

혼변조적의 효과적인 산출 방식에 관한 연구

(A Study on an Efficient Method to Evaluate Intermodulation Product)

高 晟 燦**, 黃 寅 寬**, 崔 炯 辰*

(Sung Chan Ko, In Kwan Whang and Hyung Jin Choi)

要 約

본 논문에서는, 현재까지 제안된 비선형 시스템에서의 혼변조적 산출 방법들에 대하여 분석한 내용들을 제시하고 비교함으로써 이들 중에서 Fuenzalida 및 Shimbo의 방법이 가장 효과적임을 보였다. 또한 혼변조적에 대한 수학적 해석과정을 구체적으로 제시하였으며 난해한 결과수식들을 이용하여 프로그램에 적용하는 실제의 예들을 제시하였다. 특히, 본 논문에서는 혼변조적의 산출시간을 단축시키기 위하여 다음과 같은 사항들을 새로이 적용하였다 : 1) LS(Least Square)에 의한 TWTA의 근사화 방법, 2) Look Up Table 참조방식에 의거한 혼변조적의 산출법, 3) 가우시안 형상을 이용한 PSK 변조신호의 스펙트럼 묘사. 본 논문에서 새로 소개한 방법들을 적용하여 구한 혼변조적의 산출결과는 기존의 문헌에서 발표된 결과들과 잘 일치하였으며, 특히 TWTA의 근사화 결과에서는 수행시간의 단축과 내용의 정확성 등에서 매우 우수한 성능을 보였다.

Abstract

In this paper, we present analysis results of various intermodulation products (IMPs) evaluation methods previously proposed for nonlinear systems. The results indicate that out of these methods, Fuenzalida and Simbo's method is the best for efficient evaluation of IMPs. Also, we present a detailed mathematical analysis of IMP and show how to apply the equations related to IMP to actual program implementations with examples. In this paper, we newly introduce three methods to reduce the IMP calculation time and improve the accuracy of the outputs : 1) TWTA curve fitting method by LS(Least Square), 2) IMP evaluation technique which is based on a look-up table, 3) Gaussian spectral shaping for PSK signal instead of convolution. The IMP evaluation results obtained by the new approaches introduced in this paper resulted in a good match with the published outputs in the open literature and showed improved performance especially in the TWTA curve

1. 서론

* 正會員, 成均館大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Sunkyunkwan Univ.)

** 正會員, 韓國電子通信研究所
(Satellite Network System Section, ETRI)
接受日字: 1992年 10月 15日

혼변조적(IMP: Intermodulation Product)은 신호들을 비선형 증폭할 때 발생하는 효과로서, 이는 위성통신 시스템뿐만 아니라 이동통신, 코히어런트 광통신등 여러 통신 시스템에 대해서도 반드시 해석

되어야 할 매우 중요한 주제이다. 위성통신 시스템에서는 다수의 FDMA/FM 반송파들이 위성중계기내의 TWTA(Traveling Wave Tube Amplifier)에 의하여 비선형 증폭될때 혼변조적이 발생된다. 특히 FDMA 위성통신 시스템에서는 비선형 증폭으로 인한 성능열화 요인들 중에서 혼변조적에 의한 영향이 가장 지배적 것으로 알려져 있다.¹⁾ 혼변조적의 효과를 최소화하기 위하여는 혼변조적에 대한 정확한 해석과 산출이 매우 중요하다. 따라서 본 논문에서는 혼변조적에 대한 수학적 해석과정을 제시하고, 현재까지 발표된 산출방법들을 비교하고 이를 근거로하여 가장 효과적으로 혼변조적을 해석할 수 있는 방법을 제시하였다. 또한, 난해한 결과수식들을 이용하여 실제 프로그램에 적용하는 과정을 자세하게 보임으로써 혼변조적에 대한 이해를 도모하였다.

혼변조적 산출에 대한 궁극적인 목표는 혼변조적에 의한 효과를 최소화하기 위한 것이라할 수 있다. 예를 들어 중계기의 주파수계획 수립시에는 입력 반송파들을 적절히 배치하여 혼변조 효과를 최소화하는 것이 바람직하므로²⁾, 주파수배치 문제에 응용될 경우에는 빠른 시간내에 혼변조적 산출이 가능해야 할 것이다. 따라서 본 논문에서는 혼변조적의 산출시간을 단축시키기 위하여 다음과 같은 사항들을 새로이 소개하였다.

- 1) LS(Least Square)에 의한 TWTA의 근사화 방법
- 2) Look-Up Table 참조방식에 의거한 혼변조적의 산출법
- 3) 가우시안 형상을 이용한 PSK 변조신호의 스펙트럼 묘사

빠른 시간내에 혼변조적을 산출하기 위하여 새로 소개한 세가지 방법들을 적용하여 구한 혼변조적의 산출결과를, 5장에서 논하겠지만 기존에 발표된 결과들과 매우 잘 일치하였다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 혼변조적에 대한 수학적 해석과정을 제시하고 혼변조적 산출방법들을 비교하였다. 3장에서는 결과수식들을 이용하여 실제 프로그램에 적용하는 과정을 보였고, 4장에서는 혼변조적의 산출시간을 단축시키기 위한 방안들을 언급하였다. 5장에서는 본 연구를 통해 구한 혼변조적의 산출결과들을 제시하여 기존의 결과들과 비교분석하였다.

II. 혼변조적의 수학적 해석

그림 1에 나타난 위성통신 시스템의 구성도를 기초로하여 혼변조적에 대한 수식을 전개한다.

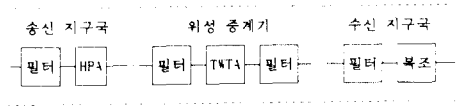


그림 1. 위성통신 시스템의 개략적인 블록도
Fig. 1. A schematic block diagram of satellite communication system.

N개의 반송파가 있을때 TWTA의 입력신호 $S_i(t)$ 는 식(1)과 같이 쓸 수있다.

$$S_i(t) = R_c \left[\sum_{k=1}^N A_k(t) \text{Exp} \left[j(\omega_k t + \theta_k(t)) \right] \right] = R_c \left[\sqrt{X^2 + Y^2} \text{Exp} \left[j(\omega_c t + \phi) \right] \right] \quad (1)$$

여기서 $X = \sum_{k=1}^N A_k(t) \cos[\omega_k t + \theta_k t]$ (2)

$$Y = \sum_{k=1}^N A_k(t) \sin[\omega_k t + \theta_k t] \quad (3)$$

$$\phi = \tan^{-1}(Y/X) \quad (4)$$

TWTA의 AM/AM 비선형 특성과 AM/PM 비선형 특성을 식(5)와 같이 표현하면, TWTA 출력신호 $S_o(t)$ 는 식(6)과 같이 쓸 수 있다.

$$G\left(\sqrt{X^2 + Y^2}\right) \cdot \text{Exp} \left[jF\left(\sqrt{X^2 + Y^2}\right) \right] \quad (5)$$

$$S_o(t) = R_c \left[G\left(\sqrt{X^2 + Y^2}\right) \cdot \text{Exp} \left[j\omega_c t + j \tan^{-1}(Y/X) + jF\left(\sqrt{X^2 + Y^2}\right) \right] \right] = R_c \left[\frac{G\left(\sqrt{X^2 + Y^2}\right)}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \text{Exp} \left[jF\left(\sqrt{X^2 + Y^2}\right) \right] \cdot S_i(t) \right] \quad (6)$$

수식 전개를 위하여 식(7), 식(8)과 같이 이중 푸리에 변환쌍을 정의한다.

$$L(U,V) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G\left(\sqrt{X^2 + Y^2}\right)}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \text{Exp} \left[jF\left(\sqrt{X^2 + Y^2}\right) \right] (X+jY) \cdot \text{Exp} \left[-j(UX+VY) \right] dXdY \quad (7)$$

$$\frac{G\left(\sqrt{X^2 + Y^2}\right)}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \text{Exp} \left[jF\left(\sqrt{X^2 + Y^2}\right) \right] (X+jY) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L(U,V) \cdot \text{Exp} \left[j(UX+VY) \right] dUdV \quad (8)$$

식(2), 식(3)의 X, Y를 식(8)에 대입하고 양변에 $\text{Exp} [j \omega_c t]$ 를 곱한후, 식(9)의 관계식을 이용하면 $S_o(t)$ 는 식(10)으로 표현 가능하다.

$$\text{Exp}[jZ \cdot \sin \varphi] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) \cdot \text{Exp}[jk\varphi] \tag{9}$$

여기서 $J_k(\cdot)$ 는 k 차 제 1 종 Bessel 함수이다.

$$S_x(t) = \text{Exp}[j\omega_x t] \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{k_N=-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^N \text{Exp}[jk_i(\omega_i t + \phi_i)] \cdot M(k_1, k_2, \dots, k_N) \tag{10}$$

$$M(k_1, k_2, \dots, k_N) = (2\pi)^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \langle G(\sqrt{X^2 + Y^2}) / \sqrt{X^2 + Y^2} \rangle \cdot \text{Exp}[jF(\sqrt{X^2 + Y^2})] \cdot (X + jY) \cdot \prod_{i=1}^N J_{k_i}(A_i \sqrt{U^2 + V^2}) \cdot \text{Exp}\left[\prod_{i=1}^N k_i \tan^{-1}(U/V) \cdot \text{Exp}[-j(UX + VY)]\right] dXdYdUdV \tag{11}$$

식(11)의 $M(k_1, k_2, \dots, k_N)$ 은 혼변조적의 진폭을 결정하는 함수이며, 인자 k_i 들은 식(12)에 나타낸 혼변조적의 주파수 ω_x 를 결정하는 파라메타가 된다.

$$\omega_x = k_1 \cdot \omega_1 + k_2 \cdot \omega_2 + \dots + k_N \cdot \omega_N \tag{12}$$

혼변조적들은 저주파에서 고주파까지 다양하게 분포하지만, 그림(1)에 나타낸 중계기 출력필터의 대역을 벗어난 성분들은 제거되므로 고려의 대상에서 제외가 된다. 혼변조적들이 중계기 출력필터의 대역내에 국한되기 위한 필요조건은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^N K_i = 1 \tag{13}$$

여기서 식(11)의 항들을 정리하기 위하여 다음과 같이 좌표변환한다.

$$\begin{aligned} X &= \rho \cos \zeta & U &= \gamma \sin \eta \\ Y &= \rho \sin \zeta & V &= \gamma \cos \eta \end{aligned}$$

좌표 변환전의 미소증분값 $dXdYdUdV$ 에 대한 새 좌표의 미소증분값을 구하기 위하여 Jacobian을 취하면 $dXdY = \rho d\rho d\zeta$ 이고 $dUdV = \gamma d\gamma d\eta$ 이 된다.

$$\frac{\partial(X, Y)}{\partial(\rho, \zeta)} = \begin{vmatrix} \cos \zeta & -\rho \sin \zeta \\ \sin \zeta & \rho \cos \zeta \end{vmatrix} = \rho, \quad \frac{\partial(U, V)}{\partial(\gamma, \eta)} = \begin{vmatrix} \sin \eta & \gamma \cos \eta \\ \cos \eta & -\gamma \sin \eta \end{vmatrix} = -\gamma$$

식(11)의 여러항들을 변환된 좌표로 정리하면 각각 식(14), 식(15), 식(16), 식(17)과 같다.

$$\begin{aligned} (X + jY) / (\sqrt{X^2 + Y^2}) &= \langle \sqrt{X^2 + Y^2} \rangle / (\sqrt{X^2 + Y^2}) \cdot \text{Exp}[j \tan^{-1}(\tan \zeta)] \\ &= \text{Exp}[j\zeta] \end{aligned} \tag{14}$$

$$\text{Exp}\left[j \prod_{i=1}^N k_i \tan^{-1}(U/V)\right] = \text{Exp}[j \tan^{-1}(\tan \eta)] = \text{Exp}(j\eta) \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \text{Exp}[-j(UX + VY)] &= \text{Exp}[-j\rho \gamma (\cos \zeta + \sin \eta + \sin \zeta \cos \eta)] \\ &= \text{Exp}[-j\rho \gamma \sin(\zeta + \eta)] \end{aligned} \tag{16}$$

$$\text{Exp}[-j\rho \gamma \sin(\zeta + \eta) + \zeta + \eta] = J_1(\rho \gamma) \tag{17}$$

식(15)에는 식(13)의 조건이 부과되어 있고, 식(17)은 식(18)의 관계식을 이용하여 $Z = \rho \gamma, \varphi = (\zeta + \eta)$ 로 치환한 후 구한 것이다.

$$\text{Exp}[j(Z \cdot \sin \varphi) - \varphi] = J_1(Z) \tag{18}$$

이상의 절차를 통하여 식(11)은 식(19)과 같이 재표현된다.

$$\begin{aligned} M(k_1, k_2, \dots, k_N) &= (2\pi)^{-2} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \langle \gamma \prod_{i=1}^N J_{k_i}(A_i \gamma) \rangle \cdot \rho G(\rho) \cdot \text{Exp}[jF(\rho)] \cdot J_1(\rho \gamma) d\rho d\zeta d\gamma d\eta \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \langle \gamma \prod_{i=1}^N J_{k_i}(A_i \gamma) \rangle \cdot \rho G(\rho) \cdot \text{Exp}[jF(\rho)] \cdot J_1(\rho \gamma) d\rho d\gamma \end{aligned} \tag{19}$$

식(19)를 이용하여 혼변조적의 진폭을 결정하기 위해서는, TWTA의 비선형성을 나타내는 $G(\rho) \cdot \text{Exp}[jF(\rho)]$ 에 대한 수학적 근사화가 수행되어야 한다.

Saleh는 아래의 2 파라메타 공식을 이용하여 TWTA의 비선형특성을 Quadrature 모델로 일반화하여 근사화 하였고 식(19)를 식(20)의 형태로 유도하였다.¹³⁾

$$G(\rho) = \alpha_p \cdot \rho / (1 + \beta_p \cdot \rho^2)$$

$$F(\rho) = \alpha_q \cdot \rho / (1 + \beta_q \cdot \rho^2)$$

$$\begin{aligned} M(k_1, k_2, \dots, k_N) &= \int_0^{\infty} S \left[\prod_{i=1}^N J_{k_i}(V_i S) \right] \langle \alpha_p \beta_p^{-1/2} \cdot K_1(S \beta_p^{-1/2}) \\ &\quad + j \alpha_q \beta_q^{-1/2} \cdot K_1(S \beta_q^{-1/2}) - (S/2\beta_q) \cdot K_0(S \beta_q^{-1/2}) \rangle dS \end{aligned} \tag{20}$$

여기서 $K_0(\cdot), K_1(\cdot)$ 은 각각 0차, 1차 제 2종 변형 Bessel 함수를 의미한다.

식(20)에 포함된 0에서 까지의 적분은 Gauss Laguerre 또는 Gauss-Hermite적분으로 수치해석하여야 하나 이를 위한 Weighting Function $W(x) = x^l \cdot \text{Exp}(-x)$ 또는 $W(x) = \text{Exp}(-x^2)$ 을 식(20)에서 얻을 수 없기 때문에, 사실상 Saleh의 방법에 의하면 0에서 ∞ 까지의 적분을 해결할 수 없다.

Stette는 반송파의 수(N)가 매우 많아서 반송파의 평균 진폭(A)이 0에 가까울 경우, i차 혼변조적의 전력 Pi을 다음과 같이 결정할 수 있음을 보였다.^[14]

$$\sqrt{P_1} = \sqrt{2} \int_0^{\infty} V_1[\sqrt{2P_0} \cdot r] r^2 \text{Exp}(-r^2) dr \quad (21. a)$$

$$\sqrt{P_3} = \sqrt{2} \int_0^{\infty} V_1[\sqrt{2P_0} \cdot r] (1 - 0.5r^2) r^2 \text{Exp}(-r^2) dr \quad (21. b)$$

$$\sqrt{P_5} = \sqrt{6} \int_0^{\infty} V_1[\sqrt{2P_0} \cdot r] (1 - r^2 + r^4) r^2 \text{Exp}(-r^2) dr \quad (21. c)$$

여기서 $V_1(\cdot)$: 단일 반송파에 대한 TWTA의 전압전달특성, $P_0 = N \cdot A^2/2$ 이다.

Stette는 $W(x) = \text{Exp}(-x^2)$ 의 Weighting Function을 이용하여 0에서 ∞ 까지의 적분을 Gauss-Hermite 적분으로 수치해석 할 수 있게 수식을 유도하였지만, 위에서 언급한 제한 조건이 수반된다.

이외에 현재까지 발표된 문헌에서는, 등전력 반송파들의 경우에 국한하거나 비선형성을 특정 경우에 국한시켜 구한 결과들이 제시되어 있다.^[15, 16] 실제의 위성시스템에 대한 혼변조 효과를 고려하기 위하여는 반송파들의 전력이 서로 다른 경우나 또, TWTA가 임의의 특성을 가지는 경우에 대하여도 제한없이 적용할 수 있는 혼변조적 산출방법이 요구된다.

다음은 이러한 방법들에 대하여 언급한다.

먼저 [7] 에서 사용된 Power Series 전개방식으로 식(22)와 같다.

$$G(\rho) \cdot \text{Exp}[jF(\rho)] = \sum_{s=0}^L \alpha_s \cdot \rho^{2s+1} \quad (22)$$

식(22)를 식(19)에 대입하여 정리하면 혼변조적의 진폭은 다음과 같다.

$$M(k_1, k_2, \dots, k_N) = \sum_{s=1}^L \alpha_s \cdot (-1)^s \cdot E_{s+1} \cdot 2^{2s+1} \cdot s!(s+1)! \quad (23)$$

여기서 E_{s+1} 은 입력 반송파의 수와 진폭이 바뀔때마다 달리 규정되는 함수이므로, Power Series 전개방식은 프로그램을 일반화하기에는 어려운 방법이 된다.

다음은 [8] 에서 사용된 푸리에 급수 전개방식으로 식(24)와 같다.

$$G(\rho) \cdot \text{Exp}[jF(\rho)] = \sum_{s=1}^L a_s \cdot \sin(2\pi s D \rho) \quad (24)$$

식(24)를 식(19)에 대입하여 정리하면 혼변조적의 진폭은 다음과 같다.

$$M(k_1, k_2, \dots, k_N) = \sum_{s=1}^L \int_0^{2\pi} \prod_{i=1}^N J_{k_i}(A_i \cdot 2\pi s D \cdot \sin \theta) + \frac{2\pi s D \cdot \sin \theta}{2} \cdot \left[\sum_{i=1}^N \langle J_{k_i}(A_i \cdot 2\pi s D \cdot \sin \theta) \rangle - \langle J_{k_{s+1}}(A_{s+1} \cdot 2\pi s D \cdot \sin \theta) \rangle \right] d\theta \quad (25)$$

다음은 [9] 에서 사용된 Bessel 함수 전개방식으로 식(26)과 같다.

$$G(\rho) \cdot \text{Exp}[jF(\rho)] = \sum_{s=1}^L b_s \cdot J_1(\alpha \cdot s \cdot \rho) \quad (26)$$

여기서 α : 최적의 근사화를 위한 임의의 실수, b_s : 복소계수이다.

식(26)과 같이 Bessel 함수로 비선형소자를 모델하면 식(27)에 나타낸 공식을 이용하여 식(28)과 같이 혼변조적의 진폭식을 간단화할 수 있다.

$$\int_0^{\infty} G(\gamma) d\gamma \int_0^{\infty} \rho J_1(B\rho) J_1(\gamma\rho) d\rho = \frac{G(B)}{B} \quad (27)$$

$$M(k_1, k_2, \dots, k_N) = \sum_{s=1}^L b_s \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \langle \prod_{i=1}^N J_{k_i}(A_i \gamma) \rangle \cdot \rho \cdot J_1(\alpha s \rho) \cdot J_1(\gamma \rho) d\rho d\gamma = \sum_{s=1}^L b_s \cdot \prod_{i=1}^N J_{k_i}(\alpha s \rho) \quad (28)$$

식(20), 식(21), 식(23), 식(25), 식(28)로 부터 Fuenzalida 및 Shimbo의 Bessel 함수 근사화를 이용한 혼변조적의 산출방식이 가장 효과적임을 알 수 있다.

Ⅲ. 수식 적용에 대한 예

3장에서는, 2장에서 해석된 식(28)을 이용하여 혼변조적의 전력 및 주파수를 결정하는 방식을 보이고, 혼변조적의 전력 스펙트럼 결정에 관하여 언급한다.

<예제 1> 주파수가 각각 $\omega_1=100$ [MHz], $\omega_2=150$ [MHz], $\omega_3=170$ [MHz] 인 3개의 반송파가 TWTA에 입력된 경우의 혼변조적의 전력과 주파수를 결정해 본다.

먼저 식(12)로 주어지며 혼변조적의 주파수성분들 중에서 식(13)의 조건을 만족하는 k_1, k_2, k_3 의 조합 형태를 결정하여야 한다. 이 조합형태들 중에서 몇몇 경우에 대한 조합형태를 표(1)에 나타내었으며 그림(2)는 반송파와 혼변조적의 주파수위치를 보이기 위한 그림이다.

표 1. 식 (13)의 조건을 만족하는 k_i 정수 조합
Table 1. k_i combinations to satisfy the condition of Equation (13).

경우	조합형태	혼변조적의 주파수	혼변조적의 전력
A	$k_1=1, k_2=1, k_3=-1$	$\omega_x = 80[\text{MHz}]$	$1/2 M(1, 1, -1) ^2$
B	$k_1=1, k_2=-1, k_3=1$	$\omega_x = 120[\text{MHz}]$	$1/2 M(1, -1, 1) ^2$
C	$k_1=-1, k_2=1, k_3=1$	$\omega_x = 220[\text{MHz}]$	$1/2 M(-1, 1, 1) ^2$
D	$k_1=-1, k_2=0, k_3=2$	$\omega_x = 240[\text{MHz}]$	$1/2 M(-1, 0, 2) ^2$
E	$k_1=-1, k_2=2, k_3=0$	$\omega_x = 200[\text{MHz}]$	$1/2 M(-1, 2, 0) ^2$
F	$k_1=2, k_2=-1, k_3=0$	$\omega_x = 50[\text{MHz}]$	$1/2 M(2, -1, 0) ^2$
G	$k_1=0, k_2=2, k_3=-1$	$\omega_x = 130[\text{MHz}]$	$1/2 M(0, 2, -1) ^2$

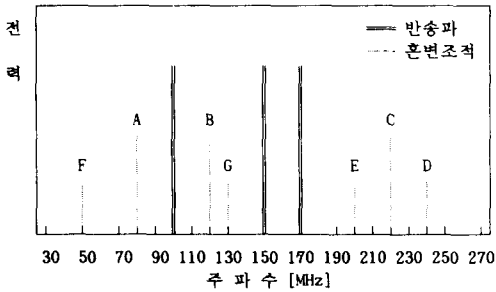


그림 2. 반송파와 혼변조적의 주파수위치
Fig. 2. Frequency of carriers and IMPs.

표(1)의 경우 A에 대한 혼변조적의 전력은, $L = 4$ 라 가정하면 표(3)에 예시된 형태로 결정 가능하다.

표 3. 혼변조적의 전력을 결정하는 방법
Table 3. An example for how to determine the power of IMPs.

$1/2 M(1, 1, -1)^2 = (\text{실수부}^2 + \text{허수부}^2)/2$
실수부 = $b_{11} \cdot J_1(\alpha 1A_1) \cdot J_1(\alpha 1A_2) \cdot J_1(\alpha 1A_3) +$ $b_{21} \cdot J_1(\alpha 2A_1) \cdot J_1(\alpha 2A_2) \cdot J_1(\alpha 2A_3) +$ $b_{31} \cdot J_1(\alpha 3A_1) \cdot J_1(\alpha 3A_2) \cdot J_1(\alpha 3A_3) +$ $b_{41} \cdot J_1(\alpha 4A_1) \cdot J_1(\alpha 4A_2) \cdot J_1(\alpha 4A_3)$
허수부 = $b_{11} \cdot J_1(\alpha 1A_1) \cdot J_1(\alpha 1A_2) \cdot J_1(\alpha 1A_3) +$ $b_{21} \cdot J_1(\alpha 2A_1) \cdot J_1(\alpha 2A_2) \cdot J_1(\alpha 2A_3) +$ $b_{31} \cdot J_1(\alpha 3A_1) \cdot J_1(\alpha 3A_2) \cdot J_1(\alpha 3A_3) +$ $b_{41} \cdot J_1(\alpha 4A_1) \cdot J_1(\alpha 4A_2) \cdot J_1(\alpha 4A_3)$

여기서 $J_k(X) = (-1)^k J_k(X)$ 와 같다.

변조된 반송파들에 의한 혼변조 효과를 고려할 경우에는 혼변조적의 주파수, 전력뿐만 아니라 혼변조적의 스펙트럼을 추가해서 결정하여야 한다. i 번째 반송파에 대한 기저대역 신호의 전력스펙트럼을 $S_i(f)$ 라 하면 혼변조적의 전력스펙트럼 $\gamma_x(f)$ 은 식(29)와 같이 해당하는 혼변조적을 발생시키는데 연루된 입력 반송파들의 전력스펙트럼에 대한 컨볼루션으로 구할 수 있다.

$$\gamma_x(f) = \gamma_{1,k_1}(f) * \gamma_{2,k_2}(f) * \dots * \gamma_{i,k_i}(f) \quad (29)$$

여기서 * : 컨볼루션, γ_{i,k_i} : $S_i(f)$ 를 k_i 번 컨볼루션한 전력스펙트럼이다.

반송파 신호들의 전력스펙트럼 형상을 가우시안으로 가정할 때, 가우시안 형상들에 대한 컨볼루션의 결과 역시 가우시안 형상이므로, 식(30)을 이용하여 혼변조적의 전력스펙트럼은 결정할 수 있다. 여기서 σ_x^2 는 식(31)로 규정된다.

$$T(f) = \frac{P_{IM}}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} \text{Exp}\left[-f^2/(2\sigma_x^2)\right] \quad (30)$$

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^N (k_i \cdot \sigma_i)^2 \quad (31)$$

여기서 σ_i 는 i 번째 반송파의 가우시안 형상 스펙트럼에 대한 표준편차이다.

〈예제 2〉 주파수가 각각 $\omega_1=100$ [MHz], $\omega_2=120$ [MHz] 인 2개의 반송파가 TWTA에 입력된 경우, 각 반송파의 가우시안 형상에 대한 표준편차를 $\sigma_1=40$ [KHz], $\sigma_2=80$ [KHz]라 가정하여 5차 Sepecific 혼변조적의 전력스펙트럼을 결정해 본다.

먼저 식(13)의 조건을 만족하는 k_i 의 조합형태는 ($k_1=3, k_2=2$)와 ($k_1=2, k_2=3$)인 두 경우가 존재하므로, 각각에 대한 주파수 및 표준편차를 구하면 다음과 같다.

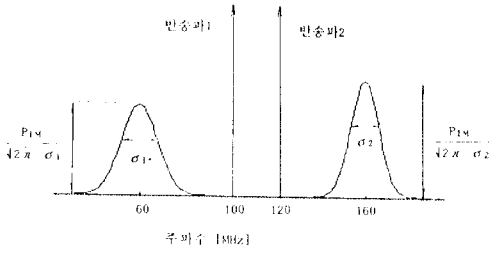
$$\omega_{11} = 3\omega_1 - 2\omega_2 = 60[\text{MHz}]$$

$$\omega_{12} = -2\omega_1 + 3\omega_2 = 160[\text{MHz}]$$

$$\sigma_{11} = \sqrt{k_1\sigma_1^2 + k_2\sigma_2^2} = \sqrt{4 \cdot 4^2 + 9 \cdot 8^2} = \sqrt{64.0}[\text{MHz}]$$

$$\sigma_{12} = \sqrt{k_2\sigma_1^2 + k_1\sigma_2^2} = \sqrt{9 \cdot 4^2 + 4 \cdot 8^2} = \sqrt{38.2}[\text{MHz}]$$

따라서 식(30)과 식(31)을 이용하여 그림(3)에 예시된 형태로 혼변조적의 전력스펙트럼을 결정할 수 있다.



여기서 $P_{IM} = M(3, 2) = M(2, 3)$ 이다.

그림 3. 혼변조적의 스펙트럼을 결정하는 예
Fig. 3. An Example to determine the spectrum of IMPs.

IV. 혼변조적 산출시간의 단축방법

가. LS(Least Square)에 의한 근사화 방법

문헌 [9]에서는 Fletcher-Powell 방법을 이용하여 TWTA의 비선형 특성을 베셀함수로 모델링하였지만 본 논문에서는 빠른 시간내에 매우 정확하게 근사화할 수 있는 LS 방법을 소개한다. 단일 반송파를 이용하여 실제의 TWTA에서 N개의 입력레벨에 대하여 측정된 AM/AM, AM/PM 특성을 각각 G_i, F_i 라 하면 식(26)은 다음과 같은 Quadrature Form으로 변환하여 쓸수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N G_i \cdot \cos(F_i) &= \sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^L bsr \cdot J_s(\alpha \cdot s \cdot i) : P \text{ 성분} \\ \sum_{i=1}^N G_i \cdot \sin(F_i) &= \sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^L bsi \cdot J_s(\alpha \cdot s \cdot i) : Q \text{ 성분} \end{aligned} \quad (32)$$

식(32)의 정현성분을 전개하면 식(33)과 같다.

$$\left. \begin{aligned} J_1(1a\rho_1)b_{11} + J_1(1a\rho_1)b_{12} + \dots + J_1(1a\rho_1)b_{1n} &= G(\rho_1)\cos[F(\rho_1)] \\ J_1(1a\rho_1)b_{11} + J_1(1a\rho_1)b_{12} + \dots + J_1(1a\rho_1)b_{1n} &= G(\rho_1)\cos[F(\rho_1)] \\ \vdots & \vdots \\ J_1(1a\rho_1)b_{11} + J_1(1a\rho_1)b_{12} + \dots + J_1(1a\rho_1)b_{1n} &= G(\rho_1)\cos[F(\rho_1)] \end{aligned} \right\} (33)$$

여기서 $J_1(\alpha \rho)$ 을 a_{in} 로, $G(\rho) \cos [F(\rho)]$ 를 b_i 로, 그리고 Bessel 계수 b_{in} 을 x_i 로 표기하면 식(34)로 일반화시킬 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \right\} (34)$$

따라서, 모델링 에러 E는 식(35)과 같이 쓸수 있다.

$$E = \sum_{i=1}^N e_i^2 = \sum_{i=1}^N (a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \dots + a_{in}x_n - b_i)^2 \quad (35)$$

식(35)의 E는 $\frac{\partial E}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial E}{\partial x_2} = 0, \dots, \frac{\partial E}{\partial x_n} = 0$ 일때 최소화되므로, 각 계수에 대하여 편미분하고 이를 정리하면 식(36)을 얻을 수 있다.

$$x_1 \sum_{i=1}^N a_{ij}a_{i1} + x_2 \sum_{i=1}^N a_{ij}a_{i2} + \dots + x_n \sum_{i=1}^N a_{ij}a_{in} = x_i \sum_{i=1}^N a_{ij}b_i, (j=1,2,\dots,L) \quad (36)$$

식(36)을 행렬식으로 표현하면 식(37)과 같다.

$$(A^T A) \cdot x = A^T b \quad (37)$$

$$A = [a_{ij}] (i=1,2,\dots,N), (j=1,2,\dots,L)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

단, $A^T A$ 는 Nonsingular이어야 한다.

따라서 구하고자 하는 Bessel 계수는 식(38)을 이용하여 결정할 수 있다.

$$X = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (38)$$

LS에 의한 근사화에서는 식(38)의 행렬계산만을 수행하여 Bessel 계수를 구하므로 수행시간이 매우 짧다. 실제로 PC-486을 이용한 경우, 문헌 [9]에 주어진 방식과 유사한 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)방식을 적용하여 근사화하는 데에 여러시간이 소요된 반면, LS 방법을 적용했을 경우에는 10초 이내에 근사화가 가능하였다. 문헌 [10]에 주어진 실측 데이터를 이용하여 LS 방법으로 TWTA를 근사화한 결과를 그림(4)에 제시하였다.

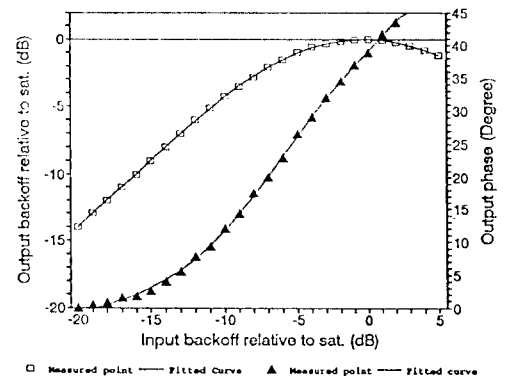


그림 4. LS에 의한 TWTA의 근사화 결과
Fig. 4. Curve fitting result by LS method.

그림(4)에서 알수 있듯이, 본 논문에서 새로이 적용한 LS 방법은 AM/AM 뿐만아니라 AM/PM 특성을 매우 정확하게 근사화할 수 있다. 따라서 정확성과 수행시간의 측면에서 LS에 의한 근사화 방식이 바람직하다 하겠다.

나. 참조표(Look-Up Table)에 의한 혼변조적 산출

2장에서 살펴본 바와 같이 발생가능한 혼변조적의 수는 매우 많은데 혼변조적의 성분이 바뀔때 마다 이에 연루되는 반송파들도 바뀌게된다. 연루되는 반송파들이 바뀔때 마다 매번 식(28)을 계산하게 되면 혼변조적 산출에 소요되는 시간을 단축할 수 없다. 시간단축을 위하여는, 주어진 반송파들에 의하여 발생하는 혼변조적의 전력을 사전에 결정하여 도표화하고, 연루되는 반송파들에 따른 혼변조적의 전력값을 도표에서 참조하도록 하여야 한다. 3차 혼변조적만을 고려할 경우, 참조표 작성법은 다음과 같다.

절차 1: 전력레벨의 수를 M이라 하면 i=1, M 까지 전력레벨의 값과 해당 전력레벨에 속하는 반송파의 수를 결정하여 각각 P(i), N(i)에 저장한다.

절차 2: 혼변조적 계산에 필요한 0차, 1차 그리고 2차의 Bessel 함수에 관련된 정보를 결정하여 다음과 같이 A0, A1, A2에 저장한다.

$$A0(i, j) = J_0(\alpha \cdot sP(i)) \quad [i = 1, M : j = 1, L]$$

$$A1(i, j) = J_1(\alpha \cdot sP(i)) \quad [i = 1, M : j = 1, L]$$

$$A2(i, j) = J_2(\alpha \cdot sP(i)) \quad [i = 1, M : j = 1, L]$$

M은 전력레벨의 수를, L은 Bessel 계수의 수를 의미한다.

절차 3: 아래와 같이 Dominant 성분(ki+kj-kk)과 Specific 성분(2ki-kk)에 대한 전력을 결정하여 E0, E1, E2에 저장한다.

$$E0 = (I1, I2) = \left\langle \left[\sum_{j=1}^L Val \cdot \beta r(j) \right]^2 + \left[\sum_{j=1}^L Val \cdot \beta i(j) \right]^2 \right\rangle \quad (39)$$

$$Val \prod_{i=1}^M A0(i, j)^2 \cdot A1(I1, j)^2 \cdot A1(I2, j)$$

여기서 S = N(i)이다. [단, i=I1 이면 S=N(i) 2, i=I2 이면 S=N(i)-1]

$$E1 = (I1, I2, I3) = \left\langle \left[\sum_{j=1}^L Val \cdot \beta r(j) \right]^2 + \left[\sum_{j=1}^L Val \cdot \beta i(j) \right]^2 \right\rangle \quad (40)$$

$$Val \prod_{i=1}^M A0(i, j)^2 \cdot A1(I1, j) \cdot A1(I2, j) \cdot A1(I3, j)$$

여기서 S = N(i)이다. [단, i=I1 또는 i=I2 또는 i=I3 이면 S=N(i)-1]

$$E1 = (I1, I2) = \left\langle \left[\sum_{j=1}^L Val \cdot \beta r(j) \right]^2 + \left[\sum_{j=1}^L Val \cdot \beta i(j) \right]^2 \right\rangle \quad (41)$$

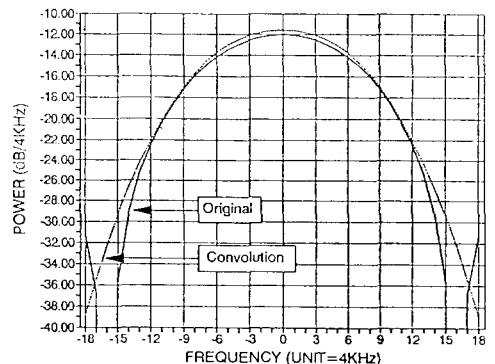
$$Val \prod_{i=1}^M A0(i, j)^2 \cdot A1(I1, j) \cdot A1(I2, j)$$

여기서 S = N(i)이다. [단, i=I1 또는 i=I2 이면 S=N(i)-1]

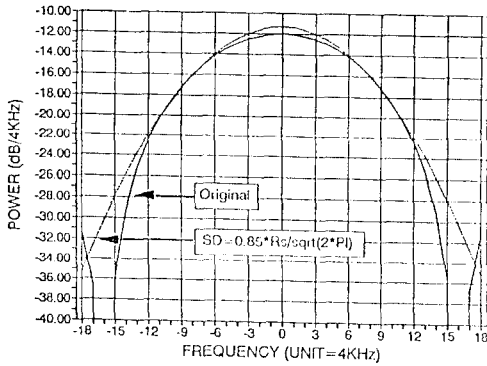
Dominant 성분의 혼변조적 전력은, 연루된 세계의 반송파들의 전력레벨이 P(I1), P(I1), P(I2)일 경우에는 E1(I1, I2)를 참조하여 결정할 수 있고, 연루된 세계의 반송파들의 전력레벨이 P(I1), P(I2), P(I3)일 경우에는 E1(I1, I2, I3)를 참조하여 결정할 수 있다. 또한, Specific 성분의 혼변조적 전력은 E(I1, I2)를 참조하면 결정가능 하다. PC-486을 이용하여 40개의 반송파들에 의한 혼변조적을 산출해본 결과, 참조표없이 직접 계산한 경우에는 2시간 30분 정도 시간이 소요되었지만 참조표에 의거하여 계산한 경우에는 33분 정도 시간이 소요되었다.

다. 가우시안 형상을 이용한 PSK변조 신호의 스펙트럼 묘사

문헌 [9]에서는 $\sigma^2 = 0.274 \cdot R$ 인 가우시안 형상과 폭이 $0.826 \cdot R$ 인 Rectangular 형상을 컨볼루션하여 구한 형상을 PSK변조 신호의 스펙트럼 형상으로 근사화하였다. 여기서 R은 PSK 신호의 심볼레이트(Symbol Rate)를 의미한다. 문헌 [9]의 근사화 방법을 따를 경우에는, PSK 반송파가 연루된 혼변조적의 스펙트럼을 결정하기 위하여 몇번의 컨볼루션을 수행하여야 하므로 수행시간이 길어지게 된다. 따라서 본 논문에서는 상기의 번거로움을 해결할 수 있도록, $\sigma^2 = 0.85 \cdot R / \sqrt{2\pi}$ 인 가우시안 형상을 이용하여



(a) 컨볼루션에 의한 스펙트럼 형상



(b) 제안한 방식에 의한 스펙트럼 형상

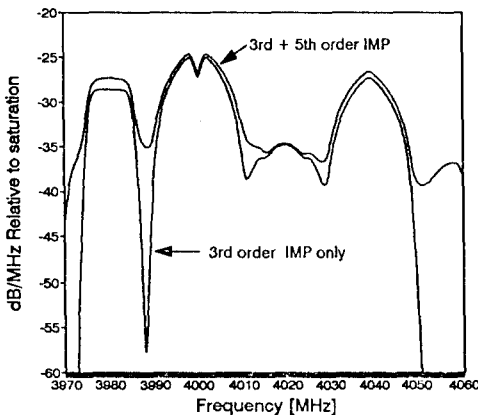
그림 5. PSK변조 신호의 근사화된 스펙트럼
Fig. 5. Approximated spectral shape of PSK modulated carriers.

PSK변조 신호의 스펙트럼을 묘사하는 방법을 제안하였다. 그림(5)에 컨볼루션 및 제안한 방법에 의한 스펙트럼 형상을 나타내었다.

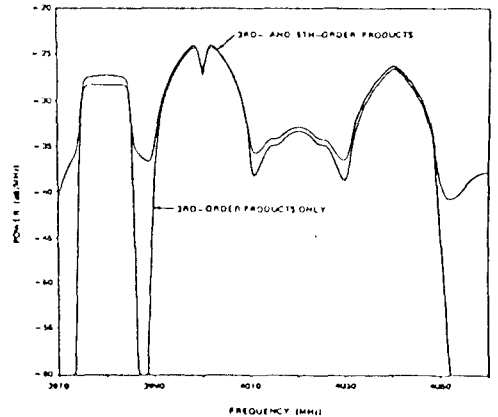
제안한 방식에 의한 스펙트럼 형상은 컨볼루션에 의한 스펙트럼과 거의 같기 때문에, 제안한 방식으로 PSK변조 신호를 묘사하여 혼변조적의 스펙트럼 결정과정을 단순화하면 수행시간을 단축시킬 수 있다.

V. 혼변조적의 산출결과

문헌 [9] 의 결과 및 본 연구의 혼변조적 산출결과를 그림(6)에 나타내었다.



(a) - 본 프로그램의 결과 -

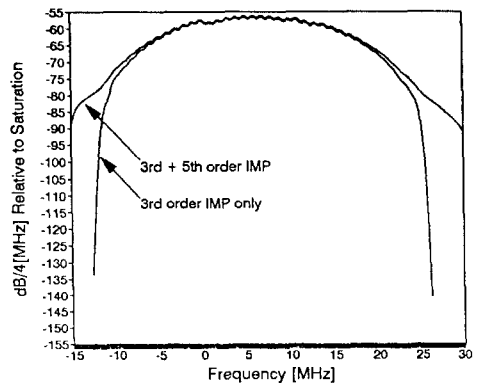


(b) Fuenzalida와 Shimbo의 연구 결과 -

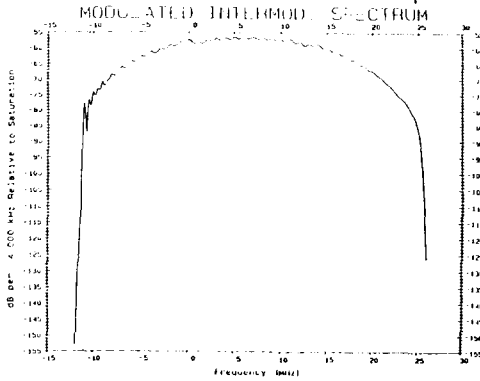
그림 6. 혼변조적 산출결과에 의 예 (1)
Fig. 6. IMPs generated by 10 equal carriers and a single carrier.

그리고, 문헌 [10] 의 결과와 본 연구에서 구한 혼변조적의 산출결과를 그림(7)에 나타내었다.

혼변조적 산출시간을 단축하기 위하여 새로 소개한 세가지 방법들을 적용하여 구한 결과는, 기존의 결과들과 매우 잘 일치함을 그림(6), 그림(7)로 부터 알 수 있다. 한편, LS 방법을 적용하면 10초 이내에 TWTA의 근사화가 가능하고 또 PSK신호의 스펙트럼을 가우시안 형상으로 근사화하면 컨볼루션에 소요되는 시간이 단축되기때문에, 혼변조적 산출시간의 측면에서 볼때 본 논문에서 제안한 방법들은 큰 의미를 지닌다할 수 있다.



(a) - 본 프로그램의 결과 -



(b) - Telesat의 상용 S/W 결과 -

그림 7. 혼변조적 산출결과의 예 (II)
Fig. 7. IMPs generated by 10 equal carriers and other 5 equal carriers.

VI. 결론

본 논문에서는, 위성중계기의 비선형성에 의하여 발생하는 혼변조적에 대한 수학적 해석과정을 제시하였으며 혼변조적 산출방법들을 비교분석하였다. 비교결과, Bessel 함수로 TWTA의 비선형성을 근사화하여 혼변조적을 산출하는 것이 가장 효과적임을 알 수 있었다. 또한 혼변조적의 산출시간을 단축시키는 방법론들을 제시하여 성능을 평가하였다. 새로 소개한 LS에 의한 근사화 방법은 수행시간이나 정확성의 측면에서 뛰어난 성능을 보였으며, 참조표 작성을 통하여 혼변조적 산출시간을 단축하는 것이 바람직함을 알 수 있었다. 또한, PSK변조 신호의 스펙트럼 형상을 $\sigma^2 = 0.85 \cdot R / \sqrt{2\pi}$ 인 가우시안으로 근사화하면, 컨볼루션을 수행하지 않고서도 효과적으로 혼변조적의 스펙트럼을 결정할 수 있음을 보였다.

본 논문에서의 연구결과들은, 비선형성을 포함하는 다른 통신 시스템에서의 혼변조 효과분석에도 그대로 적용될 수 있을 것으로 사료된다. 차후, 본 연구를 바탕으로하여 혼변조적의 최소화 방안들을 연구해 볼 계획이다.

감사의 글

본 연구는 1991년~1992년도 한국전자통신연구소

위성통신기술본부 위탁과제 연구비 지원에 의하여 수행되었음을 감사드립니다.

參考文獻

- [1] J.J.Spilker, Digital Communication by Satellite, Englewood Cliff, NJ: Prentice Hall 1977.
- [2] X. T. Vuong, et. al., "Some Practical Strategies for Reducing Intermodulation in Satellite Communications," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, September, 1988.
- [3] A. A. M. Saleh, "Frequency independent and frequency dependent nonlinear models of TWT amplifiers," IEEE Trans. on Comm., vol. COM-29, November 1981.
- [4] G.R.Stette, "Calculation of intermodulation from a single carrier amplitude characteristic," IEEE Trans. on Comm., vol. COM 22, March 1974.
- [5] A.A.Guida, "TWT Equal Carrier Intermodulation Calculations" IEEE Trans. on Comm., vol. COM-34, October 1986.
- [6] R. F. Pawula, et. al., "Intermodulation distortion in frequency multiplexed satellite repeaters," Proceedings of IEEE, vol. 59, Feb. 1971.
- [7] O.Shimbo, Transmission analysis on communication system, vol. 2, Computer Science Press, 1988.
- [8] A. R. Kaye, "Analysis and Compensation of Bandpass Nonlinearities for Communications," IEEE Trans. Commun., Oct. 1972.
- [9] J.C.Fuenzalida and O.Shimbo, "Time Domain Analysis of Intermodulation Effects Caused by Nonlinear Amplifiers," COMSAT Technical Review, Spring 1973.
- [10] Telesat IMSHI Internal Report

著 者 紹 介



黃寅寬(正會員)

1955年 10月 9日生. 1979年 2月 아주대학교 전자공학과(공학사). 1987年 6月 Polytechnic University (New York) 전기공학과(공학석사). 1990年 6月 Polytechnic University (New York) 전기공학과(공학박사). 1982년12월 ~ 현재 한국전자통신연구소 (ETRI) 재직. 주관심분야는 통신시스템, 특히 위성통신 시스템의 최적설계 및 최적 운용 기법 등임.



高晟燦(正會員)

1964年 7月 26日生. 1987年 2月 성균관대학교 전자공학과 (공학사). 1989年 2月 성균관대학교 대학원 전자공학과 (공학석사). 1993年 2月 성균관대학교 대학원 전자공학과 (공학박사). 1993年 3月 ~ 현재 한국전자통신연구소 (ETRI) 선임연구원. 주관심분야는 위성망설계, 위성링크 모델링 및 분석, 최적화이론 등임.



崔炯辰(正會員)

1952年 8月 30日生. 1974年 2月 서울대학교 전자공학과 졸업(학사). 1976年 2月 한국과학기술원 전기 전자공학과 졸업(석사). 1976年 3月 ~ 1979年 7月 주식회사 금성사 중앙연구소 근무(연구원). 1979年 9月 ~ 1982年 12月 미국 University of Southern California 전기공학과 박사(Ph.D). 1982年 10月 ~ 1989年 2月 미국 Lin Com Corp. 연구원으로 근무. 1989年 3月 ~ 현재 성균관대학교 전자공학과 근무(부교수). 주관심분야는 디지털 통신, 무선통신, 이동통신, 위성통신 및 동기화이론을 포함한 Modem 기술 등임.