

## 유연한 로봇 매니퓰레이터의 적응제어

## (Adaptive Control of A One-Link Flexible Robot Manipulator)

朴正一\*, 朴鍾國\*

(Jeong Il Park and Chong Guk Park)

## 要約

본 논문은 유연한 단일링크를 가지는 로봇 매니퓰레이터의 적응제어방법을 다루었다. 예측 및 추정모델로서 ARMA모델을 이용하였으며, 적응제어기법은 매개변수 추정부와 적응제어기로 구성하였다. 매개변수 추정부는 순환최소자승알고리즘을 이용하여 ARMA모델의 매개변수들을 추정하여 시스템의 예측출력값을 발생시킨다. 또한 효율적인 추정을 위해 가변망각인자를 도입하였다. 적응제어기는 기준모델과 오차동역학모델, 최소예측오차제어기로 구성하였다. 최적입력값은 입력토크와 연속입력토크차 그리고 예측출력과 기준출력사이의 오차를 최소화함으로써 얻어진다.

## Abstract

This paper deals with adaptive control method of a robot manipulator with one-flexible link. ARMA model is used as a prediction and estimation model, and adaptive control scheme consists of parameter estimation part and adaptive controller. Parameter estimation part estimates ARMA model's coefficients by using recursive least-squares(RLS) algorithm and generates the predicted output. Variable forgetting factor(VFF) is introduced to achieve an efficient estimation, and adaptive controller consists of reference model, error dynamics model and minimum prediction error controller. An optimal input is obtained by minimizing input torque, its successive input change and the error between the predicted output and the reference output.

## 1. 서론

최근의 산업용 로봇트는 생산성향상을 위해 신속한 동작과 높은 정밀도, 에너지의 효율성을 요구하고 있다. 그러나 대부분의 산업용 로봇트들은 반복작업과 정밀한 위치선정을 위해 무겁고 단단하게 제작되고

있다. 이로 인해 산업용 로봇트에는 크고 강력한 구동기가 필요하게 되었으며 에너지의 소모도 증가하게 되었다.

최근에는 이러한 문제점들을 해결하기 위해 가볍고 무게가 얇은 링크를 갖는 유연한 로봇 매니퓰레이터에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.<sup>[1, 2, 3, 4]</sup> 유연한 로봇 매니퓰레이터는 그 경량성으로 인하여 고속동작이 가능하며 에너지의 효율성과 안전성이 증대된다. 그러나 링크는 그 유연성으로 인해 동작시 진동(vibration)을 일으키므로 정밀한 위치제어를 위해서는 진동을 제어해야만 한다. 이를 위해서는 보다

\* 正會員, 慶熙大學校 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., Kyunghee univ.)  
接受日字: 1992年 6月 10日

정밀한 동력학 방정식과 효율적인 제어알고리즘이 필요하게 된다. Cannon과 Schmitz<sup>[1]</sup>, Hastings와 Book<sup>[5]</sup>는 유연한 팔에 최적제어를 적용하여 그 유용성을 입증하였다. 그러나 선형최적제어나 선형귀환 제어는 한정된 선형영역에서만 강건하므로 예측하지 못한 큰 외란이 발생하였을 경우, 시스템은 외란에 민감하게 될 것이다. 따라서 시스템의 환경이 미지이거나 불확실한 경우에는 이에 대처할 수 있도록 시스템의 매개변수를 조정해줄 필요가 있을 것이다.

본 논문에서는 가정모드(assumed mode)법과 Lagrange 방정식을 이용하여 동력학 방정식을 구성하였으며 제어기는 매개변수 추정부와 적응제어기로 구성하였다. 매개변수 추정부는 순환최소자승알고리즘을 이용하여 ARMA 예측모델의 미지의 매개변수를 추정하며, 구성된 ARMA모델은 시스템의 예측출력값을 발생시킨다. 또한 효율적인 추정을 이루도록 가변망각인자(variable forgetting factor, VFF)를 도입하였다. 적응제어기는 기준모델(reference model)과 오차동역학모델(error dynamics model), 최소예측오차제어기(minimum prediction error controller)로 구성하였다. 기준모델은 시스템이 추종할 최적화된 기준 궤적을 생성하며 오차동역학모델은 시스템이 기준모델의 기준궤적을 추적할 수 있도록 추적오차를 감소시켜준다. 최소예측오차제어기는 최적화된 입력토크를 발생시킴으로써 시스템이 기준궤적을 추적할 수 있도록 하는데, 최적입력값은 입력토크와 연속입력토크차 그리고 ARMA모델에서 얻어진 예측출력과 기준출력사이의 오차를 최소화함으로써 얻어진다. 본 논문에서 제시된 제어알고리즘의 효율성을 입증하기 위하여 모의실험을 실행하여 그 결과를 제시하였다.

II. 동역학 모델의 수학적 표현

그림 1은 단일링크 유연성 매니퓰레이터를 나타낸 것이다.

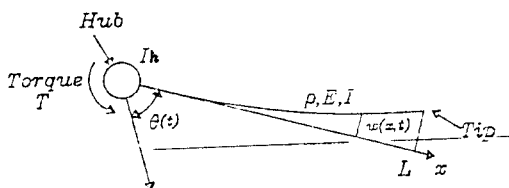


그림 1. 단일링크 유연성 매니퓰레이터  
Fig. 1. An one-link flexible manipulator.

OXY는 기준좌표계(reference coordinate)를, oxy는 관절좌표계를 나타낸다. L, rho, I, E는 각각 링크의 길이, 질량밀도, 관성모멘트 및 탄성계수를 나타낸다. 링크는 가늘고 긴 균일한 Bernouli-Euler 보이며 회전관성과 전단변형은 무시할 수 있고 굴절의 크기는 작다고 (<0.1L)<sup>[5]</sup> 가정한다.

링크의 임의의 점의 위치 R는 식(2-1)과 같이 표현할 수 있다.

$$R = xi + w(x, t)j \tag{2a}$$

i, j는 각각 x, y방향으로의 단위벡터이다.

이때 링크의 횡굴절(transverse deflection) w(x, t)는 시간함수와 공간함수의 곱의 무한급수로 나타낼 수 있다. 즉

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_i(\xi) \delta_i(t) \tag{2b}$$

여기서  $\Phi_i$ 는 진동모드함수이며  $\delta_i$ 는 i번째 모드의 시변진폭을 나타내고 n은 모드의 수(mode number)를,  $\xi=x/L$ 이다. 일반적으로 유연성 시스템의 3차 이상의 고차모드의 크기는 1차모드의 크기에 비하여 대단히 작으므로 모드 수는 2차모드로 하여도 시스템을 충분히 정확히 분석할 수 있다.<sup>[4]</sup>

링크의 운동에너지와 위치에너지는 다음과 같다.

$$K.E = 1/2 \int \left[ \sum \Phi_i(\xi) \frac{d\delta_i(t)}{dt} \sum \Phi_j(\xi) \frac{d\delta_j(t)}{dt} + 2\theta L \xi \sum \Phi_i(\xi) \frac{d\delta_i(t)}{dt} + \theta^2 (L\xi)^2 \sum \Phi_i(\xi) \delta_i(t) \sum \Phi_j(\xi) \delta_j(t) \right] dm \tag{2c}$$

$$P.E = 1/2 EI \int \left[ \sum \frac{d^2 \Phi_i(x)}{dx^2} d\delta_i(t) \sum \frac{d^2 \Phi_j(x)}{dx^2} \delta_j(t) dx \right] \tag{2d}$$

진동모드함수는 직교함수이므로 직교성을 이용하여<sup>[6]</sup> 식(2d)를 식(2e)와 같이 표현할 수 있다.

$$P.E = 1/2 (EI / L^3) \int \sum \left[ \frac{d^2 \Phi_i(\xi)}{d\xi^2} \right] \delta_i^2(\xi) d\xi \tag{2e}$$

여기서 모드강성도(modal stiffness)  $K_i$ 와 모드질량모멘트  $W_i$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$K_i = 1/2 (EI / L^3) \sum \delta_i^2(t) \int \left[ \frac{d^2 \Phi_i(\xi)}{d\xi^2} \right]^2 d\xi \tag{2f}$$

$$W_i = \rho A_b^2 \sum \delta_i(t) \int \xi \Phi_i(\xi) d\xi \tag{2g}$$

식(2f), (2g)을 식(2c)에 대입하면

$$K.E = 1/2\theta^2 [J_0 + J_p + J_s + M_p L^2] + \theta \sum \frac{d\delta_i(t)}{dt} [W_i + LM_i \Phi(\xi) + LJ_i \Phi(\xi)] + 1/2 \sum \left[ \frac{d\delta_i(t)}{dt} \right]^2 \quad (2h)$$

Lagrange방정식을 이용하여 동력학 방정식을 구한다음 상태공간표현방법으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_x B_u \\ y &= C_x \end{aligned} \quad (2i)$$

여기서

$$X = [\theta, \delta_1(t), \delta_2(t), \dots, \delta_n(t), \dot{\theta}, \dot{\delta}_1(t), \dot{\delta}_2(t), \dots, \dot{\delta}_n(t)]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M^{-1}K & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}Q \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots]$$

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \dots & \dots \\ m_{21} & 1 & 0 & \dots & \dots \\ m_{31} & 1 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$m_{11} = J_0 + M_p L^2 + J_p + J_p$$

$$m_{12} = M_p L \Phi_1(\xi) + W_1 + J_p (d\Phi_1(\xi) / d\xi)$$

$$m_{13} = M_p L \Phi_2(\xi) + W_2 + J_p (d\Phi_2(\xi) / d\xi)$$

$$m_{21} = M_p L \Phi_1(\xi) + W_1 + J_p (d\Phi_1(\xi) / d\xi)$$

$$m_{31} = M_p L \Phi_2(\xi) + W_2 + J_p (d\Phi_2(\xi) / d\xi)$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & K_1 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & K_2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 1 \\ d\Phi_2(0) / d\xi \\ d\Phi_2(0) / d\xi \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

### III. 매개변수추정부

본 논문에서 ARMA모델은 예측모델로 사용된다. 매개변수추정부는 순환최소자승알고리즘을 이용하여 ARMA모델의 미지의 매개변수를 추정한다. 이때 매개변수추정은 계산시간의 단축과 효율성을 위하여 순환적으로(recusively) 이루어지며 가변망각인자를 도입하였다. ARMA모델의 출력값(시스템의 예측값)은 최적제어입력토크를 구하는데 이용된다.

#### 1. ARMA예측모델

선형시불변시스템의 입·출력관계는 식(3a)과 같이

표현할 수있다. [7]

$$y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + \dots + a_n y(t-n) = b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + \dots + b_n u(t-n) \quad (3a)$$

여기서 y(t)는 출력을, u(t)는 입력을 나타낸다. 이와같은 시스템의 입·출력관계를ARMA(Autoregressive Moving Average)모델이라 하며, 비선형시스템모델을 선형시변시스템모델로 나타낼 수있다. 식(3a)를 정리하여 식(3b)로 나타낼 수있다.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n_a} \hat{a}_i(t) y(t-i) + \sum_{i=1}^{n_b} \hat{B}_i(t) u(t-i) = \phi^T(t-1) \Psi(t-1) \quad (3b)$$

여기서

$$\phi^T(t-1) = \begin{bmatrix} Y_1(t-1) & W(t-1) & 0 & \dots & 0 \\ Y_2(t-1) & 0 & W(t-1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_k(t-1) & 0 & 0 & \dots & W(t-1) \end{bmatrix}$$

$$Y_i(t) = [y_i(t) y_i(t-1) \dots y_i(t-n_a)] \quad i = 1, 2, \dots, k$$

$$W(t) = [W_1(t) W_2(t) \dots W_r(t)]$$

$$W_r(t) = [u(t-1) u(t-2) \dots u(t-n_b)] \quad i = 1, 2, \dots, r$$

k는 측정치의 수를, r는 i번째 관절을 나타낸다. n<sub>a</sub>는 ARMA모델의 차수를 나타내는데 모델의 차수가 증가하면 추정치의 정확도는 증가하나 계산시간이 늘어나게 되며, 모델의 차수가 감소될 경우 계산시간은 단축되지만 추정치의 정확도는 줄어들게된다. 이에대해 시스템이 가관측(observable)할 경우 최적의 최소차수가 존재한다. [8]  $\Psi(t-1)$ 는 순환최소자승알고리즘을 이용하여 추정될 매개변수를 나타낸다.

식(3b)에서 보듯이 ARMA모델의 예측값 및 추정값은 시스템의 과거의 입·출력을 이용하여 구해질 수있다.

#### 2. 순환최소자승 알고리즘

순환최소자승 알고리즘은 과거의 입·출력을 이용하여 매개변수를 추정하는 방법으로써 추정매개변수는 식(3c)의 손실함수(cost function)를 최소화시킴으로써 얻어진다. [9]

$$V(\Psi) = \sum_{t=1}^N \lambda^{t-1} \|y(t) - \phi^T(t-1) \Psi(t-1)\|^2 \quad (3c)$$

여기서 λ는 가변망각인자(variable forgetting factor)이다. [10] 문제는 식(3c)을 최소화시키는 매개

변수  $\Psi$ 를 구하는 것이며, 추정된 매개변수는 다음과 같다.

$$\hat{\Psi}(t) = \left[ \sum \lambda^{t-1} \phi(t-1) \phi^T(t-1) \right]^{-1} \left[ \sum \lambda^{t-1} \phi(t-1) y(t) \right] \quad (3d)$$

$\phi \phi^T$ 가 비특이(nonsingular)할 경우, 공분산행렬(covariance matrix)  $P(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$P(t) = \sum \left[ \lambda^{t-1} \phi(t-1) \phi^T(t-1) \right]^{-1} \quad (3e)$$

식(3-5)에 행렬전환법칙(matrix inversion lemma)을 적용하면<sup>[9]</sup> 식(3f)을 얻을 수 있다.

$$P(t) = \lambda^{-1} \left[ P(t-1) - P(t-1) \phi(t-1) (\lambda I + \phi^T(t-1) P(t-1) \phi(t-1))^{-1} \phi^T(t-1) P(t-1) \right] \quad (3f)$$

여기서

$$K(t) = P(t-1) \phi(t-1) (\lambda I + \phi^T(t-1) P(t-1) \phi(t-1))^{-1} \quad (3g)$$

식(3f), (3g)을 이용하여 식(3d)를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Psi(t) &= \phi(t-1) + K(t) [y(t) - \phi^T(t-1) \Psi(t-1)] \\ K(t) &= P(t-1) \phi(t-1) [\lambda I + \phi^T(t-1) P(t-1) \phi(t-1)]^{-1} \\ P(t) &= \lambda^{-1} [I - K(t) \phi^T(t-1)] P(t-1) \\ P(0) &= P_0 I \end{aligned} \quad (3h)$$

여기서  $P_0$ 는  $P(t)$ 의 초기치로서 충분히 큰 값 ( $10^{20} - 10^{30}$ )을 선택하여 추정치가 초기치의 영향을 받지 않도록 하는 것이 바람직하다.  $I$ 는 적절한 차원을 갖는 항등행렬이다.

### 3. 가변망각인자

위에서 보듯이 ARMA예측모델은 미지의 매개변수를 갖게되며, 이 미지의 매개변수는 순환최소자승알고리즘을 이용하여 추정된다. 시스템이 정상상태에 접근함에 따라 매개변수는 참값으로 수렴하며 제어입력도 일정하게 되므로  $\phi(t)$ 도 일정하게 된다. 또한 식(3h)의 망각인자는 상수이므로 새로운 데이터에 대한 정보가 없어도 데이터는 지수함수적으로 망각되어 시간이 경과함에 따라 공분산행렬은 계속 증가하게 되는데 이러한 현상을 "blowing-up" 현상이라 한다. 따라서 매개변수의 추정은 외란에 민감하게 될 것이므로 이러한 현상을 방지하기 위해 가변망각인자(variable forgetting factor, VFF)를 도입한다.<sup>[10]</sup>

예측오차(predicted error)가 작을 경우 망각인자를 1로 고정시켜 측정치에 동일한 비중을 부여하도록 하며, 예측오차가 클 경우에는 망각인자를 1보다 작은 값을 취하게 함으로써 신속한 망각을 이루도록 하여 시스템이 외란에 민감하지 않도록 한다. 예측오차  $\epsilon(t)$ 는 시스템의 출력과 예측치 사이의 오차로 정의한다. 즉

$$\epsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t)$$

이에 대한 표현은 다음과 같다.

$$\lambda(t) = \begin{cases} 1 & \lambda(t) > 1 \\ 1 - \epsilon^T(t-1) [I - \Phi^T(t-1) K(t) \epsilon(t)] / V_0 & \lambda_{\min} < \lambda(t) \leq 1 \\ \lambda_{\min} & \lambda(t) < \lambda_{\min} \end{cases}$$

$\lambda_{\min}$ 은 가변망각인자의 최소치를 나타내며  $V_0$ 는 적응추정의 속도지정자(an indicator of the speed of the adaptive estimation)이다. 즉  $V_0$ 값에 따라 적응추정속도가 결정된다. 식(3h)의 망각인자는 상수로 고정되어 있으나, 위식에서 망각인자는 시변계수가 된다.

## IV. 적응제어기설계

### 1. 기준모델(Reference model)

기준모델은 시스템이 추종할 기준궤적(reference trajectory)을 생성한다. 2차 기준모델의 상태공간표현은 식(4a)와 같이 나타낼 수 있다.<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned} \dot{X}_r(\tau) &= A_r X_r(\tau) + B_r u_r(\tau) \\ y_r(\tau) &= C_r X_r(\tau) \end{aligned} \quad (4a)$$

여기서

$$\begin{aligned} X_r(\tau) &= \begin{bmatrix} y_r \\ \dot{y}_r \end{bmatrix}(\tau), \quad A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\omega\zeta \end{bmatrix} \\ B_r(\tau) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \omega^2 \end{bmatrix}, \quad C_r = [1, 0] \end{aligned} \quad (4b)$$

여기서  $\omega$ 는 비감쇠고유주파수(undamped natural frequency),  $\zeta$ 는 감쇠율(damping ratio)를 나타낸다. 식(4b)을 zero-order hold sampling과정을 거쳐 이산적으로 표현하면 식(4c)과 같다.<sup>[12]</sup>

$$X_r(t+1) = \Omega X_r(t) + \Gamma u_r(t) \quad (4c)$$

여기서

$$\Omega_r = \text{diag} \{ e^{A_r h} \}, \Gamma_r = [f e^{A_r h} dq B_r]$$

이때 식(4c)이 가관측(observable)하다면 식(4c)은 식(4d)와 같은 ARMA모델로 표현될 수 있다.<sup>[13]</sup>

$$A(q^{-1})y_r(t) = B(q^{-1})u_r(t) \quad (4d)$$

식(4d)는 다음과 같이 정리될 수있다.

$$y_r(t) = -\sum a_i^r y_r^r(t-i) + \sum B_i^r u_r(t-i) \quad (4e)$$

일반적으로 매니퓰레이터운동은 궤적설계에 의해 영향을 받으므로 시스템이 작동하는 동안 시스템의 손실함수를 최소로 유지시킬 수있는 궤적을 생성해야 한다.<sup>[14]</sup> 따라서 기준모델을 최적화시킬 필요가 있다. 기준상태오차를 식(4f)과 같이 정의한다.

$$z(t) = x_r(t) - x_d \quad (4f)$$

여기서  $x_r(t)$ 는 기준모델의 상태벡터를,  $x_d$ 는 목적상태벡터(desired state vector)을 나타낸다. 식(4f)를 식(4c)에 대입하여 식(4g)를 얻을 수있다.

$$z(t+1) = \Omega z(t) + \Gamma_r u_r(t) + (\Omega_r - I)x_d \quad (4g)$$

$\Gamma_r^T \Gamma_r$ 가 비특이(nonsingular)하다면 식(4h)를 만족하는 제어입력  $u_d$ 가 존재한다.

$$(\Omega_r - I)x_d = \Gamma_r u_d \quad (4h)$$

여기서

$$u_d = \Gamma_r^+ (\Omega_r - I)x_d$$

$\Gamma_r^+$ 는  $\Gamma_r$ 의 가역행렬(pseudo-inverse matrix)이다.<sup>[15]</sup> 식(4i)을 다음과 같이 정의한다.

$$v(t) = u_r(t) + u_d \quad (4i)$$

여기서  $u_r(t)$ 는 기준모델의 외부입력을 나타낸다. 식(4i)을 식(4g)에 대입하여 식(4j)을 얻을 수 있다.

$$z(t+1) = \Omega_r z(t) + \Gamma_r v(t) \quad (4j)$$

따라서 최소화시킬 손실함수는 다음과 같다.

$$J_r = 1/2 \sum [z^T(k) Q_r z(k) + v^T(k) R_r v(k)] \quad (4k)$$

여기서 하중행렬  $Q_r, R_r$ 는 대칭정정행렬(symmetric positive definite matrix)이다. 최적제한 이득  $F$ 는 위의 손실함수에 대한 Riccati 방정식의 해를 구함으로써 얻을 수있다.<sup>[16]</sup>

$$v(t) = -Fz(t) \quad (4l)$$

식(4l)을 식(4j)에 대입함으로써 다음을 얻을 수 있다.

$$z(t+1) = (\Omega_r - \Gamma_r F)z(t)$$

기준출력오차를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} y(t) &= y_r(t) - y_d \\ &= y_r(t) - C_r x_d \\ &= C_r (x_r(t) - x_d) \\ &= C_r z(t) \end{aligned}$$

최적화된 기준모델에 대한 ARMA표현은 다음과 같다.

$$y_r(t) = \sum a_i^r [y_r(t-i) - y_d] + y_d \quad (4m)$$

## 2. 저역통과필터(Low Pass Filter)

위에서 보듯이 기준모델은 강체각에 대한 기준궤적만을 생성한다. 링크는 정적평형위치(static equilibrium position)부근에서 진동하게 되므로 low pass filter는 침두진동의 직류부분만을 검출하게된다. Low pass filter의 전달함수는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{1 + (s/\omega_b)} \quad (4n)$$

여기서  $\omega_b$ 는 break 주파수이다. 식(4m)에 대한 이산적표현은 식(4o)과 같다.

$$F = \frac{1-b}{z-b} \quad (4o)$$

여기서

$$b = e^{-\omega_b h}$$

여기서  $h$ 는 sampling 주기이다. 따라서 침두진동에 대한 기준궤적은 다음과 같다.

$$y_{rd}(t) = (1/b)y_{rd}(t-1) + (1-(1/b))y_d(t) \quad (4p)$$

여기서  $y_{rd}$ 는 기준궤적의 침두진동을,  $y_d$ 는 실제

궤적의 침투진동을 나타낸다.

5. 오차동역학모델

시스템의 출력오차는 다음같이 정의된다.

$$e(t) = y_r(t) - y(t) \tag{4q}$$

식(4q)을 만족하는 Hurwitz 다항식  $A_E(q^{-1})$ 이 존재한다. <sup>[17]</sup>

$$A_E(q^{-1})e(t) = 0 \tag{4r}$$

여기서

$$A_E(q^{-1}) = 1 + \sum a_{ei}q^{-i}$$

식(4q)와 식(4r)으로부터

$$e(t) = y_r(t) - y(t) = -a_{ei}e(t-i)$$

$n_e$ 는 오차동역학모델의 차수이다. 오차동역학 모델은 시스템의 출력오차를 감소시켜 시스템이 기준모델을 추종할 수 있도록해준다. 그러나 시스템출력이 정상 상태에 접근함에 따라 정상상태오차는 매우 느리게 감소된다. 따라서 정상상태오차의 신속한 감소를 위해 오차동역학모델은 식(4s)로 표현되는 지수함수적 감쇠계수  $a_{ei}(\tau)$ 를 갖는 것이 바람직하다.

$$a_{ei}(\tau) = a_{e0}[(1 - P_e)e^{w\tau} + P_e] \tag{4s}$$

여기서  $a_{e0}$ 는  $a_{ei}$ 의 초기치,  $a_r$ 는 최종치이며  $P_e = a_r/a_0$ 이다.  $w$ 는  $a_{ei}(\tau)$ 의 백분율 감쇠율이며 식(4-20)과 같이 정의된다.

$$w = \ln \left[ \frac{d_e}{100(1 - P_e)} + 1 \right] \tag{4t}$$

$d_e$ 는  $a_{ei}(\tau)$ 의 백분율 감쇠율이다.

4 최소예측오차제어기

유연성 로봇 매니플레이터는 다중입력-다중출력 시스템이며 센서와 구동기는 비동위(non-colocated)하므로 시스템을 원하는 위치로 이동시키는 것은 대단히 어려운 일이다. <sup>[1]</sup> 또한 유연성 매니플레이터는 이동시 진동(vibration)을 일으키므로 정밀한 위치는 더욱 어려워진다. 따라서 시스템의 입력신호는 침투

진동을 최소화시키면서 시스템을 원하는 위치로 구동시켜주어야한다. 최적입력토크는 예측출력(predicted output)  $y(t+1)$ 과 목적출력  $y_r(t+1)$ 사이의 오차와 입력토크, 연속입력토크변화량에 대한 평가지표를 최소화시킴으로써 얻어진다.

$$J_1 = \|\hat{y}(t+1) - y_r(t+1)\|_Q^2 + \|u(t)\|_{R_1}^2 + \|u(t) - u(t-1)\|_{R_2}^2 \tag{4u}$$

$J_1$ 을  $u(t)$ 에 대해 미분하고 그 결과를 0으로 놓음으로써 최적입력  $u(t)$ 를 얻을 수있다. 최적제어입력토크는 다음과 같다.

$$u(t) = [L^T Q L + R_1 + R_2]^{-1} [L^T Q [y_r(t+1) - \Phi_0^T \hat{\Psi}(t)] + R_2 u(t-1)] \tag{4v}$$

여기서

$$\Phi_0(t) = \Phi(t) | u(t)=0$$

식(4u)와 식(4v)은 기준모델의 출력과 예측값사이의 오차를 고려한 것이다. 그러나 제어의 궁극적 목적은 시스템이 기준궤적을 추적하도록 하는 것이므로 시스템의 출력과 기준궤적사이의 오차를 고려해야 한다. 따라서 이를 고려한 새로운 기준궤적은 다음과 같이 표현될 수있다.

$$\bar{y}_r(t) = y_r(t) + \sum a_{ei} [y(t-i) - y_r(t-i)] \tag{4w}$$

식(4w)에 대한 예측치는 다음과 같다.

$$\bar{y}_r(t+1) = y_r(t+1) + \sum a_{ei} [y(t+1-i) - y_r(t+1-i)] \tag{4x}$$

따라서 시스템의 실제출력을 고려한 손실함수는 다음과 같다.

$$\bar{y}_r(t+1) = y_r(t+1) + \sum a_{ei} [y(t+1-i) - y_r(t+1-i)] \tag{4y}$$

$J_2$ 를  $u(t)$ 에 대해 미분하고 그 결과를 0으로 놓음으로써 최적입력  $u(t)$ 를 얻을 수있다. 따라서 시스템의 출력을 고려한 최적제어입력토크는 다음과 같다.

$$u(t) = [L^T Q L + R_1 + R_2]^{-1} [L^T Q [\bar{y}_r(t+1) - \Phi_0^T \hat{\Psi}(t)] + R_2 u(t-1)] \tag{4z}$$

Q, R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>는 하중행렬을 나타낸다.

V. 모의실험 및 결과

본 논문에서 사용된 시스템 매개변수는 다음과 같다.

링크의 길이	1.50 m
링크의 질량	1.309 Kg
질량밀도	0.831 Kg/m
탄성계수	3.99x10 <sup>6</sup> N.m <sup>2</sup>
링크단면적의 폭	0.011 m
링크단면적의 높이	0.038 m
감쇠비	0.82

식(3a), (3h)에서 보듯이 매개변수의 추정은 시스템의 입,출력을 이용하여 이루어진다. 그러나 실행초기의 부정확한 매개변수의 추정은 과도한 입력토크를 발생시킴으로써 기준궤적의 추적과 첨두진동(tip vibration)의 제어를 어렵게 한다. 본 논문의 모의실험에서는 학습기(learning period)를 두어 충분히 정확한 매개변수를 얻을 때까지 매니플레이터의 입력토크를 제한시킴으로써 과도한 응답이 발생하지 않도록 하였다. 모의실험에서 샘플링주기는 0.01초, 학습기는 40(step)을 주었다. 사용된 하중행렬은 다음과 같다.

$$Q = \text{diag}[10 \ 0.2] \quad R_1 = 5 \times 10^{-4} \quad R_2 = 2 \times 10^{-5}$$

여기서 Q의 첫번째 요소는 강체각에 대한 하중치이며 두번째 요소는 링크의 굴절(deflection)에 대한 하중치이다. 또한 R<sub>1</sub>은 제어입력에 대한 하중치이며 R<sub>2</sub>는 연속입력신호변화량에 대한 하중치이다. 오차동역학모델의 시변계수 a<sub>ei</sub>(τ)는 신속한 정상상태오차의 감소를 위해 도입하였으며 초기치는 0.98, 최종치는 0.75로 하였다. 1차모드의 주파수는 18.34 rad/sec, 2차모드의 주파수는 84.844 rad/sec이며, ARMA모델의 차수 n<sub>a</sub>의 차수는 4이며, 오차동역학모델의 차수 n<sub>e</sub>는 1이다.

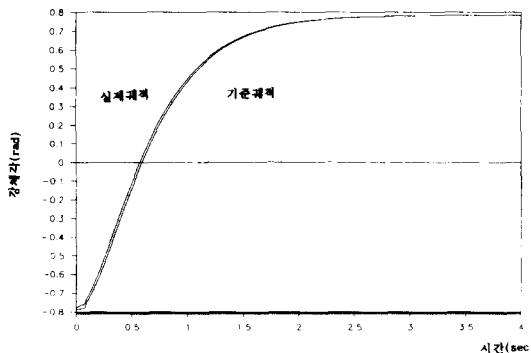


그림 2. 강체각의 기준궤적추적(무부하인경우)  
Fig. 2 The reference trajectory of the hub angle (without the load).

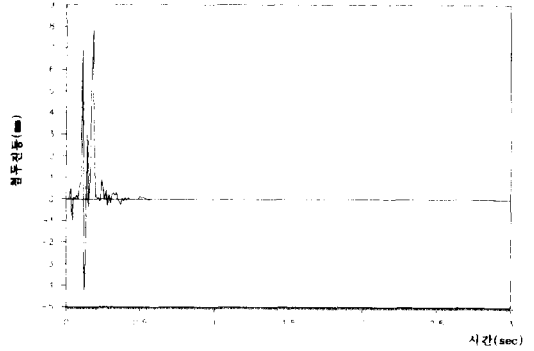


그림 3. 첨두진동(무부하인경우)  
Fig. 3. Tip vibration (without the load).

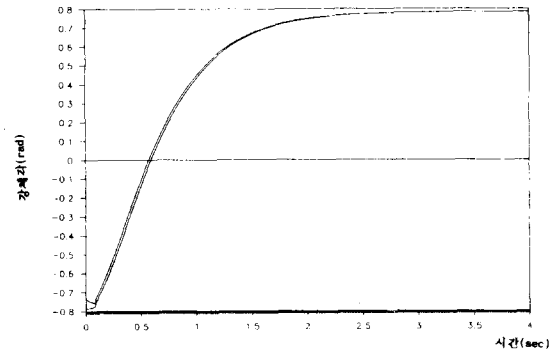


그림 4. 강체각의 기준궤적추적(20%의 부하를 가질 경우)  
Fig. 4. The reference trajectory of the hub angle (with the 20% load).

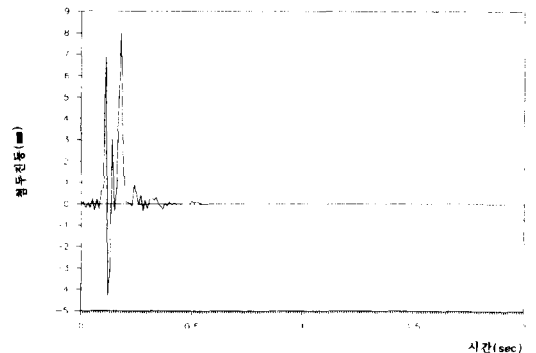


그림 5. 첨두진동 (20%의 부하를 가질 경우)  
Fig. 5. Tip vibration (with the 20% load).

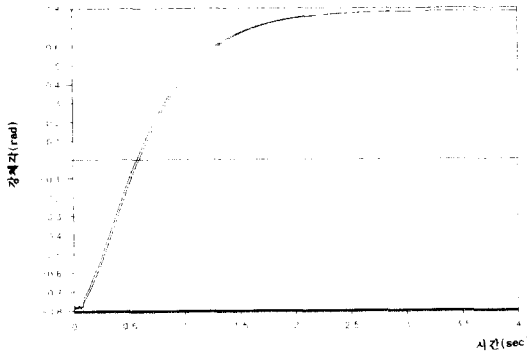


그림 6. 강체각의 기준궤적추적(40%의 부하를 가질 경우)  
 Fig. 6. The reference trajectory of the hub angle (with the 40% load).

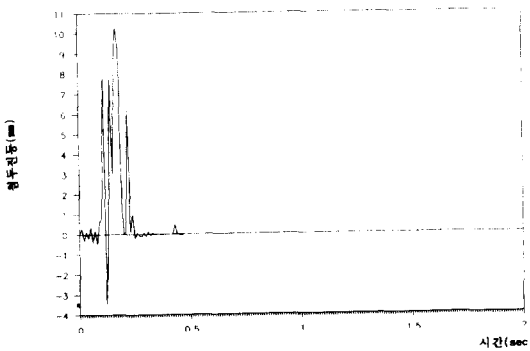


그림 7. 첨두진동 (40%의 부하를 가질 경우)  
 Fig. 7. Tip vibration (with the 40% load).

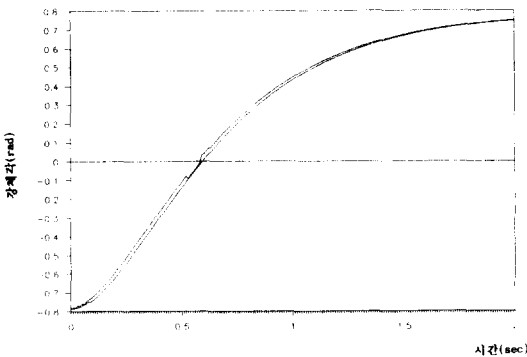


그림 8. 강체각의 기준궤적추적  
 Fig. 8. The reference trajectory of the hub angle.

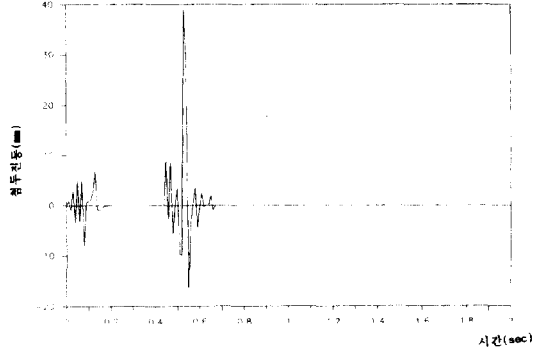


그림 9. 첨두진동  
 Fig. 9. Tip vibration.

본 논문의 모의실험은 로봇 매니플레이터가  $-45^\circ$ 에서  $+45^\circ$  (0초~2.7초)까지 이동할 때의 기준궤적과 실제궤적을 비교하였으며 이 동안의 첨두진동을 조사하였다. 그림 2은 강체각의 기준궤적추적을, 그림 3는 첨두진동을 나타낸다. 또한 그림 4는 링크 질량의 20%의 부하질량이 링크의 첨두에 있을 경우의 실제궤적의 기준궤적추적을 나타내고 있으며 그림 5은 이때의 첨두진동을 나타낸다. 그림 6은 40%의 부하질량이 첨두에 있을 경우의 강체각의 추적을 나타내고 있으며, 그림 7은 이때의 첨두진동을 나타낸다. 그림 8,9는 오차동역학모델을 배제하였을 경우의 강체각의 기준궤적추적과 첨두진동을 나타낸다.

결과에서 알 수 있듯이 강체각은 큰 이탈없이 신속히 기준궤적을 추적하며 첨두진동은 실행초기에서부터 비교적 적은 최대진동(maximum vibration)을 가지면서 신속하게(0.6초) 제어됨을 알 수있다. 또한 링크의 첨두에 부하질량이 있을 경우에도 시스템은 효율적으로 제어됨을 알 수 있으며 오차동역학모델은 시스템출력오차의 신속한 제어가 이루어지게 함을 알 수있다.

### VI. 결론

본 논문은 단일 유연성 링크를 가지는 로봇 매니플레이터의 간접적응제어기법(indirect adaptive control scheme)을 다루었다. 제어시스템은 매개변수 추정부와 적응제어부로 구분하여 설계하였다. 선형시변 ARMA모델은 예측 및 추정모델로서 사용되었다. ARMA모델의 매개변수는 순환최소자승 알고리즘을 이용하여 추정하였으며 추정을 위해 시스템의 과거의 입,출력을 이용한다. 또한 효율적인 추정을 위해 가변망각인자를 도입하여 시스템이 정상상태에



서 외란에 둔감하도록 하였다. 적응제어기는 기준모델과 오차동역학모델, 최소예측오차제어기로 구성하였다. 기준모델은 시스템이 추종할 최적화된 기준계적을 생성하며 오차동역학모델은 출력오차를 감소시킴으로써 시스템이 기준모델을 추종할 수 있도록 해준다. 최소예측오차제어기는 예측오차와 입력토크, 연속 입력토크차에 대한 손실함수를 최소화시킴으로써 최적입력토크를 생성한다. 또한 학습기를 도입하여 충분히 정확한 매개변수가 얻어질 때까지 입력토크를 제한시킴으로써 과다한 응답을 피하게 하였으며 신속한 정상상태오차의 감소를 위해 시변감쇠계수를 도입하였다.

#### 參考文獻

- [1] Robert H. Cannon Jr., Eric Schmitz, "Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot," the *Int. J. Robotics Research*, 1984, pp. 62-75.
- [2] Robert H. Cannon Jr., Dan E. Rosenthal, "Experiments in Control of Flexible Structure with Noncolocated Sensors and Actuators," *J. of Guidance*, vol. 7, no 5, 1984, pp.546-553.
- [3] Giuseppe De Maria and Bruno Siciliano, "A Multilayer Approach to Control of a Flexible Arm," *Proc. of IEEE Conf. on Robotics and Automation*, 1987, pp.774-778.
- [4] G.G. Hastings and W.J. Book, "Verification of a Linear Dynamic Model for Flexible Robotic Manipulators," *IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp.1024-1029, 1986.
- [5] G.G. Hastings and W.J. Book, "Experiments in Optimal Control of a Flexible Arm", *Proc. ACC.*, pp.728-729, 1985.
- [6] Guo-Ben Yang and Max Donath, "Dynamic Model of a One-Link Robot Manipulator with Structural and Joint Flexibility", *IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp.476-481, 1987.
- [7] Lee, D. T. L., Morf, M. and Friedlander, B., "Recursive Least-Squares Ladder Estimation Algorithm", *IEEE Trans. on Circuits System*, vol. CAS-28, no 6, 1981, pp.467-481.
- [8] 박준홍, "자동회귀이동평균의 최적차수결정에 관한 연구", 경희대학교 석사학위 논문, 1987, pp.1-16.
- [9] K.J. Astrom, and B. Wittenmark, "Adaptive Control", Addison-Wesley Company, pp.58-89.
- [10] T.R. Fortescue, L.S. Kerschenbaum, and B.E. Ydstie, "Implementation of Self-Tuning Regulators with Variable Forgetting Factor", *Automatica*, vol. 17, no.6, 1981, pp.831-835.
- [11] S. Dubowsky and D.T. DesForges, "The Applications of Model Reference Adaptive Control to Robotic Manipulators," *J. of Dyn. Sys. Meas. and Cont.*, vol. 10, 1979, pp.193-200.
- [12] C.L. Phillips and H. T. Nagle Jr., "Digital Control System Analysis and Design," Prentice-Hall, 1984, pp.69-86.
- [13] K.S. Narendra and A.M. Annaswamy, "STABLE ADAPTIVE CONTROL", Prentice-Hall International edition, 1989, pp.456-460.
- [14] Paavo Karkkainen and Markku Manninen, "Path Modification for Flexible Manipulators," *American Control Conference*, 1985, pp.743-744.
- [15] Yoshihiko Nakamura, "Advanced Robotics: Redundancy and Optimization", Addison-Wesley Pub. Company, pp.41-51.
- [16] Laub, A. J., "A Schur Method for Solving Algebraic Riccati," *IEEE Tran. on Auto. Con.*, vol. AC-24, no.6, 1979.
- [17] K.S. Narendra and A.M. Annaswamy, "STABLE ADAPTIVE CONTROL", Prentice-Hall International edition, 1989, pp.45-48.

著 者 紹 介



朴 正 一(正會員)

1957年 9月 1日生. 1981年 2月  
경희대학교 전자공학과 졸업. 1985  
年 2月 경희대학교 전자공학과 석사  
학위 취득. 1991年 8月 경희대학교  
전자공학과 박사. 1991年 9月 ~  
현재 대림전문대학 전자과 전임강  
사. 주관심분야는 Linear System, Robotics 등임.

朴 鍾 國(正會員) 第 29 卷 B 編 第 3 號 參 照

현재 경희대학교 전자공학과 교수