

# 두대의 여유자유도 로봇의 협력을 위한 관절계적 결정

## (Joint Trajectory Planning for Cooperation of Two Redundant Robot Arms)

蔡咏錫\*, 林俊弘\*

(Young Seok Chae and Joon Hong Lim)

### 要約

두 대의 여유 자유도 로봇 시스템의 관절계적계획 방법에 관한 문제를 다룬다. 협력 과제를 위한 각 로봇의 궤적은 로봇들이 주어진 과제를 수행하며 최적의 형상을 갖도록 생성되게 한다. 최적의 척도로는 협력과제적합도와 조작성능지수의 가중합들이 제안되어 조사된다. 협력과제적합도는 과제요구사항에 적합한 속도와 힘의 전달특성을 갖도록하는 것으로 로봇의 형상의 과제적합도를 나타내게 된다. 조작성능지수는 특이성을 회피하게 할 수 있는 장점이 있으므로 협력과제에 적절한 조작성능지수의 가중합도 척도로 사용된다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 협력과제적합도와 조작성능지수의 가중합들의 유용성을 보인다.

### Abstract

The problem of trajectory planning in two redundant robot system is considered. The trajectory of each robot for the cooperative task is generated so that the robots assume their optimal configurations while following a given desired task. The cooperative task compatibility and the weighted sum of manipulabilities are proposed and investigated as quality measures. The cooperative task compatibility includes the velocity and force transmission characteristics to the task requirements and so it measures the compatibilities of robot postures with respect to a given task. The weighted sum of manipulabilities is also considered as a quality measure since it is helpful to avoid singularities. The usefulness of the cooperative task compatibility and the weighted sum of manipulabilities are shown by computer simulation studies.

### 1. 서론

\* 正會員, KBS 技術研究所  
(KBS Research Center)

\* 正會員, 漢陽大學校電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng Hanyang Univ.)

※ 본 연구는 한국과학재단 일반연구 지원에 의하여  
연구 되었음 (과제번호:891-0803-016-2)

接受日字 : 1992年 7月 23日

두대의 로봇을 협력적으로 유용하게 사용하면 무거운 혹은 큰 물체를 조작할 수 있고 복잡한 조립작업에도 응용할 수 있는 장점이 있으므로 이에 관한 연구는 최근 활발히 진행중이다. [1-10] 두 로봇의 협력시, 로봇 손과 물체와의 힘들의 관계가 [1, 2]에서 해석되었고, [3, 4]에서는 두 로봇의 수학

적 동모델을 기준으로 각 관절들에 필요한 토오크 계산을 하였고, [5] 에서 중력이 없을때의 부하를 움직이기 위한 최적의 힘분배 방법이 제시되었다. 또한 [7] 에서는 두 로봇의 협력 제어를 위한 계층적 구조를 갖는 distributed computer 시스템을 제안하였다. 이상의 연구들은 로봇과 물체와의 역학관계의 해석에 중점을 두었고 로봇의 협력제어를 위한 기구학적 성질들에 대한 연구가 필요하다고 하였다. 그리고 두 로봇을 주 로봇과 부 로봇으로 역할을 분담하여 주 로봇이 주어진 경로를 움직일때 부 로봇이 상대 오차가 없어지도록 위치 제어하는 방법을 [6] 에서 제시하였으나, 평행이동에만 국한하였고, 회전운동시에는 주, 부 로봇의 역할 분담이 어려운 단점이 있다. 두 로봇의 협력 과제를 위한 기구학적인 관계해석의 체계적인 방법과 위치 제어가 [8] 에서 제시되었고 [9] 에서는 제한된 로봇의 제약조건을 만족하는 조작가능 경로의 결정 방법이 제시되었다. 그러나 로봇의 자유도가 작아 제한된 운동만이 가능하여 시스템의 유연성이 작은 단점이 있다. 또한 [10] 에서는 두로봇의 협력시 동역학적 제약조건을 제시하였다.

한편 로봇 자체의 유연성을 높이기 위하여 로봇에 자유도를 추가시키는 방법이 있는데 실제 로봇 작업에 필요한 자유도보다 자유도가 많은 로봇을 여유 자유도 로봇이라 한다. 여유 자유도는 특이성 회피, 관절의 충돌회피, 관절의 속도제한 범위 회피, 토오크의 제한 범위 회피등의 부수적인 작업을 수행할 수 있는 장점이 있게 된다. [11-14] 이러한 여유 자유도 로봇을 두대 이상 사용하여 협력과제에 이용하면 시스템에 보다 유연성을 부가하게 될 것이다. 실제로 보통 자유도가 부족한 로봇을 협력 과제에 이용할 경우 기구적 제한으로 로봇 자체의 관절에 충돌할 수 있고, 특이성을 피할 수 없는등 그 움직일 수 있는 범위가 매우 작게 된다.

최근에는 [15] 에서 두 로봇의 조작 성능 지수 (Dual Arm Manipulability)라는 개념을 도입하여 두 여유자유도 로봇의 형상 최적화 문제를 제시하고 수학적인 체계를 제안하였다. 이는 과제에 따른 원하는 조작성능지수를 결정하여 이와 실제의 조작성능지수의 차이가 부피 혹은 모양 최소가 되도록 여유 자유도를 이용하는 것으로 원하는 조작성능지수의 결정에 어려움이 따르고 조작성능지수들의 차이가 로봇 형상에 미치는 영향이 분명하지 않은 단점이 있다. 또한 궤적 결정을 위하여서는 매 순간마다 원하는 조작성능지수 타원체 (ellipsoid)의 결정 외에 이에 근사한 타원체를 갖는 궤적을 구하는 방법이 매우

복잡한 비선형 방정식을 풀어야 하는 계산의 어려움이 있다. 따라서 이는 한순간에서의 형상결정에는 유용할 수 있으나 궤적 결정을 위하여는 매우 어려운 단점을 갖게된다.

본 논문에서는 협력과제 수행시 여유 자유도의 효율적인 이용에 적합한 로봇의 관절계적을 구하는 방법에 대하여 연구한다. 또한 이를 응용하여 협력과제 수행에 적합한 로봇의 기구학적 형상 결정 방법에 관한 연구를 한다. 이러한 연구는 두 로봇의 협력과제를 융통성있게 수행할 수 있는 로봇 시스템 설계를 위한 기초 연구라 할 수 있다. 본 논문에서는 협력과제를 위한 각 로봇의 관절계적을 로봇들이 주어진 과제를 수행하며 최적의 형상을 갖도록 생성한다. 최적의 척도로는 협력과제 조작성능지수와 협력과제 적합도들이 제안되어 조사된다. 협력과제 적합도는 과제 요구 사항에 적합한 속도와 힘의 전달특성을 갖도록하는 것으로 로봇의 형상의 과제 적합성을 나타내게 된다. 특이성을 회피하는데 유용한 조작성능지수의 가중합을 협력과제 조작성능지수로 제안하여 이를 척도로 사용하는 방법을 보인다. 이들의 유용성을 컴퓨터 시뮬레이션으로 보인다.

## II. 여유 자유도 로봇

### 1. 조작성능지수

n개의 자유도(Degree of Freedom)를 갖는 로봇에서, 관절각 벡터(Joint Vector)는  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)^T$ 로 표시하고 원하는 작업과제(Task)는 m차원의 위치 및 자세의 벡터(Manipulation Vector)  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ 로 표시하자. 여기서  $[\ ]^T$ 는 행렬  $[\ ]$ 의 transpose를 의미한다. 그러면 x와  $\theta$ 의 관계식은

$$x = f(\theta) \quad (2.1)$$

로 표시할 수 있다. 여기서  $f(\cdot)$ 는 기구학적 관계를 표시하는 식으로 일반적으로 비선형이다. 식 (2.1)을 시간에 관하여 양변을 각각 미분하면 속도 관계식은

$$\dot{x} = J(\theta)\dot{\theta} \quad (2.2)$$

이 된다. 식 (2.2)에서  $J(\theta)$ 는  $\partial f / \partial \theta$ 로서 m x n 차원 자코비안 행렬(Jacobian Matrix)이라고 하며, 비선형 관계식인 식 (2.1)을 동작점에서 선형화시키는 계수가 된다. 여기서 문제는 주어진  $\dot{x}$ 에 대하여  $\dot{\theta}$ 를 구하는 것으로서, 그 해는 J의 차원

(Dimension)과 rank에 따라 달라진다.  $n > m$  일 경우, 로봇트는 과제에 대하여 여유 자유도를 갖게 되고 식 (2.2) 의 해는 무수히 많이 존재하게 된다. 따라서 원하는 부차적인 과제를 수행할 수 있는 해를 선택한다.  $J$ 가 완전 랭크(FullRank)일때  $J^T(JJ^T)^{-1}$ 로 주어지는 자코비안 행렬  $J$ 의 가상역행렬 (pseudo inverse)  $J'$ 와 임의의  $n$ 차원 벡터 (column vector)  $z$ 를 이용하여 식 (2.2) 의 해는 일반적으로

$$\dot{\theta} = j^+(\theta)\dot{x} + (I - J^+(\theta)J(\theta))z \quad (2.3)$$

주어진다. <sup>[16]</sup> 위 식에서  $z$ 를 이용하여 우리가 원하는 부차적인 과제(Secondary Task)를 수행할 수 있다. 구체적으로 우리가 원하는 과제를 관절변수  $\theta$  의 어떤 scalar함수  $H(\theta)$ 를 최대화하는 최적화 문제로 표현할 수 있다면,  $z$ 를

$$z = k(\partial H / \partial \theta), \quad (k \text{는 양의 수}) \quad (2.4)$$

로 함으로써 부차적인 과제를 수행할 수 있다. <sup>[16]</sup>  $H(\theta)$ 를 물체로부터 거리로하면 이를 최대화하여 장애물을 피할 수 있도록 여유 자유도를 이용할 수 있다. 그 외에도 관절의 제한 범위, 관절 각속도의 제한 범위내에 오도록할 수 도있고 특이 상태(Singularity)를 회피하는것에 이용할 수 있다. 부차적인 과제로써 scalar 성능지수  $H(\theta)$ 를

$$H(\theta) = \sqrt{\det(JJ^T)} \quad (2.5)$$

로 정의하면 이를 최대로 하여 특이상태를 피할 수 있다. <sup>[17]</sup> 이  $H(\theta)$ 를 조작성능지수(manipulability)라고 한다. 이 조작성능지수는 단순히 특이상태의 구분에만 사용되어질 뿐 아니라  $JJ^T$ 의 물리적 의미를 살펴보면 Cartesian 공간상에서의 주어진 운동의 효율성 및 가능성을 말해준다.

2. 과제 적합도

Jacobian  $J$ 에 의해  $R^m$  공간에서  $x^T(JJ^T)^{-1}x = 1$ 로 정의되는 타원체를 조작성능타원체 (manipulability ellipsoid)라 한다. 사실 조작성능지수는 이 타원체의 부피에 비례하는 양이므로 조작성능지수를 최대로하는 것은 부피를 크게하는것이 된다.

한편 주어진 자세에서 로봇트의 힘전달 특성을 설명하기위해서 비슷한 방법으로  $f^T(JJ^T)^{-1}f = 1$ 인 타원체를 정의할수 있고 이를 힘타원체라 한다. <sup>[21]</sup> 여기서  $f$ 는 작업공간에서 힘벡터이다. 속도 타원체는

행렬  $(JJ^T)^{-1}$ 로 정의되며, 힘 타원체는 행렬  $(JJ^T)$ 에 의해서 정의된다.  $(JJ^T)^{-1}$ 와  $(JJ^T)$ 는 같은 eigenvector 들을 가지며, eigenvalue 들은 서로 역수이므로 속도와 힘 타원체의 주축은 일치하고, 주축의 길이는 반비례한다. 따라서 힘과 속도의 전달달을 정의하여 이를 부차과제로 다음과 같이 이용할 수 있다.  $u$ 를 관심이 있는 방향의 단위 벡터라 하면, 힘전달달  $\alpha$ 와 속도 전달달  $\beta$ 를

$$\alpha = [u^T(JJ^T)u]^{-1/2} \quad (2.6)$$

$$\beta = [u^T(JJ^T)^{-1}u]^{1/2} \quad (2.7)$$

로 정의 한다. 과제적합지수(task compatibility index)  $c$  [22] 는 힘 과 속도전달달들의 제곱들과 역수의 제곱들의 가중합으로 정의하고, 주어진 과제에 대하여 부차과제로 이를 최대화하도록하면 인간의 팔의 자연스러운 자세와 비슷하게 되도록 여유자유도를 이용할 수 있다. <sup>[22]</sup> 일반적으로 원하는 방향  $u$ 를 결정하는 것은 쉽지않다. 이는 힘과 속도를 적절히 조절하여 사용할 수 있으므로 협력과제에 유용하게 이용될수 있음을 다음장에서 보인다.

III. 여유자유도로봇트들의 협력과제

1. 협력과제 문제설정

본 논문에서의 협력과제란 두대의 로봇트를 이용하여 주어진 물체의 두 곳을 붙잡아서 처음의 위치에서 원하는 위치로 옮기는 것이다. 두대의 로봇트는 한 물체를 잡고 있으므로 두 손들의 상대적인 위치(position)와 자세(orientation)는 움직이는 동안 변하지 않게 유지되어야 한다. 따라서 협력과제는

$$x = f_1(\theta^1) = f_2(\theta^2) \quad (3.1)$$

로 표현 할 수 있고, 여유 자유도 로봇트의 경우에 이 해는 무한히 많게되고 매우 복잡한 비선형식 이므로 Jacobian을 이용하여 선형화하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= J_1\dot{\theta}^1 \\ &= J_2\dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

여기서  $x$ 는 기준 좌표계에서 본 물체의  $m \times 1$  속도 벡터이고,  $\theta^i, i = 1, 2$ 는 각 로봇트의  $(n_i \times 1)$ 관절 벡터이고,  $J_i$ 는 기준 좌표계에서  $i$ 번째 로봇트를 통해 본  $(m \times n_i)$  Jacobian 행렬이다. 여유자유도의 효율적인 이용을 위하여 주어진 과제를 수행하는 외에

부차적으로 하나의 성능지수를 고려하여 이를 최대화하도록 할 수 있다. 협력과제 성능지수 \$H\$는 \$H(\theta^1, \theta^2)\$로서 \$\theta^1\$과 \$\theta^2\$의 함수로 주어진 경우를 생각하자. 주어진 Cartesian 경로를 따라가며 \$H(\theta^1, \theta^2)\$를 최대화하는 궤적을 구하기 위하여 선형화된 식(3.2)를 하나의 벡터식으로 쓰면

$$\dot{x}_c = J_c \dot{\theta} \tag{3.3}$$

으로 쓸수 있다. 여기서 \$x\_c\$는 \$2m \times 1\$ vector, \$\dot{\theta}\$는 \$(n1 + n2) \times 1\$ vector로

$$\dot{x}_c = \begin{bmatrix} \dot{x}^1 \\ \dot{x}^2 \end{bmatrix}, \quad \dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}^1 \\ \dot{\theta}^2 \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

이며 또한 \$J\_c\$는 \$2m \times (n1+n2)\$ matrix로

$$J_c = \begin{bmatrix} J_1 & O_{m \times n2} \\ O_{m \times n1} & J_2 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

이고 \$O\_{ij}\$는 \$ij\$ 차원의 Zero matrix이다. 따라서 주어진 \$x\_c\$에 대하여 식(3.3)을 만족하는 \$\dot{\theta}\$을 구하는 것으로 \$2m < (n1 + n2)\$의 redundant system이므로 이의 일반해는

$$\dot{\theta} = J_c^{-1} \dot{x}_c + (I_{(n1+n2)} - J_c^{-1} J_c) z \tag{3.6}$$

로 된다. 여기서 \$z\$는 \$(n1 + n2)\$ 차원의 임의의 벡터이고, \$J\_c^{-1}\$는 \$J\_c\$의 가상 역행렬로서 \$J\_c^{-1} = J\_c^T (J\_c J\_c^T)^{-1}\$이다. 따라서 \$J\_c^{-1}\$와 \$J\_1^{-1}\$, \$J\_2^{-1}\$의 관계를 구하면

$$J_c^{-1} J_c^T = \begin{bmatrix} J_1 & O_{m \times n2} \\ O_{m \times n1} & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1^T & O_{n1 \times m} \\ O_{n2 \times m} & J_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 J_1^T & O_{m \times m} \\ O_{m \times m} & J_2 J_2^T \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

이므로

$$J_c^{-1} J_c^T = \begin{bmatrix} J_1^T & O_{n1 \times m} \\ O_{n2 \times m} & J_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (J_1 J_1^T)^{-1} & O_{m \times n} \\ O_{m \times n} & (J_2 J_2^T)^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1^+ & O_{n1 \times m} \\ O_{n2 \times m} & J_2^+ \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

이 된다. 또한 마찬가지로

$$(I_{n1+n2} - J_c^{-1} J_c) = \begin{bmatrix} I_{n1} - J_1^+ J_1 & O_{n1 \times n2} \\ O_{n2 \times n1} & I_{n2} - J_2^+ J_2 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

로 된다. 협력과제 성능지수 \$H\$을 최대화하도록 움직이는 궤적을 구하기 위하여 \$z\$를, 양의 상수 \$k\$에 대해,

$$z = k (\partial H / \partial \theta) \tag{3.10}$$

로 할 수 있다. 여기서

$$\partial H / \partial \theta = \begin{bmatrix} \partial H / \partial \theta^1 \\ \partial H / \partial \theta^2 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

이 되어,

$$\dot{\theta}^1 = J_1^+ \dot{x} + (I_{n1} - J_1^+ J_1) k w_1 (\partial H / \partial \theta^1) \tag{3.12}$$

과

$$\dot{\theta}^2 = J_2^+ \dot{x} + (I_{n2} - J_2^+ J_2) k w_2 (\partial H / \partial \theta^2) \tag{3.13}$$

로 된다.

### 2. 협력과제 조작성능 지수

두 로봇의 조작성능지수를 각각 \$M\_1\$, \$M\_2\$라 하면

$$M_1 = \sqrt{\det(J_1 J_1^T)} \\ M_2 = \sqrt{\det(J_2 J_2^T)} \tag{3.14}$$

라 정의되고 이는 각각의 조작성능지수 타원체의 부피에 비례하는 양이 된다. 협력과제를 위하여 협력과제 성능지수 \$M\$을 이 둘의 가중합으로 다음과 같이

$$H(\theta^1, \theta^2) = w_1 M_1(\theta^1) + w_2 M_2(\theta^2) \tag{3.15}$$

으로 정의하는 것을 제안한다. 여기서 \$w\_1\$, \$w\_2\$는 가중치(weighting factor)이다. 만약 \$w\_1 = w\_2 = 1\$로 하면 식(3.15)의 \$M\$은 각 조작성능지수의 합으로 이를 최대화하면 두 로봇 모두 특이성을 피하고 각 타원체를 구에 가깝게 하는 것으로 된다. 또한 가중치를 이용하여 간단한 시뮬레이션을 통하여 우리가 원하는 형상의 궤적을 결정하기 수월하게 된다. 이 경우 \$M\_1\$, \$M\_2\$는 각각 \$\theta^1\$과 \$\theta^2\$만의 함수이므로

$$\partial H / \partial \theta = \begin{bmatrix} w_1 (\partial M_1 / \partial \theta^1) \\ w_2 (\partial M_2 / \partial \theta^2) \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

로 되며 따라서 윗식들에서

$$\dot{\theta}^1 = J_1^+ \dot{x} + (I_{n1} - J_1^+ J_1) k w_1 (\partial M_1 / \partial \theta^1) \tag{3.17}$$

과

$$\dot{\theta}^2 = J_2^+ \dot{x} + (I_{n2} - J_2^+ J_2) k w_2 (\partial M_2 / \partial \theta^2) \tag{3.18}$$

로 된다.

3. 협력과제 적합도

본절에서는 과제적합도의 개념을 확장한 협력과제 적합도(Cooperative task compatibility)를 제안한다. 구체적으로 협력과제적합도는 주어진 과제수행을 위한 방향으로의 각 로봇의 힘 및 속도 전달율의 가중치의 합으로 정의하고 이 지수를 최대화하는 부차적인 과제를 수행하도록 한다. 일반적으로 협력과제 적합도  $c$ 는

$$c = w_1 [u_1^T (J_1 J_1^T) u_1] + w_2 [u_2^T (J_1 J_1^T) u_2] + w_3 [u_3^T (J_2 J_2^T) u_3] + w_4 [u_4^T (J_2 J_2^T) u_4] \quad (3.19)$$

으로 정의하자. 여기서  $u_2$ 와  $u_4$ 의 방향은 속도전달의 방향이고,  $u_1$ 과  $u_3$ 는 힘 전달의 방향으로  $u_1$ 과  $u_2$ ,  $u_3$ 와  $u_4$ 는 서로 직각이 되도록 한다. 보통 속도전달율을 크게하는 방향으로는 로봇의 손에 가까운 링크들이 그 방향과 거의 직각에 가깝게 움직이는 경향이 있게된다. 따라서 주어진 협력과제에 따라  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ ,  $u_4$ 를 적절히 결정하므로 과제에 적합한 형상으로 과제를 수행할 수 있다. 또한, 가중치의 조절로 간단한 시뮬레이션으로 원하는 궤적결정을 수월히 할 수 있게 된다. 특히 이러한 과제적합도는 움직이는 궤적의 결정에 유용할 뿐 아니라 힘 전달율도 동시에 고려할 수 있으므로 한 곳에서의 형상변화를 쉽게 할 수 있으므로 주어진 초기형상이 적합하지 않을때 이를 적합하게 바꾸어 줄 수 있다. 협력과제적합도  $c$ 를 최대화하는  $\theta^1$ ,  $\theta^2$ 는 앞절에서와 같이 구해진다.  $J_1$ 과  $J_2$ 는 오직  $\theta^1$ 과  $\theta^2$ 의 함수이므로  $c = c_1(\theta^1) + c_2(\theta^2)$ ,

$$c_1(\theta^1) = w_1 [u_1^T (J_1 J_1^T) u_1] + w_2 [u_2^T (J_1 J_1^T) u_2] \\ c_2(\theta^2) = w_3 [u_3^T (J_2 J_2^T) u_3] + w_4 [u_4^T (J_2 J_2^T) u_4] \quad (3.20)$$

로 나누면,  $\theta^1$ ,  $\theta^2$ 는  $\partial c_1 / \partial \theta^1$ ,  $\partial c_2 / \partial \theta^2$ 를 이용하여 각각 구할 수 있다.

IV. 시뮬레이션 및 검토

본 논문에서는 2대의 3자유도 평면로봇을 대상으로 협력과제조작성능지수와 협력과제적합도를 최적의 초기형상결정에 응용할 수 있음을 보인다. 본 연구의 대상로봇은 [15]에서와 같이 선택한다. 이는 그림 1에서 보이는 바와같이 두 로봇의 기구구조는 같고 모든 link 길이는  $l_0=l_1=l_2=l_3=1m$ 로 한다. 또한 로봇 1과 2의 기저계(base frame)은 같은 자세를

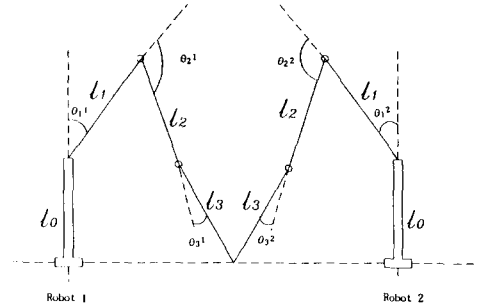


그림 1. 두 로봇 시스템  
Fig. 1. Two redundant robot system.

가지고 원점은 x축 방향으로 3m 떨어져게 한다. 두 로봇의 기구식은 평면 로봇이므로 homogeneous transformation matrix를 사용하지 않고도 다음과 같이 표시될 수 있다. 즉,  $i=1, 2$ 에 대해

$$x = l_1 \sin(\theta^1_i) + l_2 \sin(\theta^2_i) + l_3 \sin(\theta^3_i) \\ y = l_0 + l_1 \cos(\theta^1_i) + l_2 \cos(\theta^2_i) + l_3 \cos(\theta^3_i) \quad (4.1)$$

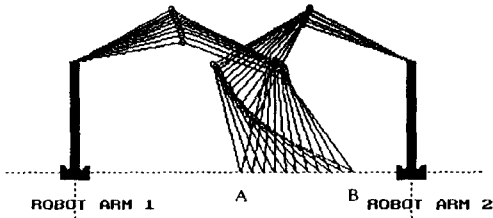
로 된다. 여기서  $\theta^{12} = \theta^1 + \theta^2$ ,  $\theta^{123} = \theta^1 + \theta^2 + \theta^3$ 이다. 따라서 각 로봇의 Jacobian  $J_i$ ,  $i = 1, 2$ 는

$$J = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\theta^1_i) + l_2 \cos(\theta^2_i) + l_3 \cos(\theta^3_i) \\ -l_1 \sin(\theta^1_i) - l_2 \sin(\theta^2_i) - l_3 \sin(\theta^3_i) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} l_2 \cos(\theta^2_i) + l_3 \cos(\theta^3_i) \\ -l_2 \sin(\theta^2_i) - l_3 \sin(\theta^3_i) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

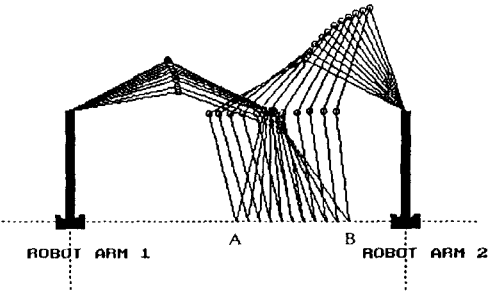
로 주어진다.

1. 협력과제 조작성능지수

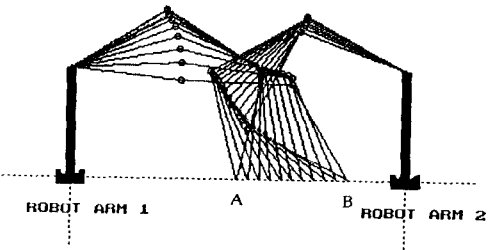
본 절에서는 협력과제 조작성능지수의 유용성과 가중치의 이용을 시뮬레이션을 통하여 보인다. 주어진 협력과제는 (1.5, 0) (A점)에서 (2.5, 0) (B점)으로 움직이는 두 로봇의 형상은  $\theta^1 = (-61.76^\circ, -58.47^\circ, -73.94^\circ)$ ,  $\theta^2 = (61.74^\circ, 58.51^\circ, 73.91^\circ)$ 로 주어진다. 우선 비교를 위하여 두 로봇 모두 가상 역행렬만을 이용한 궤적을 구해보면 그림 2(a)와 같이된다. 즉, 식(3.15)에서  $w_1=w_2=0$ 인 경우와 같다. 이를 살펴보면 로봇 2의 마지막 관절이 많이 꺾어지는 형상을 갖게된다. 따라서 이의 교정을 위하여 식(3.15)과 같이 주어진 협력과제 조작성능지수를 이용하여 궤적을 구한다. 이는 식(3.17), (3.18)로 풀 수 있으며 여기서  $k = 3$ 으로 한다. 시뮬레이션 결과는



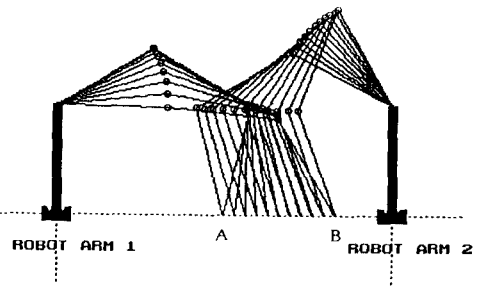
(a)  $w_1 = w_2 = 0$



(b)  $w_1 = w_2 = 1$



(c)  $w_1 = 3, w_2 = 0.03$



(d)  $w_1 = 0.03, w_2 = 3$

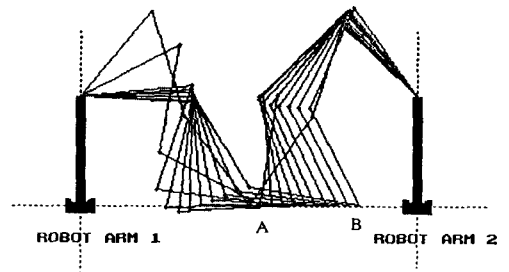
그림 2. 협력과제 조작가능성지수  
Fig. 2. Cooperative task manipulability.

그림 2(b) (c) (d)와 같이 된다. 그림 (b)는  $w_1 = w_2 = 1$  이고, 그림 (c)는  $w_1 = 3, w_2 = 0.03$ , 그림 (d)는  $w_1=0.03, w_2 = 3$ 으로 서로 상대적으로 100 : 1의 비

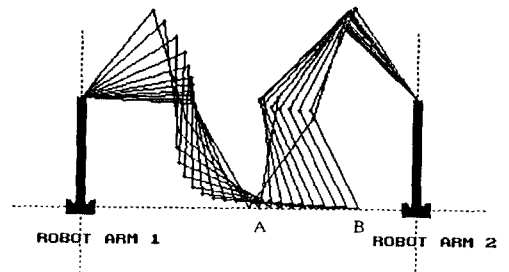
을이될때의 결과이다. 이를 보면 그림 2(b)는 (a)와 비교하여 로봇 2의 마지막 관절이 덜 꺾이는 보다 좋은 형상이 되며 로봇 1은 두번째 관절이 많이 움직이게 된다. 따라서 (c)와 같이  $w_1$ 을 크게하면 로봇의 두번째 관절이 많이 움직이고 상대적으로 로봇의 형상은 (a)와 같이 바람직스럽지 못하게 된다. 그러므로  $w_1$ 보다  $w_2$ 를 크게하기 위하여 (d)와 같이 하면 로봇 1, 2 모두 바람직한 형상의 궤적이 된다.

### 2. 협력과제적합도

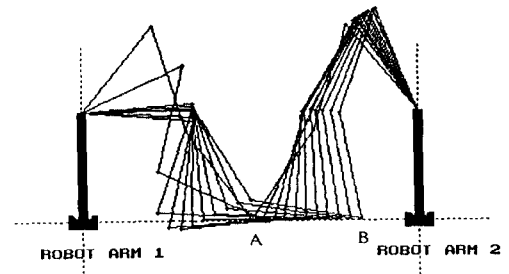
앞에서와 같이 주어진 협력과제는 (1.5, 0) (A점)에서 (2.5, 0) (B점)으로 움직이는 것으로 두 로봇



(a)  $w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = 1$

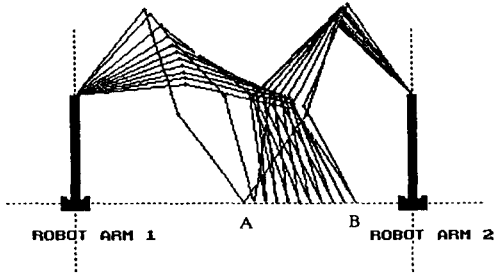


(b)  $w_1 = w_2 = 0.01, w_3 = w_4 = 1$

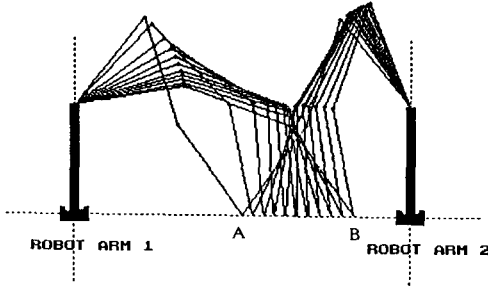


(c)  $w_1 = 0.01, w_2 = 1, w_3 = 1, w_4 = 0.01$

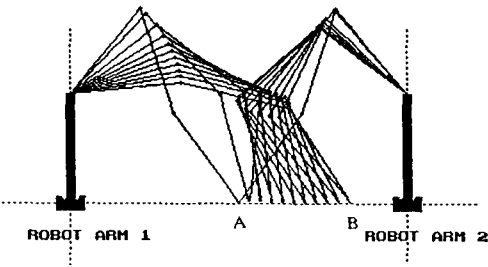
그림 3. 협력과제 적합도  
Fig. 3. Cooperative task compatibility.  
 $u_1=(0,1), u_2=(1,0), u_3=(1,0), u_4=(0,1)$



(a)  $w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = 1$



(b)  $w_1 = w_2 = w_3 = 1, w_4 = 0.01$



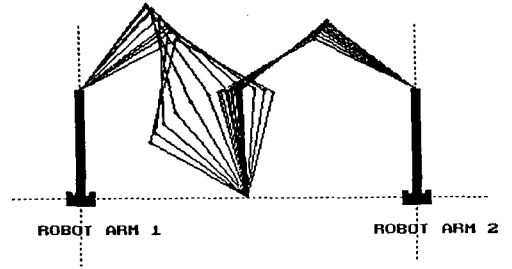
(c)  $w_1 = 1, w_2 = 1, w_3 = 0.01, w_4 = -1$

그림 4. 협력과제 적합도

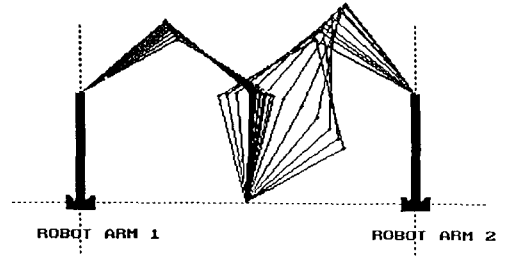
Fig. 4. Cooperative task compatibility.

$u_1=(1,0), u_2=(0,1), u_3=(1,0), u_4=(0,1)$ .

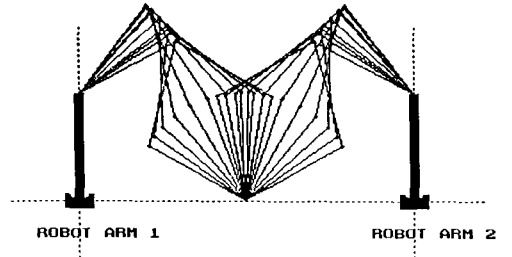
의 초기형상은  $\theta^1 = (-39.13^\circ, -123.5^\circ, 17.45^\circ), \theta^2 = (39.11^\circ, 123.5^\circ, -17.31^\circ)$ 로 주어진다. 식(3.19)로 주어진 협력과제적합도를 이용한 결과를 그림 4와 그림 5에 보인다. 그림 4는  $u_1=(0,1), u_2=(1,0), u_3=(1,0), u_4=(0,1)$ 로 하고  $k = 0.5$ 로 한 결과이다. 그림 4(a)는 가중치를 1로 한 것이다 이를 보면 로봇 1의 경우 y방향으로 힘전달률을, x방향으로 속도전달률을 크게 함으로 세번째 관절이 x축과 나란한 방향이 되도록 움직임이다. 또한 로봇 2에서는 이와반대로 하여 세번째 관절은 가능한 x축에 수직이 되게 움직이는 경향이 있다. 그러나 관절의 움직임이 크게 되므로 이의 조절을 위하여 그림 3(b)와 같이 가중치



(a)  $u_1=(0,1), u_2=(1,0), u_3=(1,0), u_4=(0,1)$



(b)  $u_1=(1,0), u_2=(0,1), u_3=(0,1), u_4=(1,0)$



(c)  $u_1=(0,1), u_2=(1,0), u_3=(0,1), u_4=(1,0)$

그림 5. 초기형상 결정

Fig. 5. Determination of the initial configurations.

를  $w_1=1, w_2=0.01, w_3=w_4=1$ 로 하여 보면 로봇 1의 움직임이 (a)보다 부드럽게 됨을 알 수 있다. 또한 가중치를  $w_1=w_4=0.01, w_2=w_3=1$ 로 하면 그림 4(c)와 같이 로봇 2의 움직임이 (a)보다 부드럽게 된다. 이는 [21]에서와 같이 힘 및 속도전달률을 크게 하는 것이 언제나 그 방향으로 가는 것이 아니기 때문이다. 따라서 가중치를 적절히 조절함으로써 그림 3의 결과와 같이 로봇의 궤적을 조절할 수 있다. 주어진 협력과제 수행시 협력과제 적합도에서 힘과 속도방향의 벡터의 영향을 고려하기 위하여 그림 3과 반대로  $u_1=(1,0), u_2=(0,1), u_3=(1,0), u_4=(0,1)$ 로 한 결과를 그림 4(a) (b) (c)에 보인다. 여기서  $k =$

0.5로 한다. 그림 4(a)는 가중치를 모두 1로 한 경우로, 그림 3(a)와 비교하면 로봇1의 경우 힘, 속도 전달 방향을 반대로 한 결과를 쉽게 알 수 있다. 로봇 2는 모든 것을 앞의 경우와 같이 하였으나 로봇 1의 변화로 약간의 차이가 있음을 알 수 있다. 그림 4(b)는  $w_1=1, w_2=1, w_3=1, w_4=0.01$ 로 한 것이고 그림 4(c)는  $w_1=1, w_2=1, w_3=0.01, w_4=1$ 인 경우이다. 가중치의 영향은 앞에서와 같이 설명할 수 있다. 협력과제 적합도는 협력과제 조작성능지수와 비교하여 보면 관절의 움직임이 크게되는 경향이 있다. 그러나 협력과제적합도는 힘, 속도 방향의 벡터 조절로 형상을 바꿀 수 있으므로 초기형상결정에 이용될 수 있다.

3. 초기 형상 결정

시뮬레이션 결과 그림 2에서와 같이 과제의 시작점은 (1.5, 0)으로 주어지고  $\theta^1=(-61.76^\circ, -58.47^\circ, -73.94^\circ)$ ,  $\theta^2=(61.74^\circ, 58.51^\circ, 73.91^\circ)$ 로 주어진 경우를 생각하자. 이러한 형상은 세쌍 관절들이 cross 되어 있으므로 바람직 하지 않은 경우가 있게 된다. 이러한 초기 형상을 바꾸기 위하여 협력과제 적합도를 이용할 수 있다. 이는  $x = 0$  으로 하는 self motion을 이용하여 수행된다. 그 결과를 그림 5에 보인다. 그림 5(a)는  $u_1=(0, 1), u_2=(1, 0), u_3=(1, 0), u_4=(0, 1)$ 로  $w_1= w_3= 1, w_2= w_4= 0.01$ 로 한 것이다. 그림 5(b)는  $u_1=(1, 0), u_2=(0, 1), u_3=(0, 1), u_4=(1, 0)$ 로 가중치는 (a)와 같은 경우이다. 그림 6(c)는  $u_1=(0, 1), u_2=(1, 0), u_3=(0, 1), u_4=(1, 0)$  으로 가중치는 역시 같이 한 것이다. (a) (b) (c)의 각각의 경우 초기 형상은

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \theta^1 = (-62.76^\circ, -132.3^\circ, 75.58^\circ) \\ & \theta^2 = ( 50.70^\circ, 78.67^\circ, 53.31^\circ) \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & \theta^1 = (-50.71^\circ, -78.67^\circ, 53.32^\circ) \\ & \theta^2 = ( 62.78^\circ, 132.3^\circ, -75.62^\circ) \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad & \theta^1 = (-62.76^\circ, -132.3^\circ, 75.58^\circ) \\ & \theta^2 = ( 62.78^\circ, 132.3^\circ, -75.62^\circ) \end{aligned} \quad (4.5)$$

로 바뀌게 된다. 이러한 초기 형상의 변화는 힘과 속도 전달율의 조절로 이루어지게 된다. 따라서 이를 이용하여 간단한 시뮬레이션으로 주어진 협력과제에 적합한 초기 현상을 결정할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 두 대의 여유자유도 로봇의 협력과

제를 위한 관절 계적 결정 방법을 연구하였다. 구체적으로 협력과제 조작성능지수와 협력 과제적합도를 제안하였고 그 이용을 시뮬레이션을 통하여 보였다. 또한 협력과제 적합도를 이용한 초기형상결정방법을 제시하였다. 이러한 지수들의 응용은 간단한 시뮬레이션 으로 쉽게 수행할 수 있으므로 협력과제 수행시 off-line으로 과제에 적합한 관절계적을 결정할 수 있게된다. 또한 실제적용시 어려운 문제중의 하나인 초기형상결정도 off-line 으로 적합한 형상을 구할 수 있게 된다. 앞으로의 연구과제는 협력과제에서의 동적 특성 (dynamics)을 고려한 관절계획방법 연구 및 과제수행결과의 계획을 통한 on-line으로의 관절 계적조정 방법 연구등이 있다.

參 考 文 獻

[1] T. Ishida, "Forcecontrol in coordination of two arms", Proc. 5th Int 'I Joint Conf. on Arti. Intel., pp.717-722, 1977.

[2] M. T. Mason, "Compliance and force control for computer controlled manipulators", *IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics*, vol. SMC-11, No.6, pp. 418-432, 1981.

[3] Y. F. Zheng and J. Y. S. Luh, "Constrained Relation between two coordinated industrial robots", Proc. 1985 Conf. on Intelligent Systems and Machines, pp.118-123, 1985.

[4] T. J. Tran, A. K. Bejczy nd X. Yun, "Design of dynamic control of two cooperating robot arms : closed chain formulation", *Proc. of 1987 IEEE Conf. on Robotics and Automation*, pp.7-13, 1987.

[5] C. R. Carignan and D. L. Akin, "Cooperative control of two arms in the transport of an inertial load in zero gravity", *IEEE J. of Robotics and Automation*, vol.4, No.4, pp.414-418, 1988.

[6] C. O. Alford and S. M. Belyeu, "Coordinated control of two robot arms", *Proc. Conf. on Robotics*, pp.468-473, 1984.

[7] Y. F. Zheng, J. Y.S. Luh and P.F. Jia, "A real-time distributed computer system for coordinated motion control of two industrial robots", *Proc of 1987*



- IEEE Conf. on Robotics and Automation*, pp.1236-1241, 1987.
- [8] J. Lim and D. H. Chyung, "Resolved position control of two cooperating robot arms", *Robotica*, vol.5, pp 9-15, 1987.
- [9] J. Lim and D.H.Chyung, "Admissible trajectory determination for two cooperating robot arms", *Robotica*, vol. 6, pp.107-113, 1988.
- [10] J. Y. S. Luh and Y. F. Zheng, "Constrained relations between two coordinated industrial robots for motion control", *Int. J. Robotics Research*, vol.6, no.3, pp.60-70, 1987.
- [11] J. M. Hollerbach and K. C. Suh, "Redundancy resolution of manipulators through torque optimization", *IEEE J. of Robotics and Automation*, vol.3, No.4, pp. 308-316, 1987.
- [12] T. Yoshikawa, "Manipulability of robotic mechanisms", *Int. J. Robotics Res.*, vol.4, No.2, pp. 3-9, 1985.
- [13] J. Baillieul, "Kinematic programming alternatives for redundant manipulators", *proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation*, pp. 722-728, 1985.
- [14] I.H.Suh, J.Lim and Y.Kang, "An efficient computation method for kinematic control of redundant manipulators", *IEEE 1988. Int'l Conf on Systems, Man and Cybernetics*, August, 1988.
- [15] S.Lee, "Dual Redundant Arm Configuration Optimization with Task-Oriented Dual Arm Manipulability." *IEEE Trans on Robotics and Automation*, vol. 5, No.1, pp. 78-97, 1989.
- [16] A. Liegeois, "Automatic Supervisory Control of the configuration and Behavior of Multibody Mechanics", *IEEE Trans. on Syst. Man and Cybern.*, SMC-7, No.12, pp. 868-871, December, 1977.
- [17] T. Yoshikawa, "Analysis and Control of Robot Manipulators with Redundancy, "The First International Symposium of Robotics Research, pp. 726-734, 1984.
- [18] J. J Craig, *Intoduction to Robitics : Mecanics and Control*, Addison Wesley, 1986.
- [19] L.T.Wang and B.Ravani, "Recursive Computation of Kinematic and Dynamic Equations for Mechanical Manipulators", *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. RA-1, no.3, pp. 124-131, 1985.
- [20] S. Barnett, *Matrices in Control Theory with Applications to Linear Programming*, pp. 130-136, Van Nostrand Reinhold Company, London, 1971.
- [21] S. Chiu, "Control of redundant manipulators for task Compatibility", *Proc. IEEE Int. Conf. of R & A*, vol. 3, pp. 1718-1724, 1987.
- [22] S. Chiu, "Task compatibility of manipulator postures", *Int. J. of Robotics Reaserch*, vol.7, no.5, pp.13-21, 1988.

---

 著者紹介
 

---



蔡咏錫(正會員)

1989年 한양대학교 공학대학 전자공학과 졸업. 1991年 한양대학교 대학원 전자공학과 졸업. 1993年 현재 한국 방송공사 기술연구소 기기 연구실 연구원.

林俊弘(正會員) 第26卷 第6號 參照

현재 한양대학교 전자공학과 부교수