
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 30 卷 第 2 號 1993 年 5 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 30, No. 2, May 1993

점성을 고려한 2차원 비선형 자유표면파 문제의 수치해석

김용환*

Numeric Analysis of 2-Dimensional Nonlinear Viscous Free-Surface Wave Problems

by

Y.H. Kim*

요 약

2차원 비정상 비선형 자유표면파를 해석하고 자유표면파에서의 점성효과를 관찰하였다. 유동장내의 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식을 풀기 위해 유한해석법을 적용하였고, 자유표면의 처리를 위해 MAC 기법을 적용하였다. 그리고, 자유표면에서는 표면장력을 고려한 경계조건을 적용하였으며, 층류에 대한 점성효과만을 고려하였다. 계산모델은 천수역에서의 점성영향, 자유표면 근처에서의 보오텍스 쌍(vortex-pair)의 거동 및 전진하는 부유체 앞에서의 자유표면파문제 등이다. 천수역문제에서는 바닥과의 마찰에 기인한 자유표면파의 변화를 고찰하였으며, 특히 고립파에 대한 적용으로서 파고의 감소정도, 수직벽면에서의 파상승(wave run-up) 및 수심의 변화로 인한 유장변화 등을 살펴보았다. 보오텍스 문제에서는 보오텍스의 이동에 따른 자유표면 주위의 유동변화를 관찰하였으며, 사각부유체 주위의 유동문제에서는 전진속도의 차이에 따른 자유표면파의 차이 및 물체주위의 유동특성을 관찰하였다.

Abstract

Two-dimensional nonlinear free-surface wave problems are analyzed with consideration of viscosity. Navier-Stokes equation and continuity equation are solved by the application of Finite Analytic Method, and MAC scheme is used for the treatment of free surface. Surface tension effect is also considered and laminar flow is assumed. The free-surface waves in shallow water, the flows around a vortex-pair with free surface and the wave ahead of a

발 표: 1992년도 대한조선학회 추계 연구 발표회('92. 11. 14)

접수일자: 1992년 12월 28일, 재접수일자: 1993년 2월 15일

* 정회원, 대우조선공업(주) 기술연구소

rectangular body are simulated to test the present numerical scheme. In the shallow water problem, viscous effect due to the friction on the bottom is observed. In the second problem, the approach of a vortex-pair to the free surface is simulated to examine the interaction of vortex-pair with the free surface. In the third problem, the wave ahead of a semi-infinite floating body is simulated.

Nomenclature

x, y	직각좌표계에서의 공간좌표 성분
t	시간
$\Delta x, \Delta y$	Mesh의 수평, 수직 길이
Δt	시간분할치
L	특성길이
U_0	특성속도
ρ	유체밀도
u, v	속도성분
τ	표면장력 계수
g	중력 가속도
Ω	외력항
p_s	자유표면상의 압력
η	자유표면의 변위
ν	동점성계수
p	유동장 내 압력
Re	Reynolds 수, Ud/ν 혹은 Γ/ν
Fr	Froude 수, $U/(gd)^{1/2}$ 혹은 $\Gamma/d(gd)^{1/2}$
We	Weber 수, $\rho U^2 d/\tau$ 혹은 $\rho \Gamma^2/d\tau$
σ_{ij}	i방향과 수직인 면에 작용하는 j방향의 응력
n_i	자유표면 법선벡터의 i 방향성분
τ_i	자유표면 접선벡터의 i 방향성분
π	자유표면의 곡률(curvature)
C_{NB}, C_p	유한해석계수
d	수심 혹은 보오텍스의 초기 깊이
U	유체의 유입속도
A_0, x_0	고립파의 초기 파고 및 최대파고가 위치한 x 좌표
s	Backward-facing step의 높이
C	파 속도
Γ	보오텍스의 세기
a	보오텍스 쌍(Vortex-pair)의 중심간 거리
h	부유체의 수심

1. 서 론

최근 수치기법의 발달로 인하여 Navier-Stokes 방정식을 직접 자유표면파문제에 적용하여 자유표면파에서 점성 영향을 관찰하고자 하는 노력들이 활발하다. 자유표면파문제에서의 점성영향에 대한 해석적 고찰은 Batchelor[1] 등의 연구에서 찾아볼 수 있으나, 해석적인 방법으로서의 접근이 한계에 다다른 지금의 현실로서는 수치계산에 의존하지 않을 수 없게 된 것이다. 수치기법을 이용하여 자유표면파문제에 대한 점성효과를 고찰하고자 한 노력의 효시로서는 MAC 기법[2]의 개발을 꼽을 수 있고, 이후 MAC 기법은 SUMMAC[3], SOLA-VOF TUMMAC[4] 등을 기치며 현재까지도 점성효과를 고려한 여러 자유표면파문제의 해석에서 자유표면 처리를 위해 널리 적용되고 있다. 최근에는 R. Yeung[5] 등이 물체적합좌표계(body-fitted coordinate)를 적용한 몇가지 점성 자유표면파 문제를 해석하기도 하였다.

한편, Chen[6]은 유한차분법(FDM)과는 달리 해의 거동에 대한 정보를 가지는 국부이론해(local analytic solution)를 이용하여 유동을 해석하는 유한해석법(FAM)을 개발하여 여러 층류 및 난류유동문제에 성공적으로 적용한 결과를 발표한 바 있는데, Tang [7]은 유한해석법을 적용하여 2차원 자유표면파문제에 대한 해석을 시도한 바 있다.

본 연구에서 적용한 기법들은 Tang이 적용하였던 기법과 유사하나 단순화된 5점 이론해를 적용함으로써 드러난 적용의 한계성을 극복하기 위해 9점 이론해를 바탕으로 하는 유한해석법을 적용하였다. 자유표면의 처리를 위해서는 MAC기법을 도입하여 운동학적 자유표면 경계조건을 만족시켰으며, 역학적 경계조건에 대해서는 표면장력영향까지 고려한 경계조건식을 만족하도록 하였다. 그리고, 층류유동만을 가정하였다.

본 연구에서 다루어진 문제는 고립파를 포함하는 천수역(shallow water)에서의 자유표면파 문제, 자유표면근처에서의 보오텍스 쌍(vortex-pair) 주위 유동

및 전진하는 사각부유체 주위의 유동 등이다. 천수역 문제에서는 일정한 속도로 유입되는 유체흐름 중에 놓인 평판의 마찰에 기인하여 발생하는 자유표면 변화를 살펴보고, 특히 천수역의 대표적 문제인 고립파가 유체의 점성에 따라 어떠한 영향을 받게 되는지를 살펴보았다. 또한, 최근 많은 관심을 끌고 있는 보오텍스 쌍의 거동문제에서는 보오텍스가 자유표면과 어떠한 상호간섭을 보이는가 하는 것을 관찰하였으며, 전진하는 사각부유체 주위의 유동해석에서는 전형적인 비선형파인 선수파문제를 다루었다.

2. 문제의 해법

2.1 기본방정식 및 경계조건

비압축성유체의 2차원 층류(laminar) 유동장에서는 다음과 같은 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식이 만족되어야 한다.

$$u_x + v_y = 0 \tag{1}$$

$$\text{Re}(u_t + uu_x + vv_x - \Omega_x + p_x) = u_{xx} + u_{yy} \tag{2-a}$$

$$\text{Re}(v_t + uv_x + vv_y - \Omega_y + p_y) = v_{xx} + v_{yy} \tag{2-b}$$

이때, 모든 변수는 L, U₀, ρ, ν, 그리고 σ 등에 의해 무차원화된 변수이며 Ω에는 중력에 의한 항 y/Fr²이 포함된 것이다.

물체경계에서는 no-slip 조건이 적용되어야 할 것이나, 물체와 자유표면이 접하는 부분에 대해서는 free-slip 조건을 주는 것이 타당할 것이다. 또한, 유입 및 후류조건은 문제에 따라 차이가 있을 것이다. 즉, 일정한 유입속도의 유무, 대류항과 점성항의 영향정도 등에 따라 u=U₀, v=0, p=0, u_x=0, v_x=0, p_x=0, u_{xx}=0, v_{xx}=0, p_{xx}=0 등이 적절히 조합되어 적용되어야 한다.

경계조건 중 가장 처리하기 힘든 것이 자유표면 경계조건이다. 본 논문에서는 표면장력까지를 고려한 역학적 자유표면 경계조건을 적용하였는데, 이 경우 자유표면을 따르는 법선 및 접선방향의 힘은 다음조건을 만족해야 한다.

$$n_i \sigma_{ij} n_j = \pi / We \tag{3}$$

$$\tau_i \sigma_{ij} n_j = 0 \tag{4}$$

이때, π는 자유표면 형상의 곡률로서 다음과 같이 정의된다.

$$\pi = \eta_{xx} / (1 + \eta_x^2)^{2/3} \tag{5}$$

자유표면의 형상과 연속방정식을 고려하여 몇차례의 전개과정을 거치면서 식(3), (4)를 결합하면 다음과 같은 자유표면 경계조건식을 유도할 수 있다.

$$p_s = \frac{2(1 + \eta_x^2)}{\text{Re}(1 - \eta_x^2)} v_y - \frac{\pi}{We} + \frac{\eta}{Fr^2} \tag{6}$$

이와 같은 자유표면조건을 적용하려는 것은 자유표면상에서 구하기 힘든 속도의 미분성분들의 수를 최대한 줄이기 위해서이다. 또한, 자유표면에 있는 유체입자에 대해서는 아래와 같은 운동학적 자유표면 경계조건이 만족되어야 하는데,

$$\eta_t + u\eta_x = v \tag{7}$$

이 식을 역학적 조건과 결합하면 접선방향으로의 자유표면상에서의 속도를 아래의 식으로 부터 구할 수 있다.

$$u_y = -v_x + \frac{4}{\eta_x^2 - 1} v_y \eta_x \tag{8}$$

식(6)의 역학적 경계조건적용을 위해 SUMMAC 기법에서 적용되던 irregular-star 기법[3]을 적용하였다.

2.2 유한해석법의 적용

Chen[6]에 의해 개발되어 주로 Iowa 대학을 중심으로 적용되고 있는 유한해석법의 기본원리는 국부 이론해를 사용해서 미분방정식을 이산화하는 것이다. 우리가 다루는 유체장 문제는 Navier-Stokes 방정식과 같은 비선형 편미분 방정식을 푸는 것으로 귀착이 되는데, 이러한 방정식의 이론해를 구할 수 있는 경우는 극히 제한되어 있다. 그러나, 대단히 좁은 영역의 유체장 내에서는 우리가 풀고자하는 미분방정식의 선형화를 통해 해의 거동 정도는 파악할 수 있는데, 이 선형해를 조합하여 전체 유동장을 결정하는 것이 유한해석법의 기본개념이다.

Fig.1과 같이 P점을 중심으로 하는 mesh의 경계면에서 exponential 함수, 1차 다항식 등을 결합한 것을 경계조건으로 가정하고 식(2)를 선형화하여 나타내면

u 혹은 v가 되는 ψ_p 는 다음과 같이 표현된다.

$$\psi_p = C_{EC}\psi_{EC} + C_{WC}\psi_{WC} + C_{NC}\psi_{NC} + \dots + C_{SW}\psi_{SW} + C_{SE}\psi_{SE} + C_p F(\psi_p^{-1}, \Delta t) \quad (9)$$

$C_{EC}, C_{WC}, \dots, C_{SE}, C_p$ 등은 주위 경계에 위치한 8개의 경계점 및 자기위치와 관련된 유한해석계수 (finite analytic coefficient)인데, 지면상 본 논문에서는 자세한 설명을 생략하나 참고문헌[6]에 잘 설명되어 있다. $F(\psi_p^{-1}, \Delta t)$ 는 시간에 대한 미분항을 처리한 것으로 윗첨자 n-1은 시간단계를 의미하며 윗첨자가 생략된 것은 n번째 시간단계를 의미한다. 통상 이항은 후진차분(backward time difference)을 적용하여 얻어진다.

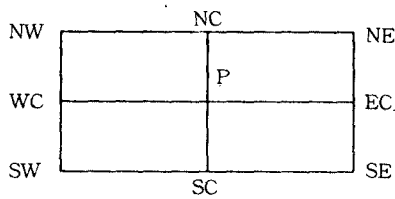


Fig.1 Subregion of finite analytic method

유한해석법에서는 식(9)를 각 mesh에 적용할 경우 만들어지는 대수방정식을 풀어 미지변수 ψ 를 구하게 되는 것이다. 따라서, 식(9)의 각 변수는 이미 국부적으로 Navier-Stokes 방정식의 특성에 맞는 적절한 유동의 방향 가중계수(upwinding factor)를 가지게 된다. 이것은 유한해석법의 큰 장점 중의 하나이다.

한편, 자유표면과의 해석을 위한 Tang의 연구에서는 식(9)와 같은 9점 유한해석법을 적용한 것이 아니라 P점을 중심으로 상하좌우의 4점, 즉 NC, SC, WC, EC만을 고려한 5점 유한해석법을 적용하였는데, 이 방법에서는 경사진 방향으로 전달되는 유동특성이 강한 경우 $-C_{NW}, C_{NE}, C_{SW}, C_{SE}$ 의 값이 큰 경우-에는 유동특성을 제대로 예측할 수 없을 가능성이 크다.

2.3 수치계산 과정

본 연구에서는 유체장 내의 압력 및 속도 등을 구하기 위해 SIMPLER 방법을 적용하였으며, 자유표면의 시간별 변화를 고려하기 위해 MAC 기법을

적용하였다. 수치해를 구하는 과정을 단계별로 나타내면 다음과 같다.

- (1) 초기조건을 결정하고 유동장을 mesh로 나누어 각 변수들의 계산위치를 정의한다. 본 연구에서는 staggered grid를 사용하였다.
- (2) 유한해석계수(finite analytic coefficient)를 구하여 기억시킨다.
- (3) 가상속도(pseudo-velocity)를 계산한다. 가상속도는 식(2)에서 압력성분을 제외하여 구해진다.
- (4) 압력을 구한다. 압력식은 식(1)과 식(2)를 결합하여 얻어지는 Poisson 형태의 식을 사용하고, SOR 혹은 SLOR의 방법을 적용하였다. 이때 자유표면에서는 irregular-star 방법을 적용하여 압력을 구한다.
- (5) 압력계산으로부터 구한 결과를 적용해 속도를 계산한다.
- (6) 계산된 속도성분을 이용해 압력의 수정치를 예측한다.
- (7) 속도성분을 수정하고 자유표면상에서의 속도성분도 계산한다. 이때 v성분을 깊이방향의 변수를 이용한 외삽법을 적용하여 구한 후 식(8)을 사용하여 자유표면상에서의 u 속도성분도 구한다.
- (8) 자유표면상에 분포된 marker들의 속도성분은 위에서 구한 자유표면상에서의 속도들로부터 내삽법(interpolation)을 사용해 구하고 이로부터 식(7)을 적용하여 자유표면의 경계형상을 알아낸다.
- (9) 계산결과가 원하는 오차범위가 될 때까지 단계(2)에서 단계(8)까지를 반복해서 계산한다.
- (10) 시간단계를 진행시킨다.

3. 수치계산 및 고찰

3.1 천수흐름에서의 평판마찰 문제

평판의 경계층문제는 점성유동의 해석에 있어 가장 기초적이고 대표적인 문제이다. 본 계산에서는 이와 유사하나 천수역에서 자유표면을 가지는 경우에 대해서 유동현상을 간략히 해석하였다. 즉, Fig. 2와 같이 일정한 깊이의 천수역에서 유체가 일정한 속도로 진행하고 있을 때 어느 지점부터 표면이 거친 평판이 존재하고 있어 바닥과의 마찰이 영향을 미친다면 이로 인해 전체유동장은 점성의 영향을

받게되고, 결국 자유표면에서도 변화가 발생할 것이다. 물론, 이 문제는 실제 빈번히 발생하는 자연현상의 모델이라기 보다는 수치계산 자체를 위한 모델이라고 생각하는 것이 좋을 것이다. 이 경우, 길이에 대한 특성치로서 수심 d 를 설정하면 편리하다. 따라서, 특성속도는 $(gd)^{1/2}$ 가 될 것이며 Froude 수는 이 특성속도와 유입속도와 의 비가 될 것이다.

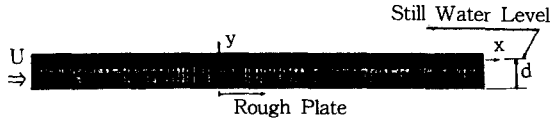
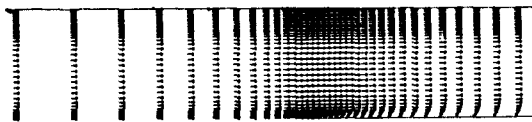
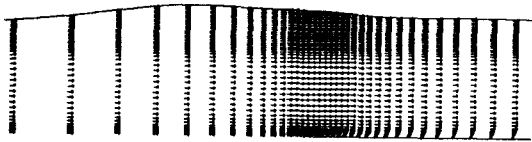


Fig.2 Coordinate system & mesh generation for viscous flow in shallow water

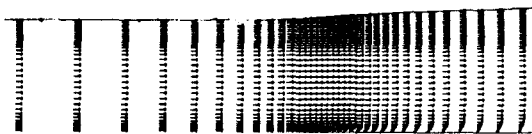
본 계산에서 사용된 mesh는 89×54 개이고 Fig. 2와 같은 불균등 mesh를 분포하였다. 이 문제의 경우, Froude 수에 따라 유동특성이 각기 다르다. Fig.3은 $Fn=0.5, 1.0, 1.2$ 의 경우에 대한 속도벡터를 나타낸 것으로 서로 상이한 유동특성을 보이고 있다. $Fn=0.5$ 인 경우는 평판 뒷부분 영역에서도 자유



(a) $Fn=0.5, Re=10^4, We=10^3$



(b) $Fn=1.0, Re=10^4, We=10^3$



(c) $Fn=1.2, Re=10^3, We=10^3$

Fig.3 Velocity vector in shallow water($t=10$)

표면의 큰 변화가 보이지 않지만, 높은 Fn 의 경우에는 자유표면에서 큰 변화가 있음을 알 수 있다. 즉, $Fn=1.0$ 인 경우에는 상류쪽으로 파가 전진하는 soliton 형태의 파를 볼 수 있고, $Fn=1.2$ 에서는 상류쪽으로 진행하는 파는 없으나 후류로 갈수록 자유표면의 파고가 점차 높아짐을 볼 수 있다. 이는 평판의 마찰로 인해 후류로 갈수록 점성의 영향이 크게 나타나고 이로 인해 마치 평판의 두께가 후류로 갈수록 점차 커지는 것과 같은 효과를 주기 때문인데, 특히 $Fn=1.0$ 인 경우는 천수역에서의 임계속도(critical velocity)가 되기 때문에 상류쪽으로 진행하는 파가 발생한 것이다. 시간에 따른 파고의 변화는 Fig.4에서 잘 살펴볼 수 있다.

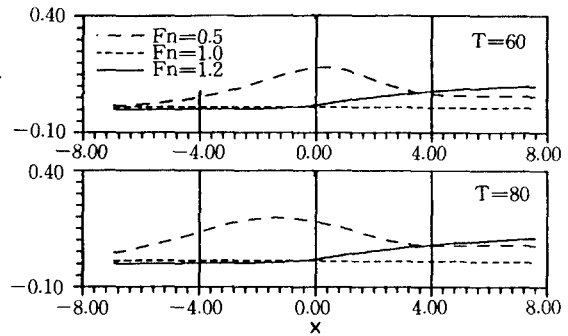


Fig.4 Evolution of free-surface profile

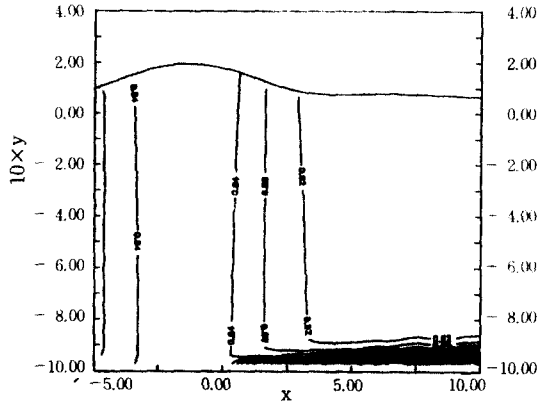
$Re=10^4, We=10^3, Fn=0.5, 1.0, 1.2$

Fig.5는 $Fn=1.0$ 인 경우의 한 시간단계에서 구해진 속도성분을 보여주고 있는데, 평판주위에서 경계층이 나타나고 있음을 확연히 볼 수 있으나, 속도의 분포가 무한원방에 대한 경우와는 다르고 속도값도 달라 통상적인 방법으로 정의되는 경계층두께를 구하기는 힘들 것 같다. 앞에서 언급한 바와 같이 Fig.5의 경우 고립파의 속도분포를 보이고 있음을 볼 수 있다.

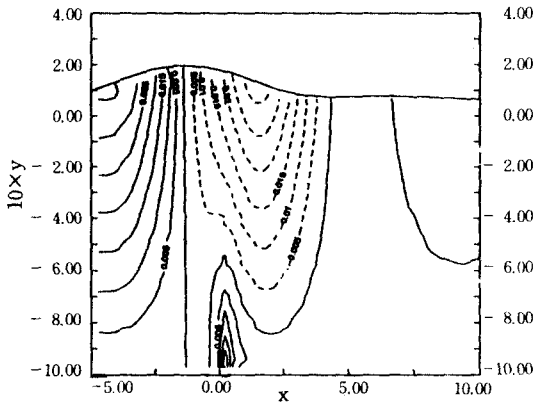
3.2 고립파(Solitary Wave)에서의 점성 영향

(1) 바닥의 마찰로 인한 파고의 감소

Russell(1873)의 연구 이후 고립파에 대한 많은 연구가 이루어져 왔는데, 이 가운데 Ott와 Suden(1970)은 점성의 효과에 기인한 고립파의 파고변화에 대한 이론적인 해를 구한 바 있고 이 결과는 Mei [8]에 의해 다시 검증된 바 있다. 고립파에서의 점성



(a) u Velocity



(b) v Velocity

Fig.5 Velocity distribution around leading edge of plate $Re=10^4$, $We=10^3$, $Fn=1.0$

영향은 바닥과의 마찰이 결정적인 역할을 하는데, 선형이론에서는 위상의 변화없이 식(10)과 같이 표현되는 파고의 감소만 발생하는 것으로 알려져 있다.

$$\eta^{-1/4} = A_0^{-1/4} + 0.08356 \left[\frac{\nu}{(gd)^{1/2} d^{3/2}} \right]^{1/2} \frac{Ct}{d} \quad (10)$$

이때 A_0 는 고립파의 원래 파고이다. 본 연구에서는 수치계산을 수행하여 그 결과를 이론해와 살펴보았다. 본 연구에서 적용한 초기조건으로는 식(11)과 같은 자유표면을 가정하였고

$$\eta = A_0 \operatorname{sech}^2 \left[\frac{(x-x_0)(3A_0)^{1/2}}{2} \right] \quad (11)$$

유체장내에서 Laplace 방정식을 수치적으로 풀어 그 해를 적용하였다. 본 계산에서는 $x=0.0 \sim 30.0$, $y=-1.0 \sim 0.3$, $x_0=10.0$ 이고 이 영역내에 x방향의 균등 mesh 약 80개, y방향 불균등 mesh 약 60개 정도를 분포하였다.

Fig.6은 시간별로 자유표면의 형상을 보여주고 있는데, 파가 전진함에 따라 점차 파고가 낮아지고 있음을 알 수 있다. 특히, 낮은 Reynolds 수의 경우, 고립파의 형상이 점차 변화하여 파의 뒷부분에서 약간의 파고상승을 볼 수 있다. Fig.7은 한 시간단계에서의 속도분포를 나타낸 것으로 u 속도성분의 경우, 바닥부근에서 심한 변화를 보이고 있고 파의 뒷부분에서도 점성영향이 있음을 볼 수 있다. 이러한 점성의 효과로 인한 고립파고의 감소를 Fig.8에 이론해 결과와 비교하였다. 이 비교에서는 본 연구에서 얻은 파고의 감소량이 이론해보다 약간 크게 나타나고 있고, 이러한 경향은 Tang의 결과와 동일하다. 그런데, 선형해에서는 파의 위상이 변화하지 않으나, 본 계산에서는 점성효과로 인해 파의 위상이 약간씩 변화하는 결과를 얻었다.

(2) 벽면에서의 파상승(Wave Run-Up)

진행중인 고립파가 벽면을 만나면 파가 벽면을 따라 상승하게 되는데, 이 문제는 여러 학자들에 의해 계산되고 실험된 바 있다. 본 계산에서도 이 문제를 해석하였는데, 그 결과는 Fig.9, 10, 11에 도시하였다. 이 계산을 위해서는 60×90 개의 mesh를 분포시켰다. Fig.9는 고립파가 벽면을 향해 진행 중인 경우($t=2$), 파가 벽면을 만나 상승한 경우($t=8$) 및 파가 다시 하강하여 되돌아가는 경우($t=$

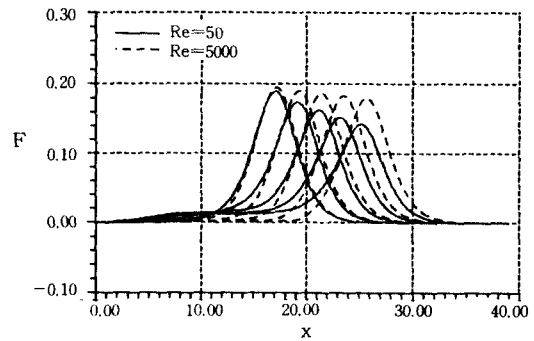
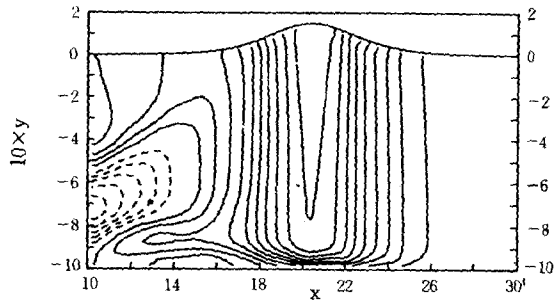
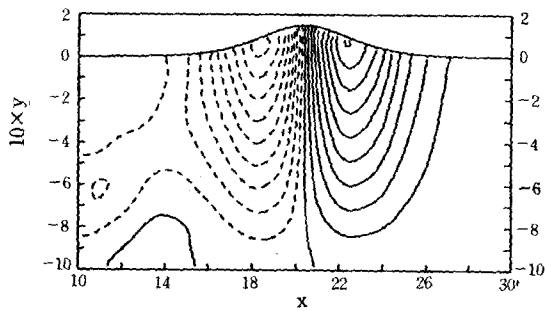


Fig.6 Evolution of solitary wave profile ($A_0=0.2$, $We=10^3$)



(a) u Velocity

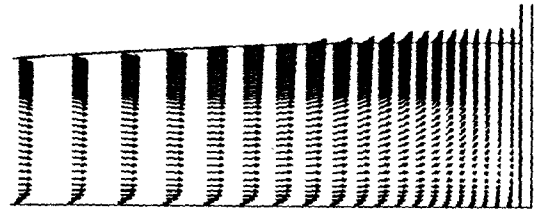


(b) v Velocity

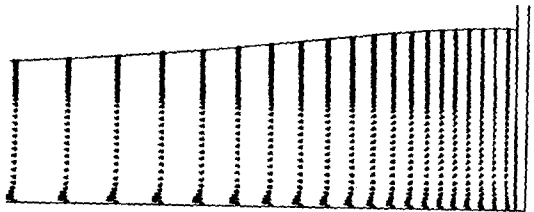
Fig.7 Velocity distribution of solitary wave ($A_0=0.2, Re=10^4, We=10^3$)



(a) $t=5$



(b) $t=7$



(c) $t=9$

Fig.9 Velocity vector of solitary wave near vertical wall ($A_0=0.3, R=10 \times 10^3, We=10^3$)

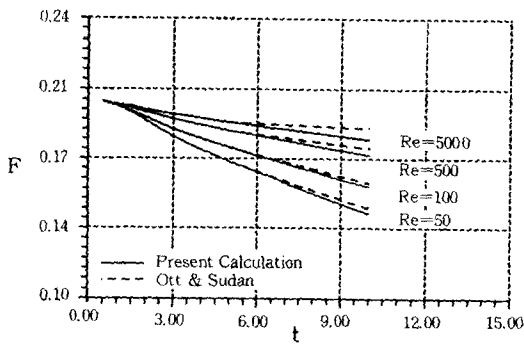


Fig.8 Comparison of maximum elevation with the results of ott[8]

12)에 대해 속도벡터를 그린 것이다. 이러한 자유표면의 변화를 Fig.10에 나타내었고, 파의 상승높이를 Fig.11에 초기 파고별로 도시하였다.

Fig.11에서의 비교를 살펴보면 본 계산에서 구한 최대 파상승 높이가 초기파고가 높을 때 실험치 및 Chan과 Street[3]의 계산결과와 차이가 있음을

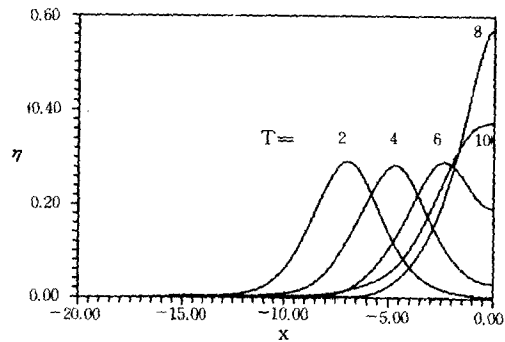


Fig.10 Evolution of surface profile near vertical wall ($A_0=0.3, R=5 \times 10^4, We=10^3$)

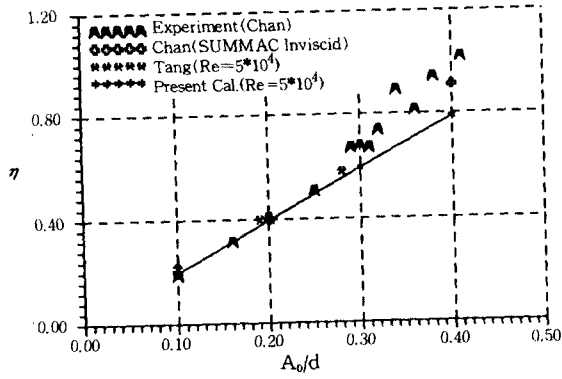


Fig.11 Maximum wave run-up vs. initial wave amplitude

알 수 있다. 이러한 차이는 Reynolds 수의 차이, 즉 점성계수의 차이에 기인하는 것이라 생각된다. 본 계산에서는 낮은 Reynolds 수를 적용하였기 때문에 벽면에서 점성효과가 크게 작용하였을 것이고, 또한 이미 벽면에 파가 다다르기 전에 어느정도 파고의 감소가 있을 것이다.

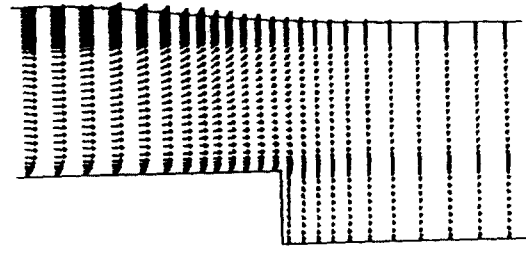
(3) 수심변화에 따른 고립파의 거동

고립파에서의 점성영향을 살펴보기 위해 선택한 또다른 문제는 수심의 변화에 따른 유동의 변화 관찰이다. 본 연구에서 적용한 수심의 변화형태는 수심의 갑작스런 증가인데, 이 경우 수심변화부분에 많은 수의 mesh를 집중분포하였다. 본 논문에서 도시한 결과들은 $Re=10^3$, $We=10^3$, $A_0=0.3$, $s=0.5$ 의 조건을 적용하여 계산한 결과들이다.

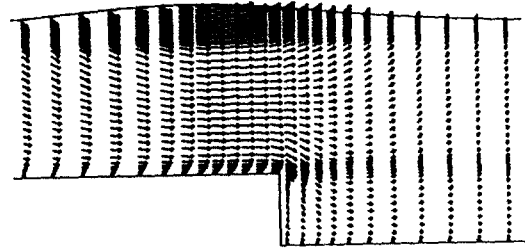
Fig.12는 유동장 내에서의 속도벡터를 시간의 진행 별로 도시한 것으로 수심의 변화부근에서 점성의 영향이 나타나고 있음을 볼 수 있다. 특히, Fig.13을 살펴보면 파가 진행한 후 수심변화부근에서 박리 현상이 나타나고 있다. 그리고, 파고도 변화를 일으켜 고립파가 수심의 변화영역을 지남에 따라 뒷부분에서 자유표면의 변위가 낮아지는 경향을 볼 수 있다.(Fig.14)

3.3 자유표면 부근에서의 보오텍스 쌍(Vortex-Pair)의 거동

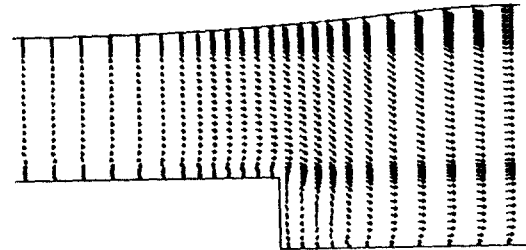
최근 선박의 후류에서 발생하는 보오텍스의 거동을 실험 및 이론을 통해 해석하려는 노력들이 진행되고 있다. 이러한 연구는 Sarpkaya[9, 10], Hirta[11] 등과 같이 Michigan 대학의 연구그룹들을 중심



(a) t=6

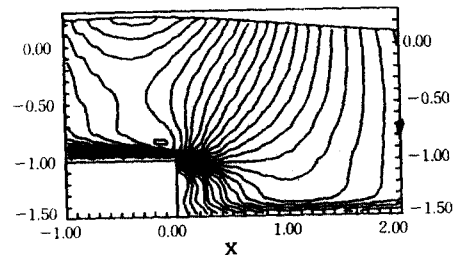


(b) t=8

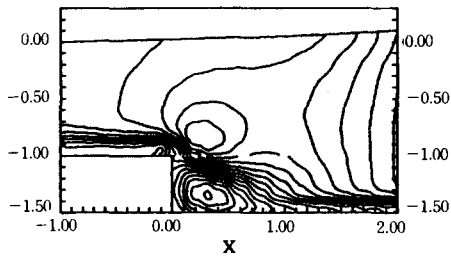


(c) t=12

Fig.12 Velocity vector of solitary wave near backward-facing step



(a) t=8



(b) $t=12$

Fig.13 u Velocity distribution near backward-facing step

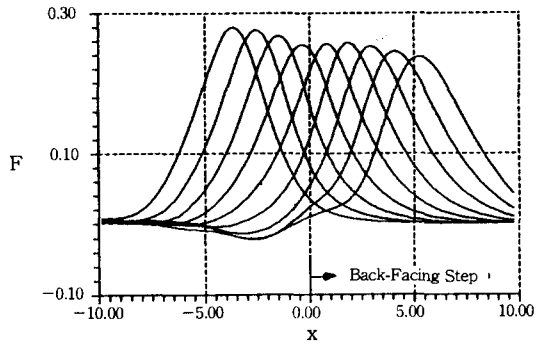


Fig.14 Evolution of free-surface elevation

으로 활발히 진행되고 있는데, 본 연구에서도 2차원 보오텍스 쌍이 자유표면 근처에서 변화하는 과정을 수치기법을 이용해 해석하고자 시도하였다. 이 문제의 경우에는 보오텍스의 세기 Γ 와 보오텍스의 깊이 d 를 적용해 무차원변수를 정의할 수 있다. 이 문제의 수치계산에서는 134×74 개의 mesh를 적용하였으며 Fig.15에 적용좌표계 및 mesh 분포를 도시하였다.

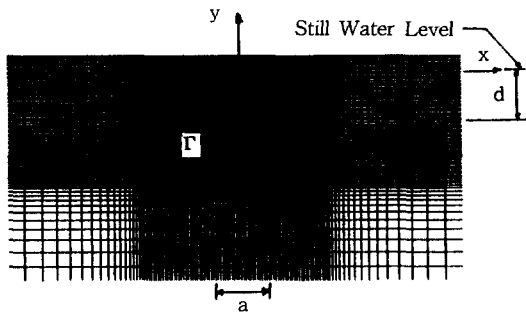
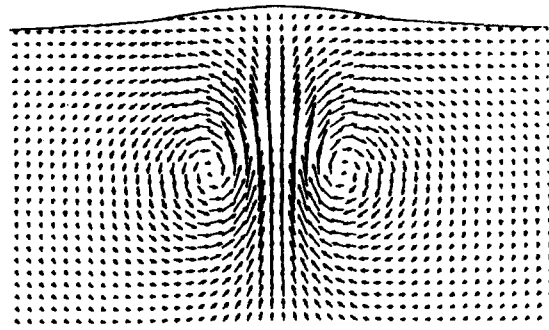
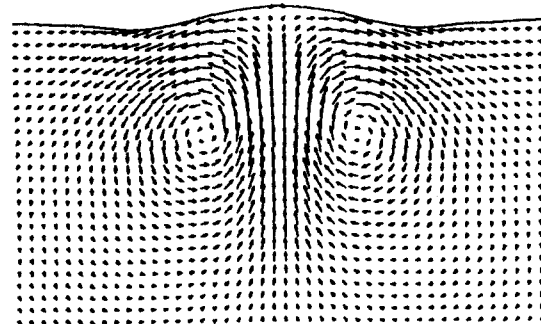


Fig.15 Coordinate system & mesh generation of vortex-pair problem

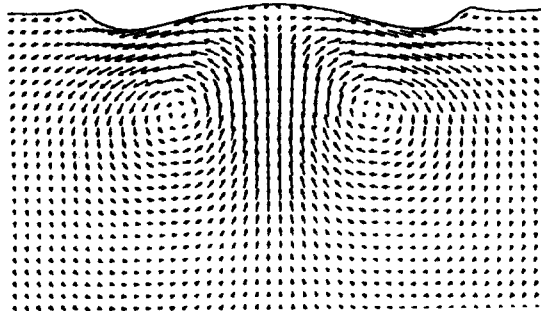
그리고, 초기조건으로는 이상유체에서 정의되는 보오텍스의 포텐셜로부터 얻을 수 있는 속도성분을 가정하였으며, 모든 계산에서 $\Gamma/2\pi = \pi/10$ 의 조건을 적용하였다.



(a) $t=0.6$



(b) $t=1.2$



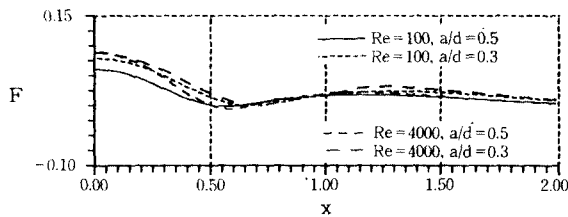
(c) $t=1.8$

Fig.16 Velocity vector around vortex-pair
 $Re=4 \times 10^3, We=10^3, Fn=0.4, a/d=0.3$

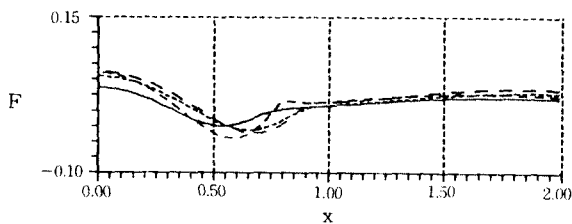
Fig.16은 유동장 내에서의 속도벡터를 시간별로 그린 것으로 시간이 지남에 따라 보오텍스가 상승하여 자유표면에 변화를 주고 보오텍스도 그 경로를 바꾸면서 자유표면파에 의해 간섭받고 있음을 볼 수 있다. 계산결과 얻어진 자유표면의 형상이 실제형상과 유사하다는 것을 보이기 위해 Fig.17에 Sarpaka [9]가 발표한 자료를 인용하였는데, 두 경우가 Froude 수가 약간 다르기는 하지만 발생하는 파형이 유사함을 알 수 있다 이 경우의 계산에서는 자유표면에서 불안정한 파가 발생하여 수치계산을 깨트려 버렸기 때문에 오랫동안 유체 운동을 계산하지는 못하였다. 따라서, 실제 현상에서도 발생과가 불안정하여 쇄파(breaking wave) 등이 발생할 것으로 예상된다.



Fig.17 Scar formation for $Fn=0.5$ (Sarpkaya[9], 1988)



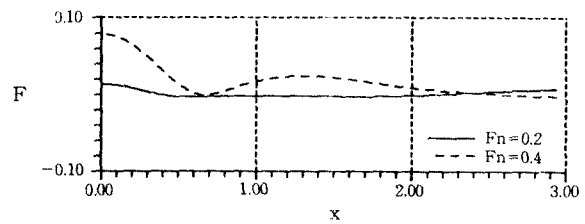
(a) $t=1.2$



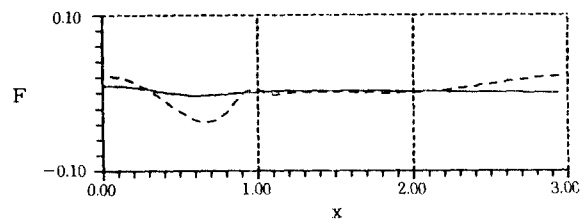
(b) $t=1.6$

Fig.18 Effect of Re & a/d on free surface elevation($We=10^3$)

이러한 자유표면의 움직임은 여러 인자들에 따라 다른 양상을 보이는데, Fig.18에서는 Re , a/d 의 영향을, Fig.19에서는 Fn 의 영향을, 그리고 Fig.20에서는 We 의 영향을 보여주고 있다. 특히, Fig.20은 표면장

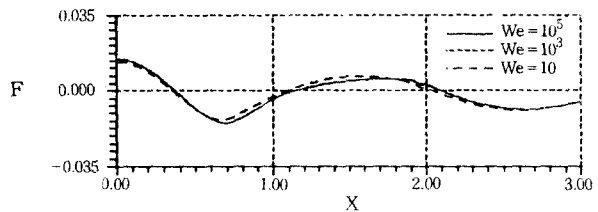


(a) $t=1.2$

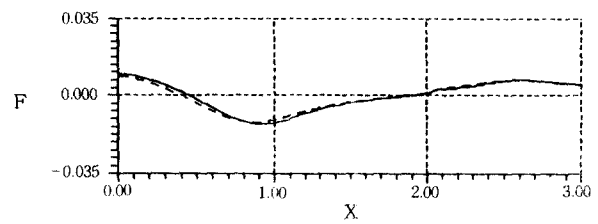


(b) $t=2.4$

Fig.19 Effect of Fn on free surface elevation ($Re=10^2$, $We=10^3$, $a/d=0.5$)



(a) $t=3.2$



(b) $t=4.8$

Fig.20 Effect of surface tension on free surface elevation($Re=10^2$, $Fn=0.4$, $a/d=0.3$)

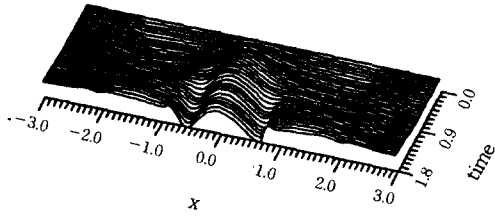
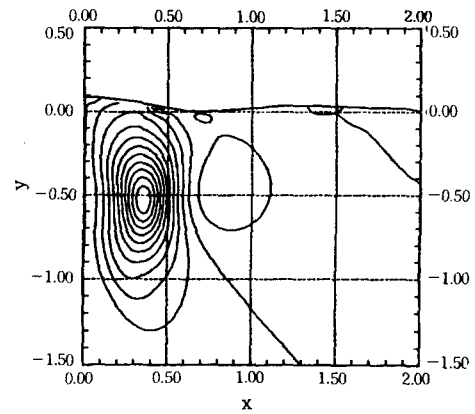


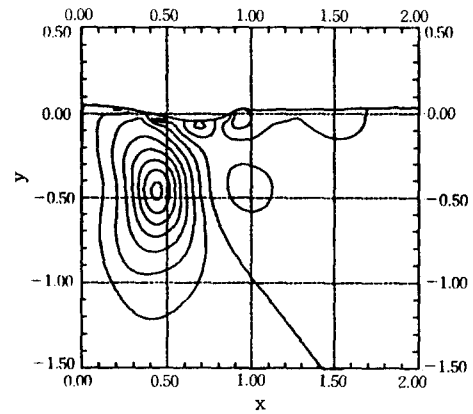
Fig.21 Time evolution of free surface elevation
($Re=4 \times 10^3$, $Fn=0.4$, $We=10^3$, $a/d=0.3$)

력의 영향을 살펴볼 수 있는데, Weber 수가 10^3 인 경우와 10^5 인 경우의 자유표면변위는 그 차이를 알아볼 수 없을 정도이나 10인 경우에는 파장과 파고가 약간 차이가 나고 있다. 그리고, 이러한 자유표면파의 시간별변화를 Fig.21에 시간축과 x축을 변수로 하여 도시하였다.

이 문제에서 많은 관심이 되는 것 중 하나는 보오텍스의 중심이 어떠한 경로를 따라 움직이는가 하는 것이다. 보오텍스의 경로는 여러인자들에 의해 좌우될 것이나, 특히 Re , Fn , 자유표면의 상태 등에 의해 결정적으로 좌우되는 것으로 알려져 있다. Fig.22는 본 연구에서 수행된 계산결과중 한 경우의 와도(vorticity)를 도시한 것으로 보오텍스 중심부의 이동을 잘 보여주고 있다. 주목할만한 것은 이 경우 보오텍스가 자유표면근처로 이동함에 따라 자유표면에서 새로운 보오텍스가 발생하여 점차 발달한다는 것이다. 이러한 경향은 실험에서 이미 입증된 것이



(b) $t=1.2$



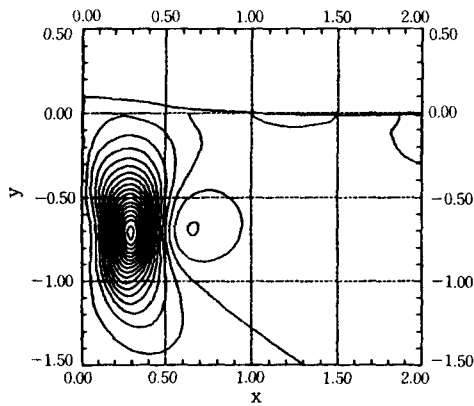
(c) $t=1.8$

Fig.22 Vorticity distribution around vortex-pair
($Re=10^2$, $We=10^3$, $Fn=0.4$, $a/d=0.3$)

다. Reynolds 수가 100일 경우의 보오텍스 중심이동 경로는 Fig.23에 도시되어 있는데, 이처럼 낮은 경우에는 중심이 자유표면 근처에 도달하면 자유표면과 거의 수평되게 이동한다는 것이 실험적으로 증명되어 있고 수치계산의 결과도 그러한 양상을 잘 보여주고 있다.

3.4 사각 부유체 주위의 유동해석

선수파문제는 대표적인 비선형 자유표면파 문제로서 Miyata 등[4]에 의해 많은 실험과 계산이 이루어진 바 있고, 최근에는 Grosenbaugh와 Yeung[12], Yeung와 Ananthkrishnan[5], Tang[6], Shin과 Lee



(a) $t=0.6$

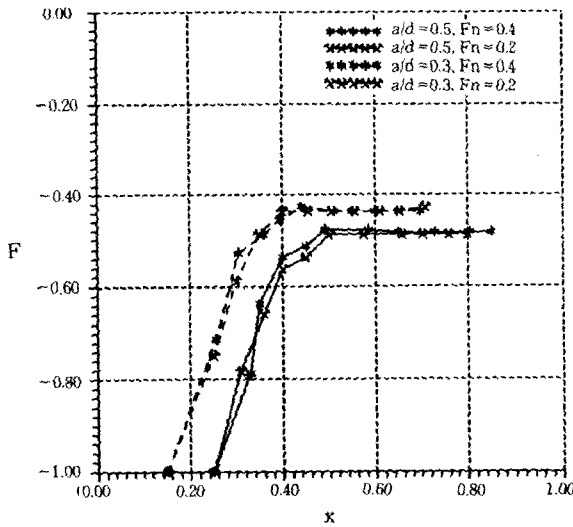


Fig.23 Path of vortex center
($Re=10^2$, $We=10^3$)

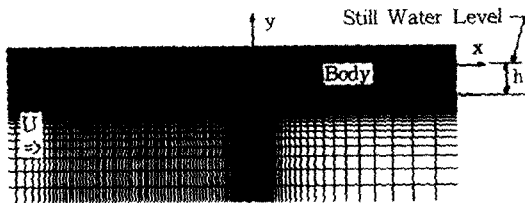


Fig.24 Coordinate system & mesh distribution for
2-dimensional bow wave computation.

[13] 등의 연구가 있다. 본 연구에서는 2차원 사각 부유체 전면에서 발생하는 파의 수치해석을 시도하여 보았다. 이를 위해 120×55 개의 mesh를 분포시켰으며, 물체주위에 mesh를 집중적으로 많이 배치하였다. 모든 계산에서는 $Re=10^2$, $We=10^3$ 의 조건을 적용하였으며, 물체의 깊이를 특성길이로 택하였다. Fig.24에 물체주위의 mesh 분포 및 좌표계를 도시하였고, 유체의 유입속도는 $t=1$ 까지 선형적으로 증가하고 이후 일정한 속도를 가지는 경우를 택하였다.

본 연구에서는 Froude 수가 1.0보다 작은 경우만 적용하였는데 1.0보다 큰 경우에는 선수영역에서 쇄파(breaking wave)가 발생한다는 것이 알려져 있기 때문에 본 계산에서는 제외하였다. 그런데, 이런 조건에서는 일정한 주기의 비정상(unsteady) 특성을 지니는 선수파가 발생함이 실험적으로 입증

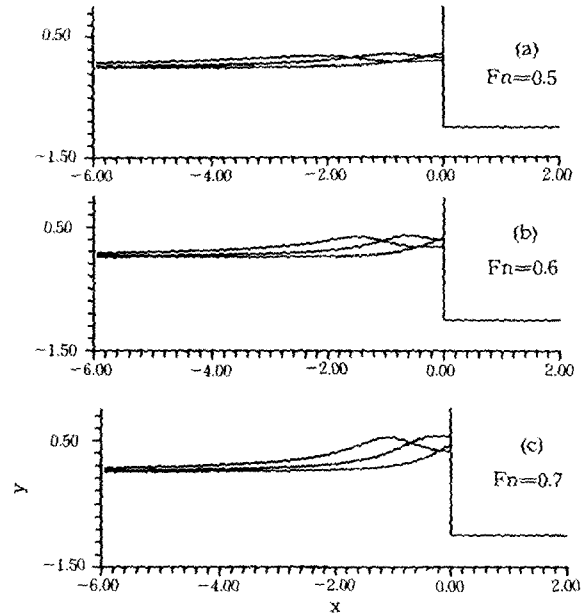


Fig.25 Free surface profile ahead of bow
($AT=1.0$)

된 바 있으나, 본 연구에서는 계산시간과 전산기의 문제 등으로 인해 그러한 경향을 충분히 살피지는 못하였다.

Fig.25는 세가지 Froude 수에 대한 선수파의 발생 과정을 나타내고 있으며, Fig.26은 $Fn=0.7$ 의 경우에 대한 속도벡터를 시간별로 나타내었다. 시간이 지남에 따라 물체바닥에서 점성의 영향으로 인해 경계층이 뚜렷이 나타나고 있으며, $t=5.0$ 이 되면 물체의 사각모서리 아래에서 역류(inverse flow)가 발생하고 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

이상과 같이 유한해석법을 이용하여 전형적인 비선형 자유표면과 문제들을 해석하여 보았다. 특히, 점성영향을 살펴보기 위해 Navier-Stokes 방정식을 직접 적용하였으며, 표면장력을 고려한 자유표면 경계조건을 적용하여 성공적인 계산을 수행하였다.

천수역에서의 평판마찰문제는 수심을 기준으로한 Froude 수에 따라 자유표면에서 발생하는 파의 형태가 결정되는데, 특히 $Fn=1.0$ 인 경우에는 상류로

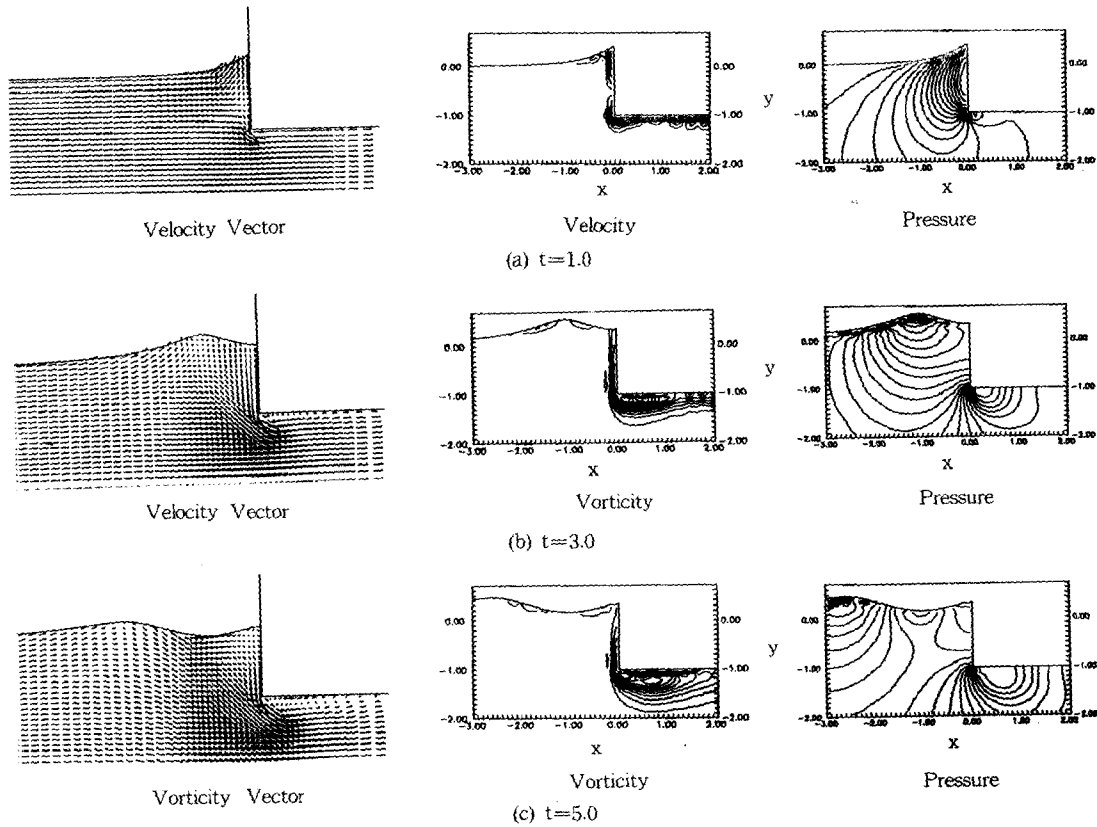


Fig.26 Velocity vector, vorticity & pressure distribution near rectangular block

전진하는 soliton 형태의 파가 발생함이 관찰되었다.

고립파에서의 점성효과는 파고의 감소를 초래하는데 이는 주로 바닥과의 마찰에 기인한 현상이다. 본 계산의 결과는 이론해보다 약간 많은 감소를 예측하고 있었으며, 수심의 변화문제에서 점성의 영향이 잘 관찰되었다.

자유표면 부근에 놓인 보오텍스 쌍 주위의 유동현상은 수치계산에서 잘 구현되어 실험의 경향과 일치하는 결과를 주고 있었다. 보오텍스가 자유표면에 접근하는 경우 여러 인자들에 의해 자유표면의 변위 및 보오텍스 중심의 이동경로가 결정되는데, 특히 자유표면파와 보오텍스의 상호간섭에 의해 추가적인 보오텍스가 나타난다는가 자유표면이 불안정해진다든가 하는 현상들이 발생하였다.

2차원 선수파의 계산에서는 충분한 해석이 이루어 지지는 않았지만 물체 주위의 점성효과 등을 근사적으로 파악하였으며 추가적인 연구를 통해 보다 정확한 해석이 이루어질 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Batchelor, G.K., *An Introduction to Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, 1970.
- [2] Welch, J.E., & et al, *The MAC Method: A Computing Technique for Solving Viscous Incompressible Transient Fluid-Flow Problems Involving Free Surfaces*, Report LA-3425, Los Alamos Scientific Laboratory, 1965.
- [3] Chan R.K.C., Street R.L., *A Computer Study of Finite-Amplitude Water Waves*, Journal of Computational Physics, Vol.6, 1970.
- [4] Miyata, H., Baba, N., & et al, Numerical and Experimental Analysis of Nonlinear Bow and Stern Waves of a Two-Dimensional Body, 3rd Report, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.156, 1984.

- [5] Yeung R.W., Ananthkrishnan, P., Vortical Flows with and without a Surface-Piercing Body, Preprints of 19th Symposium of Naval Hydrodynamics, 1992.
- [6] Chen, C.J., Computational Methods in Flows and Heat Transfer, Lecture Note, University of Iowa
- [7] Tang, C.J., Patel, V.C., Landweber, L., "Free-Surface Boundary Layer and the Origin of Bow Vortices", Report No.284, The University of Iowa, 1984.
- [8] Mei, C.C., The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, John Wiley & Sons, 1983.
- [9] Sarpkaya, T., & et al, Wake of a Vortex Pair on the Free Surface, Proc. of 17th Symposium of Naval Hydrodynamics, 1988.
- [10] Sarpaka, T., Suthon, P.B., Scarred and Striated Signature of a Vortex Pair on the Free Surface, Proc. of 18th Symposium of Naval Hydrodynamics, 1990.
- [11] Hirs, A., & et al, Measurement and Computations of Vortex Pair Interaction with a Clean or Contaminated Free Surface, Proc. of 18th Symposium of Naval Hydrodynamics, 1990.
- [12] Grosenbaugh, M.A., Mark, A., Yeung, R.W., Nonlinear Bow Flows—An Experimental and Theoretical Investigation, Proc. of 17th Symposium of Naval Hydrodynamics, 1988.
- [13] Shin, M.S., Lee, Y.G., & et al, Numerical Simulation of the Nonlinear Free-Surface Flow Around a Blunt Bow, Preprints of 19th Symposium of Naval Hydrodynamics, 1992.
- [14] Kim, Y.H., Analysis of Nonlinear Bow Waves, Report SH9106, DAEWOO Shipbuilding & Heavy Machinery Ltd., 1991.