
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 30 卷 第 1 號 1993 年 2 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 30, No.1, February 1993

포텐셜을 기저로한 패널법에 의한 프로펠러의 정상 성능 해석

김영기*, 이진태**, 이창섭*, 서정천**

Prediction of Steady Performance of a Propeller by Using a Potential-Based Panel Method

by

Young-Gi Kim*, Jin-Tae Lee**, Chang-Sup Lee* and Jung-Chun Suh*

요 약

균일 유동장 중에서 작동 중인 선박 프로펠러의 정상 성능 추정을 위하여 포텐셜을 기저로한 패널법을 기술하고 있다. 본 방법은 범선 다이폴과 소오스를 프로펠러 날개, 허브, 후류면에 분포함으로써 다이폴의 세기를 미지수로 하는 적분방정식을 얻고, 이산화과정을 거쳐 수치적으로 계산된다.

비평면 사각형 패널위에 있는 범선 다이폴에 의해 유기되는 포텐셜을 구하기 위하여 쌍곡면 요소를 채택하고 있다. Kutta 조건은 반복계산에 의해 날개 뒷날에서의 압력 점프를 없앴으로써 만족시킨다.

수렴성을 보이기 위하여 상세한 수치시험을 수행하였으며, 동시에 후류면 모형화가 성능에 미치는 영향도 조사하였다. 프로펠러의 단독 모형시험 결과와 수치추정 결과가 잘 일치하는 것을 보였다.

Abstract

This paper describes a potential-based panel method for the prediction of steady performance of a marine propeller operating in a uniform oncoming flow. An integral equation with unknown dipole strengths is formulated by distributing the normal dipoles and/or sources on the blade and hub surfaces and the wake sheet, and is solved numerically upon discretization.

발 표: 1991년도 대한조선학회 추계연구발표회('91. 11. 16.)

접수일자: 1991년 8월 25일, 재접수일자: 1992년 10월 7일

* 정회원, 충남대학교 선박해양공학과

** 정회원, 해사기술연구소

A hyperboloidal panel has been adopted to compute the potential induced by a normal dipole on a non-planar quadrilateral panel. The Kutta condition is satisfied by iteratively annulling the pressure jumps at the trailing edge.

Extensive convergence tests are carried out, and the influence of the wake model upon performance is studied. Predicted performance is shown to correlate well with the experiments.

1. 서 언

선박이 대형화 되고 소요 마력이 증가함에 따라서 프로펠러의 날개에 걸리는 하중은 점차 증가하는 추세에 있다. 프로펠러 날개에 걸리는 하중이 증가하게 되면 선미 진동 및 수중 소음의 주요 원인인 프로펠러 날개에 발생하는 공동 현상을 피할 수 없다. 이러한 선미 주위의 문제를 해결하고 충분한 공동 여유를 고려한 프로펠러를 설계하기 위하여는 프로펠러 날개 표면에서의 정확한 유동해석이 필요하다.

이러한 프로펠러 주위의 유동을 해석하기 위하여 양력면 이론(Kerwin & Lee [1], 이창섭 등[2] 참조)이 많이 발표된 바 있다. 양력면 이론은 선형 이론에 근거하여 날개의 두께 문제와 양력 문제를 분리함으로써 소오스와 보오텍스를 도입하여 비행 날개 또는 프로펠러 날개 주위의 유동을 기술하는데 있어서 실용적 가치를 인정 받아왔다. 그러나, 양력면 이론의 경우, 선형화의 한계 때문에 앞날 근처에서 실제 현상과는 거리가 먼 음의 무한대의 압력 특이거동 현상이 발생하게 되는 문제점이 있다. 특히 공동이 발생하는 문제에서 앞날 부근에서의 공동 초기 발생과 압력 특이거동이 긴밀한 관계가 있음을 생각하면, 앞날 부근에서의 계산 정도의 향상없이도 정확한 공동 유동의 해석이 불가능함을 알 수 있다. 따라서, 선형화에 따르는 앞날 근처에서의 부정확한 유동 해석을 개선하기 위하여는 날개 두께의 영향을 정확하게 고려할 수 있는 해석법을 도입하여야 한다.

이에 대한 연구는 Hess & Smith[3] 이래 임의의 형상을 갖는 물체 주위의 유동해석에 널리 보급되고 있으며(Moran[4] 참조), 최근에는 Hess & Valarezo [5], Hoshino[6], Lee[7], Maitre and Rowe[8] 등에 의하여 프로펠러 주위의 정상 유동 문제 해석에도 패널법(Surface Panel Method, 표면 양력판 이론)이 적용된 바 있으며, Hsin[9]에 의하여는 비 정상 유동 문제로도 확장된 바 있다.

본 연구는 포텐셜을 기저로 하여 프로펠러의 경계치 문제를 정식화한 후에, 프로펠러의 날개 및 허브 표면을 쌍곡면 요소로 치환하고, 각 요소에서 일정한 세기의 법선 다이폴 및 소오스를 가정하여 적분방정식을 이산화함으로써, 정상 상태의 프로펠러의 성능 해석을 수치적으로 수행한 것을 주 내용으로 한다. 즉, 유기속도 포텐셜의 계산을 위하여 이창섭 등 [10]에 의해 프로그램화된 쌍곡면 요소(hyperboloidal panel)에 의해 유기되는 포텐셜의 계산법을 채택하였으며, Kutta 조건을 만족시키기 위하여는 Suh et al[11]에 의해 제안된 방법을 채택한 것을 방법론상의 주요 확장 내용으로 하고 있다. 또한, Lee[7]에서 수행하지 못하였던 상세한 수렴성 시험 결과를 싣고 있다.

특히, Lee[7]의 방법에서 채택되었던 Newman [12]의 유기포텐셜 계산법은 쌍곡면 요소를 평균면에 투영하여 포텐셜을 계산함으로써, 물체표면에서의 유체의 누출(leakage) 문제가 발생할 가능성이 높았으나, 이를 해결함과 동시에 날개 뒷날에서와 같이 두개의 판 요소의 간격이 대단히 작은 경우의 문제점을 해결하기 위하여, 쌍곡면 판 요소 방법에 의하여 유기 포텐셜을 구하게 되었다(이창섭 등[10]). 이 쌍곡면 판 요소 방법과 Suh의 선형 Kutta 조건식의 채택으로 지금까지 그 해석이 어렵다고 알려진 고스쿠 프로펠러에 대하여도 성공적으로 수렴시험과 성능해석을 수행할 수 있었다고 본다.

제2장에서는 프로펠러의 형상을 확실하게 정의하기 위하여 프로펠러 기하학을 다루었으며, 제3장에서는 포텐셜을 기저로 한 적분방정식을 정식화하고, 제4장 및 제5장에서 프로펠러의 경계면과 적분방정식을 이산화하여 수치 계산을 수행할 수 있는 수치 해석 과정을 보였으며, 이어서 제6장에서는 선정된 프로펠러를 사용하여 패널수의 영향을 조사하는 자세한 수렴시험, 허브가 압력분포 등 성능에 미치는 영향, 선형 및 비선형 후류면의 영향 등에 대한 자세한 조사와 함께 계산된 단독 추진성능과 실험치를

비교하여 보여주고 있다.

2. 프로펠러 기하학

2.1 좌표계

프로펠러의 성능해석에 적합한 프로펠러 날개에 고정된 우수 직교좌표계를 생각하자. 프로펠러의 축 중심에 x-축을 위치시키고, 하류방향을 양으로 한다. x-좌표의 원점의 위치는 원칙적으로 임의로 선정될 수 있으나 프로펠러 평면과 일치되도록 한다. y-축은 축에서 수직인 반경방향 거리를 잡고, 원점은 축 중심에 잡는다. y-축도 x-축 주위의 임의의 각 위치에 놓을 수 있으나, 편의상 프로펠러 기준선과 일치시킨다. z-축은 나머지 두축과 우수좌표계를 형성하도록 정의한다.

원통 좌표계를 통상적인 방식으로 정의하여, 하류 쪽을 향하며 y-축으로 부터 시계 방향으로 회전하는 각 θ 를 택하고, 반경 좌표를 r이라 할 때 다음 관계식을 얻는다.

$$\theta = \tan^{-1} \frac{z}{y} \tag{1}$$

$$r = \sqrt{y^2 + z^2} \tag{2}$$

프로펠러는 하류를 향할 때 반시계 방향으로 회전한다.

2.2 프로펠러 날개 기하학

앞절에서 정의한 프로펠러 고정 직교좌표계와 원통좌표계를 사용하여 프로펠러의 날개를 정의하도록 하자. 프로펠러의 날개는 통상 반경위치 r인 원통면에서의 단면자료의 집합으로 정의된다.

우선, 스윙각 $\theta_m(r)$ 은 각 반경위치에서 날개 단면 기준점(여기서는 날개 코오드의 중앙점)의 θ 각으로 y-축으로 부터 정의된다. 또한, 날개단면의 코-꼬리선(nose-tali line)이 x-y평면과 교차하는 자취를 제작 기준선(generator line)이라 부르고, 프로펠러 평면, 즉 y-z평면, 에서 제작 기준선 까지의 각 반경에서의 직선거리를 레이크 $X_G(r)$ 로 정의한다.

각 반경 위치에서 날개 단면의 코-꼬리선을 지나는 나사선의 피치각, $\phi(r)$ 을 알면 프로펠러 날개의 앞날과 뒷날의 좌표, 즉, 날개 윤곽선의 좌표는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} x_{l,t} &= x_G + r\theta_m \tan \phi \mp \frac{c}{2} \sin \phi \\ \theta_{l,t} &= \theta_m \mp \frac{c}{2r} \cos \phi \\ y_{l,t} &= r \cos \theta_{l,t} \\ z_{l,t} &= r \sin \theta_{l,t} \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 $C(r)$ 은 날개 단면의 코드길이이고, 첨자 l, t는 각각 날개의 앞날과 뒷날을 의미하며, \mp 는 순차적으로 앞날, 뒷날에 대한 계산을 의미한다.

날개 단면의 offset는 통상 코드길이로 무차원화된 좌표 s를 도입하여(앞날에서는 $s=0$, 뒷날에서의 $s=1$, 날개 단면 기준점에서는 $s=1/2$) 표현 된다. 날개 단면의 캠버 함수 및 두께 함수를 각각 f(s), t(s)라 표현하면 Fig. 1에서 보듯이, 캠버 함수 f(s)는 반경 r인 원통표면에서 나선에 수직하도록 정의되며, 두께 함수 t(s)는 캠버면에 수직하도록 정의된다. 반경 r에서 날개 표면의 직교 및 원통 좌표계에서의 위치는 각 반경 위치에서의 스쿼각, 레이크, 코드길이, 캠버 및 두께의 값으로, 3차원 공간에서의 정확한 표현이 가능하다.

기준 날개 이외의 다른 날개 표면의 좌표 표현식은 다음과 같은 날개 지시각을 써서 표현할 수 있다.

$$\delta_k = \frac{2\pi(k-1)}{Z}, \quad k=1, \dots, Z \tag{4}$$

여기서 Z는 프로펠러의 날개수, k는 날개 지시수이다. $k=1$ 은 기준 날개를 지시하게 되며, 제 k-번째 날개 표면위에서의 일반적인 좌표는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} x^\pm &= x_G + r\theta_m \tan \phi + c \left(s - \frac{1}{2} \right) \sin \phi - f \cos \phi \\ &\quad \mp \frac{t}{2} \cos \phi \\ \theta^\pm &= \theta_m + c \left(s - \frac{1}{2} \right) \frac{\cos \phi}{r} + f \frac{\sin \phi}{r} \\ &\quad \pm \frac{t}{2} \frac{\sin \psi}{r} + \delta_k \\ y^\pm &= r \cos \theta^\pm \\ z^\pm &= r \sin \theta^\pm \end{aligned} \tag{5}$$

여기서 상첨자 \pm 는 순차적으로 날개의 흡입면과 압력면을 의미하며, Ψ 는 캠버면에 y-z평면에 대하여 기운각이다.

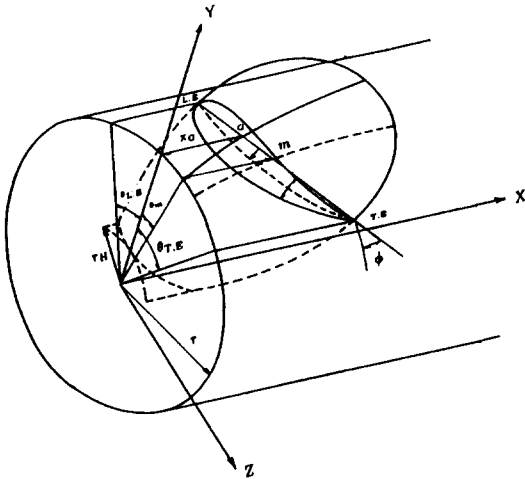


Fig. 1 Sketch of the propeller blade with the definition of input geometric quantities

3. 경제치 문제의 정식화

3.1 기본 가정

프로펠러 날개는 프로펠러 축 주위에 축대칭형으로 등간격으로 허브에 연결되어 위치하며, 축 주위를 일정한 각속도로 회전하고 있다. 선체 또는 타와 같은 주위의 물체의 존재를 무시하고, 자유수면의 영향도 무시할 만 하다고 가정한다. 선미유동장에 포함되어 있는 전단류의 영향은 Poincare 방정식(이창섭 및 이진태[13] 참조)을 적용하여 유효반류의 개념을 따라 별도로 고려하는 것이 가능하므로(Lee et al[14] 참조), 여기에서는 프로펠러의 이상유체역학적 특성에만 관심을 갖기로 한다. 프로펠러에 고정된 좌표계를 택함으로써 프로펠러 주위의 유동은 정상 유동이 된다.

따라서, 선미반류의 존재는 프로펠러의 영향에 의해 변형하지 않는 불균일 유동장으로만 인식되게 되므로, 프로펠러는 비 점성, 비 압축성인 무한 유체의 비 회전성 유동중에서 작동한다고 가정한다.

전 유체 영역에서 질량 보존의 법칙이 성립하여야 하므로 지배 방정식으로 Laplace 방정식을 도입한다. 즉,

$$\nabla^2 \phi = 0 \tag{6}$$

여기서, ϕ 는 교란 속도 포텐셜이다.

식(6)에 다음과 같은 경계 조건을 부과하면 프로펠러 주위의 유동은 유일하게 정의된다.

3.2 경계 조건

프로펠러를 둘러싸고 있는 유체의 경계면에서의 경계 조건은 다음과 같다. 즉,

- 1) 무한 원방에서의 교란 속도 정지 조건:

$$\nabla \phi \rightarrow \vec{0} \tag{7}$$

- 2) 프로펠러 날개 표면 및 허브표면에서의 비침투 조건:

$$\hat{n} \cdot \vec{U}_\infty + \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \tag{8}$$

여기서, \hat{n} 은 물체 표면에서의 단위 법선 벡터이며 유체장을 향할 때 양으로 정의한다. 또한 \vec{U}_∞ 는 유입 유동 속도로, 프로펠러에 고정된 좌표계에서 반경 \vec{r} 및 선속 \vec{V}_s 와 프로펠러의 회전 각속도 $\vec{\Omega}$ 로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{U}_\infty = \vec{V}_s + \vec{\Omega} \times \vec{r} \tag{9}$$

- 3) 날개 뒷날에서의 Kutta 조건:

$$|\nabla \phi| < \infty \tag{10}$$

- 4) 후류면에서의 운동학적 경계조건:

$$\hat{n} \cdot (\vec{V}^+ - \vec{V}^-) = 0 \tag{11}$$

- 5) 후류면에서의 역학적 경계 조건:

$$P^+ - P^- = 0 \tag{12}$$

여기서, P^+ , P^- 는 각각 후류면의 상하에서의 압력이다.

- 6) Kelvin의 순환 보존 법칙:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \tag{13}$$

3.3 적분 방정식

Green의 정리로부터 무한영역의 이상 유체장 속에 놓여있는 물체에 의해 교란된 속도장에서의 섭동포텐셜 ϕ 는 다음과 같은 적분식으로 표현된다.

$$\phi = \int_{S_B} (-\phi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{-1}{4\pi R(P;Q)} \right) dS + \int_{S_W} \frac{\partial \phi}{\partial n} \left(\frac{-1}{4\pi R(P;Q)} \right) dS + \int_{S_V} (-\Delta\phi) \left(\frac{-1}{4\pi R(P;Q)} \right) dS \quad (14)$$

여기에서 S_B, S_W 는 각각 물체표면(날개 표면 및 허브표면) 및 날개뒷날에서 무한 하류로 연장된 후류면을 의미하며, \hat{n} 은 물체표면에서는 유체장 쪽을 향하는 단위법선벡터를 의미한다. 또한, $R(P;Q)$ 는 경계면 S_B 와 S_W 위의 점 Q 와 유동장에 있는 임의의 점 P 사이의 거리를 뜻하며, 후류면 S_W 에서의 포텐셜 점프 $\Delta\phi$ 는 두께가 영인 후류면의 윗면과 밑면에서의 포텐셜 값의 차를 의미한다. 즉,

$$\Delta\phi = \phi^+ - \phi^- \quad (15)$$

윗 식은 프로펠러 날개 및 허브 표면에 분포된 법선 다이폴과 소오스에 의해 유기되는 속도 포텐셜의 합으로 섭동포텐셜이 표현됨을 보여준다. 날개 및 허브표면에서의 비침투 경계조건 (8)로부터 소오스의 세기는 알 수 있으므로 이를 대입하고, 윗식을 물체 표면 S_B 위의 유동장 점에 대하여 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\phi}{2} + \int_{S_B} \phi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{-1}{4\pi R} \right) dS + \int_{S_V} (\Delta\phi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{-1}{4\pi R} \right) dS = \int_{S_B} (-\vec{U}_\infty \cdot \hat{n}) \left(\frac{-1}{4\pi R} \right) dS \quad (16)$$

여기에서 물체표면 S_B 에서의 적분기호의 $-$ 는 Cauchy 주치적분과 비슷하게 물체표면위의 유동장점과 피적분함수의 계산점이 일치할 경우를 제외하라는 의미로 사용되었다.

날개 및 허브표면에 법선 다이폴과 소오스를 분포하고, 후류면에 법선 다이폴을 분포하여 얻은 적분식 (14)는 특이점이 분포된 경계면을 벗어난 모든 유체

영역에서 지배 방정식 (6)을 자동 만족한다. 또한, 무한 원방에서의 교란 속도 정지 조건 (7)은 교란 포텐셜이 특이점에서 떨어진 거리에 반비례하는 특이점의 특성에 의해 자동 만족된다.

적분 방정식 (16)은 물체표면에서의 비침투조건 (8)을 이미 만족하도록 한 식이므로, Kutta 조건과 후류면에서의 제반 경계조건을 만족하도록하면 물체 표면에서의 교란 속도 포텐셜 ϕ 를 결정한다.

3.4 날개에의 작용력

물체표면에서의 교란 속도 포텐셜 ϕ 를 미분함으로써 교란 속도를 구할 수 있으며, 각 반경에서의 유입유동 \vec{U}_∞ 와 합하여, 전 속도 \vec{V} 를 구하면, Bernoulli 방정식을 사용하여 압력을 계산할 수 있다. 즉, 각 반경 r 에서

$$P + \frac{1}{2} \rho V^2 = P_\infty + \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \quad (17)$$

이므로, 각 반경에서의 유입속도로 무차원한 압력계수 C_p 는 다음과 같이 정의된다.

$$C_p \equiv \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{|\vec{V}|}{U_\infty} \right)^2 \quad (18)$$

압력을 다시 프로펠러 회전수 n 과 직경 D 를 사용하여 무차원하면,

$$K_r \equiv \frac{P - P_\infty}{\rho n^2 D^2} = C_p \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{U_\infty}{nD} \right)^2 \quad (19)$$

식 (19)를 날개표면에서 적분함으로써, 프로펠러 날개에 작용하는 추력과 토크의 계수를 구한다.

$$K_T \equiv \frac{T}{\rho n^2 D^4} = \frac{- \int_{S_B} (P - P_\infty) \hat{n} \cdot (-\hat{e}_z) dS}{\rho n^2 D^4} = \int_{S_B} K_r \hat{n} \cdot \hat{e}_z \frac{dS}{D^2} \quad (20)$$

$$K_Q \equiv \frac{Q}{\rho n^2 D^5} = \frac{- \int_{S_B} (P - P_\infty) \vec{r} \times \hat{n} \cdot \hat{e}_z dS}{\rho n^2 D^5} = - \int_{S_B} K_r \vec{r} \times \hat{n} \cdot \hat{e}_z \frac{dS}{D^3} \quad (21)$$

여기서 \hat{e}_z 는 x -방향의 단위벡터이며, \vec{r} 은 좌표의 원점에서 적분되는 점까지의 거리 벡터이다.

4. 프로펠러 기하의 이산화

4.1 날개 이산화

적분 방정식을 해석하기 위하여는 프로펠러 표면을 유한한 크기의 사각형 패널(quadrilateral panel)의 집합으로 치환할 필요가 있다. 우선 날개를 반경 방향으로 Half-Cosine 공식을 사용하여, 날개끝에 좀 더 많은 패널이 배열되도록 분할하면, M_R 개의 스트립의 내, 외경쪽 경계선의 반경좌표는 다음과 같이 표현된다. 즉,

$$r_m = r_H + (R_p - r_H) \cos \frac{\pi}{2} \left(\frac{M_R - m + 1}{M_R} \right),$$

$$m = 1, \dots, M_R + 1 \quad (22)$$

여기서 R_p , r_H 는 각각 프로펠러 평면에서의 프로펠러와 허브의 반경이다.

또한, 반경위치 r 에서의 각 날개 단면은 캠버면을 Cosine 분할법칙을 따라 다음과 같이 분할된다. 즉,

$$s_n = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi(n-1)}{N_c/2} \right),$$

$$s_{N_c+1-n} = s_n$$

$$n = 1, \dots, \frac{N_c}{2} + 1 \quad (23)$$

여기에서 N_c 는 날개의 양쪽면에 배치될 코드방향 패널의 갯수를 의미하며, s_n 는 코드길이 c 로 무차원화한 코드방향 좌표로, $s=0$ ($n=N_c/2+1$ 에 해당하는 위치)는 날개 앞날을, $s=1$ ($n=1$ 또는 N_c+1 에 해당하는 위치)은 날개의 뒷날을 나타낸다. 위 식에 의거

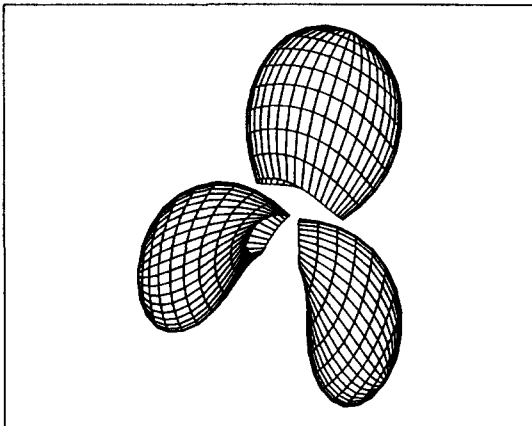


Fig. 2 Panel arrangement for a propeller blade

코드 방향을 분할하면, 날개의 앞날과 뒷날 부근에 상대적으로 더 많은 수의 패널이 배치되게 되어, 이 부근에서 급격히 변화하는 유동현상을 좀 더 정확하게 표현하는 것이 가능하다. 각각의 판 요소에서의 제어점은 그 판 요소의 무게중심점에 놓는다.

Fig. 2는 (22)와 (23)을 사용하여 분할된 날개표면의 대표적인 예를 보여준다.

4.2 후류면의 이산화

후류면의 기하학적 형상은 날개위에 유기되는 속도계산의 정확도에 큰 영향을 끼친다. 프로펠러의 하중이 작은 경우에는 후류를 교란되지 않은 유입각 $\beta_w(r)$ 이나 양력선 이론으로 얻은 유체 역학적 피치각 $\beta(r)$ 을 가진 순수한 나선면으로 표현하는 것이 널리 알려져 있다.

본 연구에서는 두가지 서로 다른 후류면을 정의하고, 목적에 맞게 활용하고자 한다. 우선, 대부분의 이론 비교 연구 등에 널리 쓰이는 선형후류를 보이고, 실제 모형시험 등과의 비교를 위하여 실험적 관찰에 근거한 비선형 후류 모형을 보이고자 한다.

4.2.1 선형 후류면 모형

선형 후류면은, 날개의 뒷날에서부터 무한하류까지 동일한 피치를 유지하며 후연 보오텍스면이 형성된다는 가정에 의한 모형으로, 프로펠러에 작용하는 하중이 아주 적을 경우에만 적절하고, 실제 프로펠러의 성능추정에는 적절하지 않는 모형이지만, 가장 단순하다는 잇점이 있어 서로 다른 이론과의 비교 목적 등에 널리 쓰인다. 이 모형에서는 후연 보오텍스가 날개 뒷날에서의 반경좌표 r_w 를 그대로 유지하고, 피치비 P_w/D 도 각 반경에서 일정하다. 작용원판(Actuator disk)이론으로 부터 유도된 반류면의 피치각 β_w 를 가진 순수한 나선면으로 후류면으로 표현한다. 즉,

$$\beta_w = \tan^{-1} \left\{ \frac{J_A}{2\pi} (1 + \sqrt{1 + c_T}) \right\} \quad (24)$$

여기서

$$J_A = \frac{V_A}{nD}$$

$$c_T = \frac{8}{\pi} \frac{K_{Ta}}{J_A^2}$$

$$K_{Ta} = \text{assumed } K_T$$

4.2.2 비선형(반경수축) 후류면 모형

프로펠러의 작용에 의하여 프로펠러평면을 지나가는 유관에서 축방향 유속이 가속되면서, 해당 유관의 반경은 줄어든다. 원칙적으로 후류면의 정확한 위치는 후류면에서의 운동학적 및 역학적 경계조건을 만족하도록 경계치 문제의 해의 일부로 결정되어야 한다. 따라서, 정확한 반류위치를 모르므로 비선형성의 원인이 된다. 이것을 반복계산작업에 의해 결정하기에는 너무 오랜 시간이 소요되기 때문에 본 연구에서는 Greeley and Kerwin[15]에 의해 소개되었고, 이미 이창섭 등[2]에 의해 채택되어 쓰이고 있는 반경수축 모형을 택하였다.

Fig. 3은 선형 및 비선형 후류면을 채택한 경우의 모양을 보여준다. 그림으로 부터 선형 후류면형(A)의 경우는 날개 뒷날에서 부터 무한하류까지 일정한 피치를 유지하고 있지만, 비선형 후류면형

(B)의 경우는 피치가 점진적으로 증가하다가 극한값에 이르면(이를 극한 후류, ultimate wake라 부름) 일정한 값이 됨을 볼 수 있다.

4.3 허브의 이산화

양력면 이론에 의하여 프로펠러의 성능을 해석하였던 지금까지는 허브의 존재를 무시하여 왔으나, 패널법의 도입으로 허브의 기하학적 형상을 좀 더 정확하게 고려하려는 노력이 계속되고 있다. 그러나, 허브의 존재로 프로펠러 날개의 뿌리 부분에서의 하중(순환)이 영으로 떨어지지 않으므로 전체 하중이 증가하는 쪽으로 영향을 미치나, 허브비(r_H/R_p)가 적은 경우는 큰 영향을 주지 않으며, 허브비가 커지는 상반회전 프로펠러 등과 같은 경우에는 허브의 존재를 반드시 고려하여야 한다. 따라서, 일반적으로 우리의 관심의 대상이 되는 프로펠러의 경우는 허브의 영향이 크지 않으므로, 허브의 정확한 형상보다는 적절히 이상화한 형상을 사용한다. 본 연구에서는 프로펠러의 허브비를 그대로 유지하면서 허브의 상류쪽 단면은 타원형으로 가정하였으며 하류는 프로펠러의 허브에서 이탈된 반류면과 허브 표면이 일치되도록 하였으며 프로펠러의 회전축을 중심으로 회전하여 허브의 형상을 얻는다.

허브표면을 이산화하기 위하여는 날개뿌리 부근에서의 패널이 날개부분의 패널과 매끈하게 연결되도록 한다. 즉, 이웃하는 날개 사이에서 축방향으로는 날개의 Cosine 분할과 일치하고 원주방향으로는 N_{TH} 개의 스트립으로 나누어지도록 한다. 스트립의 폭은 날개 두께가 코드방향으로 일정하지 않으므로 따라서 축방향으로 변하게 된다. 날개의 상류에서는 프로펠러 허브에서의 피치를 따라 유선방향으로 패널이 형성되도록 하였으며, 하류에서는 날개의 뿌리부분에서 방출되는 후류면과 허브에서의 코드길이 만큼되는 곳까지 나선면을 따라 일치하고 그 하류에서는 박리되어 일정한 반경을 유지하도록 하였다. 예를 들어, Fig 4는 날개수 $Z=3$ 인 프로펠러의 경우에 대하여, 상, 하류에서의 축방향의 패널수가 각각 $N_{UH}=20$, $N_{DH}=20$, 원주방향 패널수 $N_{TH}=5$ 이라 할 때, 날개사이에 형성되는 허브패널의 모양을 보여준다.

일반적으로 프로펠러의 허브에서의 피치가 크거나 캠버가 클 경우에는 날개의 앞날에 인접한 허브의 판요소가 중복될 우려가 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 본 연구에서는 허브 판요소의 분할의

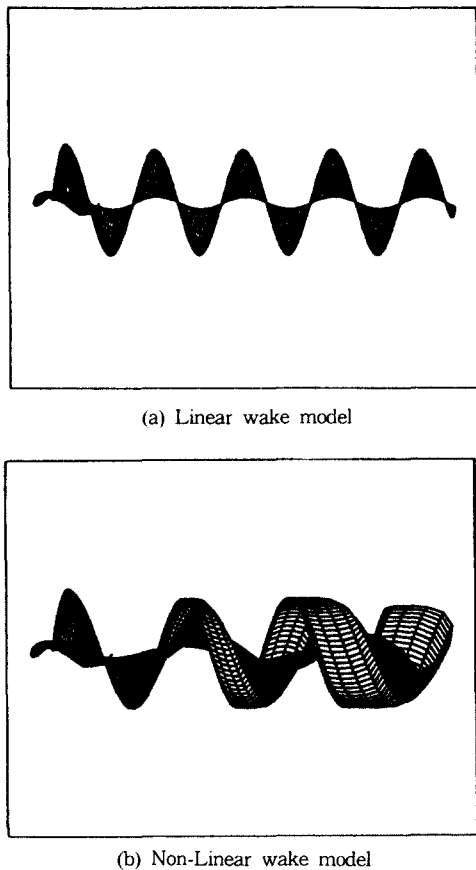


Fig. 3 Side view of the linear(a) and non-linear (b) wake models

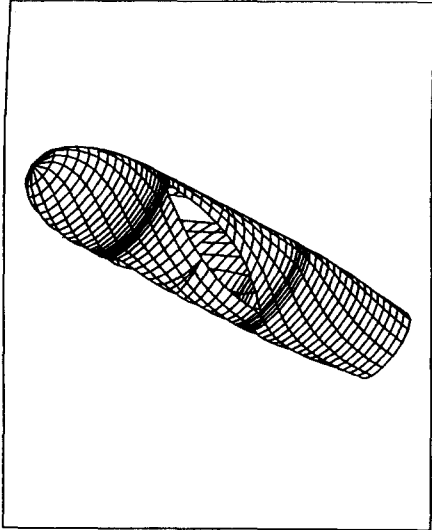


Fig. 4 Hub panel geometry showing the helical arrangements between blades

기준점을 프로펠러 날개의 앞날로 하는 대신 가장 하류로 치우친 날개 상의 점을 기준으로 함으로써 날개 앞날 근처에서의 허브 판요소의 중복을 피하였다. 이러한 방법을 택한 결과 허브 이산화의 기준점을 사이에 두고 날개의 압력면과 흡입면에서의 판요소수가 다르게 되는데 이는 Fig.4에서 보는 바와 같이 삼각형 판요소를 도입하여 해결한다.

5. 경제치 문제의 수치계산 모형화

5.1 적분 방정식의 이산화

식 (16)으로 표현된 적분 방정식은 수치계산을 위하여 이산화되어야 한다. 앞절에서 이산화하여 표현한 각 패널에서의 법선다이폴 및 쏘오스의 세기가 일정하다고 가정하면, 적분 방정식 (16)은 다음과 같이 표현된다. 즉, 날개표면 및 허브표면에 위치하는 제 i -번째 제어점($i=1, \dots, N_{panel}$)에 대하여,

$$\sum_{j=1}^{N_{panel}} D_{ij} \phi_j + \sum_{m=1}^{M_1} W_{im} (\Delta \phi)_m = \sum_{j=1}^{N_{panel}} S_{ij} \left(-\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_j, \quad (25)$$

$$i = 1, \dots, N_{panel}$$

여기에서

$$D_{ij} = \frac{-1}{4\pi} \int_{s_j} \frac{\partial}{\partial n_q} \frac{1}{R(P;Q)} dS,$$

$$S_{ij} = \frac{-1}{4\pi} \int_{s_j} \frac{1}{R(P;Q)} dS,$$

$$W_{im} = \frac{-1}{4\pi} \int_{s_m} \frac{\partial}{\partial n_q} \frac{1}{R(P;Q)} dS \quad (26)$$

윗식에서 N_{panel} 은 프로펠러 날개표면 전체와 허브표면 전체에 분포된 패널의 갯수를 의미하며 각 패널의 기하학적 중심적에는 경계조건을 만족시킬 제어점이 위치하게 된다. 또한, D_{ij} 및 S_{ij} 는 제 j -번째 패널에 있는 일정한 단위 세기의 다이폴 및 쏘오스 패널에 의해 제 i -번째 제어점에 각각 유기되는 속도포텐셜의 값을 의미하며, W_{im} 은 제 m -번째 반경방향 후연 다이폴 반류면에 의하여 제 i -번째 제어점에 유기되는 속도포텐셜을 의미한다. 유기속도포텐셜의 수치계산을 위하여, 본 연구에서는 Morino 등[16]에 의해 정식화된 식에 근거하여, 이창섭 등[10]에 의해 프로그램화한 쌍곡면요소에 의한 유기속도포텐셜 계산방법을 사용하였다.

5.2 압력 Kutta 조건의 수치계산

날개에 작용하는 양력을 계산하기 위하여는 Kutta 조건(10)을 적절하게 고려해 주어야 한다. 양력면 이론에서는 보오틱스의 세기를 제어하기 때문에 날개 뒷날에서의 하중이 자동적으로 영이 되지만, 날개의 두께를 정확히 고려하는 패널법의 경우는, 포텐셜을 미분하여 구한 속도분포로부터 Bernoulli 방정식을 이용하여 날개 양쪽에서 각각 압력을 계산하기 때문에, 그 값이 같게 되도록 하려면 반복계산을 수행하여야 할 필요가 있다.

본 연구에서는 최근에 Suh et al[11]에 의해 발표된 반-선형 압력 Kutta(semi-linear pressure Kutta) 조건을 채택하였다. 본 방법은 날개 뒷날에 접해 있는 각 패널에서의 국소표면 좌표계에서 접동 포텐셜의 세기가 선형으로 변한다고 가정하고, 날개 뒷날에서의 압력점프를 반복 계산에 의해 제거하는 방법으로, 스쿠가 큰 프로펠러의 경우 특히 날개끝 부분의 하중 분포를 향상시키고, 수렴을 가능하게 하는 큰 잇점이 있다.

6. 수치계산 및 고찰

6.1 대상 프로펠러 선정 및 시험 조건

포텐셜을 기저로 한 본 연구의 정식화 및 수치계산 방법은 Lee[7]에 의하여 이미 2차원 날개 및 원기둥 주위의 유동해석, 원형 외곽선을 갖는 날개(cir-

Table 1. Principal characteristics of DTRC Propeller 4119

No. of Blade : 3
 Section Type : NACA a=0.8 meanline, NACA 66 thickness(DTRC mod.)
 Hub Ratio : 0.20

r/R	P/D	Rake/D	Skew(deg.)	Chord/D	f/C	t/C
0.2000	1.1050	0.0000	0.0000	0.3200	0.01429	0.20550
0.2500	1.1037	0.0000	0.0000	0.3420	0.01985	0.17870
0.3000	1.1022	0.0000	0.0000	0.3635	0.02318	0.15530
0.4000	1.0983	0.0000	0.0000	0.4048	0.02303	0.11800
0.5000	1.0932	0.0000	0.0000	0.4392	0.02182	0.09016
0.6000	1.0879	0.0000	0.0000	0.4610	0.02072	0.06960
0.7000	1.0839	0.0000	0.0000	0.4622	0.02003	0.05418
0.8000	1.0811	0.0000	0.0000	0.4347	0.01967	0.04206
0.9000	1.0785	0.0000	0.0000	0.3613	0.01817	0.03321
0.9500	1.0770	0.0000	0.0000	0.2775	0.01631	0.03228
1.0000	1.0750	0.0000	0.0000	0.0278	0.00000	0.00000

Table 2. Principal characteristics for DTRC Propeller 4842

No. of Blade : 5
 Section Type : NACA a=0.8 meanline, NACA 66 thickness(DTRC mod.)
 Hub Ratio : 0.323

r/R	P/D	Rake/D	Skew(deg.)	Chord/D	f/C	t/C
0.3230	0.9321	-0.0009	0.3799	0.2015	0.01000	0.21790
0.3500	1.0790	0.0094	-3.0699	0.2181	0.01580	0.18710
0.4000	1.2361	0.0239	-6.8199	0.2494	0.02530	0.14150
0.5000	1.4194	0.0341	-9.0201	0.3113	0.03650	0.08540
0.6000	1.4892	0.0301	-7.5699	0.3664	0.03900	0.05810
0.7000	1.4880	0.0132	-3.2401	0.4031	0.03710	0.04440
0.8000	1.3290	-0.0156	4.3402	0.4090	0.03190	0.03790
0.9000	1.0759	-0.0399	13.7498	0.3651	0.02640	0.03560
0.9500	0.9012	-0.0455	19.2502	0.3106	0.02470	0.03630
1.0000	0.6981	-0.0425	25.0000	0.0311	0.00000	0.00000

cular wing)등 단순한 형상을 가진 양력체 주위의 유동에 대하여 자세한 수렴시험 등이 수행된 바 있으므로, 본 연구에서는 프로펠러 주위의 유동해석만을 다루기로 한다.

수렴성 시험, 허브 영향 및 후류 모형의 영향을 조사하기 위한 대상 프로펠러로 비교적 형상이 단순한 DTRC 4119 프로펠러와 스쿠가 커서 지금까지 계산이 어려웠던 DTRC 4842 프로펠러를 택하였다.

DTRC 4119 프로펠러는 Fig. 5에서 보는 바와 같이 날개수 $Z=3$, $A_E/A_0=0.6$ 이며, 날개 윤곽선이 제작기준선에 대하여 대칭되도록 스쿠각을 영으로 한 프로펠러로, 그 제원은 Table 1에 정리되어 있다.

DTRC 4842 프로펠러는 Fig. 6에서 보는 바와

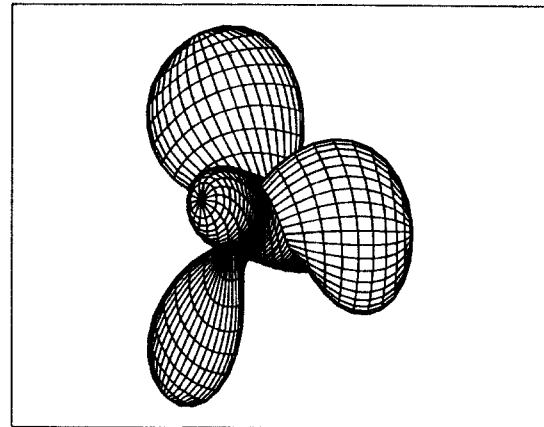


Fig. 5 Panel arrangement for DTRC Propeller 4119

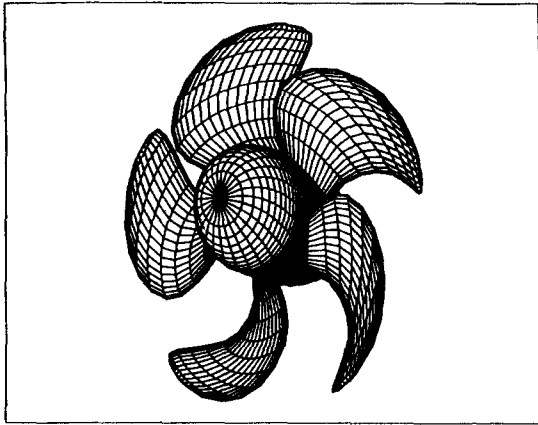


Fig. 6 Panel arrangement for DTRC Propeller 4842

같이 날개수 $Z=5$, 스윙각범위가 34도에 이르는 고스쿠 프로펠러이다. 그 제원 및 offset는 Table 2에 정리되어 있다.

6.2 수렴 시험

수렴성을 검증하기 위하여 DTRC 4119 프로펠러를 사용하여, 전진계수 $J=0.833$ 에서, 코드방향 및 반경방향 패널수를 변화시켜가며 계산을 수행하였다.

우선, 반경방향 패널수($MR=30$)를 고정시킨 후에, 코드방향의 패널수($NC=40, 60, 80, 100$)의 변화가 날개에 작용하는 순환(circulation)의 분포에 미치는 영향이 Fig. 7에 정리되어 있으며, 코드방향 패널수($NC=100$)를 고정시킨 후에 반경방향 패널수($MR=10, 20, 30$)를 증가시켜가며 순환분포에 미치는 영향을 조사한 것이 Fig. 8에 정리되어 있다. Fig. 7은 코드방향 패널수의 증가에 따라 순환의 값이 낮은 값에서 높은 값으로 수렴해 가는 것을 보이고 있으며, Fig. 8는 반경방향 패널수의 증가에 따라 높은 값에서 낮은 쪽으로 수렴하고 있음을 보인다. 두 그림으로 부터 반경방향의 수렴속도가 코드방향의 수렴속도보다 느림을 알 수 있다.

Fig. 9는 $NC \times MR=60 \times 20$ 의 패널배합인 경우와 $NC \times MR=100 \times 30$ 인 패널배합에 대한 순환분포를 보여준다. 이 그림으로 부터 신빙성있는 수렴결과를 얻기 위하여는 코드방향과 반경방향의 패널수를 동시에 증가시켜줌으로써 각 패널의 종횡비가 너무

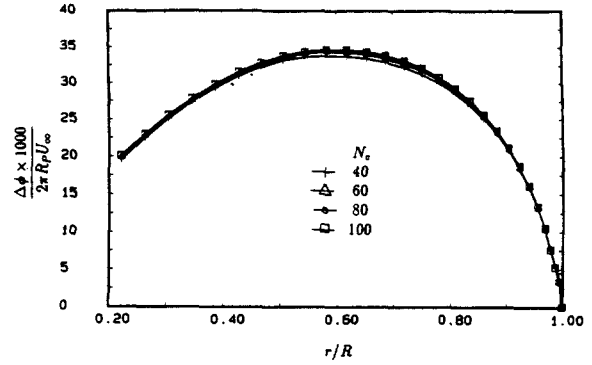


Fig. 7 Convergence of radial circulation distribution for variation of chordwise number of panels with fixed radial panel number, $M_R=30$.

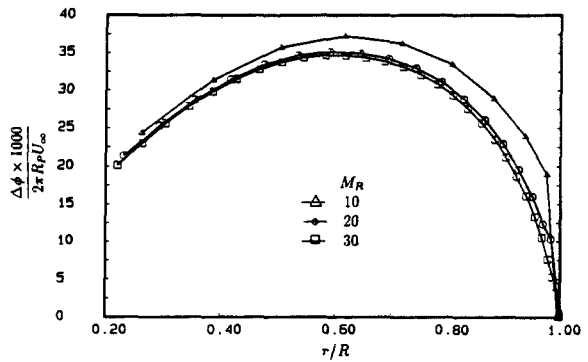


Fig. 8 Convergence of radial circulation distribution for variation of radial number of panels with fixed chordwise panel number.

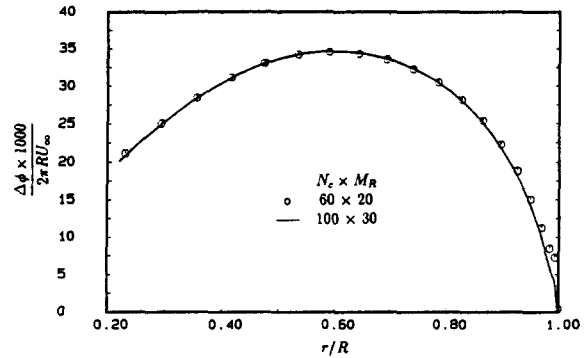


Fig. 9 Comparison of radial circulation distributions calculated with $N_C \times M_R=100 \times 30$, $N_C \times M_R=60 \times 20$.

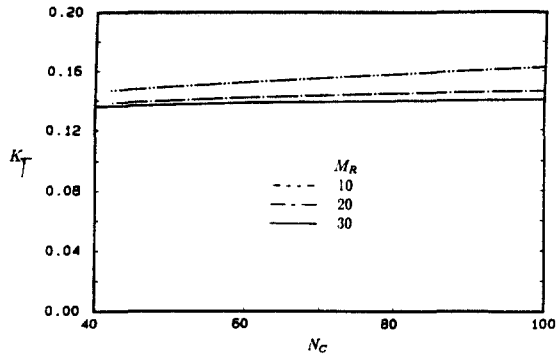


Fig. 10 Convergence of thrust coefficients for varying number of chordwise and radial panels.

크지않도록 해야함을 알 수 있다.

위의 Fig. 7과 8의 수렴시험시에 얻은 추력계수의 수렴결과를 Fig. 10에 정리하였다. 이때 날개표면에서의 마찰계수는 $C_F=0.004$ 를 사용하였다.

수렴시험의 결과로, 기준 패널배합으로는 $NC \times MR=100 \times 30$ 을 선정하였으며, 공학적 목적에 알맞는 배합으로는 $NC \times MR=60 \times 20$ 을 택하였다.

6.3 허브의 영향

DTRC 프로펠러 4119를 가지고, 순환분포 및 날개 표면에서의 압력분포에 미치는 허브의 영향에 대하여 체계적인 계산을 수행하였다. Fig. 11는 $NC \times MR=60 \times 20$ 의 패널배합을 가지고, $J=0.899$ 에서, 허브 유무가 압력분포에 미치는 영향을 보여준다. $r/R=0.294, 0.695, 0.897$ 의 세 반경위치에서의 압력분

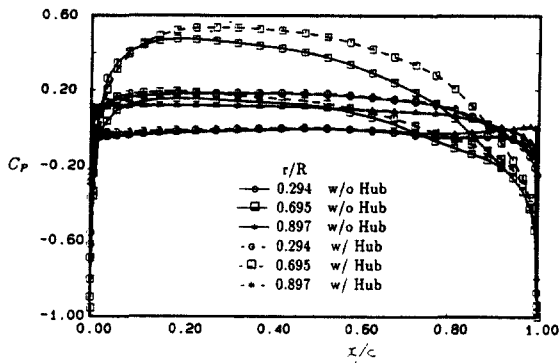


Fig. 11 Hub effect on pressure distribution for DTRC 4119 at $J_A=0.899$ with $N_C \times M_R=60 \times 20$.

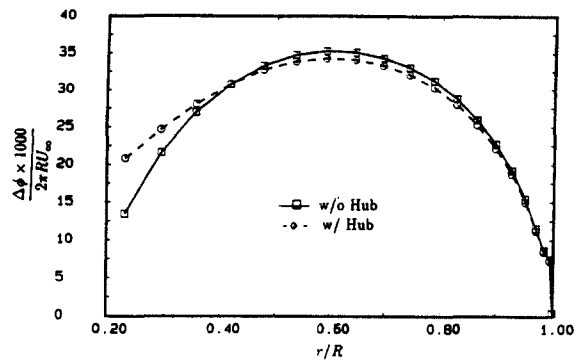


Fig. 12 Hub effect on radial circulation distribution for DTRC 4119 at $J_A=0.899$ with $N_C \times M_R=60 \times 20$.

포를 비교함으로써 허브의 영향은 주로 허브와 가까운 내경 근처에 나타남을 확인할 수 있다. 동일한 결론은 같은 경우에 대한 반경방향 순환의 분포를 보여주는 Fig. 12로도 확인할 수 있다.

본 계산을 위하여 선형후류 모형을 사용하였으나, 비선형후류 모형을 사용하여도 동일한 결과를 얻는다.

6.4 후류 모형의 영향

프로펠러의 후류면은 문제해석이 완료되기 전에는 알지 못하는 자신의 위치에서의 운동학적 및 역학적 경계조건을 만족하도록 결정되어야 한다. 따라서 가정된 후류 위치에 다이폴을 분포하고 이의 영향을 고려하여 유기속도장을 계산하고, 경계조건을 만족시키기 위하여 다시 새로운 후류면의 위치를 추정하는 방식으로 반복적으로 계산할 필요가 있으며, 이는 전체 계산시간을 크게 증가시키는 원인이 된다. 실제 공학적인 목적을 위하여는 실험에 의해 얻어진 측정 결과를 사용하여 후류의 모양을 가정하고, 반복계산을 피하는 것이 관행이다. 본 연구에서는 DTRC 프로펠러 4119에 대하여 $NC \times MR=60 \times 20$ 을 가지고 $J=0.899$ 에서, 선형 및 비선형 후류면 모형을 가지고 계산을 수행하였다. Fig. 13에서 보는 바와 같이, 후류면의 차이는 거리가 가까운 허브근처($r/R=0.294$)와 날개 뒷날 근처에 나타남을 알 수 있다.

동일한 경우에 대하여 반경방향 순환의 분포를 보이면 Fig. 14와 같다. 후류면 모형의 영향이 순환의 재 분포형식으로 나타남을 볼 수 있다. 후류면이 반경방향으로 수축하면, 외경쪽에는 upwash

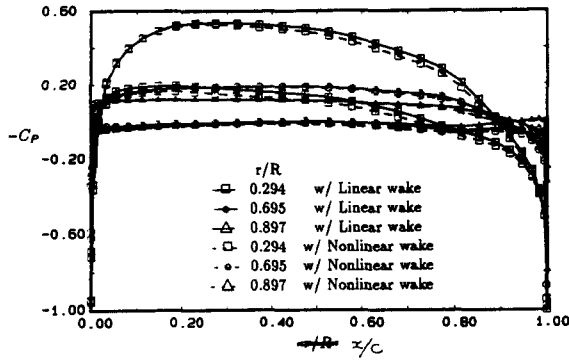


Fig. 13 Wake model effect on pressure distribution for DTRC 4119 at $J_A=0.899$ with $N_C \times M_R=60 \times 20$.

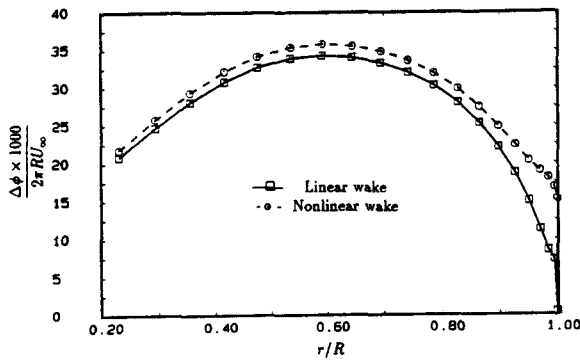


Fig. 14 Pressure distribution on DTRC 4119 (-Cp at 0.3 radius).

의 영향이 발생하여 추력이 증가하는 쪽으로, 즉 순환이 증가하는 쪽으로 영향을 받게 된다.

6.5 날개표면에서의 압력분포의 추정

Fig. 15에서는 DTRC 4119 프로펠러의 $r/R=0.3$ 인 곳에서 Jessup[17]의 실험결과 선형이론에 의한 Greeley[15]의 프로펠러 해석 프로그램인 PSF-2, 패널법에 의한 프로펠러 해석 프로그램인 Lee[7]의 PSF-10 그리고 VSAERO의 결과와 본 연구에 의한 압력분포를 도시하였다. 허브의 영향과 날개의 두께가 상대적으로 큰 DTRC 4119 프로펠러에 대하여 선형이론인 PSF-2의 결과는 실험치와 큰 차이를 보임을 알 수 있다. 또한 날개 뒷날에서의 압력 점프를 허용하는 VSAERO는 압력점프를 허용하지 않는 PSF-10 및 본 연구의 결과와 비교하여 날개 뒷날 근처에서 실험치와 다른 경향을 갖고 있다. 대체적으

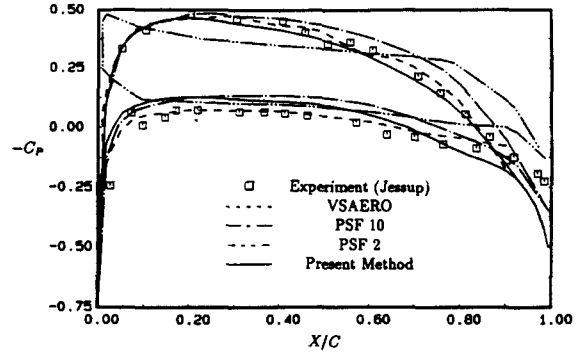


Fig. 15 Pressure distribution on DTRC 4119 (-Cp at 0.7 radius).

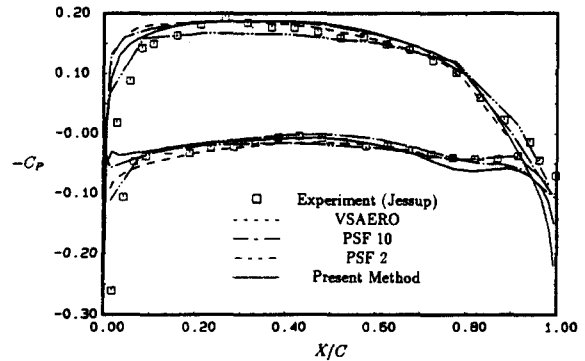


Fig. 16 Pressure distribution on DTRC 4119 (-Cp at 0.9 radius).

로 본 연구의 결과가 Jessup[17]의 실험결과와 좋은 일치를 보였다.

Fig. 16에서는 Fig. 15에서와 동일한 프로펠러에 대하여 $r/R=0.7$ 인 곳에서의 압력분포를 비교 도시하였다. 대체적으로 실험치와 좋은 일치를 보였으나, 흡입면의 뒷날에서의 압력 구배가 다른 이론에 의한 결과에 비하여 크게 나타남을 볼 수 있다. 이는 본 연구에서 채택한 semi-linear pressure Kutta condition의 영향으로 보이니 향후 자세한 연구가 요구된다.

Fig. 17에서는 $r/R=0.9$ 인 곳에서의 압력분포를 비교 도시하였다. 흡입면 뒷날 근처에서의 압력구배가 크고 날개 뒷날에서의 압력점프를 허용치 않는 Kutta 조건을 사용한 결과 본 연구의 결과는 날개 뒷날 근처에서 압력계수 곡선이 교차하는 모습을 보여주고 있다.

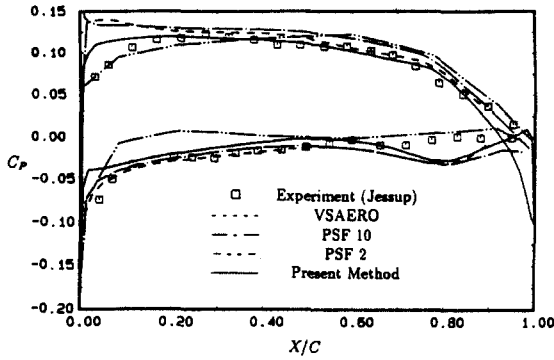


Fig. 17 Pressure distribution on DTRC 4119(-CP at 0.9 radius).

6.6 프로펠러의 단독 성능 추정

이상의 수렴시험, 허브 영향 조사, 후류면 모형의 영향을 거친 후에 단독상태에 있는 프로펠러의 성능을 계산하였다. 점성의 영향은 모든 경우에 표면 마찰계수 $C_F=0.004$ 를 사용하였다. 이때, 코드 방향의 판요소수, N_c 는 60으로 하였으며 반경 방향으로의 판요소수, M_R 은 15로 하였다.

성능 계산은 DTRC 프로펠러 4119에 대하여 수행되었으며, 그 계산 결과는 Table 3에 요약되었다. 단독효율은 다음과 같이 정의되었다.

$$\eta_o = \frac{J}{2\pi} \frac{K_T}{K_Q} \quad (27)$$

계산결과와 함께 실험결과도 함께 주어져 있다.

7. 결 언

포텐셜을 기저로한 정식화 과정을 거쳐 프로펠러에 작동하는 정상상태의 유동 현상을 해석하였다. 패널의 비평면성 즉, 기하학적 비선형성을 고려하여 유기 속도 포텐셜을 계산하였고, 날개 뒷날에서 스펀 방향으로 순환이 선형으로 변화하는 Kutta 조건을 사용하여 스쿠가 큰 경우에도 수렴성을 확인하였다. 비선형 후류의 모형을 고려함으로써 성능해석의 정도향상을 꾀하였다.

수렴성 시험의 결과, 코드방향과 반경방향의 패널수의 적절한 배합은 60×20 정도가 되어야 함을 보였으며, 허브의 존재를 고려하여 경계치 문제를 해석하여야 허브부근의 해석 정도 향상이 가능함을 보였다.

단독상태의 모형시험 결과와의 비교로 본 연구에 의한 추진성능 결과의 신뢰성을 높였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 '89 목적기초 과제의 일부로 수행되었으며, 그 지원에 심심한 사의를 표합니다.

Table 3. Thrust and Torque coefficients calculated for sample examples.

		Viscous Drag Coef.	K_T	$10K_Q$	η_o
4119 $J_A=0.833$	Design Loads		0.154	0.290	0.706
	Experiment		0.146	0.280	0.692
	w/o hub	$C_F=0$	0.147	0.235	0.829
	linear wake	$C_F=0.004$	0.143	0.265	0.715
	w/o hub	$C_F=0$	0.145	0.234	0.823
	linear wake	$C_F=0.004$	0.141	0.263	0.709
	w/o hub	$C_F=0$	0.145	0.237	0.812
	linear wake	$C_F=0.004$	0.140	0.275	0.676
4119 $J_A=1.1$	w/o hub	$C_F=0$	0.160	0.253	0.838
	nonlinear wake	$C_F=0.004$	0.156	0.282	0.732
	w/o hub	$C_F=0$	0.159	0.256	0.823
	nonlinear wake	$C_F=0.004$	0.155	0.286	0.718
	Experiment		0.034	0.106	0.575
	w/o hub	$C_F=0$	0.036	0.074	0.847
	linear wake	$C_F=0.004$	0.031	0.107	0.508
	w/o hub	$C_F=0$	0.038	0.079	0.856
nonlinear wake	$C_F=0.004$	0.033	0.111	0.528	

참 고 문 헌

- [1] Kerwin, J.E. and Lee, C.-S., "Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance by Numerical Lifting Surface Theory", *Trans. SNAME*, Vol.86, pp.218-258, 1978.
- [2] 이창섭, 서성부, 이진태, "양력면 이론에 의한 프로펠러 성능해석", 해사기술연구소, 선박해양 기술, 제4호, pp.75-89, 1990.
- [3] Hess, J.L. and Smith, A.M.O., "Calculation of Nonlifting Potential Flow about Arbitrary Three-Dimensional Bodies", *J. of Ship Research*, Vol.8, No.2, pp.22-44, 1964.
- [4] Moran, J., "An Introduction to Theoretical and Computational Aerodynamics", *John Wiley and Sons*, 464p, 1984.
- [5] Hess, J.L. and Valarezo, W.O., "Calculation of Steady Flow about Propellers by Means of a Surface Panel Method", *The 23rd Aerospace Science Meeting, AIAA*, Reno., Nev., Jan., 1985.
- [6] Hoshino, T., "Hydrodynamic Analysis of Propellers in Steady Flow using a Surface Panel Method", *J. of Soc. of Naval Arch. of Japan*, Vol.165, pp.55-70, 1989.
- [7] Lee, J.-T., "A Potential-Based Panel Method for the Analysis of Marine Propellers in Steady Flow", Ph.D Thesis, MIT, Dep't of Ocean Eng'g, 150p, 1987.
- [8] Maitre, T.A. and Rowe, A.R., "Modeling of Flow Around a Marine Propeller Using a Potential-Based Method", *J. of Ship Research*, Vol.35, No.2, June, pp.114-126, 1991.
- [9] Hsin, C.-Y., "Development and Analysis of Panel Methods for Propellers in Unsteady Flow", Ph.D thesis, MIT, Dep't of Ocean Eng'g, 156p, 1990.
- [10] 이창섭, 김영기, "선미 유동장과 추진기의 상호 작용 해석", 과학재단 목적기초 연구 제2차 중간 보고서, 1991.
- [11] Suh, J.-C., Lee, J.-T. and Suh, S.-B., "A Bilinear Source and Doublet Distribution over a Planar Panel, and its Application to Surface Panel Method", *19th Symp. on Naval Hydrodynamics*, Office of Naval Research, Seoul, Korea, 1992.
- [12] Newman, J.N., "Distributions of Sources and Normal Dipoles over a Quadrilateral Panel", *J. of Engineering Mathematics*, Vol.20, pp.113-126, 1986.
- [13] 이창섭, 이진태, "선미후류-프로펠러 상호작용을 고려한 유효반류 추정법", 대한조선학회지, 제27권 제2호, pp.1-12, 1990.
- [14] Lee, C.-S., Kim, Y.-G. and Ahn, J.-W., "Interaction between a Propeller and the Stern Shear Flow" *Korea-Japan Workshop on Ship Design* Seoul National Univ. pp.16-29 1991.
- [15] Greeley, D.S. and Kerwin, J.E., "Numerical Methods for Propeller Design and Analysis in Steady Flow", *Trans. SNAME*, Vol.90, pp.415-453, 1982.
- [16] Morino, L and Kuo, C.-C., "Subsonic Potential Aerodynamic for Complex Configurations: A General Theory", *AIAA J.*, Vol.12, No.2, pp.191-197, 1974.
- [17] Jessup, S.D., "An Experimental Investigation of Viscous Aspects of Propeller Blade Flow", Ph.D Thesis, The Catholic Univ. of America, 1989.