

論文93-30B-11-4

PID 制御機의 最適 同調

(A Study on the Optimal Tuning of PID Controller)

林 東 均*, 徐 丙 高*

(Dong Kyun Lim and Byung Suhl Suh)

要 約

Yuwana와 Seborg(1982)가 제시한 동조 방법이 비교적 시간 지연이 있는 시스템에서 조차 잘 적용할 수 없는 이유가 파데 근사에 인한 위상 오차에 기인한다는 것은 잘 알려진 사실이다. 이를 개선하기 위한 노력이 서병설 (Suh, 1984, 85, 86), Jutan과 Rodriguez(1984), Lee(1989), Chen(1989), Lee와 Edgar(1990) 등에 의해 이루어져 왔다. 본 논문에서는 이들 연구 결과들을 고찰하고 문제점을 파악하였으며 위상 오차에 대한 이론적 분석을 통해 이와 같은 원인이 파데 근사에 의한 위상 오차 뿐만 아니라 지연 시간이 너무 크게 추정되기 때문이라는 것을 분석하였고, 이것을 해결할 수 있는 방법으로서 주파수 스케일 변환에 의해 위상 오차를 현저하게 줄일 수 있어 좋은 동조 결과를 얻을 수 있는 새로운 최적 동조 방법론을 기존의 본 연구자 Suh(1984)의 연구 결과를 토대로 이론화하여 제시하였다.

Abstract

It is well known that the tuning method of Yuwana - Seborg (1982) can not be even applied to the relatively small delay system due to the phase errors from the Pad approximation. Suh(1984, 85, 86), Jutan and Rodriguez(1984), Lee(1989), Chen(1989), Lee and Edgar(1990), etc have been tried to improve it. In this study, such recent results and their problems are investigated. A new tuning method by "a frequency scale transformation", which is based on a previous result of Suh(1984), is proposed. It can reduce the magnitude of the phase error significantly.

1. 서 론

현대 제어 기술자들의 중요한 과제는 산업 자동화

*正會員, 漢陽大學校 電子通信工學科
(Dept. of Elec. Communication Eng.,
Hanyang Univ.)

* 이 연구는 1992년도 산학협동재단 연구비 지원과
한양대학교 교내 연구비 지원에 의하여 이루어졌음.
接受日字 : 1993年 5月 22日

시스템, 화학 공정 등과같이 복잡한 시스템을 모델링하고 선택된 입력들에 따라서 시스템의 응답이 요구되는 기준에 따르도록 제어기를 사용하여 효율적으로 제어하는 것이라고 할 수 있다. 많은 제어기 중에서 특히 PID 제어기가 단지 3개의 패러미터를 가지고 있기 때문에 사용하기 쉽고, 모델링 오차와 응답의 안정성이 좋기 때문에 산업계에서 널리 사용되고 있다. PID 제어기 동조는 시스템의 식별을 통해 얻어진 정보들을 가지고 PID 제어기 패러미터인 비례 이득, 적분 시간, 미분 시간을 응답이 필요로 하는 설계

목적에 만족하도록 최적화 시키는 과정이라고 할 수 있다.

일찌기 PID 제어기 동조에 관한 연구로서 Ziegler와 Nichols(1942)의 루우프 동조 방법이 있었다.^[9] 이 방법은 먼저 비례 제어만을 사용하여 제어 루우프를 형성하고 비례 이득을 점차 크게 하여 일정한 진동이 일어나게 한 후, 그 진동의 크기와 진폭으로부터 PID 매개 패러미터 값을 구하는 실험 결과에 의해 동조하므로 변수 모델로 공정을 특성화하지 않는 장점 때문에 산업계에서 가장 널리 쓰이고 있는 방법이다. 그러나, 공정 이득의 안정도를 유지하는 수준에서 제어해야 하고, 많은 시행 착오에 의해 최종 이득과 최종 주기에서 페루우프 이득을 얻기 때문에 시간을 많이 소비하는 단점이 있다.

이에 대한 개선 연구로는 Cohen과 Coon(1953)에 의해 시간 지연 항이 포함된 일차 시스템으로 제어 루우프를 근사하는 루우프 반응 곡선 방법이 제시되었다.^[7] 이 방법은 대상 플랜트의 개루우프 계단 함수 응답으로부터 일차 시간 지연 근사 모델을 찾아내고 이 모델로부터 최적의 PID 계수를 찾는 것이다. 이는 Ziegler와 Nichols(1942)의 방법에 비해 편리한 방법으로 인정되지만 추정 모델 함수를 구하기 위해 정확한 기울기를 결정해야 하는 단점이 있다.

고전적인 이 두 방법들은 시스템 식별을 위한 반응 응답을 개루우프 상태에서 얻기 때문에 수행 도중 예기치 못한 부하 왜란에 대해 민감한(sensitive) 문제점이 있다. 이에 대한 개선 연구로는 Smith(1972), Astrm과 Wittenmark(1989)에 의한 연구 보고가 있었지만 이는 위의 문제점들을 특별히 잘 해결하지는 못하였다.

위의 문제점들을 해결하기 위해 Yuwana와 Seborg(1982)는 해석적(analytic)이라고 할 수 있는 방법을 제시하였다.^[11] 이는 페루우프(closed loop)에서 제어기의 비례 모드(mode)만을 동작시켜서 실험 데이터(data)를 얻고, 이로부터 시간 지연 항이 포함된 1차 프로세서의 추정 모델 전달 함수의 변수들, 즉 지연 시간, 시간 상수, 안정 상태 이득을 결정하는 관계식을 유도하여 PID 알고리즘 패러미터들의 값을 결정하는 방법이다. 그러나 위에 언급된 추정 모델 함수에서 일차 전달 함수의 변수들을 결정하는 관계식 유도가 서빙설(Suh, 1984)에 의해 잘못 유도된 것으로 확인되어, 오류 정정하여 전자공학 논문집 제 21권 3호(1984)에 발표된 바 있다. 따라서 국제 저널 AICHe에 발표된 Yuwana와 Seborg(1982)의 시뮬레이션 결과는 사실상 인정될 수 없는 것이다. 그리고 이 방법은 공정 모델 변수를

계산할 때 시간 지연 항을 파데(Pade) 근사하기 때문에 지연 시간이 큰 시스템에서는 물론 지연 시간이 그다지 크지 않은 시스템에서도 사용할 수 없는 문제점이 있다. 그래서 최근에 파데 근사에 의해 발생하는 위상 오차를 줄이기 위한 연구가 많은 연구자들의 관심을 끌게 되었으며, Suh(1984, 85, 86), Jutan과 Rodriguez(1984), Lee(1989), Chen(1989), Lee와 Edgar(1990) 등에 의해 이루어져 왔다.

본 연구와 직접 관련된 기존의 주요 연구 결과들의 내용을 고찰하면, Lee(1989)의 연구에서는 Yuwana와 Seborg(1982) 방법에서 파데 근사에 의해 발생한 위상 오차를 개선하기 위해 극점 일치 방법을 사용하였다.^[12] 이는 출력 응답 데이터로부터 추정하여 결정될 수 있는 목표 페루우프 2차 전달 함수를 설정하고, 프로세스 추정 모델 전달 함수에서 시간 지연 항이 포함된 개루우프 플랜트 1차 전달 함수를 고려하여 이를 단일 피드백 시켜 구해지는 모델 페루우프 전달 함수식과 목표 페루우프 전달 함수식의 극점을 일치시키는 방법에 의해 시스템 식별을 시도하였다. 이는 파데 근사를 하지 않는 방법으로 생각될 수 있으나 사실상, 극점을 일치시키는 방법으로는 목표 페루우프 전달 함수와 모델 페루우프 전달 함수의 일치가 불가능하다고 할 수 있다. 오히려 파데 근사에서 발생하는 오차와 동일 혹은 더욱 큰 오차를 초래할 수 있다.

그리고 Chen(1989)의 연구^[6]에서는, 종전의 방법과는 달리 페루우프 방정식의 응답 데이터로부터 시간 지연 항이 포함된 1차 개루우프 플랜트의 추정 모델 전달 함수의 변수들을 결정하는 대신에, 페루우프 방정식에 위상 교차 주파수를 구하여 플랜트와 직렬 접속(cascade)된 개루우프 비례 제어기 이득의 최종 이득을 구하여 일차 개루우프 플랜트 추정 모델 전달 함수의 최종 이득과 추정 모델 이득의 대응에 의해 변수들을 결정하였다. 그러나 여기에서도 응답 데이터로 결정되는 목표 페루우프 2차 전달 함수를 개루우프 플랜트 추정 모델 1차 전달 함수로 근사함으로써 발생하는 오차는 Lee(1989) 방법과 사실상 동일하다. Lee와 Edgar(1990)의 연구^[6]에서는 Lee(1989)의 방법과 근원적인 기법은 같으나, 시간 지연 항을 테일러 급수로 확장하고 최종 이득과 최종 주기를 일치시키는 방법을 적용하여 최종 데이터를 구하고, Ziegler와 Nichols(1942)의 동조 규칙을 사용하지 않고 주파수 영역에서의 동조 방법을 사용하였으나, 위에서 지적된 문제점들뿐만 아니라, 매우 복잡하고 시행 착오 적인 문제점까지 포함하고 있다. 이들 연구의 공통된 문제점을 요약하면 다음과 같다.

가. Yuwana 와 Seborg (1982)의 잘못 유도된 관계식을 그대로 사용하고 있으며 오차 분석의 결과를 토대로 하지 않고 단지 시뮬레이션 결과만으로 우월성을 주장하고 있어 이론적 객관성이 결여되어 있다.

나. 목표 페루우프 전달 함수와 모델 페루우프 전달 함수 사이에서 일어나는 오차가 파데 근사 오차보다 작을 수 있다는 이론적 근거를 제시하지 못하고 있다. 이와같은 방법은 사실상 파데 근사에서 발생하는 오차와 동일 혹은 더욱 큰 오차를 발생할 수 있다. 다. 일반적인 산업 플랜트에서는 수천 내지 수만 개의 PID 제어기가 동작되고 있는 사실을 고려할 때 사용 방법은 간단, 정확하고, 동작이 빨라야 하나 시간 지연 항이 포함된 1차 플랜트 추정 모델 함수의 계수를 결정하기 위한 유도 방정식들이 비선형 방정식으로 표현됨으로 복잡한 수치 해석을 해야 하는 문제점을 내포하고 있어 산업적 활용이 어려울 것으로 사료된다.

Suh(1984)가 제시한 방법^[1]은 위에 언급된 문제점을 내포하고 있지 않고 큰 시간 지연이 있는 시스템에서도 성공적으로 사용될 수 있는 방법으로 간주된다. 그러나, 이 방법은 이론적 근거를 명확히 제시하지 못하였다.

그래서, 본 연구에서는 파데 근사로 발생하는 위상 오차를 이론적으로 고찰하고 주파수 스케일 변환(frequency scale transformation)의 개념을 도입하여 Suh(1984) 동조 방법을 해석하고 이를 근거로 위상 오차를 최적으로 줄일 수 있는 새로운 최적 동조 방법을 제시하고자 한다.

II. 본 문

1. 위상 오차의 이론적 고찰

Yuwana - Seborg(1982)가 제시한 방법은 시간 지연이 큰 시스템에서 뿐만 아니라 다소 시간 지연이 있는 시스템에서조차 잘 적용되지 않는다는 사실이 Suh(1984) 등에 의해 입증된 바 있다. 이는 다음과 같은 시간 지연 항이 포함된 플랜트의 단위 계단 입력 응답 (unit step response)을 시뮬레이션한 결과에서 쉽게 알 수 있다. 예를 들면 플랜트 전달 함수가 $G_p(s) = \frac{e^{-3s}}{(s+1)^2(2s+1)}$ 인 시스템과 $G_p(s) = \frac{e^{-3s}}{(s+1)^2(2s+1)}$ 인 시스템을 고려할 때, 프로세스 응답 데이터로부터 Yuwana - Seborg(1982) 방법의 정정된 관계식에 의해 추정 모델 변수 값들을 결정하고, Ziegler - Nichols 동조 규칙을 이용하여 PID 제어기의 페러미터들인 비례 이득, 적분 시간, 미분 시간들을 구한

다. (표 1 참조)

고려된 시스템에 대한 단위 계단 입력 응답의 시뮬레이션 결과는 그림 1로 나타낼 수 있다. 그림 1에서 쉽게 알 수 있듯이 파데 근사를 이용한 Yuwana - Seborg(1982) 방법은 지연 시간 항이 e^{-3s} 인 시스템에서도 잘 적용되지 않고 시간 지연 항이 e^{-5s} 에서는 전혀 적용할 수 없다.

표 1. Yuwana - Seborg(1982) 방법의 정정된 관계식에 의해 구한 추정 모델 변수 값들과 제어기 초기값

Table 1. The values of variables of estimated model and controller initial obtained by the corrected Yuwana - Seborg(1982) method.

시 연 단 항 함 수	τ_m	d_m	K_u	P_u	K_c	T_I	T_D
$\frac{e^{-3s}}{(s+1)^2(2s+1)}$	1.54	11.43	1.07	25.64	0.64	12.82	3.21
$\frac{e^{-5s}}{(s+1)^2(2s+1)}$	1.20	25.78	1.01	52.63	0.61	26.32	6.57

여기서 τ_m :추정 모델 시상수 d_m :추정 지연 시간
 K_u :최종 이득 P_u :최종 주기 K_c :비례 이득
 T_I :적분 시간 T_D :미분 시간

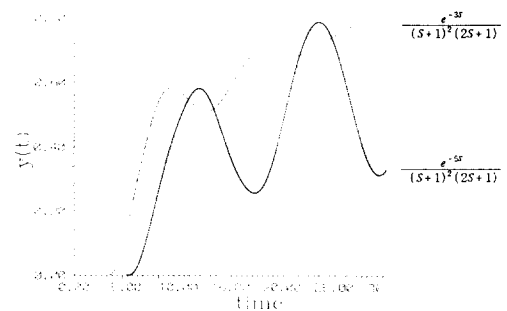


그림 1. 위 예에 대한 정정된 Yuwana - Seborg 방법의 동조 효과

Fig. 1. The effect of the corrected tuning method of Yuwana-Seborg for above example.

이와같은 시뮬레이션 결과는 파데 근사를 이용한 Yuwana - Seborg(1982) 방법이 지연 시간이 큰 시스템은 물론 비교적 지연 시간이 있는 시스템에서도 잘 적용될 수 없음을 의미하며 그 원인은 파데 근사

에 의한 위상 오차에 기인한다. 좀 더 구체적으로 위상 오차에 관해 고찰하여 보자.

1) 파데 근사에 의한 위상 오차

Yuwana - Seborg(1982)가 제시한 동조 방법에서 지연 시간 항 e^{-dms} 를 근사하기 위해 파데 근사를 하였다. 이러한 파데 근사에 의해 발생하는 이득 오차와 위상 오차를 그림 2에 나타내었다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 파데 근사는 이득에 대한 오차는 없지만 위상(phase)의 경우, 지연 시간이 클수록 큰 오차가 발생함을 쉽게 알 수 있다. 지연 시간이 큰 시스템이란 지연 시간을 나타내는 e^{-dms} 에서 dm 값이 커진다는 의미이다. 이는 그림 2의 $dm \cdot w$ 축에서 dm 에 따라 주파수가 확대된다고 볼 수 있다. 그림에서, e^{-3s} 는 e^{-1s} 을 $dm \cdot w$ 축의 1로 기준할 때 3의 위치에 있게 된다. 그래서 지연 시간이 커짐에 따라 위상 오차가 현저히 증가함을 알 수 있다.

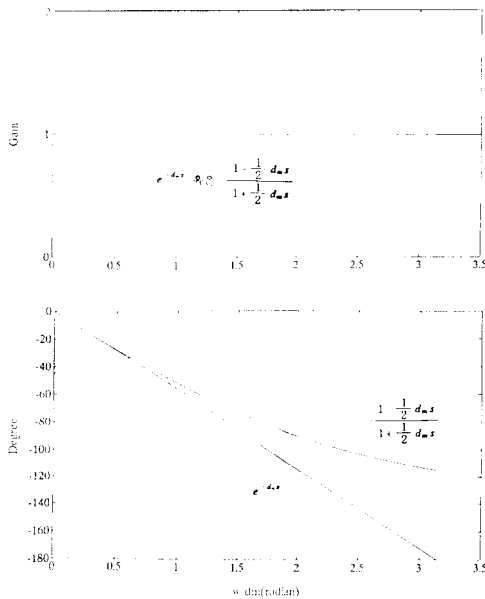


그림 2. e^{-dms} 에 대한 파데 근사 방법의 주파수 응답
Fig. 2. The frequency response of the Pade approximation method for e^{-dms} .

2) 추정 지연 시간

지연 시간의 증가함에 따라 발생한 위상 오차의 증가는 응답 데이터로부터 유도된 관계식에 의해 추정된 지연 시간 dm 이 시뮬레이션을 하기 위해 고려된 플랜트의 지연 시간보다 상당히 크게 추정되는 결과를 가져오게 된다. (표 1 참조)

크게 추정된 지연 시간이 동조에 미치는 영향을 알아보기 위해서 시간 지연이 없는 프로세스의 $G_p(s)$ 의

Nyquist 선도와 동일한 프로세스에 시간 지연이 있는 경우 $G_p(s)e^{-dms}$ 의 Nyquist 선도를 그림 3에 나타내었다. 그림 3에서 시간 지연 항이 포함된 시스템의 Nyquist 선도에서 볼 수 있듯이 시간 지연이 있는 경우 이득 변화는 없으나 주파수가 커질수록 위상 여유가 작아지게 된다. 그러므로 크게 추정된 지연 시간은 위상 여유를 더욱 작게하여 안정도는 물론 추정 모델 플랜트의 최종 주기에 영향을 주어 동조에 직접적인 영향을 준다는 것을 분명히 알 수 있다.

Yuwana와 Seborg(1982) 방법이 지연 시간이 다소 큰 시스템에서도 적용될 수 없는 이유가 파데 근사에 의해 발생한 위상 오차와 이로 인해 지연 시간이 너무 크게 추정된다는 사실에 기인한다. 그리고 그 요인을 다음과 같은 주파수 스케일 변환으로 해석할 수 있다.

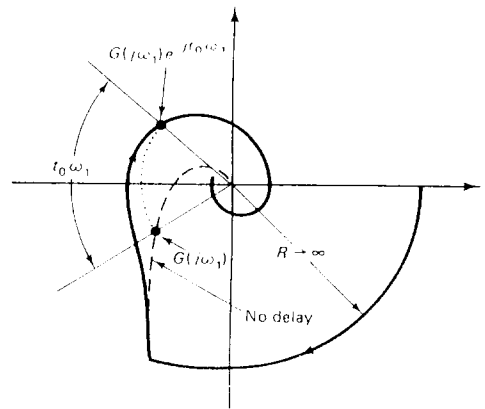


그림 3. 시간 지연 항이 포함된 시스템의 Nyquist 선도

Fig. 3. Nyquist diagram of system plus time delay term.

2. 주파수 스케일 변환에 의한 새로운 방법

본 논문에서는 위상 오차를 줄이기 위한 한 방법으로 주파수 스케일 변환을 고려하고자 한다. 주파수 스케일 변환은 주파수 스케일 변환 인자(factor)를 위상 오차를 조절할 수 있는 설계 자유 변수로 고려하여 조절함으로써 위상 오차의 크기를 현저히 줄일 수 있다. 이것을 구체적으로 설명하면, 설계상 고려되는 주파수의 영역이 비교적 저주파인 시스템($dm \cdot w < 1$)에서 위상 오차가 없도록 근사할 수 있다는 것이다. 위의 예에서, $dm = 3$ 을 주파수 스케일 변환 인자를 고려하여 $dm = 1$ 로 축소 변환시킨 것으로 생각할 수 있다. 그러므로 주파수 영역이 $w < 3$ 에서

w < 1로 축소되며, 이것은 위상 오차를 현저하게 줄이는 결과를 가져온다. 이러한 주파수 스케일 변환에 의해 제어기 동조 패러미터를 구하면 좋은 동조 결과를 기대할 수 있는 이론적 근거로써 $dm \cdot w < 1$ 인 경우에 위상 오차의 크기가 거의 없어 좋은 동조 결과를 가져온다는 일반적으로 입증된 시뮬레이션 결과들이 이를 뒷받침한다. 예를 들어 지연 시간 dm 이 3일 때 파데 근사는 식 (1)에서 주파수 스케일 변환을 통해 식(2)로 축소 변환하고자 하는 것이다.

$$e^{-3s} \equiv \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot s}{1 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot s} \quad (1)$$

$$e^{-3s} \equiv \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot s}{1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot s} \quad (2)$$

이러한 스케일 변환 관계를 일반화시키기 위해서 새로운 스케일 변환 인자를 사용하여 그것을 양의 실수 K_F 라 할 때, 변환 관계는 다음과 같은 관계식 표현이 가능하다.

$$e^{-dms} \equiv \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot dm \cdot \left(\frac{s}{K_F}\right)}{1 + \frac{1}{2} \cdot dm \cdot \left(\frac{s}{K_F}\right)} \quad (3)$$

이때, K_F 의 변화는 dm 이 주어진 시스템에 따라 결정되는 상수이기 때문에 주파수 스케일 변화에 영향을 준다. 즉, K_F 의 감소는 위의 예에서 주파수 영역을 압축시키는 결과를 가져온다. 위의 시뮬레이션 예에서 $K_F = \frac{1}{3}$ 으로 하여 식(1)를 식(2)로 주파수 스케일 변환시켰다고 볼 수 있다. e^{-1s} 과 e^{-3s} 의 위상 오차를 좀 더 명확히 알아보기 위해 그림 2의 $dm \cdot w$ 축 대신에 w 축으로 잡아 위상 변화를 e^{-1s} 인 경우 그림 4에 나타내었고 e^{-3s} 인 경우 주파수 스케일 변환 인자를 $K_F = \frac{1}{3}$ 으로하여 그림 5에 나타내었다. 이때 주파수 스케일 변환에 따른 위상 오차의 크기가 거의 변화하지 않는 것을 알 수 있다.

그리고 그림 2를 살펴보면 대략 $dm \cdot w \leq 0.8$ 인 주파수 영역에서 e^{-dms} 와 파데 근사와의 위상 오차가 거의 존재하지 않는다. 따라서 큰 지연 시간 시스템에서도 주파수 변환을 통해 주어진 주파수의 한계 상한에 대해 위상 오차를 최소로 할 수 있는 K_F 의 존재가 가능하다. 즉, 설계시 설계 사양 조건 하에서 위상 오차가 없거나 위상 오차를 최소로 할 수 있는 K_F 를

결정하는 일반적인 방법이 요구된다. 우선 지연 시간이 매우 작은 시스템 ($dm < 0.4$)에서는 그림 4에서 볼 수 있듯이 위상 오차가 거의 없다. 그러므로 주파수 변환을 하지 않고 파데 근사가 적합하다고 할 수 있다. 지연 시간이 1인 경우에 파데 근사의 위상 오차는 약 0.75인 주파수 영역까지 대략적으로 위상 오차가 없다고 할 수 있다. 그러므로 지연 시간이 약 1인 시스템에서는 주파수 변환 인자를 $K_F = \frac{1}{3}$ 으로하여 근사하면 좋은 결과를 얻을 수 있다.

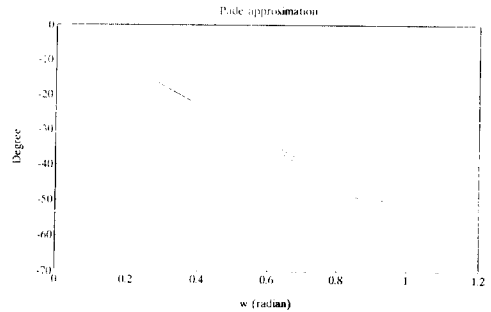


그림 4. e^{-1s} 의 파데 근사의 위상 오차
Fig. 4. The phase error of the Pade approximation for e^{-1s} .

또한 그림 5에서 알 수 있듯이 지연 시간이 $dm = 3$ 인 경우에는 주파수 변환 인자를 $K_F = \frac{1}{3}$ 으로하여 근사해야 한다. 주파수 변환 인자를 작게하면 할수록 결과적으로 주파수를 많이 압축하게 되어 위상 오차가 더욱 작아질 수 있을 것으로 생각될 수 있는 데 주파수 압축은 주파수에 대한 위상 오차를 정교화하는 범위 내에서 주파수 변환을 해야 한다. 지연 시간

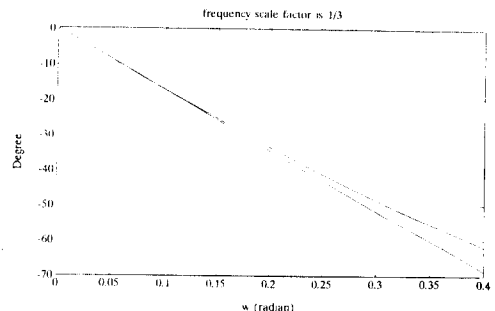


그림 5. e^{-3s} 의 $K_F = \frac{1}{3}$ 인 주파수 스케일 변환에 따른 위상 오차
Fig. 5. The phase error of the frequency scale transformation as $K_F = \frac{1}{3}$ on e^{-3s} .

dm = 3인 경우 파데 근사에 의한 주파수 변화에 따른 위상 오차를 그림 6에 나타내었고, 주파수 스케일 변환한 위상 오차를 그림 7에 나타내었다. 이 때 그림 6과 그림 7을 비교해 보면 그림 6의 y축에서 위상 오차의 단위는 -100인데 비해 그림 7의 y축에서 위상 오차의 단위는 -10 이므로 위상 오차의 크기가 주파수 변환에 의해 현저히 작아지는 것을 알 수 있다.

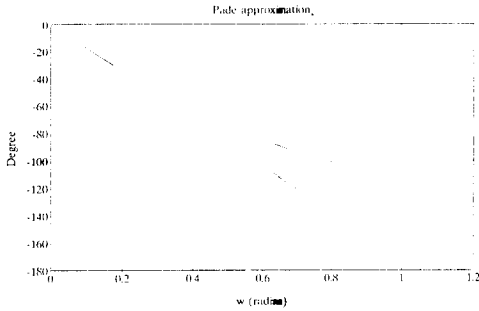


그림 6 e^{3s} 의 파데 근사한 위상 오차
Fig. 6. The phase error of the Pade approximation for e^{3s} .

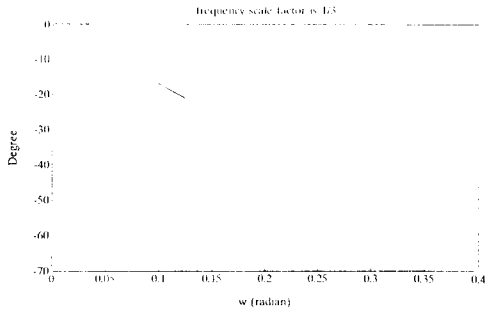


그림 7. e^{3s} 인 $K_F = \frac{1}{3}$ 주파수 스케일 변환에 따른 위상 오차
Fig. 7. The phase error of the frequency scale transformation as $K_F = \frac{1}{3}$ on e^{3s} .

3. 주파수스케일 변환의 설계상 특성

주파수 스케일 변환의 설계상 중요한 특성은 시스템의 추정 지연 시간이 주파수 스케일 변환 인자 K_F 의 크기만을 최적으로 발견하면 결정된다는 사실이다. 왜냐하면 이러한 주파수 스케일 변환 인자 K_F 는 1차 추정 모델 함수 $G_m(s) = \frac{K_m e^{-d_m s}}{\tau_m s + 1}$ 에서 추정 지연 시간 d_m 의 변화만을 일으키지 K_m, τ_m 값에 사실상 영향을 주지 않으므로 최적의 최종 주기(P_u)와 최종 이득

(K_u)을 결정할 수 있는 K_F 를 시행 착오 적이 아니라 해석적으로 쉽게 구할 수 있다. 이것을 부연하여 설명하면, K_F 가 d_m 뿐만 아니라 K_m, τ_m 혹은 과도 함수 관계로 주어진다면 위 변화에 두개 이상의 변수가 동시에 변화하여 매우 복잡하게 된다. 이것은 개선된 동조 효과를 가져올 수 있는 최종 주기와 최종 이득을 구하기가 어렵거나 혹은 불가능하게 한다고 할 수 있다. 그러므로 d_m 만이 K_F 의 유일한 함수 관계는 칼만 필터의 분리 원칙(separation principle)과 같이 설계상 매우 용이함을 제공한다. d_m 만이 K_F 의 유일한 함수 관계임은 다음 정리로 표현할 수 있고 자세한 유도 과정은 Suh(1984) 논문을 참조하기 바란다.

정리1. $e^{d_m s}$ 의 1차 파데 근사 $\frac{1 - \frac{d_m}{2}s}{1 + \frac{d_m}{2}s}$ 에서 주파수 스케일 변환을 하여 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$e^{-\bar{d}_m s} = \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot \bar{d}_m s \cdot \left(\frac{s}{K_F} \right)}{1 + \frac{1}{2} \cdot \bar{d}_m s \cdot \left(\frac{s}{K_F} \right)}$$

이 관계식을 사용하여 플랜트의 응답 데이터를 가지고 플랜트를 위한 1차 추정 모델 함수 $G_m(s) = \frac{K_m e^{-\bar{d}_m s}}{\tau_m s + 1}$ 의 추정 변수 K_m, τ_m, d_m 을 구할 때 K_m, τ_m 는 K_F 의 상관 함수가 아니고 d_m 만이 K_F 의 함수이다.

결론적으로 말하면 주파수 스케일 변환에 의해 큰 지연을 갖고 있는 시스템일지라도 주파수 스케일 변환에 의해 파데 근사로 발생하는 위상 오차를 현저히 줄일 수 있고, 또한 Yuwana - Seborg(1982) 방법에서 너무 크게 추정된 \bar{d}_m 값을 K_F 로 줄일 수 있어 향상된 동조를 이룰 수 있다는 이론적 근거를 제시했다고 할 수 있다. 이와같은 주파수 스케일 변환을 기초로 다음과 같은 새로운 최적 동조 방법의 절차(procedure)를 제시하고자 한다.

4. 새로운 최적 동조 방법 절차

1) 주어진 프로세스 추정 모델의 1차 전달 함수의 페루우프 전달 함수 식(4)를 식(5)로 표현하고 분모항의 $e^{d_m s}$ 에 식(6)을 대입하여 주파수 스케일 변환에 의한 파데 근사를 한다.

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{K e^{-d_m s}}{1 + \tau_m s + K e^{-d_m s}} \tag{4}$$

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{K}{(1 + \tau_m s) e^{-d_m s} + K} \tag{5}$$

$$e^{-\bar{d}_m s} = \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \bar{d}_m \cdot \left(\frac{s}{K_F} \right)}{1 - \frac{1}{2} \cdot \bar{d}_m \cdot \left(\frac{s}{K_F} \right)} \tag{6}$$

이때 d_m 은 프로세스의 응답 데이터부터 구한다.

2) 설계 사양으로 주어진 주파수 한계 상한 값을 고려하여 2.2절에서 설명한 절차에 따라 주파수 스케일 변환 인자 K_f 를 구한다.

3) 주어진 플랜트 모델 함수로부터 얻어진 응답 데이터를 가지고 d_m 과 τ_m 을 구하고 $K=K_f K_m$ 관계로부터 K_m 을 구하여 추정 플랜트 모델 함수식 $G_m(s) = \frac{K_m e^{-\tau_m s}}{\tau_m s + 1}$ 을 구한다. 이 식으로부터 보드 선도를 이용하여 최종 이득(K_u)과 최종 주기(P_u)를 구한다.

4) 위의 절차에 따라 구한 최종 주기(P_u)와 최종 이득(K_u)을 Zigler-Nichol 동조 규칙에 적용하여 PID 제어기의 동조 패러미터들을 구한다.

5. 시뮬레이션

본 연구에서는 모든 시뮬레이션 결과를 얻기 위해 Simmon과 Matlab을 사용하였다. 본 논문에서 제시한 새로운 방법의 유용성을 가능한 한 완벽하게 입증하기 위해 비교적 큰 지연 시간을 갖는 시스템에서부터 상당히 큰 지연 시간을 갖는 시스템을 시뮬레이션 대상으로 다음과 같은 3개의 예제를 고려하였다.

[예제 1]

비교적 큰 지연 시간을 갖는 시스템으로 고려된 전달 함수는 다음과 같다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)(2s+1)(0.5s+1)}$$

추정 모델의 변수값을 계산하기 위해 필요로 하는 시간 지연 항 e^{-s} 의 주파수 스케일 변환에 의한 파데 근사를 최적으로 하기 위해 2.4절의 절차에 따라 구한 주파수 스케일 변환 인자 $K_f=3$ 이다. 이때 구한 추정 모델 변수 값들은 표 2의 Suh에 나타내었고, 정정된 Yuwana와 Seborg (1982) 방법에 의해 구한 변수값들은 표 2의 Y-S에 나타내었다. 이 변수값들을 이용하여 결정된 PID 제어기의 패러미터값들을 표 3에 각각 나타내었다. 기존의 Zigler와 Nichols 방법에 의해 결정된 제어기 PID 패러미터값들을 표 3의 Z-N에 나타내었다. 각 방법에 대한 동조 효과를 비교하기 위해 시뮬레이션을 한 결과에서 주파수 스케일 변환을 한 Suh 방법이 가장 우수함을 입증하고 있다.(그림 8 참조)

표 2. [예제 1] 에 대한 추정 모델의 변수값
Table 2. The values of variables of estimated model for example1.

동조방법	R	K_f	K_m	τ_m	d_m
Suh	1.0	2.0	1.0	2.66	2.42
Y-S	1.0	2.0	1.0	2.66	3.22

표 3. [예제 1] 에 대한 PID 제어기의 패러미터값

Table 3. The values of parameters of PID controller for example 1.

동조방법	K_p	P_i	K_c	T_I	T_D
Suh	2.41	7.60	1.45	3.80	0.95
Z-N	3.08	6.91	1.85	3.45	0.86
Y-S	2.00	9.62	1.20	4.81	1.20

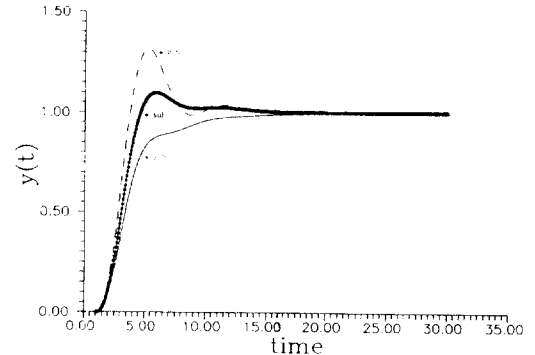


그림 8. [예제 1] 에 대한 동조 효과의 비교

Fig. 8. The comparison of tuning effects for example 1.

[예제 2]

큰 지연 시간을 갖는 시스템으로 고려된 전달 함수는 다음과 같다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-3s}}{(s+1)^2(2s+1)}$$

특히 이 예제는 Yuwana와 Seborg(1982), Chen (1989), Lee(1990) 등에 의해 시뮬레이션상 서로의 우수성을 입증하기 위하여 비교 대상이 되어 온 대표적인 예제이다. 2.4절의 절차에 의해 주파수 스케일 변환 인자를 구하면 $K_f=1/2.85$ 이다. 이 값들을 이용하여 결정된 PID 패러미터값들을 표 5에 각각 나타내었다. 각 방법에 대한 동조 효과를 비교하기 위해 시뮬레이션한 결과에서 파데(Pade) 근사를 이용한 Yuwana와 Seborg 방법은 지연 시간이 큰 프로세스에는 전혀 적용할 수 없음을 알 수 있고, 주파수 스케일 변환을 시도한 Suh 방법에 의한 동조 효과가 우수함을 알 수 있다.(그림 9 참조)

표 4. [예제 2] 에 대한 추정 모델의 변수값
Table 4. The values of variables of estimated model for example2.

No.	R	K_f	K_m	τ_m	d_m
Suh	1.0	1.0	1.0	1.54	4.01
Y-S	1.0	1.0	1.0	1.54	11.43

표 5. [예제 2] 에 대한 PID 제어기의 패러미터값

Table 5. The values of parameters of PID controller for example 2.

제어방법	K_p	P_w	K_c	T_I	T_D
Suh	1.36	10.52	0.82	5.26	1.31
Z-N	1.73	12.9	1.04	6.45	1.61
Y-S	1.07	25.64	0.64	12.82	3.21
Lee	1.65	13.33	0.97	6.70	1.67
Chen	1.77	12.9	1.05	6.45	1.61

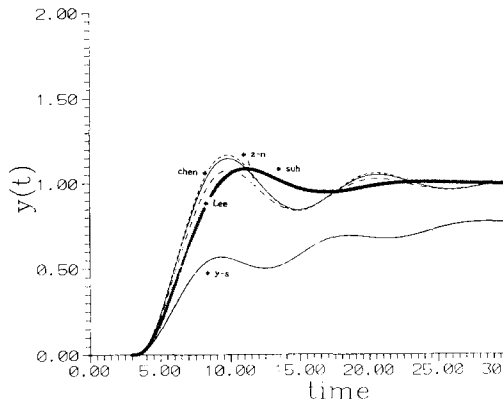


그림 9. [예제 2] 에 대한 동조 효과의 비교
Fig. 9. The comparison of tuning effects for example 2.

[예제 3]

상당히 큰 지연 시간을 갖는 시스템으로 고려된 전달 함수는 다음과 같다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-5s}}{(s+1)^2(2s+1)}$$

이 예제에 대한 추정 모델의 변수값들은 2.4절의 절차에 따라 주파수 스케일 변환 인자로 하여 구해 표 6 에 나타냈다. 이들 변수값으로 결정된 PID 제어기의 패러미터값들은 표 7에 나타냈다. 각 방법에 대한 동조 효과를 시뮬레이션한 결과에서 파데 근사를 이용한 Yuwana와 Seborg 방법은 지연 시간이

표 6 [예제 3] 에 대한 추정 모델의 변수값
Table 6. The values of variables of estimated model for example 3.

동조 방법	R	K_c	\bar{K}_m	$\bar{\tau}_m$	\bar{d}_m
Suh	1.0	1.0	1.0	1.20	5.38
Y-S	1.0	1.0	1.0	1.20	25.60

큰 프로세스에는 전혀 적용할 수 없음을 알 수 있고 주파수 스케일 변환을 한 Suh방법은 지연 시간이 상당히 큰 시스템에서도 잘 적용됨을 알 수 있다.

표 7. [예제 3] 에 대한 PID 제어기의 패러미터값

Table 7. The values of parameters of PID controller for example 3.

	K_p	P_w	K_c	T_I	T_D
Suh	1.16	12.92	0.70	6.46	1.62
Z-N	1.39	17.20	0.83	8.60	2.15
Y-S	1.01	52.63	0.61	26.32	6.57

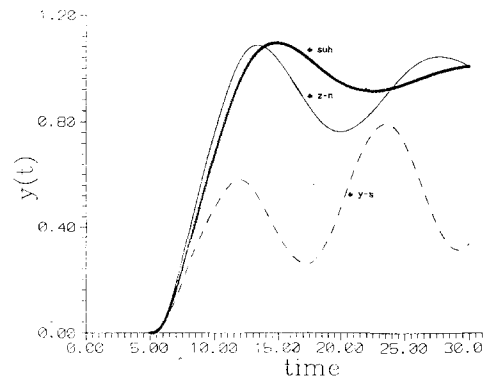


그림 10. [예제 3] 에 대한 동조 효과의 비교
Fig. 10. The comparison of tuning effects for example 3.

III. 결 론

Yuwana - Seborg(1982)가 제시한 동조 방법이 시간 지연이 큰 시스템에서 뿐만 아니라 시간 지연이 다소 있는 시스템에서조차 잘 적용될 수 없는 것은 잘 알려진 사실이다. 본 논문에서 이러한 원인이 파데 근사에 의한 위상 오차뿐만 아니라 지연 시간이 너무 크게 추정되기 때문이라는 것을 발견하였고 이것을 개선할 수 있는 방법으로서 주파수 스케일 변환에 의해 위상 오차를 가능한 최소로 할 수 있는 최적 동조 방법을 제시하였다.

이와같은 최적 제어 동조에 관한 많은 연구가 Jutan과 Rodriguez(1984), Lee(1989), Chen(1989), Lee와 Edgar(1990) 등에 의해 이루어져 왔다. 그러나 본 논문에서 이들은 Yuwana와 Seborg(1982)의 잘못 유도된 관계식을 그대로 사용

하고 오차 분석의 결과를 토대로 하지 않고 단지 시뮬레이션 결과 만으로 우수성을 주장하고 있어 연구 방향의 객관성과 이론적 타당성이 결여되어 있음을 지적하였다.

이러한 관점에서 본 논문에서는 Yuwana와 Seborg(1982) 방법이 지연 시간이 다소 있는 시스템에서 조차 적용될 수 없는 원인을 분석하였고, 이를 개선하기 위해 설계 자유 변수라고 할 수 있는 주파수 스케일 변환 인자 K_F 를 도입하여 위상 오차를 가능한 최소로 줄일 수 있는 이론에 근거한 방법론을 제시하였고, 또 그 방법이 설계상 가장 중요시 고려되는 설계의 용이성을 내포하고 있음을 이론적 증명을 통해서 입증하였다. 그리고 시뮬레이션 예제를 통해 타방법과 비교하여 본 연구의 우수성을 예증하였다.

본 연구를 포함하여 위에서 언급한 최근의 연구 결과들은 고전적 동조 방법인 Ziegler와 Nichols의 루우프 동조 방법과 Cohen과 Coon의 프로세스 반응 곡선 방법이 내포하고 있는 단점들 즉, 시행 착오 방법으로 인해 시간을 많이 소모하는 문제점, 반응 곡선에서 적합한 기울기를 결정하기 어려운 문제점과 개루우프에서만 고려되어야 하는 제한성을 해결할 수 있을 뿐만 아니라, 폐루우프 상태에서 시스템 식별을 시도하였기 때문에 이들 방법에 비하여 왜란에 대한 강인성을 갖을 수 있는 장점을 포함하고 있다.

그러나 Ziegler와 Nichols 동조 규칙은 합리적인 이론을 배경으로 하여 유도된 것이 아니고 경험적인 실험 결과를 통해서 이루어졌기 때문에 본 연구의 결과를 정확히 예측할 수 없을 뿐만 아니라 완벽한 최적 동조 방법을 산출할 수 없다. 그래서 다음 연구에서는 최적 제어 이론에 입각한 LQ 방법 등을 활용하는 연구가 이루어져야 한다.

參 考 文 獻

[1] 박 호건, 서 병설, "제어기기의 동조에 대한 연구", 전자공학회지, 제21권 제3호, pp.46-54, 1984년 3월
 [2] 서 병설, "제어기기의 동조에 대한 연구", 한양대학교 산업과학연구소 논문집, 제 23권, 1986년

[3] 서 병설, "파데 2차 근사 방법을 사용한 제어기기의 동조", 전자공학회지, 제3권 제5호, 1986년
 [4] Arthur Jutan, "A Comparison of Three Closed-Loop PID Tuning Algorithms", AIChE J., vol.35 no.11, pp.912-914, 1989.
 [5] Arthur Jutan and E.S.Rodriguez, "Extension of a New Method for On-Line Controller Tuning", Can. J. Chem, vol. 62, pp.802, 1984.
 [6] Cheng-Liang Chen, "A Simple Method for On-Line Identification and Controller Tuning", AIChE J., vol 35 no.12, pp.2037-2039, 1989.
 [7] G.H.Cohen and G.A.Coon, "Theoretical Investigations of Retarded Control", Trans. ASME., vol.75, pp.827, 1953.
 [8] Jietae Lee and Wonhui Cho and Thomas F. Edgar, "An Improved Technique for PID Controller Tuning from Closed-Loop Tests", AIChE J., vol.36 no.12, pp.1891-1895, 1990.
 [9] J.G.Ziegler and N.B.Nichols, "Optimum settings for automatic controllers", Trans. ASME., pp.759, 1942.
 [10] K. J.Aström and B.Wittenmark, "Adaptive control", Addison Wesley, 1989.
 [11] M.Yuwana and D. E. Seborg, "A new method for on-line controller tuning", AIChE J., vol. 28 no3, pp.434-440, 1982.
 [12] Jietae Lee, "On-Line PID controller tuning from a single, closed-loop test", AIChE J., vol.35 no.2, pp.329-331, 1989.
 [13] Cecil L. Smith, "Digital Computer Process Control", 1972.

 著 者 紹 介



林 東 均(正會員)

1962年 5月 10日生. 1985年 한양대학교 전자통신공학과 졸(학사). 1987年 한양대학교 전자통신공학과 졸(석사). 1992年 ~ 현재 한양대학교 전자통신공학과 박사과정. 1990年 ~ 현재 충청전문대학 통신과 전임강사. 조교수. 주관심분야는 자동제어. 신경회로망 등임.

徐 丙 高(正會員) 第 21卷 B編 第 3號 參照

현재 한양대학교 전자통신공학과 교수