 위하여 Fig. 4.2와 같이 단면의 각 요소마다 5개의 Lobatto 적분점들을 사용하여 계산하였다. 계산 결과치들은 박판이론에 의한 응력값들과 매우 잘 일치하고 있다. 이들의 분포에서 알 수 있듯이 단면의 위

치에 따라서는 법선응력보다 전단응력이 재료적인 성질을 지배하고 있는 것을 알 수 있다. 이것으로 미루어 전단변형으로 인한 전단응력의 분포를 정확하게 추정하는 것이 필요하고, 재료가 탄성범위를 벗어날 때에는 1축응력상태가 아닌 다축응력상태를 고려

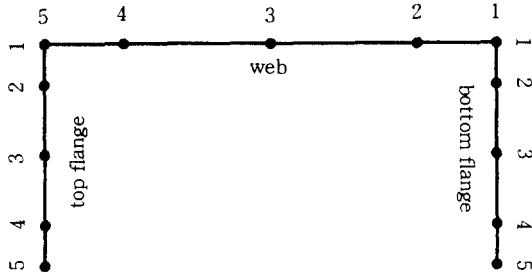
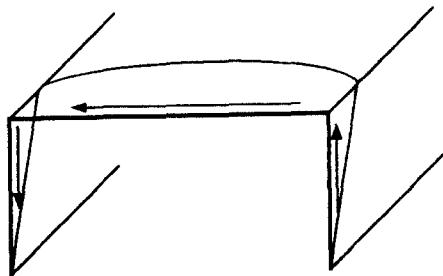
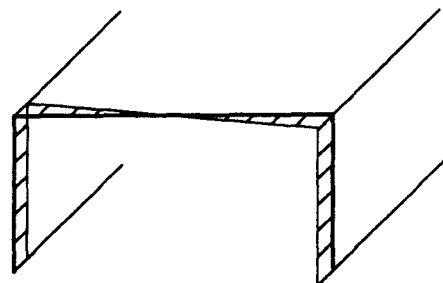


Fig. 4.2 5 Lobotto integration points in elements



bottom flange	-37.49	-31.00	-18.73	-6.46	0.00
web	37.48	48.21	56.26	48.21	37.48
top flange	37.49	31.00	18.73	6.46	0.00

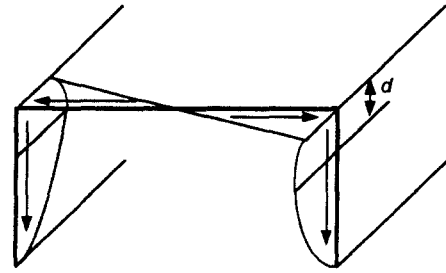
(a) Shear stress( $10^{-3}$  MPa)



bottom flange	12.69	12.69	12.68	12.66	12.64
web	12.69	8.31	0.00	-8.31	-12.69
top flange	-12.69	-12.69	-12.68	-12.66	-12.64

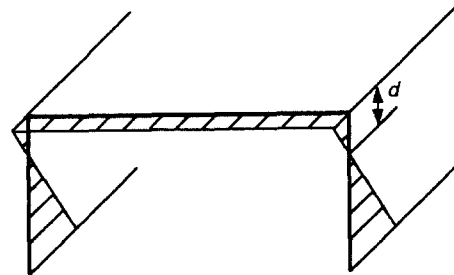
(b) Normal stress( $10^{-3}$  MPa)

Fig. 4.3 Stress distribution in lateral shear force  $V_2=0.1$  MN



bottom flange	60.00	66.78	60.00	27.50	0.00
web	-60.00	-39.28	0.00	39.28	60.00
top flange	60.00	66.78	60.00	27.50	0.00

(a) Shear stress( $10^{-3}$  MPa)



bottom flange	20.29	6.23	-20.29	-46.85	-60.87
web	20.29	20.29	20.29	20.29	20.29
top flange	20.29	6.23	-20.29	-46.85	-60.87

(b) Normal stress( $10^{-3}$  MPa)

Fig. 4.4 Stress distribution in vertical shear force  $V_3=0.1$  MN

하여야 함을 알 수 있다. 합응력으로 정식화할 때는 이와 같은 전단응력의 분포를 정확하게 추정할 수 없을 것이다.

다음은 수평 전단력( $V_2=0.1$  MN), 수직 전단력( $V_3=0.1$  MN)과 토크( $T=1$  MN-m)를 동시에 작용시킬 때, 위의 경우와 같이 자유단에 가까운 곳(약 1.7m)에서의 전단응력과 법선응력 분포는 Fig. 4.6 와 같다. 예상했던 대로 각 하중들을 작용한 결과치들의 대수합과 잘 일치하고 있다.

자유단에 수평 전단력( $V_2=0.1P$ ), 수직 전단력( $V_3=0.1P$ )과 토크( $T=1.0Q$ )를 동시에 주기적으로 작용시킬 때, 각 하중에 대한 거동과 보 전체에 걸쳐 재료가 항복되어 가는 과정을 살펴 보았다. 여기서 P와 Q는 각각 비례하중(Proportional Load)과

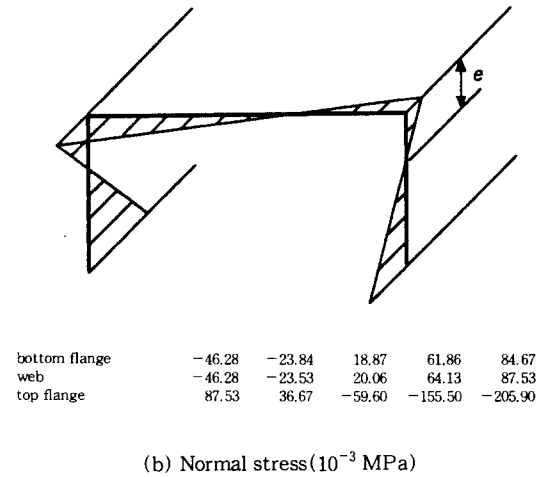
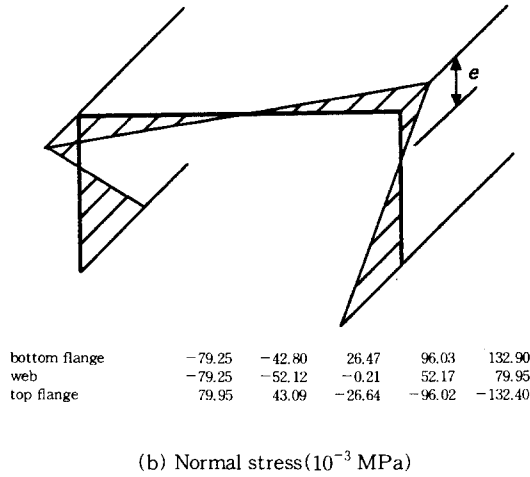
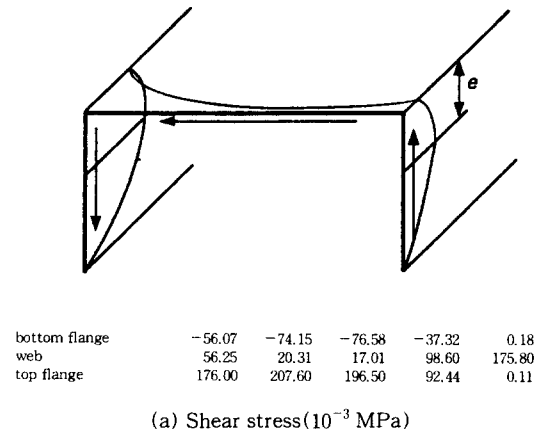
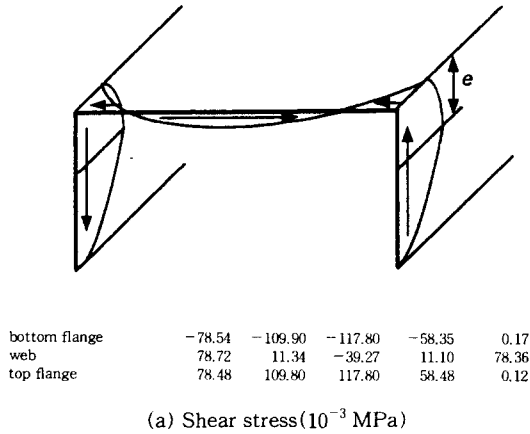


Fig. 4.5 Stress distribution in Torque  $T=1.0$  MN-m

Fig. 4.6 Stress distribution in  $V_2=0.1$  GN,  $V_3=0.1$  GN,  $T=1.0$  GN-m

비례토크(Proportional Torque)를 나타낸다. 두 전단력은 각각 토크의 1/10 크기이고, Arc Length Method를 사용하여 하중을 증분시키는 대신에 변위를 증감시킴으로서 보다 효율적이다. 여기서는 비틀림각을 Fig. 4.7에서와 같이 주기적으로 작용시킨다.

Fig. 4.8-4.10는 각 하중에 대한 주기적 거동을 나타내고, 재료가 항복되어 가는 과정은 Fig.4.11에서와 같이 채널보의 평면도에 나타나 있다. 이와 같이 구조물 전체에 복합적인 하중이 작용하는 경우에도 원하는 주기와 하중강도등을 쉽게 재연할 수 있다. 그리고 3장에서 소개한 비선형 등방성 경화모델에 따라 전체적인 거동 또한 달라질 것이다. 보의 어떤 부

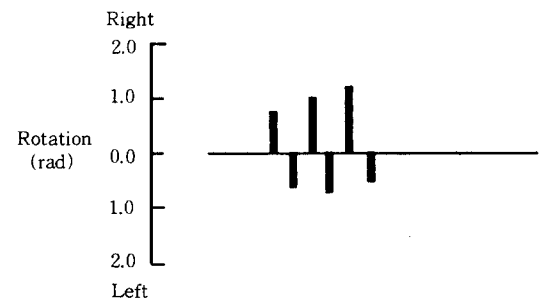


Fig. 4.7 Loading sequence

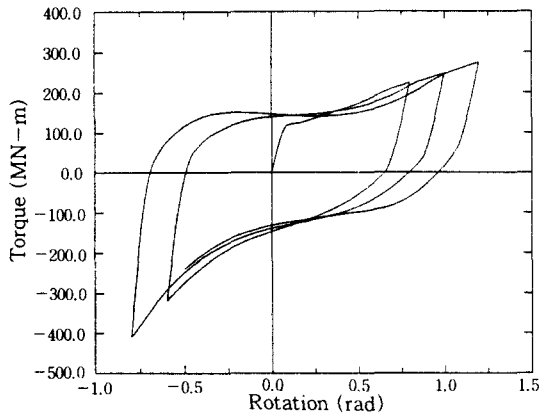


Fig. 4.8 Torque - rotation curve in cyclic loading response

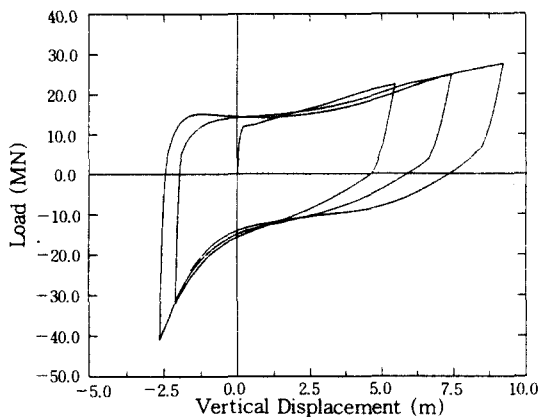


Fig. 4.9 Vertical load - displacement curve in cyclic loading response

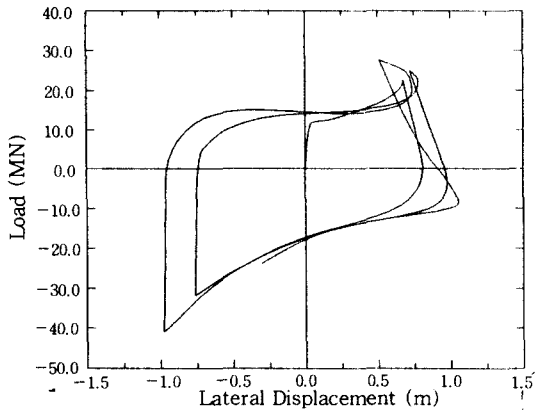


Fig. 4.10 Lateral load - displacement curve in cyclic loading response

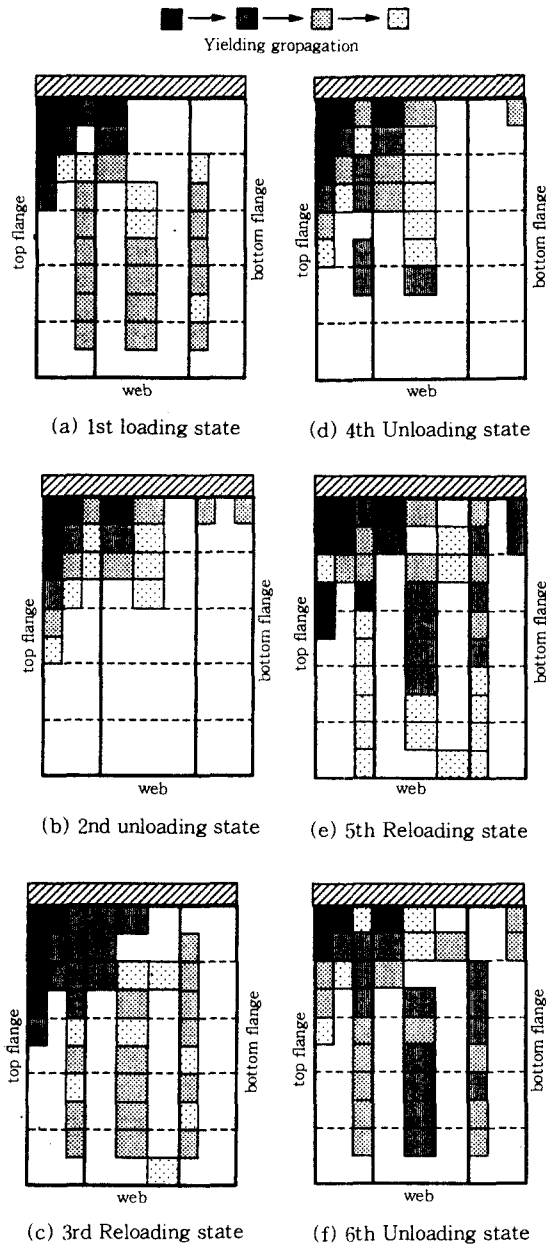


Fig. 4.11 Yielding propagation during cyclic loading

분은 한 주기내에서도 재료의 항복과 탄성으로의 복귀가 반복되는 경우도 있었지만 Fig. 4.11에서는 나타나지 않았다. 재료의 거동이 극부적으로 보다 정확하고 또한 전단변형으로 인한 전단응력도 재료의 항복조건에 고려됨으로 보다 현실적일 것이다.

## 5. 결 론

SWATH선은 횡굽힘과 비틀림에 대하여 낮은 강도를 가진 박판 구조물로서, 반복적인 파랑등의 큰 외력에 의해 각 구조부재의 재료적인 비선형성과 부분 및 전체구조의 좌굴 또는 대처짐과 같은 기하학적인 비선형성을 포함한 매우 복잡한 거동을 나타낸다. 초기설계 단계에서 선체의 전체적인 거동, 특히 반복적인 과부하를 받는 복잡한 하중상태하의 거동을 간단한 모델을 사용하여 해석하는 것은 바람직하다. 본 연구에서는 SWATH선을 간단한 채널형 박판보로 이상화하고, 정도가 높고 계산과정이 간결한 해석적 모델로서 기하학적으로 완전한 비선형 박판보 모델을 응력성분으로 정식화하여 유한요소법에 의해 수치해석적 처리하였다. 이 모델은 응력의 분포를 매우 정확하게 나타내었고, 재료의 항복되는 과정을 국부적으로 잘 나타내었다. 또한 반복적인 과부하를 받는 복잡한 하중상태하의 재료적인 비선형 거동을 잘 나타내고 큰 규모의 계산에 적합한 효율적인 주기적 급속소성모델도 이러한 거동을 해석하는 데 적합하다고 할 수 있다. 해석적 박판보 모델의 기하학적으로 완전한 비선형을 고려하는 이외에, 단면의 비틀림과 전단변형으로 인한 워핑을 고려함으로써 박판보의 변형을 기하학적으로 보다 더 정확하게 나타낼 수 있었고, 특히 전단변형으로 인한 전단응력을 정확하게 재연할 수 있었다. 그리고 보의 위치에 따라서는 범선응력보다 전단응력이 재료적인 성질을 지배하고 있는 것을 알 수 있었는데, 재료가 탄성범위를 벗어날 때에는 1축응력상태가 아닌 다축응력상태를 고려하여야 함을 알 수 있었다. 이러한 점들에 비추어 이 모델은 간결하고 정확하게 전체적인 거동을 해석할 수 있어 바람직한 모델이라고 생각된다.

그러나 단면의 뒤틀림을 무시하는 박판보에 대한 가정으로 인하여 SWATH선의 횡굽힘강도등을 취급하기는 곤란한 점이 있다. 이러한 점을 해결하기 위한 앞으로의 연구 방향으로서 SWATH선을 여러개의 사각형 박판보들의 집합체로 이상화하고, 상자형 박판보의 모델들을 서로 인접한 박판보들의 요소(플랜지나 웹)들 끼리 변형을 구속함으로써, 좀 더 현실적인 SWATH선의 박판보 모델을 만들 수 있을 것이다. 각각의 사각형 박판보들은 뒤틀림이 일어나지 않지만 이들의 집합체인 전체 단면은 뒤틀림도 가능하고, 하중도 각 박판보에 작용시킬 수 있어 Strut에 횡하중(Side Load)과 Wet Deck에 작용하는 슬래밍

하중(Slamming Load)등도 적용할 수 있을 것이다. 이와같은 모델은 SWATH선을 보다 현실적으로 해석할 수 있음은 물론이고, 대용량의 범용 프로그램을 사용하는 데 필요한 시간과 많은 입출력 자료의 번거로움을 덜 수 있을 것이다.

## 후 기

이 연구는 1992년도 한국과학재단 신진연구 수행의 결과이다. 동재단에 대하여 심심한 사의를 표한다.

## 참 고 문 헌

- [1] Gore, J.L. Editor, "SWATH ships", *Naval Engineers Journal*, Special Edition, pp. 83-112, February 1985.
- [2] Gupta, S.K. and Schmidt, T.W., "Developments in SWATH technology", *Naval Engineers Journal*, pp. 171-188, May 1986.
- [3] Meyerhoff, W.K. et. al., "Novel design concepts- SWATH", *Proceedings, 10th Int. Ship & Offshore Structures Congress, Denmark*, pp. 135-176, 1988.
- [4] Chun, H.H., Theoretical and experimental studies on the resistance of SWATH ships, Ph.D Thesis, University of Glasgow, 1988.
- [5] Sikora, J.P., Dinsbacher, A. and Beach, J.E., "A method for estimating lifetime loads and fatigue lives for SWATH and conventional monohull ships", *Naval Engineering Journal*, pp. 63-85, May 1983.
- [6] Reilly, E.T., Shin, Y.S. and Kotte, E.H., "A prediction of structural load and response on a SWATH ship in waves", *Naval Engineers Journal*, pp. 251-264, May 1988.
- [7] Sikora, J.P. and Dinsbacher, A., "SWATH structure: Navy research and development applications", *Marine Technology*, Vol. 27, No. 4, pp. 211-220, July 1990.
- [8] 박 치모, "SWATH선의 최종 횡굽힘강도 해석", 한국해양공학회지, 제 6권, 제 2호, pp. 263-272, 1992.
- [9] Kawai, T. and Fujitani, Y., "Some consider-

- ation on the modern beam theory - Development of the practical methods -", Report of the Institute of Industrial Science, the University of Tokyo, Vol. 32, No. 4, Serial No. 209, August, 1986.
- [10] Kawai, T., "The application of finite element method to ship structures", *Computers & Structures*, Vol. 3, pp. 1175-1194, 1973.
- [11] Haslum, K. and Tonnessen, A., "An analysis of torsion in ship hulls", *European Shipbuilding*, Vol. 21, No. 5/6, pp. 67-90, 1972
- [12] 신 구균, 선체 구조의 파랑중 비선형 동적 강도 해석, 부산대학교 박사학위 논문, 1991.
- [13] Shimizu, S., Teramae, T. and Minematsu, H., "A study on the horizontal and torsional vibration of containership", *J. of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 141, pp. 217-226, 1977.
- [14] Pedersen, P.T., "Torsional response of containerships", *J. of Ship Research*, Vol. 29, No. 3, pp. 194-205, September 1985.
- [15] 김 극천, 김 상주, "컨테이너선의 수평-비틀 연성 진동 해석", 대한조선학회지, 제 23권, 제 4호, 1986.
- [16] Wu, J.S. and Ho, C.S., "Analysis of wave-induced horizontal-and torsional- coupled vibrations of a ship hull", *J. of Ship Research*, Vol. 31, No. 4, pp. 235-252, 1987.
- [17] Lee, S.W. and Kim, Y.H., "A new approach to the finite element modelling of beams with warping effect", *Int. J. for Numer. Meth. in Engr.*, Vol. 24, pp. 2327-2341, 1987.
- [18] 홍 창호, "Warping을 고려한 보 유한요소 개발", 선박구조 연구발표회집, pp. 51-67, 1992.
- [19] Lee, S.G., "Cyclic lateral-torsional buckling of short I-beams", Ph.D. thesis, Uni. of Illinois, 1990.
- [20] Simo, J.C., "A finite strain beam formulation: the three-dimensional dynamic problem, Part I", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 49, pp. 55-70, 1985.
- [21] Cowper, G.R., "The shear coefficient in Timoshenko's beam theory", *J. of Appl. Mech.*, Vol. 33, No. 2, pp. 335-340, 1966.
- [22] Simo, J.C., "A consistent formulation of non-linear theories of elastic beams and plates", Report No. UCB/SESM-82/06, Uni. of California, Berkeley, 1982.
- [23] Hjelmstad, K.D., "Warping effects in transverse bending of thin-walled beams", *ASCE J. Engrg. Mech.*, Vol. 113, No. 6, pp. 907-924, 1987.
- [24] Vlasov, V.Z., Thin-walled elastic beams, Israel program for scientific translations, ltd. Jerusalem, 1961.
- [25] Marsden, J.E. and Hughes, T.J.R., Mathematical foundations of elasticity, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1983.
- [26] Duwez, P., "On the plasticity of crystals", *Physical Review*, Vol. 457, pp. 494-501, 1935.
- [27] Mroz, Z., "On the description of anisotropic work-hardening", *J. of Mech. Phys. Solids*, Vol. 15, pp. 163-175, 1967.
- [28] Krieg, R.G., "A practical two surface plasticity theory", *J. of Appl. Mech.*, Vol. 42, pp. 641-646, 1975.
- [29] Dafalias, Y.F., On a cyclic and anisotropic plasticity, Ph.D. Thesis, Department of Civil Engrg., Uni. of California, Berkeley, 1975.
- [30] Petersson, H. and Popov, E.P., "Constitutive relations for generalized loadings", *ASCE J. of Eng. Mech.*, Vol. 103, No. 4, pp. 611-627, 1975.
- [31] Popov, E.P. and Petersson, H., "Cyclic Metal plasticity: Experimental and theory", *ASCE J. of Eng. Mech.*, Vol. 104, No. 6, pp. 1371-1388, 1978.
- [32] Rees, D.W.E., "A hardening model for anisotropic materials", *Experimental Mechanics*, Vol. 21, pp. 245-254, 1981.
- [33] Rees, D.W.E., "A multisurface representation of anisotropic hardening and comparison with experiment", *Proc. Inst. Mech. Engrg.*, Vol. 198C, No. 16, pp. 269-284, 1984.
- [34] Simo, J.C. and Taylor, R.L., "A consistent return mapping algorithm for plane stress elastoplasticity", Report No. UCB/SESM-85



- /04, Uni. of California, Berkeley, 1985.
- [35] Lambda, H.S. and Sidebottom, O.M., "Cyclic plasticity for nonproportional paths: Part 2 - Comparison with predictions of three incremental plasticity models", *ASME J. of Engrg. Material and Technology*, Vol. 100, pp. 104-111, 1978.