
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 30 卷 第 2 號 1993 年 5 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 30, No. 2, May 1993

2차원 부유체 강제동요문제의 수치해석에 관하여

신영섭*, 이기표**

On Numerical Method for Radiation Problem of a 2-D Floating Body

by

Y.S. Shin* and K.P. Rhee**

요 약

부유체 강제동요문제를 수치해석하는 데에는 두가지 어려움이 따른다. 첫째는 교차점주위의 급격한 운동이고 둘째는 무한원방처리이다. 본 논문에서는 무한원방처리에 주안점을 두어, 자유표면의 Taylor 전개 및 F.F.T. 적용으로 계산시간을 단축시켜 수치해석하였다. 즉 Green 정리를 이용하여 해를 표현한 후, 축차방법에 의하여 해를 구한다. 축차단계에서는 계산식을 자유표면 기울기에 대하여 Taylor 전개하여 Convolution 형태로 변형한 후 F.F.T.를 적용함으로써 계산시간을 $O(\text{Mog } N)$ 으로 유지할 수 있었다. 수치검증을 위하여 부유체 선형문제와 압력장의 비선형문제를 수치해석하여 비교하였고, 이를 확장하여 부유체의 강제동요문제를 수치해석하였는데, 계산시간을 $O(\text{Mog } N)$ 으로 유지하면서 수치해석할 수 있었다.

Abstract

There exist two difficulties in the nonlinear wave-body problems. First is the abrupt behavior near the intersection point between the body and the free surface, and second is the far field treatment.

In this paper, the far field treatment is considered. The main idea is the Taylor series expansion of free-surface geometry and the application of F.F.T. algorithm. The numerical step is as follows. The velocity potential is expressed by the Green's theorem, and the solution is obtained by iteration method. In the iteration stage, the expressions by the Green's

발 표 : 1992년도 대한조선학회 추계연구발표회('92. 11. 14)

접수일자 : 1992년 12월 21일, 재접수일자 : 1993년 3월 2일

* 정회원, 국방과학연구소

** 정회원, 서울대학교 조선해양공학과

theorem are transformed to the convolution form with the expansion of free surface by the wave slope. Here F.F.T. is applied, so the computing time can be of $O(N \log N)$ where N is the number of unknowns.

The numerical analysis is carried out and the results are compared with other results in linear floating body problem and nonlinear moving pressure patch problem, and good agreements are obtained. Finally nonlinear floating body radiation problem is carried out with computing time of $O(N \log N)$.

1. 서론

비선형 자유표면 경계조건하에서 부유체 강제동요 문제를 수치해석하는 데, 두가지 어려운 문제를 만나게 된다.

첫째는 물체주위의 급격한 교차점유동 [1, 2]이고, 둘째는 무한원방 처리인데, 본 연구에서는 무한원방 수치해석에 주안점을 두고자 한다.

무한원방을 처리하기 위하여 비선형해와 섭동법에 의한 선형해와의 정합방법[3]이 이용되었으나, 내부와 외부영역의 수치해석법의 차이점으로 인하여 정합면에 파가 도달하게 되면 수치해석상 어려움이 발생한다.

본 연구에서는 정합을 이용하지 않고 전영역을 수치해석하였다. Green 정리를 이용 해를 표현한 후, 매시간 단계에서 축차법(Iteration Method)을 이용하여 해를 구하였다. 축차단계에서는 자유표면의 기울기가 크지 않으므로 자유표면을 기울기에 대하여 Taylor 전개하여 계산식을 Convolution 형태로 변형한 후, F.F.T.(Fast Fourier Transform)를 적용하였다. 구하고자 하는 대부분의 미지수는 자유표면에 분포되어 있어, 계산시간의 대부분은 자유표면의 미지수를 구하는데 소요되는 데, F.F.T.를 적용함으로써 계산시간을 $O(N \log N)$ 으로 유지할 수 있었다. F.F.T.를 이용한 Dommermuth and Yue[4]의 고차 스펙트럴법에 Kim[5]은 물체포텐셜을 도입하여 잠수주상체 문제를 수치해석하였으며, 여기서는 이 방법을 부유체문제로 확장하였다.

계산방법의 검증을 위하여 먼저 선형자유표면 경계조건하에서 부유체의 충격응답함수를 수치해석하고, 이를 선형 자유표면 경계조건을 만족시키는 과도 Green 함수를 이용한 결과 [7]과 비교하였다. 또 비선형 자유표면 경계조건하에서 압력장의 전진 문제를 수치해석하여 이를 F.E.M.을 이용하여 해석한 Lee[10]의 결과와 비교하였다. 두 경우의 결과가

비교적 일치하였으며 이로부터 부유체로의 적용과 자유표면의 Taylor 전개의 타당성을 확인할 수 있었다. 그리고 비선형자유표면 경계조건하에서 부유체의 강제동요 문제를 수치해석하였는데, 계산시간을 $O(N \log N)$ 으로 유지하면서 수치해석할 수 있었다.

2. 정식화

유체는 비점성, 비회전성 운동을 가정하여 속도포텐셜 ϕ 를 도입하면 다음과 같은 지배방정식과 경계조건을 얻을 수 있다. 좌표축으로 x 축은 정수면에, y 축은 상방향을 양으로 하였다.

지배 방정식

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.1)$$

자유표면 경계조건

$$\eta_t + \phi_x \cdot \eta_x - \phi_y = 0 \quad \text{on } y = \eta \quad (2.2)$$

$$\phi_t + g\eta + \frac{1}{2} v^2 = 0 \quad \text{on } y = \eta \quad (2.3)$$

물체표면 경계조건

$$\phi_n = v_n \quad \text{on } S \quad (2.4)$$

초기조건과 무한원방경계조건이 주어지고, η 는 자유표면변위, S 는 물체표면, 그리고 v_n 은 물체 안쪽으로의 법선속도를 의미한다.

3. 수치해석

3.1 축차방법

Green 정리를 이용하면 속도포텐셜 ϕ 는 다음과 같다.

$$2\pi\phi = \int (\phi G_n - \phi_n G) ds \quad (3.1)$$

물체표면에서의 ϕ_n , 자유표면상의 ϕ 가 주어지므로, 식(3.1)은 물체표면에서의 ϕ , 자유표면상에서 ϕ_n 에 대한 Fredholm 적분방정식임을 알 수 있고, 영향함수 G 에 의한 항은 자기자신으로부터 멀어질수록 영향을 크게 줄을 알 수 있다. 이로부터 식(3.1)은 축차방법에 적합하지 않음을 알 수 있으므로, 다음과 같이 공간에 대하여 미분한 식을 이용하였다.

$$2\pi\phi_x = \int (\phi G_{n,x} - \phi_n G_{,x}) ds \quad (3.2)$$

$$2\pi\phi_y = \int (\phi G_{n,y} - \phi_n G_{,y}) ds \quad (3.3)$$

여기서 적분구간은 물체와 자유표면을 포함하며, x, y 는 field point 미분을 의미하고, Green 함수 G 는 다음과 같다.

$$G = R [\log(z - \zeta)] \quad (3.4)$$

여기서 R 은 복소수의 실수부를 의미하며, z, ζ 는 복소변수로서 각각 field point, source point를 의미한다.

식(3.2), (3.3)으로 부터,

$$2\pi\phi_n = n_x \int (\phi G_{n,x} - \phi_n G_{,x}) ds + n_y \int (\phi G_{n,y} - \phi_n G_{,y}) ds \quad (3.5)$$

이므로, 물체표면에서의 ϕ 에 대한 방정식을 얻을 수 있다. 여기서 n_x, n_y 는 법선벡터 성분을 의미한다.

식(3.3), (3.5)를 축차방법을 이용하여 풀고자 한다. 축차단계는 a) 자유표면상의 ϕ_n , 물체표면의 ϕ 를 가정한다. b) 전경계에서 축차식 (3.3)의 우변항을 알 수 있으므로 식(3.3)으로 부터 자유표면에서의 속도 ϕ_y 를 구할 수 있고, $\phi_y = n_y \phi_n - n_x \phi_x$ 을 이용하여 자유표면상의 ϕ_n 을 구한다. 식(3.2), (3.3)으로부터 $\phi_n = n_x \phi_x + n_y \phi_y$ 를 이용하여 ϕ_n 을 구할 수 있으나 자유표면상의 주어진 ϕ 를 이용하여 ϕ_x 를 구할 수 있으므로 식(3.2)는 사용하지 않았다. 물체표면에서의 ϕ 를 식(3.5)로 부터 구한다. c) 자유표면상의 ϕ_n , 물체표면의 ϕ 의 점근값을 얻을 때까지 a), b)의 과정을 반복한다. 한편 자유표면상의 ϕ 가 주어진 Dirichlet 경계치문제이므로, 점근된 축차해는 유일해임을 알 수 있다.

식(3.3), (3.5)를 보면 미지수의 대부분은 자유표면상의 속도임을 알 수 있고, 계산시간의 대부분은 식(3.3)의 우변을 계산하는 데 소요됨을 알 수 있다. 여기서는 계산시간을 단축시키기 위하여 다음과 같은 방법을 이용하였다. 식(3.3)의 적분구간은 물체와 물체부근의 자유표면을 제외한 대부분의 영역이 기울기가 작음을 알 수 있다. 따라서 기울기에 대하여 Taylor 전개함으로써 식(3.3)의 계산식을 Convolution 형태로 변형할 수 있고, 여기에 F.F.T.를 이용하면 계산시간을 $O(N^2)$ 에서 $O(\text{Mog } N)$ 으로 단축시킬 수 있게 된다.

3.2 Taylor 전개 및 F.F.T.를 이용한 Convolution 계산

식(3.3)의 우변항을 계산하기 위하여, 경계를 선요소로 나누고, 각 선요소에서 ϕ, ϕ_n 이 일정하다고 가정하면 식(3.3)은 다음과 같은 급수로 표현된다.

$$2\pi\phi_y = \int (\phi G_{n,y} - \phi_n G_{,y}) ds = \sum \phi \int G_{n,y} ds - \sum \phi_n \int G_{,y} ds \quad (3.6)$$

한편,

$$A \equiv \int_{\zeta_j}^{\zeta_{j+1}} G_{n,y} ds = I \left\{ -\frac{i}{(z-\zeta)} \right\}_{\zeta_j}$$

$$B \equiv \int_{\zeta_j}^{\zeta_{j+1}} G_{,y} ds = R \left\{ -i e^{-i\beta} \log(z-\zeta) \right\}_{\zeta_j} \quad (3.8)$$

이므로, 식(3.6)은 다음과 같다.

$$2\pi\phi_y = \sum \phi A - \sum \phi_n B \quad (3.9)$$

여기서 ζ_j, ζ_{j+1} 는 j 번째 선요소의 절점을 의미하며, β 는 선요소의 경사각을, R 과 I 는 각각 실수부와 허수부를 의미한다. A, B 를 기울기에 대하여 Taylor 전개하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{z-\zeta} = \frac{1}{x-\xi} - i \frac{(y-\eta)}{(x-\xi)^2} - \frac{(y-\eta)^2}{(x-\xi)^3} + i \frac{(y-\eta)^3}{(x-\xi)^4} + \dots \quad (3.10)$$

$$\log(z-\zeta) = \log(x-\xi) + i \frac{y-\eta}{x-\xi} + \frac{1}{2} \left(\frac{y-\eta}{x-\xi} \right)^2 - \dots \quad (3.11)$$

식(3.9)는 다음과 같은 형태의 계산이므로,

$$P \equiv \sum f A \quad (3.12)$$

$$Q \equiv \sum f B \quad (3.13)$$

식(3.10), (3.11)을 식(3.12), (3.13)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P &= \sum f A \\ &= - \sum f \left[\frac{1}{(x-\xi)} - \frac{(y-\eta)^2}{(x-\xi)^3} + \dots \right] \\ &= - \sum f \frac{1}{(x-\xi)} \\ &\quad + y^2 \sum f \frac{1}{(x-\xi)^3} - 2y \sum f \eta \\ &\quad \frac{1}{(x-\xi)^3} + \sum f \eta^2 \frac{1}{(x-\xi)^3} + \dots \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} Q &= \sum f B \\ &= - \sum f \cos(\beta) \left[- \frac{(y-\eta)}{(x-\xi)} + \frac{1}{3} \frac{(y-\eta)^3}{(x-\xi)^3} \dots \right] \\ &\quad - \sum f \sin(\beta) \left[\log(x-\xi) + \frac{1}{2} \frac{(y-\eta)^2}{(x-\xi)^2} \dots \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= y \sum f \cos(\beta) \frac{1}{(x-\xi)} - \\ &\quad \sum f \cos(\beta) \eta \frac{1}{(x-\xi)} + \dots \\ &- \sum f \sin(\beta) \log(x-\xi) \dots \end{aligned} \quad (3.15)$$

Fig.1-3에는 Taylor 전개 타당성을 검토하기 위하여 식(3.12), (3.13)을 식(3.7), (3.8)에 의한 결과와 Taylor 전개식 (3.14), (3.15)에 의한 결과를 비교하였다. 계산결과는 자기자신에 의한 항은 제외시킨 결과

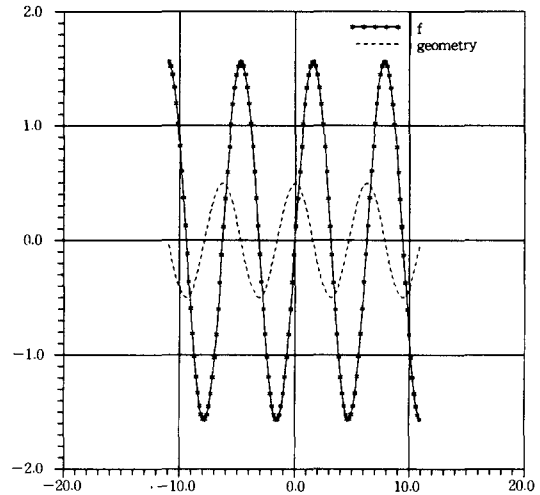


Fig.1 Distribution of f and geometry

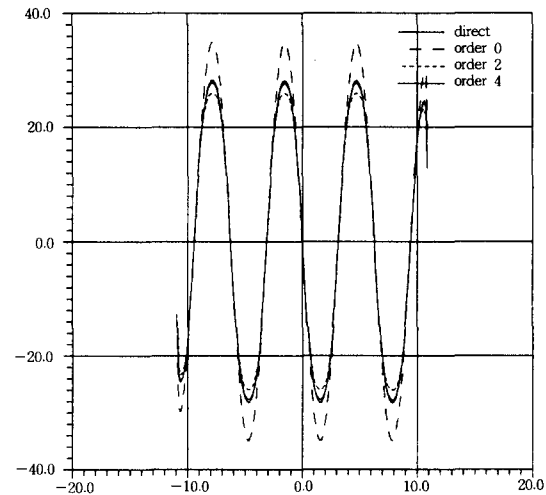


Fig.2 Comparison between direct result of A and Taylor series expansion of A

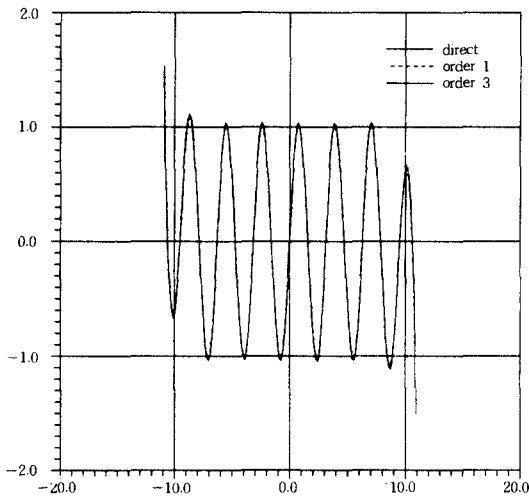


Fig.3 Comparison between direct result of B and Taylor series expansion of B

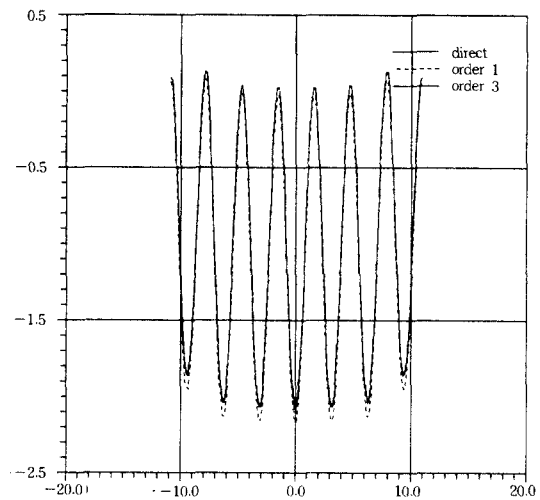


Fig.5 Comparison between direct result of B and Taylor series expansion of B

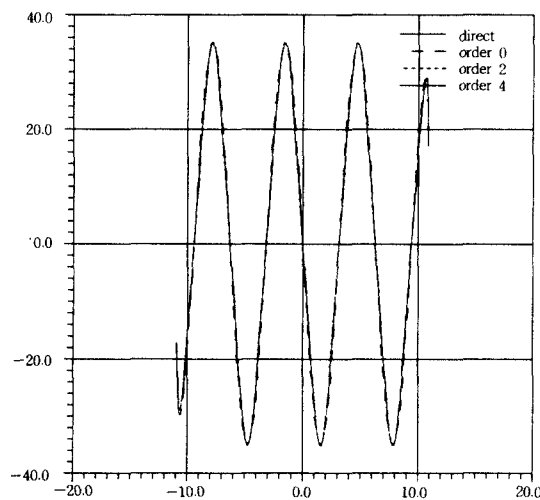


Fig.4 Comparison between direct result of A and Taylor series expansion of A

이다. Fig.1에는 f 의 분포와 자유표면형상을 도시하였다. $f = a \sin(kx)$, $\eta = a \cos(kx)$ 이고 $a = 0.5$, $k = 1$ 일 때이다. $2a/\lambda = 1/6.28$ 로 기울기가 큰 경우를 택하였다. 차수별로 비교하였는데, 고차를 고려할수록 계산결과가 거의 일치함을 알 수 있다. 여기서 차수는 기울기에 대한 차수를 의미한다. 위상의 영향을 살펴보기 위하여 Fig.4-5에는 $\eta = a \sin(kx)$ 일 때의 결과를 도시하였는데, 거의 일치함을 알 수 있었다.

식(3.14), (3.15)의 계산시간은 $O(N^2)$ 임을 알 수 있고, 계산시간을 단축시키기 위하여 P, Q를 x 에

대해 Fourier 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 F(P) = & -F(f)F\left(\frac{1}{x}\right) & (3.16) \\
 & + y^2 F(f)F\left(\frac{1}{x^3}\right) - 2yF(f\eta)F\left(\frac{1}{x^3}\right) \\
 & + F(f\eta^2)F\left(\frac{1}{x^3}\right) + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F(Q) = & yF\{f \cos(\beta)\}F\left(\frac{1}{x}\right) & (3.17) \\
 & - F\{f \cos(\beta)\eta\}F\left(\frac{1}{x}\right) - F\{f \sin(\beta)\} \\
 & F(\log x) + \dots
 \end{aligned}$$

식(3.16), (3.17)을 Fourier 역변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P = & F^{-1}\left[-F(f)F\left(\frac{1}{x}\right)\right] \\
 & + y^2 F^{-1}\left[F(f)F\left(\frac{1}{x^3}\right)\right] - 2yF^{-1} \\
 & \left[F(f\eta)F\left(\frac{1}{x^3}\right)\right] + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q = & yF^{-1}\left[F\{f \cos(\beta)\}F\left(\frac{1}{x}\right)\right] \\
 & - F^{-1}\left[F\{f \cos(\beta)\eta\}F\left(\frac{1}{x}\right)\right]
 \end{aligned}$$

$$-F^{-1}[F\{f\sin(\beta)\}F(\log x)] + \dots$$

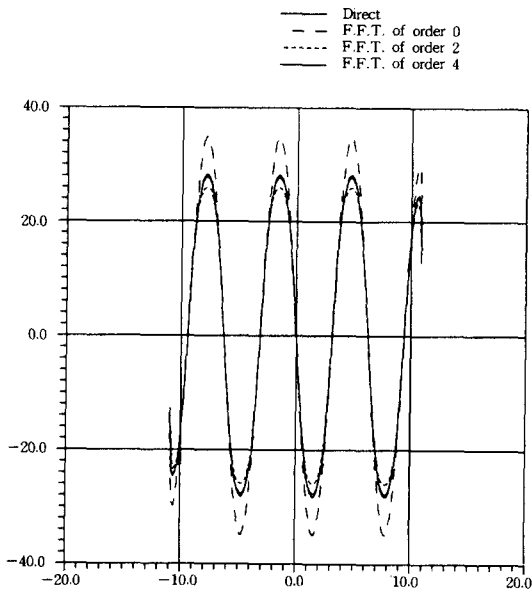


Fig.6 Comparison between direct result of A and F.F.T. result of A

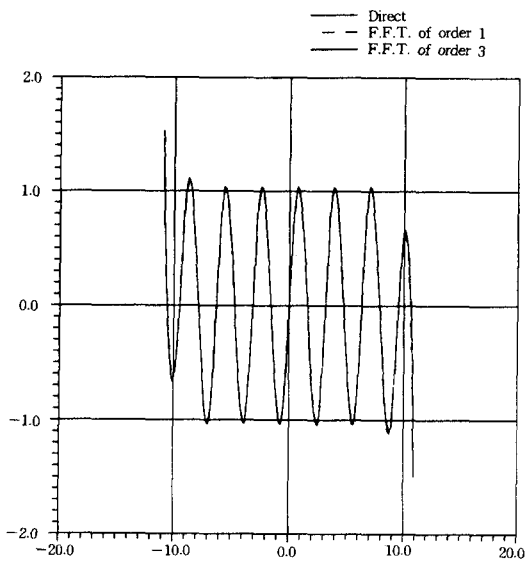


Fig.7 Comparison between direct result of B and F.F.T. result of B

Fig.6-7에는 Fourier 변환에 의한 계산결과와 식(3.7), (3.8)에 의한 결과를 비교하였는데, Fig.2-3의 결과와 일치함을 알 수 있다.

F.F.T.에 의한 차수별 계산시간은 $m_n \cdot O(N \log N)$ 이며, $m_n = m_{n-2} + n + 1$ 임을 Taylor 전개식으로 부터 알 수 있다. 여기서 m_n 은 차수 n 에 따른 상수값을 의미한다. 식(3.12), (3.13)을 식(3.7), (3.8)을 이용하여 직접계산한 경우와 Taylor 전개후 F.F.T.를 이용한 계산속도비는 $N=200$ 일 때 4배, $N=400$ 일 때 8배임을 알 수 있었다. 여기서 F.F.T.에 의한 계산은 A는 4차, B는 3차까지 고려하여 계산하였으며, 저차차수일 때의 계산시간은 m_n 값으로부터 알 수 있다. 한편 Convolution의 계산시 나타날 수 있는 Aliasing

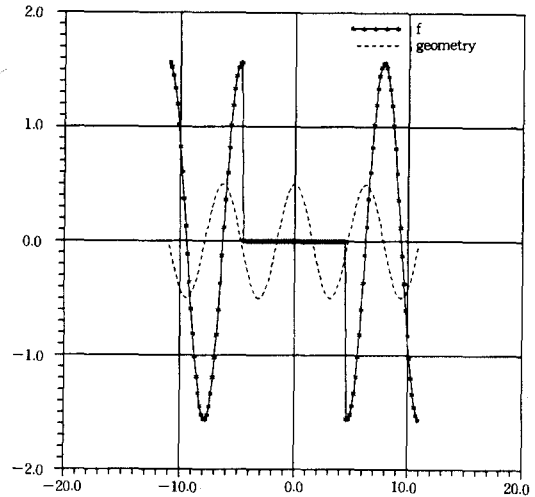


Fig.8 Distribution of f and geometry

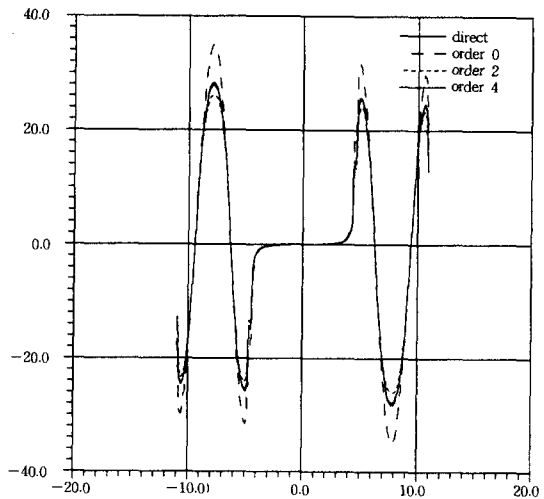


Fig.9 Comparison between direct result of A and Taylor series expansion of A

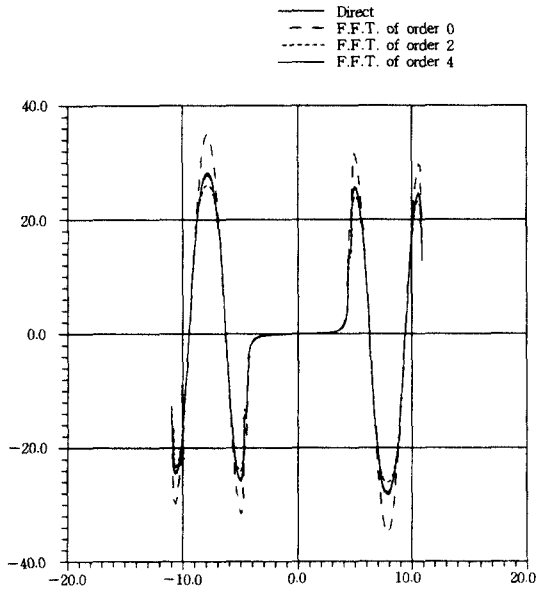


Fig.10 Comparison between direct result of A and F.F.T. result of A

현상을(6) 제거하기 위하여 f의 분포는 한주기를 더 취하고 값은 0으로 하여 계산하였다.

Gibb's 현상을 조사하기 위하여 Fig.8에서와 같이 f가 불연속일 때의 결과를 Fig.9-10에 도시하였는데, 수치결과에 영향이 나타나지 않았다.

4. 계산결과

수치해석의 검증을 위하여 (4.1)에는 선형 자유표면 경계조건을 이용하여 부유체의 충격응답함수를 수치해석하여 부유체로의 확장 타당성을 조사하였고, 4.2에는 압력장의 전진문제를 비선형 자유표면 경계조건을 이용하여 수치해석함으로써 Taylor 전개 타당성을 조사하였다. (4.1), (4.2)의 결과를 토대로 (4.3)에는 비선형 자유표면 경계조건하에서 부유체의 강제동요문제를 수치해석하였다.

4.1 선형해석

자유표면 경계조건과 물체표면 경계조건은 다음과 같고,

$$\eta_t = \phi_y \text{ on } y=0 \tag{4.1}$$

$$\phi_t = -g\eta \text{ on } y=0 \tag{4.2}$$

물체표면 경계조건

$$\phi_n = v_n \text{ on } S_o \tag{4.3}$$

초기조건 및 무한원방 경계조건이 주어지며, S_o 는 물체의 평균위치를 의미한다. 자유표면에서의 선형조건을 고려하면, 식(3.9)는 다음과 같이 간단하게 표현된다.

$$2\pi\phi_y = \sum \phi A \tag{4.4}$$

식(4.4)와 식(3.5)를 이용하여 원형주상체의 동유체력을 수치해석하였다. 물체경계조건은 y방향으로 Heaviside의 속도를 주었다. 계산영역은 반경의 400배를 택하였고 물체표면은 20등분 자유표면은 800등분하였으며 시간간격은 0.025초로 하였다. 평균 축차횟수는 3회이었다. Fig.11에는 선형자유표면 경계조건을 만족하는 과도 Green 함수를 이용한 결과(7)와 비교하였는데, 비교적 일치하고 있음을 알 수 있다.

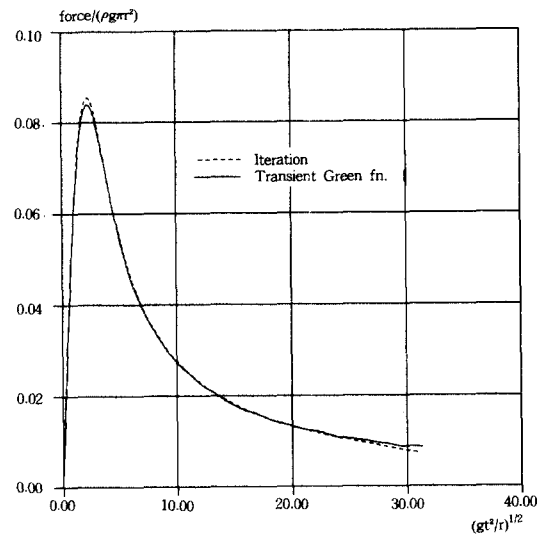


Fig.11 Impulse response function in heave for floating circular cylinder

4.2 압력장 해석

비선형 자유표면 경계조건하에서 압력장이 전진하는 문제를 수치해석하였다. $\phi^s \equiv \phi(x, \eta(x, t))$ 로 정의하면 [8, 9], 자유표면 경계조건식(2.2), (2.3)은 다음과 같다.

$$\eta_t + \phi'_x \cdot \eta_x - (1 + \eta_x \cdot \eta_x) \phi_y = 0 \quad (4.5)$$

on $y = \eta$

$$\phi'_t + g\eta + \frac{1}{2} \phi'_x \phi'_x - \frac{1}{2} (1 + \eta_x \cdot \eta_x) \phi_y^2 = -P \quad \text{on } y = \eta \quad (4.6)$$

식(3.9)을 이용하여 수치해석한 결과, 압력장의 세기가 큰 경우 선요소를 증가할수록 해가 불안정해져, 여기서는 식(3.3)을 부분적분하여 Green 함수의 2차미분항을 1차미분항으로 변환하여 수치해석하였다.

압력장의 세기가 증가할수록 파의 형상이 급격하게 되는데, 수식상으로는 같은 표현이지만 수치계산시 이산화에 따른 계산결과차이가 발생하게 되며, 이 경우 식(3.9)의 A항의 계산시 Green 함수의 2차미분 계산보다는 부분적분한 계산결과가 안정한 값을 주고 있음을 알 수 있었다. 부분적분하여 변환된 식은 Green 함수의 1차미분항으로만 구성되므로, 영향함수는 거리가 멀어질수록 영향이 작게됨을 알 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} = n_x \frac{\partial}{\partial n} + n_y \frac{\partial}{\partial s} \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = n_y \frac{\partial}{\partial n} - n_x \frac{\partial}{\partial s} \quad (4.8)$$

이므로, 식(4.7), (4.8)을 식(3.3)에 대입하고, 부분적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 2\pi\phi_y &= \int (\phi G_{n,y} - \phi_n G_{,y}) ds \quad (4.9) \\ &= - \int \phi G_{s,x} ds + \int \phi_n (n_y G_n - n_x G_s) ds \\ &= \int \phi_s G_{,x} ds + \int \phi_n (n_y G_n - n_x G_s) ds \\ &= - \int \phi_s (n_y G_s + n_x G_n) ds \\ &\quad + \int \phi_n (n_y G_n - n_x G_s) ds \\ &= - \sum (n_x \phi_s - n_y \phi_n) \int G_n ds \\ &\quad - \sum (n_y \phi_s + n_x \phi_n) \int G_s ds \end{aligned}$$

여기서 s 는 접선방향을 의미한다. C, D를 다음과 같이 정의하면,

$$C \equiv \int_{\zeta_j}^{\zeta_{j+1}} G_n ds \quad (4.10)$$

$$= I \{ -\log(z - \zeta) \}_{\zeta_j}^{\zeta_{j+1}}$$

$$D \equiv \int_{\zeta_j}^{\zeta_{j+1}} G_s ds \quad (4.11)$$

$$= R \{ \log(z - \zeta) \}_{\zeta_j}^{\zeta_{j+1}}$$

이므로, 식(4.9)는 다음과 같다.

$$2\pi\phi_y = - \sum [(n_x \phi)_s - n_y \phi_n] C - \sum [(n_y \phi)_s + n_x \phi_n] D \quad (4.12)$$

식(4.12)의 계산은 3.2절에서와 같이 Taylor 전개하여 F.F.T.를 이용하여 수치해석하였다. 압력장 분포 및 전진속도는 다음과 같이 하였다.

$$P = P_o \sin^2 \left(\pi \frac{x}{b} \right) \quad |x| < |b| \quad (4.13)$$

$$= 0 \quad \text{otherwise}$$

$$V = \frac{U}{2} \left[1 - \cos \left(\pi \frac{t}{T_a} \right) \right] \quad t < T_a \quad (4.14)$$

$$= U \quad t > T_a$$

$F_n(U/\sqrt{gL})=0.572$, $b=1.05L$ 일 때이며, 계산영역은 $\lambda \equiv (2\pi U^2/g)$ 의 20배를 택하였고 파장당 50 등분하였다. 계산시간은 20 주기를 취하였고, T_a 는 계산시

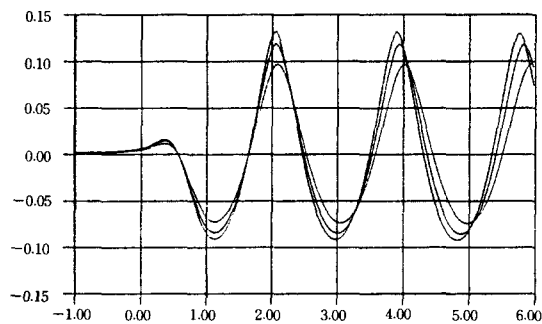


Fig.12 Wave profiles generated by pressure patch $P_o=0.03, 0.035, 0.038$ (Iteration Method)

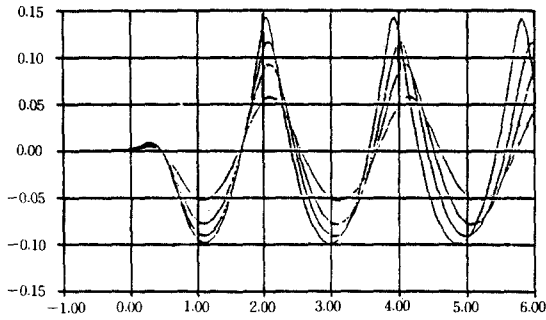


Fig.13 Wave profiles generated by pressure patch
 $P_0=0.02, 0.03, 0.035, 0.038$ (F.E.M. Method)

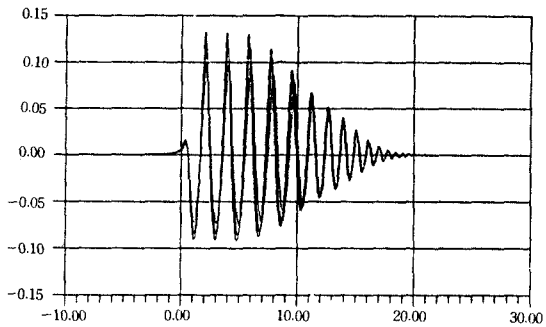


Fig.14 Wave profiles generated by pressure patch
 $P_0=0.03, 0.035, 0.038$

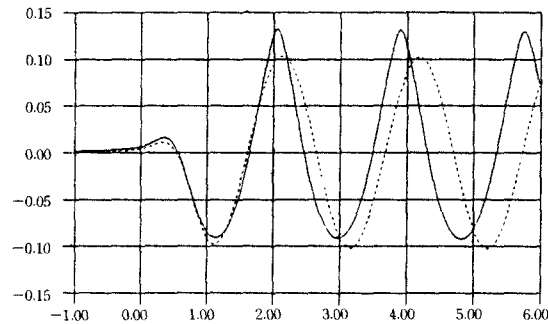


Fig.15 Wave profiles generated by pressure patch

간의 2/3로 택하였으며 시간간격은 주기당 30 등분하였다. Fig.12, 13에는 $P_0=0.03, 0.035, 0.038$ 일 때의 결과를 FEM을 이용한 Lee[10]의 결과와 비교하였는데 비교적 일치하고 있음을 알 수 있다. 압력장의 세기가 증가함에 따라 amplitude, phase의 변화가 나타남을 알 수 있다. Fig.14에는 전영역에서의 파형을 도시하였고 Fig.15에는 $P_0=0.038$ 일 때의 결과를

선형자유표면 경계조건을 이용한 결과와 함께 도시하였다. 섭동법에 의하여 3차차수까지 고려한 파장 $\lambda(1-k^2a^2)=1.85$ 인데, 비교적 일치하고 있음을 알 수 있다. 여기서 a 는 선형파 파고를 의미한다.

4.3 비선형 강제동요 해석

비선형 자유표면 경계조건하에서 부유체의 강제동요문제를 수치해석하였다. 자유표면 경계조건 및 물체표면경계조건은 다음과 같다.

자유표면 경계조건

$$\eta_t + \phi_x^s \cdot \eta_x - (1 + \eta_x \cdot \eta_x) \phi_y = 0 \quad (4.15)$$

on $y = \eta$

$$\phi_x^s + g\eta + \frac{1}{2} \phi_x^s \phi_x^s - \frac{1}{2} (1 + \eta_x \cdot \eta_x) \quad (4.16)$$

$$\phi_y^2 = 0 \text{ on } y = \eta$$

물체표면 경계조건

$$\phi_n = v_n \text{ on } S \quad (4.17)$$

원형주상체에 대하여 수치해석하였는데, $y=y_0 \sin(\omega t)$ 의 상하동요일 때이다. 물체표면은 cosine spacing 을 하여 20 등분하였다. 계산영역은 반경의 140배를 취하였고 파장당 40 등분하였다. $k(\omega^2/g)=1$ 이고, 시간 간격은 주기당 40 등분하였다. Fig.16 에는 $y_0=0.1, 0.2, 0.3$ 의 변화에 따른 동유체력을 도시하였다. 물체부근에서는 파의 기울기가 크기 때문에 전영역중 물체로부터 1파장($x=\pm 8$)까지는 Taylor 전개하지 않은 식을 이용하여 계산하였고,

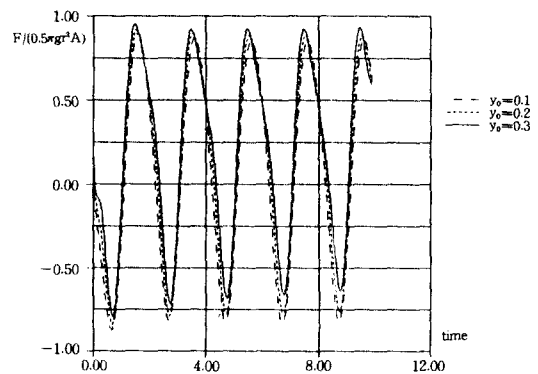


Fig.16 Hydrodynamic force on circular cylinder in heave

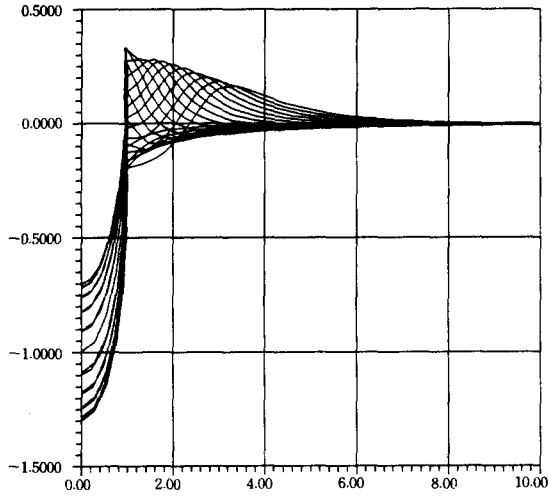


Fig.17 Wave profiles (~ 1 period)

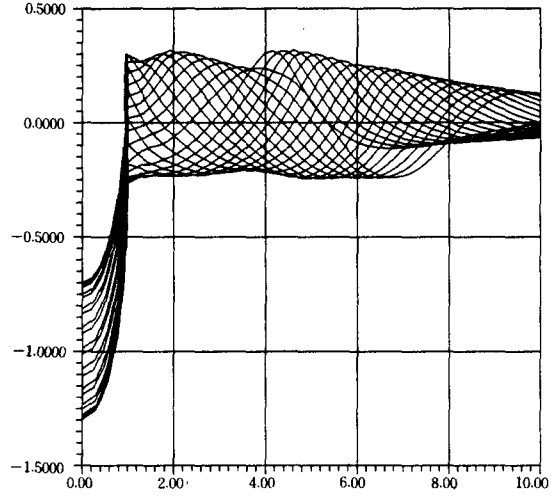


Fig.19 Wave profiles (2~3 period)

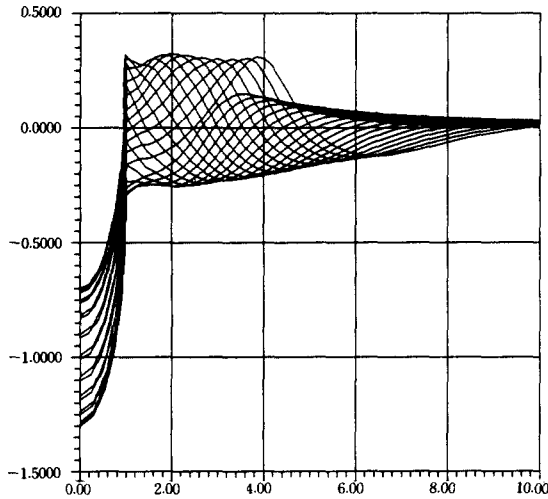


Fig.18 Wave profiles (1~2 period)

그 이후는 Taylor 전개후 F.F.T.를 이용하여 계산하였다. 이에 따른 불연속이 발생하는 지를 조사하기 위해 Fig.17-19에는 $y_0=0.3$ 일 때, 시간에 따른 파형의 변화를 도시하였는데, $x=\pm 8$ 에는 불연속없는 결과를 얻을 수 있었다. 교차점은 물체부근의 파형을 외삽하여 부유체와의 교점을 택하였다. 평균축차횟수는 3회 정도이고, 5주기를 계산하였는데 2-3주기 이후부터는 유체력의 정상해를 얻을 수 있었다.

5. 결 론

수치해석결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1) 자유표면형상을 Taylor 전개하여 F.F.T.를 이용하여 해석한 결과 수치정도를 유지하면서, 부유체인 경우에도 계산시간을 $O(M \log N)$ 으로 유지하면서 수치해석할 수 있었다.

2) 비선형 자유표면 경계조건하에서 압력장의 전진 문제를 해석한 결과 압력장의 세기에 따라 amplitude, phase의 변화가 나타남을 알 수 있고, 3차 차수까지의 섭동전개결과와 비교적 일치하는 값을 주었다. 그러나 자유표면속도를 계산하는 데에는 압력장 세기가 증가할수록 해가 불안정해져 Green 함수의 미분을 속도 포텐셜의 미분으로 부분적분하여 구하였는데, 더 고려해야할 문제로 생각된다.

3) 비선형 자유표면 경계조건하에서 부유체의 강제동요문제를 수치해석시에는 영역을 두부분으로 나누어 수치해석하였는데, 같은 수치해석방법을 적용한 이유로 파형의 불일치없는 결과를 얻을 수 있었다.

4) Taylor 전개의 차수는 비선형 정도에 따라 고려해야 하는데, 앞으로의 과제로 남아있다.

참 고 문 헌

[1] Perigrine, D.H., Flow due to a Vertical Plate

- Moving in a Channel, *Unpublished note*, 1972.
- [2] Roberts, A.J., Transient Free Surface Flows Generated by a Moving Vertical Plate, *Q.J. Mech. Appl. Math.*, Vol.40, Pt.1, 1987, pp.127-158.
- [3] Dommermuth, D.G. & D.K. Yue, Numerical Simulations of Nonlinear Axisymmetric Flows with a Free Surface, *J.F.M.*, Vol.178, 1987, pp.195-219.
- [4] Dommermuth, D.G. & D.K. Yue, A High-Order Spectral Method for the Study of Nonlinear Gravity Waves, *J.F.M.*, Vol.184, 1987.
- [5] 김용직, 황종홀, 고차 스펙트럴법에 의한 2차원 수치파수조 개발에 관한 연구, 대한조선학회지 제29권 제3호, 1992.
- [6] Numerical Recipes, *Cambridge University Press*, 1986, pp.381-416.
- [7] 신영섭, 이기표, 2차원 주상체의 강제동요시 동유체력의 시간영역해석법에 관하여, 대한조선학회지 제27권 제1호, 1990.
- [8] Zakharov, V.E., Stability of Periodic Waves of Finite Amplitude on the Surface of a Deep Fluid, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2, 1968, pp.190-194.
- [9] Yuen, H.C. & Lake, B.M., Nonlinear Dynamics of Deep Water Gravity Waves, *Adv. Appl. Mech.* 22, 1982, pp.67-229.
- [10] Lee, H.S., A Numerical Analysis of Two-dimensional Free Surface Flow Problem, M.S.Thesis, *Seoul National Univ.*, 1990.