

# 모드 정합법을 이용한 구형도파관의 불연속 경계면 해석

## (Analysis of Step Discontinuity of Rectangular Waveguides Using the Mode Matching Method)

李 旼 洙\*, 李 相 高\*

(Min Soo Lee and Sang Seol Lee)

### 要 約

수정된  $TE_{mn}^x$  모드 정합법을 이용하여 불연속 경계면에서 발생하는 고차모드를 고려함으로써 불연속 경계면을 갖는 구형도파관의 특성을 해석한다.

기존의  $TE_{mn} - TM_{mn}$  모드 정합법에 비하여, 수정된  $TE_{mn}^x$  모드 정합법은 컴퓨터의 기억용량과 계산시간을 줄이고, 모드의 수렴속도를 향상시킨다. 구형도파관 내에서 발생하는 두 가지 경우의 불연속에 대하여 수정된  $TE_{mn}^x$  모드 정합법으로 구한 결과는 기존의  $TE_{mn} - TM_{mn}$  모드 정합법과 일치한다.

### Abstract

In this paper, the fields of double-plane steps in rectangular waveguides are analyzed using the modified  $TE_{mn}^x$  mode-matching method. The characteristics of rectangular waveguide having double-plane steps are investigated with accomodating the effects of higher-order modes generated by discontinuities.

In comparison with the generalized  $TE_{mn}-TM_{mn}$  mode analysis, the modified  $TE_{mn}^x$  mode-matching method consumes less memory and CPU time and provides improved convergence behavior. The results obtained in this manner coincide with that of the  $TE_{mn}-TM_{mn}$  mode-matching method.

### 1. 서 론

구형도파관 불연속 경계면의 특성은 도파관 입피던스 변환기, 계단형(corrugated) 여파기, 축퇴모드 대역통과 여파기, 혼 안테나, 편파기, 다이플렉서등의 설계에 있어 중요하다.<sup>[1] [2] [3]</sup>

이러한 불연속 경계면의 특성은  $TE_{mn} - TM_{mn}$  모드 정합법을 이용하여 여러사람에 의해 연구되어 왔다. Patzelt<sup>[4]</sup>는 여러가지 형태의 구형도파관 불연속 특성을 해석했으며, Arndt<sup>[5]</sup>는 다단 변환기(multi-section transformer)의 불연속 특성을 해석하였다. Tucholke와 Wriedt<sup>[3]</sup>는 아이리스형 편파기의 불연속 특성을 해석하였다. 또한, Itoh<sup>[6]</sup>는 축퇴모드 도파관 여파기의 불연속 특성을 해석했으며, 그 이외에도 많은 이들에 의해 구형도파관 불연속 특성이 해석되어 왔다. 이와 같은 모드정합법은 핀라인(fineline), 마이크로 스트립 및 도파관 불연속 경계면으로 인한

\*正會員, 漢陽大學校 電子通信工學科  
(Dept. of Electronic Communication Eng.,  
Hanyang Univ.)

接受日字 : 1993年 8月 30日

산란특성 해석에 적용되어왔고, E-면 계단형 여파기, 직결공진 여파기(direct-coupled resonance filter), 마이크로 스트립 여파기, 전력분배기와 같은 마이크로파 소자를 설계하는데 널리 이용되어 왔다.<sup>[6] [7]</sup>

구형도파관에 불연속 경계면이 존재하는 경우 기본 모드가 입사하면 도파관 내에는 기본모드와 더불어 고차모드가 생기게 되는데 이와 같은 경우에 기본모드만을 고려하면 실제의 주파수 특성을 해석할 수 없으므로 가능한 고차모드들을 고려하여 해석 하여야 한다.<sup>[8]</sup>

이 논문에서는 불연속 경계면의 특성을 해석하기 위하여 수정된  $TE_{mn}^i$  모드정합법을 적용하였다.<sup>[9]</sup> 이 방법은 자동적으로  $E_z$  성분을 배제시킴으로써 불연속 방정식에서 고차모드 항의 수를 줄이게 된다. 또한, 기존의  $TE_{mn}-TM_{mn}$  모드정합법과 비교하면 수정된  $TE_{mn}^i$  모드정합법은 불연속 경계면에 대한 전자계를 표현하는 모드수를 감소시켜 컴퓨터의 계산시간과 기억용량을 줄이고 수렴속도를 향상시킨다. 수정된  $TE_{mn}^i$  모드정합법을 이용하여 기본모드만을 고려했을 경우와 고차모드를 고려했을 경우에 1단 및 2단의 구형도파관 계단형 불연속과 임피던스변환기의 산란특성을 해석하고 그 결과를 분석한다.

II. 구형도파관 불연속 경계면의 특성

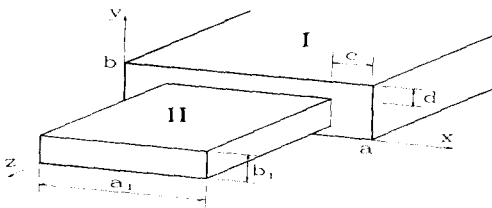


그림 1. 이중면 불연속 구형도파관  
Fig. 1. Double-plane step discontinuity in a rectangular waveguide.

그림 1은 구형도파관의 이중면 불연속을 나타낸 것이다. 파의 진행방향을 z축으로하고 도파관은 무손실 균일한 것으로 가정하면, 도파관 개구면에서의 전자계는 다음식을 만족한다.<sup>[10]</sup>

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \times \vec{F} - \hat{z}\vec{A} + \frac{1}{y} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \quad (1)$$

$$\vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{A} - \hat{y}\vec{F} + \frac{1}{z} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) \quad (2)$$

여기서  $\vec{A}$  : 자계 벡터 포텐셜

$\vec{F}$  : 전계 벡터 포텐셜

$$\hat{y} = j\omega\epsilon, \hat{z} = j\omega\mu$$

이다.

$TE_{mn}^i$  모드정합법은  $E_y, H_x$ 성분에 의해,  $TE_{mn}-TM_{mn}$  모드 정합법은  $E_x, E_y, H_x, H_y$ 성분에 의해 해가 구해진다. 그러나 이 논문에서 적용한 수정된  $TE_{mn}^i$  모드정합법에서는  $E_x, H_x, H_y$ 성분에 의해 해를 구한다.<sup>[11]</sup>

$TE_{mn}^i$  모드의 경우, 각 영역에 대해  $\vec{A} = 0, \vec{F} = F_x \hat{x}$ 를 이용하여 (1)을 다시 정리하면 전계식은 다음과 같다.

$$E_x^i = 0 \quad (3)$$

$$E_y^i = -\frac{\partial F_x}{\partial z} \quad (4)$$

$$E_z^i = \frac{\partial F_x}{\partial y} \quad (5)$$

전계 벡터 포텐셜  $F_x$ 는 다음 스케일러 파동 방정식을 만족해야 한다.

$$\nabla^2 F_x + k^2 F_x = 0 \quad (6)$$

여기서  $F_x$ 는 다음해를 갖는다.

$$F_x = (A_1 \cos k_x' x + A_2 \sin k_x' x)(B_1 \cos k_y' y + B_2 \sin k_y' y) \quad (7)$$

$$\cdot (C_1 e^{-jk_z' z} + C_2 e^{-jk_z' z}) \quad (8)$$

$$k_z' = \sqrt{k^2 - (k_x')^2 - (k_y')^2}$$

여기서  $i$ 는 각 영역을 나타내는 첨자이고,  $k_z'$ 는 각 영역에 대한 전파상수이다. (4)와 (7)로부터 각 영역의  $E_y$ 성분은 다음과같이 구해진다.

$$E_y^i = (A_1 \cos k_x' x + A_2 \sin k_x' x)(B_1 \cos k_y' y + B_2 \sin k_y' y) \cdot (-jk_z' C_1 e^{-jk_z' z} + jk_z' C_2 e^{-jk_z' z}) \quad (9)$$

I, II영역의 경계조건을 (9)에 적용하여 다음 결과를 얻는다.

I 영역의 경계조건에 대하여:

$$k_x^I = \frac{m\pi}{a_1} (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (10)$$

II 영역의 경계조건에 대하여:

$$k_x^{\text{II}} = \frac{m\pi}{a_1} (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (11)$$

$$V_{mnz}^{\text{II}} = \sin \frac{m\pi}{a_1} (x - c) \sin \frac{n\pi}{b_1} (y - d)$$

(5)와 (7)로부터 각 영역의 성분은

$$E_z^i = (A_1 \cos k_x^i x + A_2 \sin k_x^i x) (-k_y B_1 \cos k_y^i y + k_y B_2 \sin k_y^i y) \cdot (-jk_z^i C_1 e^{-jk_z^i z} + jk_z^i C_2 e^{-jk_z^i z}) \quad (12)$$

로 주어진다. I, II 영역의 경계조건을 (12)에 적용하여 다음 결과를 얻는다.

I 영역의 경계조건에 대하여:

$$k_y^I = \frac{n\pi}{b} (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (13)$$

II 영역의 경계조건에 대하여:

$$k_y^{\text{II}} = \frac{n\pi}{b_1} (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (14)$$

I, II영역에서의 횡전자기(transverse field)성분으로부터 아래와같이 전개 벡터포텐셜  $F_x^I, F_x^{\text{II}}$ 를 구할 수 있다.

$$F_x^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}^I V_{mn}^I (C_{1mn}^I e^{-jk_z^I z} + C_{2mn}^I e^{jk_z^I z}) \quad (15)$$

$$F_x^{\text{II}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}^{\text{II}} V_{mn}^{\text{II}} (C_{1mn}^{\text{II}} e^{-jk_z^{\text{II}} z} + C_{2mn}^{\text{II}} e^{jk_z^{\text{II}} z}) \quad (16)$$

여기서  $A_{mn}$  :  $TE_{mn}$ 모드의 크기 (amplitude)

$$V_{mn}^I = \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y$$

$$V_{mn}^{\text{II}} = \sin \frac{m\pi}{a_1} (x - c) \cos \frac{n\pi}{b_1} (y - d)$$

이다. 각 영역에서의 전개식은 (4), (5) 및 (11) ~ (14), 그리고 (15), (16)을 이용하여 아래와같이 각 영역의 전개식을 구할 수 있다.

I 영역에 대하여:

$$E_y^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} jk_z^I A_{mn}^I V_{mn}^I (C_{1mn}^I e^{-jk_z^I z} + C_{2mn}^I e^{jk_z^I z}) \quad (17)$$

$$E_z^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (-k_y^I) A_{mn}^I V_{mnc}^I (C_{1mn}^I e^{-jk_z^I z} + C_{2mn}^I e^{jk_z^I z}) \quad (18)$$

II 영역에 대하여:

$$E_y^{\text{II}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} jk_z^{\text{II}} A_{mn}^{\text{II}} V_{mn}^{\text{II}} (C_{1mn}^{\text{II}} e^{-jk_z^{\text{II}} z} + C_{2mn}^{\text{II}} e^{jk_z^{\text{II}} z}) \quad (19)$$

$$E_z^{\text{II}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (-k_y^{\text{II}}) A_{mn}^{\text{II}} V_{mnc}^{\text{II}} (C_{1mn}^{\text{II}} e^{-jk_z^{\text{II}} z} + C_{2mn}^{\text{II}} e^{jk_z^{\text{II}} z}) \quad (20)$$

여기서  $V_{mnc}^I = \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y$

이다.

$TE_{mn}$ 모드에 대하여, 각 영역에 대해  $\bar{A} = 0, \bar{F} = F_x a_i$ 이므로 (12)를 다시 정리하면 구형도파관내의 자계는 다음식으로 주어진다.

$$H_x^I = \frac{1}{j\omega\mu} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2 \right) F_x^I \quad (21)$$

$$H_y^I = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (F_x^I) \quad (22)$$

$$H_z^I = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} (F_x^I) \quad (23)$$

각 영역에 대하여 자계는 (11)~(14)와 (15), (16)을 이용하여 다음과같이 된다.

I 영역에서:

$$H_x^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{j\omega\mu} \{k^2 - (k_x^I)^2\} A_{mn}^I V_{mn}^I (C_{1mn}^I e^{-jk_z^I z} - C_{2mn}^I e^{jk_z^I z}) \quad (24)$$

$$H_y^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{j\omega\mu} k_x^I k_y^I A_{mn}^I V_{mny}^I (C_{1mn}^I e^{-jk_z^I z} + C_{2mn}^I e^{jk_z^I z}) \quad (25)$$

$$H_z^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\omega\mu} k_x^I k_z^I A_{mn}^I V_{mnc}^I (-C_{1mn}^I e^{-jk_z^I z} + C_{2mn}^I e^{jk_z^I z}) \quad (26)$$

II 영역에서:

$$H_x^{\text{II}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{j\omega\mu} \{k^2 - (k_x^{\text{II}})^2\} A_{mn}^{\text{II}} V_{mn}^{\text{II}} (C_{1mn}^{\text{II}} e^{-jk_z^{\text{II}} z} - C_{2mn}^{\text{II}} e^{jk_z^{\text{II}} z}) \quad (27)$$

$$H_y^{\text{II}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{j\omega\mu} k_x^{\text{II}} k_y^{\text{II}} A_{mn}^{\text{II}} V_{mny}^{\text{II}} (C_{1mn}^{\text{II}} e^{-jk_z^{\text{II}} z} + C_{2mn}^{\text{II}} e^{jk_z^{\text{II}} z}) \quad (28)$$

$$H_z^{\text{II}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\omega\mu} k_x^{\text{II}} k_z^{\text{II}} A_{mn}^{\text{II}} V_{mnc}^{\text{II}} (-C_{1mn}^{\text{II}} e^{-jk_z^{\text{II}} z} + C_{2mn}^{\text{II}} e^{jk_z^{\text{II}} z}) \quad (29)$$

여기서  $V_{mny}^I = \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y$

$$V_{mny}^{\text{II}} = \cos \frac{m\pi}{a_1} (x - c) \sin \frac{n\pi}{b_1} (y - d)$$

이다. Poynting 정리에의하여 도파관의 전송전력  $P_{Fz}^i$ 는 다음과같다.

$$P_{Fz}^i = \text{Re} \left\{ \int_{A_c} (E^i \times H^{i*}) \cdot a_z dA_c \right\} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_z^i}{\omega\mu} \{k^2 - (k_x^i)^2\} (A_{mn}^i)^2 \frac{A_c}{4} (C_{1mn}^i C_{1mn}^{i*} - C_{2mn}^i C_{2mn}^{i*}) \quad (30)$$

여기서  $A_c$ 는 각 영역의 단면적이다.  $P_{Fz}^i$ 는 정규화된 전력으로서 (30)을 이용하여  $A_{mn}$ 계수는 다음과같이 구해진다.

$$A_{mn}^i = 2 \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^i}{A_c \{k^2 - (k_x^i)^2\}}} \quad (31)$$

(31)을 각 영역의 전자계식에 대입하여 다음 결과를 얻는다.

I 영역에 대하여:

$$E_y^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} jk_y^I 2 \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^I}{A_x^I \{k^2 - (k_x^I)^2\}}} V_{mn}^I (C_{1mn}^I e^{-\beta_{mn}^I z} - C_{2mn}^I e^{\beta_{mn}^I z}) \quad (32)$$

$$E_y^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (-k_y^I) 2 \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^I}{A_x^I \{k^2 - (k_x^I)^2\}}} V_{mn}^I (C_{1mn}^I e^{-\beta_{mn}^I z} - C_{2mn}^I e^{\beta_{mn}^I z}) \quad (33)$$

$$H_x^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{j\omega\mu} \{k^2 - (k_x^I)^2\} \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^I}{A_x^I \{k^2 - (k_x^I)^2\}}} V_{mn}^I (C_{1mn}^I e^{-\beta_{mn}^I z} - C_{2mn}^I e^{\beta_{mn}^I z}) \quad (34)$$

$$H_x^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{j\omega\mu} k_x^I k_y^I \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^I}{A_x^I \{k^2 - (k_x^I)^2\}}} V_{mn}^I (C_{1mn}^I e^{-\beta_{mn}^I z} + C_{2mn}^I e^{\beta_{mn}^I z}) \quad (35)$$

$$H_z^I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\omega\mu} k_x^I k_y^I \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^I}{A_x^I \{k^2 - (k_x^I)^2\}}} V_{mn}^I (-C_{1mn}^I e^{-\beta_{mn}^I z} + C_{2mn}^I e^{\beta_{mn}^I z}) \quad (36)$$

II 영역에 대하여:

$$E_y^II = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} jk_y^II 2 \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^II}{A_x^II \{k^2 - (k_x^II)^2\}}} V_{mn}^II (C_{1mn}^II e^{-\beta_{mn}^II z} - C_{2mn}^II e^{\beta_{mn}^II z}) \quad (37)$$

$$E_y^II = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (-k_y^II) 2 \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^II}{A_x^II \{k^2 - (k_x^II)^2\}}} V_{mn}^II (C_{1mn}^II e^{-\beta_{mn}^II z} - C_{2mn}^II e^{\beta_{mn}^II z}) \quad (38)$$

$$H_x^II = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{j\omega\mu} \{k^2 - (k_x^II)^2\} \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^II}{A_x^II \{k^2 - (k_x^II)^2\}}} V_{mn}^II (C_{1mn}^II e^{-\beta_{mn}^II z} - C_{2mn}^II e^{\beta_{mn}^II z}) \quad (39)$$

$$H_x^II = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{j\omega\mu} k_x^II k_y^II \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^II}{A_x^II \{k^2 - (k_x^II)^2\}}} V_{mn}^II (C_{1mn}^II e^{-\beta_{mn}^II z} + C_{2mn}^II e^{\beta_{mn}^II z}) \quad (40)$$

$$H_z^II = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\omega\mu} k_x^II k_y^II \sqrt{\frac{\omega\mu/k_z^II}{A_x^II \{k^2 - (k_x^II)^2\}}} V_{mn}^II (-C_{1mn}^II e^{-\beta_{mn}^II z} + C_{2mn}^II e^{\beta_{mn}^II z}) \quad (41)$$

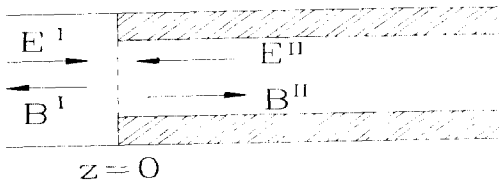


그림 2. 1단 이중면 계단 불연속

Fig. 2. 1 step E-H plane discontinuity of a rectangular waveguide.

그림 2는 도파관의 이중면 계단 불연속을 나타낸 것이다.  $E^I$ 와  $E^{II}$ 는 각 영역의 입사파이고,  $B^I$ 와  $B^{II}$ 는 각 영역의 반사파이다.

I영역과 II영역 사이의 불연속 면에서 전자계 성분은 다음 행렬관계식을 만족한다.

$$E_y : E^I - B^I = T_E (E^{II} - B^{II}) \quad (42)$$

$$H_x : T_H (E^I - B^I) = E^{II} - B^{II} \quad (43)$$

$$H_y : T_H (E^I - B^I) = E^{II} - B^{II} \quad (44)$$

(32)~(41)의 전자계 성분으로부터 행렬은 모드정합계수로 다음과 같이 구해진다.

$$[T_E]_{pq} = \frac{4}{\sqrt{A_x^I A_x^{II}}} \sqrt{\frac{k_{zy}^{II} \{k^2 - (k_{yp}^I)^2\}}{k_{zy}^I \{k^2 - (k_{yp}^{II})^2\}}} \int_{A_y^I} V_p^I V_q^{II} dA_y \quad (45)$$

$$[T_H]_{qp} = \frac{4}{\sqrt{A_x^I A_x^{II}}} \sqrt{\frac{k_{zy}^I \{k^2 - (k_{yp}^{II})^2\}}{k_{zy}^{II} \{k^2 - (k_{yp}^I)^2\}}} \int_{A_y^II} V_p^I V_q^{II} dA_y \quad (46)$$

$$[T_H]_{qp} = \frac{4}{\sqrt{A_x^I A_x^{II}}} \sqrt{\frac{k_{zy}^{II} \{k^2 - (k_{yp}^I)^2\}}{k_{zy}^I \{k^2 - (k_{yp}^{II})^2\}}} k_{yp}^I k_{yp}^{II} \int_{A_y^II} V_p^I V_q^{II} dA_y \quad (47)$$

여기서 p, q는 각 영역의 모드를 나타내는 m, n값의 조합이다.

주파수가 높은 3차원 구조를 갖는 도파관 회로에서는 회로정수의 계산이 매우 복잡할 뿐 아니라 오차가 크기 때문에 산란계수를 이용하는 것이 편리하다.

$z=0$ 인 불연속면에서의 산란행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} B^I \\ E^{II} \end{bmatrix} = [S^I] \begin{bmatrix} E^I \\ B^{II} \end{bmatrix} \quad (48)$$

행렬  $[S^I]$ 는 (42)~(44)를 이용하여 구할 수 있다.  $TE_{mn}$ 모드정합법은  $H_y$ 성분을 무시하고  $E_y, H_x$ 성분만의 정합으로 해석하여도 대부분의 경우에 좋은 결과를 나타내지만 공진이 일어날 수 있는 아이리스 형태의 도파관에서는 나쁜 결과를 초래한다. 그 이유는  $H_y$ 성분을 무시하였기 때문이다. 따라서  $H_y$ 성분을 고려한 수정된  $TE_{mn}$ 모드 정합 절차를 적용해야한다.<sup>[9]</sup>

(37)과 (38)에 의하여  $[T_{Hy}]$ 를 구할 수 있다.  $[T_{Hx}]$ 와  $[T_{Hy}]$ 를 이용하여  $[T_{H}]_{qp}$ 는 다음절차에 따라 구성한다.

$$\begin{aligned} [T_H]_{qp} &= [T_x]_{qp}; \text{모드 p 혹은 모드 q가 } TE_{m0} \text{형인 경우} \\ [T_H]_{qp} &= [T_y]_{qp}; \text{모드 p 혹은 모드 q가 } TE_{m0} \text{형이 아닌 경우} \end{aligned} \quad (49)$$

즉,  $[T_{H}]$ 는  $[T_{Hx}]$ 와  $[T_{Hy}]$ 의 두 성분을 포함한다. 이중면 불연속의 산란행렬을 모드정합계수로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_{11}^I &= [T_E T_H U]^{-1} [T_E T_H U] \\ S_{12}^I &= 2 [T_E T_H U]^{-1} T_E \\ S_{21}^I &= T_H [U - S_{11}^I] \\ S_{22}^I &= U - T_H S_{12}^I \end{aligned} \quad (50)$$

여기서 U는 단위행렬이다.

그림 3은 2단의 이중면 계단 불연속을 나타낸 것으로 산란 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} B^I \\ V^{III} \end{bmatrix} = [S^V] \begin{bmatrix} E^I \\ R^{III} \end{bmatrix} \quad (51)$$

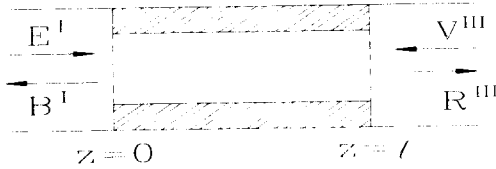


그림 3. 2단 이중면 계단 불연속  
Fig. 3. 2 step E-H plane discontinuity of a rectangular waveguide.

행렬  $[S]$  의 각 소자는 행렬  $[S^I]$  의 소자로 다 음과같이 계산된다. [1]

$$\begin{aligned} S'_{11} &= S'_{22} = S'_{11} + S'_{12}L[U - S'_{22}LS'_{22}L]^{-1}S'_{22}LS'_{21} \\ S'_{21} &= S'_{12} = S'_{12}L[U - S'_{22}LS'_{22}L]^{-1}S'_{21} \end{aligned} \quad (52)$$

여기서  $L = \text{Diag}\{e^{-jk_z l}\}$  는 단위 행렬이다.

### III. 계산 결과 및 고찰

그림 4는 K-밴드 도파관( $a_1=10.7\text{mm}$ ,  $b_1=4.32\text{mm}$ )에서 Ku-밴드 도파관 ( $a=15.8\text{mm}$ ,  $b=7.9\text{mm}$ )으로 접속되는 이중면 계단 불연속 도파관에서  $TE_{10}$  모드가 K-밴드 도파관에 입사될 때 불연속 면에 대한 산란계수를 주어진 주파수에서 고차모드 수에 따라 구한 것이다.  $TE_{10}$ 모드만 고려한 산란계수 값과 수렴하는 값의 차이가 크게 나타난다. 이것은 많은 양의 전력이 고차모드에 의해 전송된다는 사실을 나타낸다. 이 예로부터 고차모드를 28개 포함시키면 산란계수는 충분히 수렴하는 성질을 갖는다는 것을 알 수 있다. 이 논문에서는 28개의 고차모드를 포함시켜 구형도파관의 불연속 경계면을 해석한다.

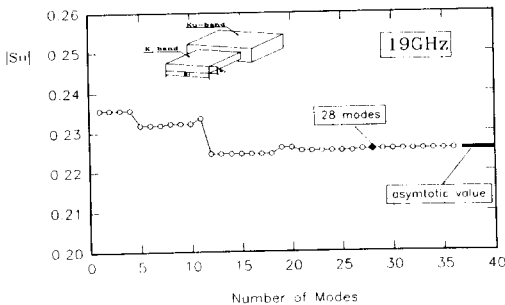
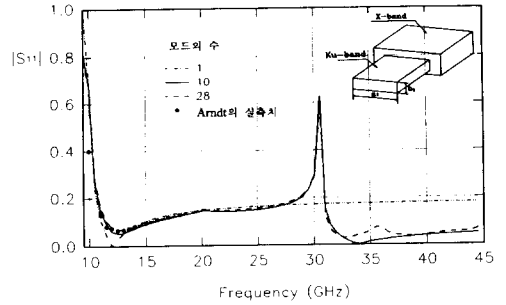
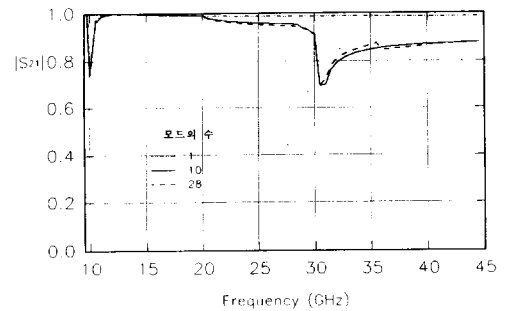


그림 4. 산란계수의 수렴  
Fig. 4. Convergence of S-parameter.



(a)



(b)

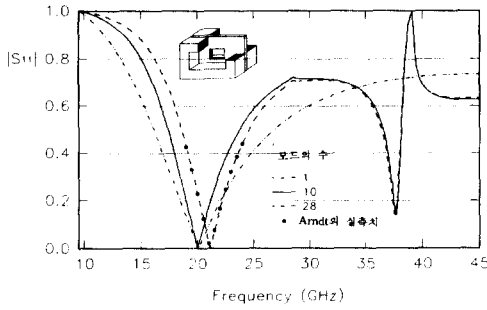
그림 5. Ku-밴드와 X-밴드 도파관 사이의 계단 불연속의 산란계수

- (a) 반사계수
- (b) 전송계수

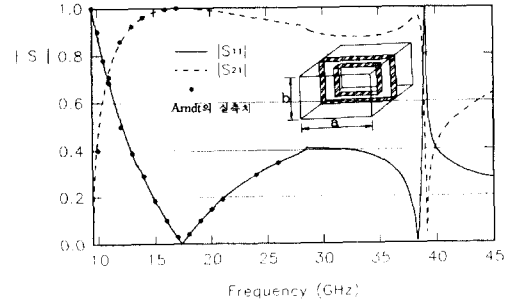
Fig. 5. Scattering coefficients for the step discontinuity of Ku-band to X-band waveguide.

- (a) Reflection coefficient,
- (b) Transmission coefficient.

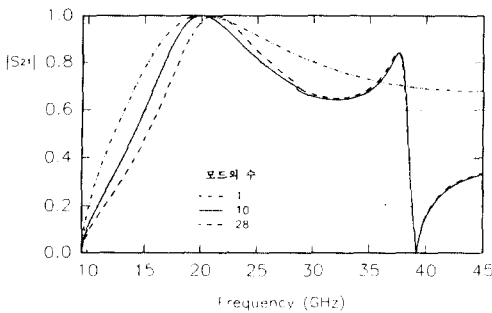
그림 5는 Ku-밴드 도파관(12.4~18GHz,  $a_1=15.8\text{mm}$ ,  $b_1=7.9\text{mm}$ )에서 X-밴드 도파관(8.2~12.4GHz,  $a=22.9\text{mm}$ ,  $b=10.2\text{mm}$ )으로 접속되는 이중면 계단 불연속 도파관의 경우를 나타낸다.  $TE_{10}$  모드가 Ku-밴드 도파관에 입사될 때, 불연속 면에 대한 산란계수를 고차모드를 고려하여 구하였다. [4] 여기서  $S_{11}$ 은 반사계수,  $S_{21}$ 은 전송계수이다. 그림에 나타난 바와같이 고차모드의 수가 증가하면 기본모드만을 고려했을 때와는 상당한 차이를 보인다. 28개의 고차모드를 포함시킨 경우 각 고차모드의 공진주파수에서 산란계수들의 값들은 더욱 실제값에 접근한다.



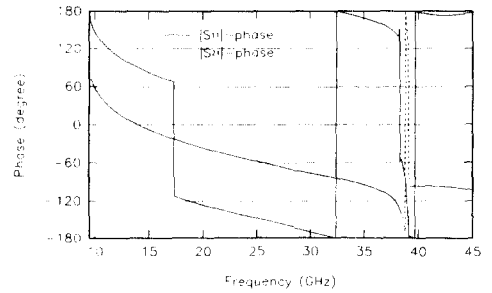
(a)



(a)



(b)



(b)

그림 6. 2mm 두께를 갖는 공진 아이리스의 산란 계수

- (a) 반사계수
- (b) 전송계수

Fig. 6. Scattering coefficients of a resonant iris with 2mm thickness.

- (a) Reflection coefficient.
- (b) Transmission coefficient.

그림 6은 아이리스 두께가 큰 경우의 산란특성을 계산한 결과이다. 도파관의 치수는  $a_1=7.9mm$ ,  $b_1=3.95mm$ ,  $a=15.8mm$ ,  $b=7.9mm$ 이고, 아이리스의 두께는 이다. 고차모드의 수를 증가시키에 따라 공진주파수 특성이 달라지고 Arndt가 실험한 측정치와 거의 일치됨을 알 수 있다.<sup>[4]</sup>

그림 7(a), (b)는 아이리스의 두께가 2.0mm인 경우 고차모드를 포함한 산란 계수의 크기와 위상을 계산한 결과이다. 도파관의 치수는  $a_1=11.17mm$ ,  $b_1=5.59mm$ ,  $a=15.8mm$ ,  $b=7.9mm$ 이다. 그림 7(a)는 산란계수의 크기, 그림 7(b)는 위상을 나타낸다. 고차모드 수는 28로 하였다. 예서 아이리스는

그림 7. 2mm 두께를 갖는 공진 아이리스의 산란 계수

- (a) 크기
- (b) 위상

Fig. 7. Scattering coefficients of a resonant iris with 2mm thickness.

- (a) Magnitude.
- (b) Phase.

공진특성을 갖는다. 그림 7(b)에서 산란계수의 위상은 고차모드의 공진주파수에서 반복적으로 반전된다.

그림 8은 임피던스변환기를 나타낸다. 임피던스변환기는 서로 다른 크기의 도파관을 연결할 때 쓰인다. 통과대역이 3.585~4.2GHz이고 통과대역내에서 최대 리플 VSWR을 1.05이하로 설계하였다.<sup>[12] [13]</sup>

그림 9는 임피던스변환기의 VSWR특성을 기본모드만 고려한 경우와 고차모드를 포함한 경우에 따라 구한 결과이다. 임피던스변환기의 VSWR특성은 고차모드를 고려한 경우에 통과대역이 이동한다.

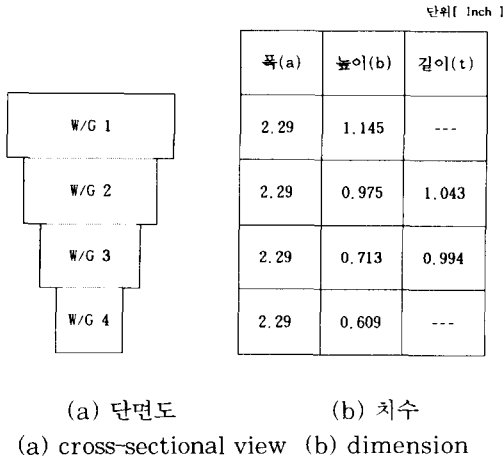


그림 8. 임피던스변환기  
Fig. 8. Impedance transformer.

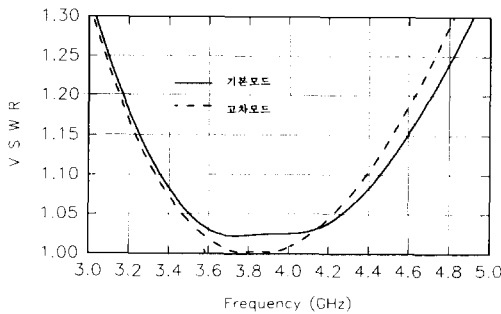


그림 9. 임피던스변환기의 VSWR특성  
Fig. 9. VSWR characteristic of impedance transformer.

IV. 결론

수정된  $TE_{mn}$ 모드 정합법을 이용하여 구형도파관의 불연속 경계면의 특성을 해석하였다. 이 논문에서 적용한 수정된  $TE_{mn}$ 모드 정합법은 기존의  $TE_{mn}$ - $TM_{mn}$  모드 정합법에 비하여 컴퓨터의 기억용량과 계산시간을 현저히 감소시키고, 모드의 수렴속도를 향상시킨다. 이 해석방법은 도파관의 E면과 H면에 동시에 불연속이 존재할 때 공진조건을 찾아내는데 적용할 수 있다.

기본모드만을 고려한 경우와 고차모드를 포함한 경우에 각 소자의 산란특성은 상당한 차이를 보인다. 아이리스형 도파관의 경우 고차모드의 공진주파수에서 위상의 반전이 나타난다. 고차모드를 고려한 경우 임피던스변환기는 대역폭의 이동이 나타난다. 따라서

임피던스변환기, 편파기, 다이플렉서와 같은 마이크로파회로 소자를 고차모드를 고려하여 설계하는 방법이 연구되어야 할 것이다.

參考文獻

[1] J. Bornemann and F. Arndt, "Modal S-matrix design of optimum stepped ridged and finned waveguide transformer," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-35, pp.561-567, June 1987.

[2] Q. Zhang and T. Itoh, "Computer-aided design of evanescent-mode waveguide filter with nontouching E-plane fins," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-36, pp.404-412, Feb. 1988.

[3] U. Tucholke, F. Arndt and T. Wriedt, "Field theory design of square waveguide iris polarizers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-34, pp.156-160, Jan. 1986.

[4] H. Patzelt and F. Arndt, "Double-plane steps in rectangular waveguide and their application for transformers, irises, and filters," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-30, pp.711-776, May 1982.

[5] F. Arndt, U. Tucholke and T. Wriedt, "Computer-optimized multisection transformers between rectangular waveguides of adjacent frequency bands," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-32, pp.1479-1484, Nov. 1984.

[6] K. S. Kong and T. Itoh, "Computer-aided design of evanescent mode waveguide bandpass filter with nontouching E-plane fins," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-37, pp.1998-2004, Dec. 1989.

[7] F. Arndt, I. Ahrens, U. Papziner, U. Wiechmann and R. Wilkeit, "Optimized E-plane T-junction series power dividers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-35, pp.1052-

1059, Nov. 1987.

[8] David M. Pozar, *Microwave Engineering*, Addison-Wesley, 1990.

[9] Jarolaw Uher, Jens Bornemann, Uwe Rosenberg, *Waveguide Components for Antenna Feed Systems: Theory and CAD*, Artech House, 1993.

[10] Roger F. Harrington, *Time Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1961.

[11] T. Itoh, *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-wave Passive Structures*, John Wiley and Sons, New York, 1989.

[12] G. L. Matthaei, L. Young and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance Matching Networks, and Coupling structures*, Artech House, 1980.

[13] Seymour B. Cohn, "Optimum Design of Stepped Transmission-Line Transformer," *IRE Trans. on Microwave Thoery and Tech.*, vol. MTT-3, April, 1955.

著 者 紹 介



李 政 洙(正會員)  
 1961年 3月 24日生. 1984年2月  
 한양대학교 전자통신공학과 졸업  
 (공학사). 1987年2月 한양대학교  
 대학원 전자통신공학과 졸업(공학  
 석사). 1987年3月~현재 한양대학  
 교 대학원 전자통신공학과 박사과  
 정 재학중. 주관심분야는 초고주파 필터설계 및  
 EMI/EMC 등임.

李 相 高(正會員) 第 28卷 第 10號 A編 參照  
 현재 한양대학교 전자통신공학과  
 교수