

論 文

大韓造船學會論文集
第30卷第2號 1993年5月
Transactions of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol. 30, No. 2, May 1993

협대역 스펙트럼을 가지는 해상에서의 선박 횡요의 특성

권순홍*, 나윤철**, 하동대*

A Characteristics of Non-linear Rolling of Ships in a Narrow Band Sea
by

Sun-Hong Kwon*, Yun-Cheol Na** and Dong-Dae Ha*

요 약

본 연구에서는 선형 필터에 백색 잡음을 통과시켜 생성된 협대역 기진 모우먼트에 대한 선박의 횡요 응답의 통계적 특성을 연구하였다. 선형 필터의 파라미터들은 생성된 협대역 기진 모우먼트와 JONSWAP 스펙트럼으로부터 계산된 횡요 기진 모우먼트와 비교함으로써 구하였다. 선박 횡요 응답의 통계적인 결과를 제시하였다.

Abstract

In this study of statistical characteristics of roll response of ships to narrow band exciting moment generated by passing white noise through a linear filter is investigated. The parameters of linear filter are determined by comparing the results of exciting moment generated through filter equation with those evaluated from JONSWAP spectrum. The statistical results of the roll response of ships are presented.

1. 서 론

진동 분야에서는 비선형 진동 시스템에 사인 함수형의 기진력(sinusoidal excitation)이 작용할 때, 그 응답의 진폭이 갑작스럽게 커지는 현상(sharp jumps)

은 이미 오래 전부터 알려져 왔다. 이 현상은 응답의 진폭이 기진 주파수 범위 내에서 삼중치 영역(triple valued range)를 갖기 때문이다[1]. 이 현상의 조선공학 분야의 연구는 A.H. Nayfeh에 의해 연구가 되어졌다.

발 표: 1992년도 대한조선학회 춘계연구발표회(92. 4. 18)

접수일자: 1992년 5월 15일, 재접수일자: 1993년 2월 17일

* 정회원, 부산대학교 조선공학과

** 학생회원, 부산대학교 조선공학과 대학원

그 후로, 진동 분야에서는 최근에 이르기까지 협대역 랜덤 기진력에 대한 랜덤 응답이 다중치(multiple value)를 보이는 현상에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[2,3,4,5]. 이에 비하여, 조선 공학 분야에서는 이 분야에 대한 연구가 대단히 미흡한 실정에 있다. 조선 공학 분야에서 이 분야에 관한 가장 최근의 논문은 A. Francescutto[6,7,8]의 논문을 들 수가 있다.

본 연구에서 행한 연구의 흐름도는 Fig. 1에 나타내었다. 이에 관해서 좀 더 자세히 설명하면 우선, 실제 해상 파 스펙트럼으로부터 횡요 기진 모우먼트 스펙트럼을 구해낸다. 이 과정은 1971년 L. Vassilopoulos 에 의해 제시되었다[9]. 여기서, 계가 선형계(linear system)라는 가정과 가우시안 랜덤 과정(gaussian random process), 그리고 영 평균 과정(zero mean process)이라는 가정을 도입하게 된다.

계는 계의 input과 output과의 관계가 선형이라하면 주파수 응답 함수(frequency response function)를 유도할 수가 있으므로, 선형계라는 가정이 도입된다. 본 연구에서는 주파수 응답 함수를 얻기 위한 방법으로 등가 선형화법을 이용하게 되는데, 지배 방정식과 등가 선형화된 지배 방정식의 오차를 최소화하는 과정에서 expectation process가 도입되어, 오차의 자승에 의해 고차항(high order term)과 연성된 항(coupled term)이 나타난다. 여기서 가우시안 랜덤 과정이 도입되면 고차항은 소거될 수 있고,

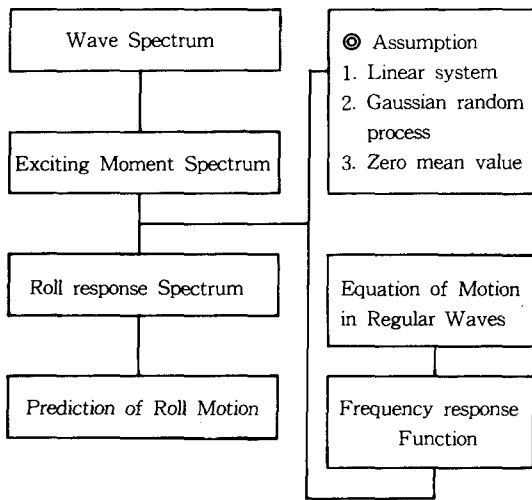


Fig.1 Prediction of roll motion

영 평균 과정의 도입으로 연성된 항의 소거도 가능하게 된다. 이와 같은 가정아래, 규칙파(regular wave)에서의 횡요 운동 방정식의 주파수 응답 함수를 구한 후, 이를 횡요 기진 모우먼트 스펙트럼과 결합하면 횡요 응답 스펙트럼을 구하게 된다. 이 스펙트럼으로 횡요 운동의 예측이 가능하게 된다.

본 연구에서는 실제 해상 파 스펙트럼으로부터 기진 모우먼트 스펙트럼을 구한 뒤, 필터(filter)를 통해 얻어진 협대역 기진 모우먼트 스펙트럼과 비교하고, 이 협대역 기진 모우먼트에 의한 선박 횡요 응답의 통계적인 특성을 알아보았다. 그리고 실제 선박에서도 횡요 응답의 불안정 영역이 존재가능한지의 여부에 관해서 조사해 보았다. 우선 필터에 의한 협대역 스펙트럼을 가지는 입력에 대한 횡요 응답의 통계적 특성을 알아보고, 지금까지 알려진 여러가지 해상 파 스펙트럼으로부터 계산되어진 횡요 기진 모우먼트 스펙트럼과 선형 필터 방정식에 의해 생성된 횡요 기진 모우먼트 스펙트럼을 비교하여 선형 필터 방정식의 파라미터를 결정하고, 그 변화에 따른 응답의 결과를 구해 보았다.

2. 횡요 운동 방정식

선박의 횡요 운동 방정식은 강한 비선형성이 그 특징이다. 본 연구에서는 지배 방정식으로 감쇠 함수와 복원력 함수가 각각 1차와 3차의 다항식으로 이루어진 비선형 횡요 운동 방정식을 고려하였다.

$$\ddot{\theta} + D(\dot{\theta}) + R(\theta) = F(t) \tag{1}$$

여기서 θ 는 선박의 횡요각(roll angle)이고, $D(\dot{\theta})$ 은 감쇠항을 나타내며 $R(\theta)$ 는 복원력항을 나타낸다. 본 연구에서 사용한 감쇠항과 복원력항을 좀 더 구체적으로 나타내면 다음과 같다.

$$D(\dot{\theta}) = C_1 \dot{\theta} + C_3 \dot{\theta}^3 \tag{2}$$

$$R(\theta) = \omega_n^2 (\theta + \lambda \theta^3) \tag{3}$$

여기서, C_1 과 C_3 는 각각 선형과 3차의 비선형 감쇠 계수이고 ω_n 은 비감쇠 횡요운동의 고유주파수(natural frequency)이며, λ 는 3차의 비선형 복원력 계수이다.

본 연구에서 $F(t)$ 가 협대역 랜덤 기진 모우먼트(narrow band random exciting moment)를 갖도록 하기 위하여, 다음과 같은 필터 방정식을 도입하였다.

$$\ddot{F} + \gamma\dot{F} + \Omega^2 F = \Omega^2 W(t) \quad (4)$$

여기서,

γ : 주파수 폭

Ω : 중심 주파수

$W(t)$: 영 평균 과정과 밀도 S_0 를 가지는 백색잡음

따라서, $W(t)$ 의 통계적 성질을 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E\{W(t)\} &= 0, \\ E\{W(t)W(t+\tau)\} &= 2\pi S_0 \delta(\tau) \end{aligned} \quad (5)$$

3. 동가 선형화(Equivalent linearization)와 응답의 평균 자승(mean square)

지배 방정식의 계가 선형이고 가우시안 랜덤 과정(gaussian random process)과 영 평균(zero mean)이라는 가정을 도입하면, 규칙과로부터 계산된 주파수 응답 함수(frequency response function)를 사용하여 선박의 횡요 응답 스펙트럼을 얻을 수 있다. 따라서 계가 선형이 되도록 지배 방정식을 동가 선형화하면 식(6)이 된다.

$$\ddot{\theta} + C_{eq}\dot{\theta} + \omega_{eq}^2 \theta = F(t) \quad (6)$$

여기서 식(1)과 식(6)의 오차는 다음과 같다.

$$\varepsilon = D(\dot{\theta}) + R(\theta) - C_{eq}\dot{\theta} - \omega_{eq}^2 \theta \quad (7)$$

(7)식에서, $E\{\varepsilon^2\}$ 가 최소가 되도록 C_{eq} 와 ω_{eq}^2 를 결정한다. 여기서 $E\{\}$ 는 Expectation Process를 나타낸다. 따라서 C_{eq} 와 ω_{eq}^2 은 다음의 (8)식을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial C_{eq}} E\{\varepsilon^2\} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \omega_{eq}^2} E\{\varepsilon^2\} &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

(8)식을 만족하는 동가선형화 계수를 결정하면 다음과 같다.

$$C_{eq} = C_1 + 3C_3 \sigma_{\theta'}^2 \quad (9)$$

$$\omega_{eq}^2 = \omega_n^2 (1 + 3\lambda \sigma_{\theta'}^2) \quad (10)$$

동가 선형화법에 의해 (1)식의 선형화되면 감쇠 계수와 복원력 계수는 (9), (10)식에서 보는 바와 같이 θ 와 $\dot{\theta}$ 의 비연성된 분산의 형태로 표현되며, 이 분산은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_{\theta'}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_0 |H(\omega)|^2 d\omega = E\{\dot{\theta}^2\} \quad (11)$$

$$\sigma_{\theta}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 S_0 |H(\omega)|^2 d\omega = E\{\theta^2\} \quad (12)$$

여기서, $H(\omega)$ 는 4차 전달 함수(fourth order transfer function)이고, $H(\omega)$ 를 식으로 표현하면,

$$H(\omega) = \frac{\Omega^2}{(-\omega^2 + \gamma\omega i + \Omega^2)(-\omega^2 + C_{eq}\omega i + \omega_{eq}^2)} \quad (13)$$

와 같은 형태가 된다. (11)식과 (12)식으로 표현된 분산을 적분하여 구하면 다음과 같다.

$$\sigma_{\theta'}^2 = \frac{\pi S_0 \Omega^2 \{\omega_{eq}^2 C_{eq} + \gamma(\Omega^2 + C_{eq}^2) + \gamma^2 C_{eq}\}}{\gamma \omega_{eq}^2 C_{eq} \{(\Omega^2 - \omega_{eq}^2)^2 + (C_{eq} + \gamma)(C_{eq} \Omega^2 + \gamma \omega_{eq}^2)\}} \quad (14)$$

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{\pi S_0 \Omega^4 \{\gamma + C_{eq}\}}{\gamma C_{eq} \{(\Omega^2 - \omega_{eq}^2)^2 + (C_{eq} + \gamma)(C_{eq} \Omega^2 + \gamma \omega_{eq}^2)\}} \quad (15)$$

이러한 형태는 중심 주파수인 Ω 인 함수로써 다룰 수 있는 스펙트럼 응답의 특성을 나타낸다. (14)식을 Ω 에 대한 4차 방정식으로 정리하면 식(16)과 같다.

$$\begin{aligned} \Omega^4 C_{eq} \omega_{eq}^2 \sigma_{\theta'}^2 + \{(C_{eq}^2 - 2\omega_{eq}^2) \\ C_{eq} \sigma_{\theta'}^2 \omega_{eq}^2 - S_f \gamma\} \Omega^2 \\ + (\omega_{eq}^4 + C_{eq} \gamma \omega_{eq}^2 + \gamma^2 \omega_{eq}^2) \sigma_{\theta'}^2 \omega_{eq}^2 C_{eq} \\ - S_f (\omega_{eq}^2 C_{eq} + \gamma^2 C_{eq} + \gamma C_{eq}^2) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, S_f 는 filter를 통해 얻어진 $F(t)$ 의 분산이

다. (= $\pi S_0 \Omega^2 / \gamma$)

(16)식으로부터 σ_θ^2 의 근을 생각할 수가 있는데 가능한 경우는 다음과 같다. 즉 4개의 근 중,

- (a) 한근이 실수이고 음수
- (b) 한근이 실수이고 양수
- (c) 두근이 실수이거나 혹은 공액 복소수

그러나 σ_θ^2 은 당연히 실수이고 양수이어야 하므로, 주어진 파라미터의 값에 따라서 σ_θ^2 은 하나의 실근이거나 3개의 값을 가져야만 한다. 이 삼중치의 값을 갖는 영역이 불안정의 영역이 되고, 이 영역이 현재 본 논문의 주된 관심 대상이다.

4. 계산 결과 및 고찰

본 연구에 주어진 가진 모우멘트는 필터 방정식에 의해 (4)식과 같이 주어진다. 실제 해상에서 선박의 횡요 운동은 랜덤 해상(random seas)으로부터 구한 해상 파 스펙트럼을 이용하여 직접 가진 모우멘트 스펙트럼을 구할 수 있다. 본 연구에서는 필터 방정식에 의한 가진 모우멘트 스펙트럼과 L. Vassilopoulos[9]가 발표한 주파수 응답함수 $\alpha^*(\omega)$ 를 사용하여 얻어진 가진 모우멘트 스펙트럼을 비교하였다.

즉, 해상 파 스펙트럼으로부터 얻어지는 가진 모우멘트 스펙트럼은 다음과 같다.

$$S_M(\hat{\omega}) = |\alpha^*(\omega)|^2 S(\hat{\omega}) \tag{17}$$

여기서,

$$\alpha^*(\omega) = \frac{b\omega^2}{g} \omega_{eq}^2$$

b: hydrodynamic coefficient
g: 중력 가속도 상수(=9.801 m/sec²)

$S_M(\hat{\omega})$ 는 무차원화된 가진 모우멘트 스펙트럼이고 $S(\hat{\omega})$ 는 역시 무차원화된 해상 파 스펙트럼이다. 우선, 횡요 운동의 통계적이고 이론적인 추이 과정을 Fig. 1에 나타내었다.

계산은 횡요 응답의 분산을 구하는데, 우선 지배 방정식을 등가 선형화한 뒤 주파수 응답 함수를 구하여 횡요 응답의 분산을 구하는 식을 유도한 후, Ω 의 값에 따른 분산을 나타내어 보았다. 실제 응답은 필터 방정식의 주파수 폭과 횡요운동 방정식의 감쇠항의 계수에 매우 민감하게 나타났으며, 특히

주파수 폭의 값이 작아질수록 삼중치의 영역이 넓어졌다. 이 결과가 실제 해상에서 가능한 가진 모우멘트와 일치하는지를 검증하기 위하여, 해상 파 스펙트럼으로부터 계산되어진 가진 모우멘트와 비교하기 위해 JONSWAP 스펙트럼과 Pierson-Moskowitz 스펙트럼에 대해 비교해 보았다.

Fig. 2는 실제 해상 파 스펙트럼으로 JONSWAP 스펙트럼과 Pierson-Moskowitz 스펙트럼을 나타내었

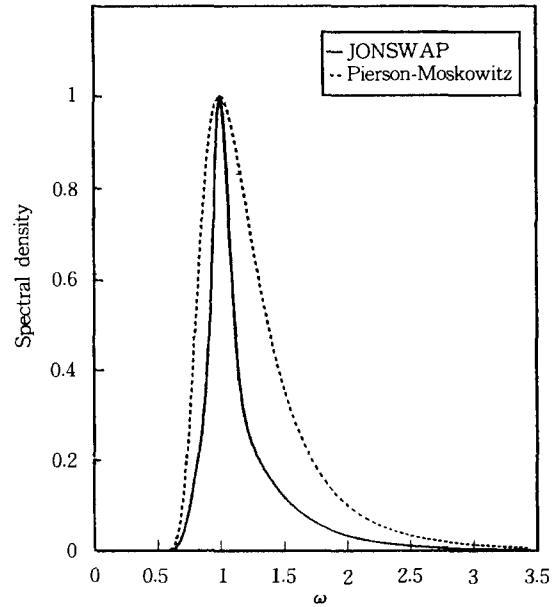


Fig.2 Wave spectrum(dimensionless)

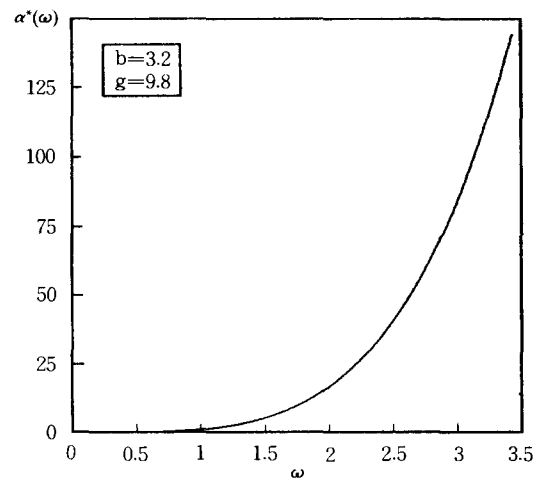


Fig.3 Frequency response function

다. Fig. 3은 L. Vassilopoulos가 제시한 기진력 모우멘트 스펙트럼의 주파수 응답함수를 나타내어 보았

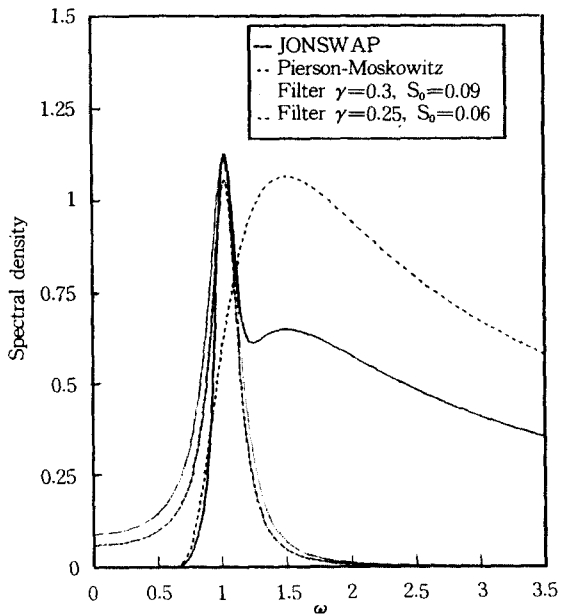


Fig.4 Exciting moment spectrum

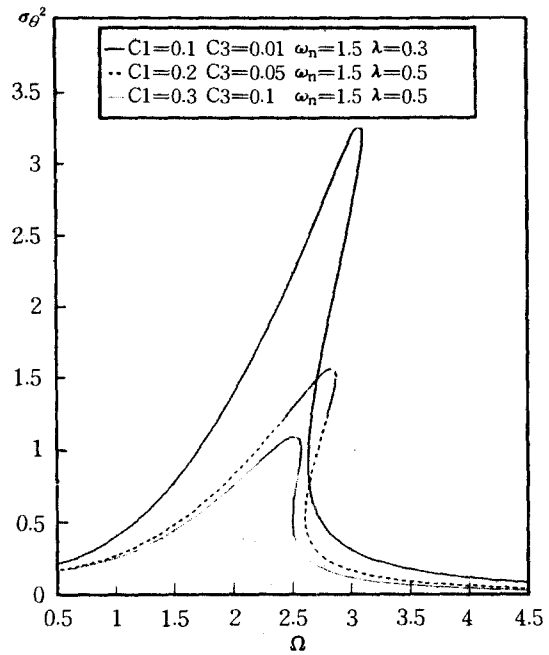


Fig.6 Frequency response curve
($\gamma=0.3, S_0=0.06$)

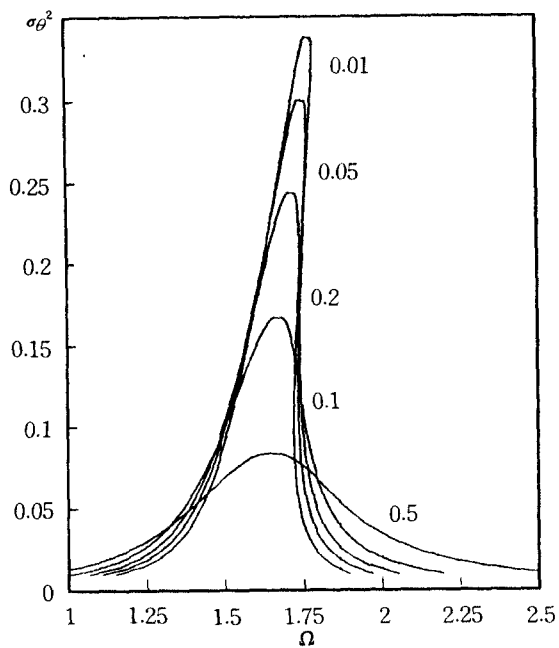


Fig.5 Frequency response curve($S_r=0.01$)
(varying bandwidth γ of filter)

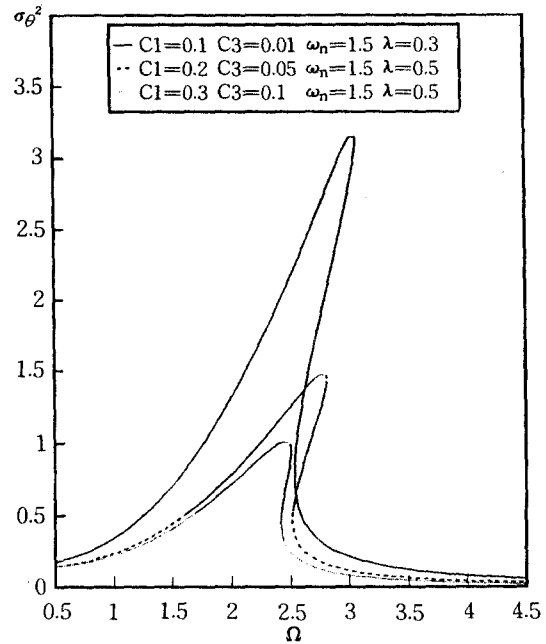


Fig.7 Frequency response curve
($\gamma=0.25, S_0=0.06$)

다. Fig. 4는 2개의 필터 방정식에 의해 구해진 기진 모우먼트 스펙트럼과 JONSWAP 스펙트럼 및 Pierson-Moskowitz 스펙트럼에 의한 기진 모우먼트 스펙트럼을 비교하였다. 저주파수 영역은 필터방정식에 의해 표현되지만 고주파수 영역은 필터 방정식으로 표현이 불가능하였다.

Fig. 5는 주파수 폭의 변화에 따른 주파수 응답 곡선(frequency response curve)을 나타내어 보았다. 이 그림에서 주파수 폭이 작아질수록 삼중치 영역이 커지는 것을 볼 수 있다. 즉, 주파수 폭이 작아지는 것은 협대역 기진 모우먼트를 만드는 것을 의미한다. Fig. 6, Fig. 7은 주파수 폭이 각각 0.3과 0.25인 두 필터에 의해 시스템의 계수를 변화시키면서 계산된 주파수 응답 곡선이다.

Fig. 4에서 보는 바와 같이, 필터에 의해 생성된 기진 모우먼트가 해상 스펙트럼에 의해 생성된 것보다 협대역이긴 하지만 해상 스펙트럼이 모든 해상 상태를 대변한다고는 볼 수 없으므로, 실제 해상 상태에서도 선박 횡요의 불안정 영역이 존재할 가능성이 있다는 것을 본 논문이 보여주었다고 할 수 있겠다.

5. 결 론

필터에 의해 생성된 협대역 랜덤 기진 모우먼트에 의한 선박의 횡요 운동의 응답에 관한 연구가 수행되었다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 필터 방정식에 의해 구해진 기진 모우먼트 스펙트럼은 해상 스펙트럼으로 부터 계산되어진 것에 비해 고주파수영역이 대단히 낮게 나타났다.

2. 필터 방정식에 의해 구해진 선박 횡요의 응답은 불안정 영역이 존재할 수 있다는 가능성을 보여주었다.

참 고 문 헌

[1] J.P. Den Hartog "Mechanical Vibrations(4th

ed)", McGraw-Hill, New York, 1956.

- [2] M.F. Dimentberg "Oscillations of a system with non-linear cubic characteristic under narrow band random excitation-part I : Planar response and stability", *Mechanics of Solids* vol.6 P142-146, 1971.
- [3] K. Richard and G.V. Anand "Non-linear resonance in strings beam seas with nonlinear damping and restoration under narrow band random excitation", *Journal of Sound and Vibration* vol.86, p85-98, 1983.
- [4] H.G. Davies and D. Nandlall "Phase plane for narrow band random excitation of a duffing oscillator", *Journal of Sound and Vibration* vol. 104(2) p227-283, 1986.
- [5] S. Rajan "Random superharmonic and subharmonic response of a duffing oscillator", Ph. D. Thesis, University of New Brunswick, 1987.
- [6] A. Francescutto "On the nonlinear motion of ships and structures in narrow band sea", *Proceedings of the IUTAM Symposium on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves*, London, 1990.
- [7] A. Francescutto "A stochastic analysis of nonlinear rolling in a narrow band sea", *Proceedings of 18th International Symposium on Naval Hydrodynamics*, Ann Arbor, 1990.
- [8] A. Francescutto "On the probability of large amplitude rolling and capsizing as a consequence of bifurcations", *OMAE-Volume II*, Safety and Reliability, 1991.
- [9] L. Vassilopoulos "Ship rolling at zero in random beam seas with nonlinear damping and restoration", *Journal of Ship Research*, SNAME, 15, p289-294, 1971.