

論文93-30B-4-8

푸리에 급수 근사를 이용한 궤환을 가진 반복 학습제어와 로봇 궤적 추종에의 응용

(Iterative Learning Control with Feedback Using Fourier Series with Application to Robot Trajectory Tracking)

李 鍾 云*, 李 學 聖**, 卞 增 男**

(Jong Woon Lee, Hak Sung Lee and Zeungnam Bien)

要 約

동적 시스템의 입출력 특성의 근사를 위하여 푸리에 급수를 도입하고 이 근사에 근거하여 원하는 궤적을 추종하는 제어 입력을 반복적으로 찾을 수 있는 학습 제어 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘의 수렴에 대한 충분 조건을 제시하며 원하는 제어 입력의 존재와 유일성을 논한 후 로봇의 궤적 추종 모의 실험을 통하여 그 효용성을 보인다. 또한 궤환항을 추가하면 강인성과 수렴 속도가 개선됨을 보인다.

Abstract

The Fourier series are employed to approximate the input/output(I/O) characteristics of a dynamic system and, based on the approximation, a new learning control algorithm is proposed in order to find iteratively the control input for tracking a desired trajectory. The use of the Fourier approximation of I/O renders at least a couple of useful consequences: the frequency characteristics of the system can be used in the controller design and the reconstruction of the system states is not required. The convergence condition of the proposed algorithm is provided and the existence and uniqueness of the desired control input is discussed. The effectiveness of the proposed algorithm is illustrated by computer simulation for a robot trajectory tracking. It is shown that, by adding feedback term in learning control algorithm, robustness and convergence speed can be improved.

KEYWORDS : Fourier series; dynamic system description; iterative learning control; robot trajectory tracking;

* 正會員, 三星 航空 産業 研究所

(Samsung Advanced Institute of Technology, Samsung Aerospace Ind.)

**正會員, 韓國科學技術院 電氣및電子工學科

(Dept. of Electrical Eng., KAIST)

(※본 연구는 한국과학재단 출연과제 '학습기능을 갖는 로봇 제어기의 개발' (과제번호:KOSF911-0803-007-2)연구의 일환으로 수행되었습)

接受日字: 1992年 9月 1日

1. 서론

산업용 공정은 많은 경우 비선형성과 부하의 가변성때문에 모델링이나 제어가 힘들다. 로봇의 운용에서 볼 수 있는 것처럼 공정의 반복성이 있으면 제어를 잘 설계하여 불확실한 동적 모델때문에 생기는 어려움을 극복할 수 있다. 사실 이런 경우의 작업의 주기성을 고려하여 반복 학습제어라는 방법이 제안되었다.¹⁻⁶⁾ 이 제어법은

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + f(e_k(\cdot)), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (1)$$

라는 형태를 가지며 $u_k(t)$ 는 k 번째 반복에서의 제어 입력이고 f 는 오차 $e_k(\cdot)$ 의 함수이다.

반복 학습제어 시스템은 산업용 로봇트의 반복적인 작업이나 VCR(video cassette recorder), 디스크 드라이브 등의 주기적인 공정을 주기성을 이용하여 다루는 간단한 방법이다. 동특성은 종종 불확실하고 또 운영중에 변하기 쉬운 특징이 있다. 학습제어의 한 특징은 설계시 제어 대상 시스템의 사전 지식을 적게 요하면서, 일을 반복하면서 얻어지는 지식에 따라 불만족스러운 제어 입력을 자동적으로 수정할 수 있는 능력을 갖는 것이다. 따라서 학습 제어 시스템의 목적은 학습 과정을 반복함으로써 원하는 궤적을 최대한 근접하게 추종할 수 있는 제어 입력을 생성하는 것이다.

반복 학습 제어시스템의 이전 연구 결과들을 살펴 보면, Arimoto 등^[1] 과 Sugie 등^[2] 이 처음으로 이 문제들을 다룬 사람들에 속한다. 그들은 PID 타입의 알고리즘을 제시하였으며, '초기 조건의 오차 없음' 조건과 λ -노름 ($\max e^{-\lambda t} |x(t)|$)으로 학습의 수렴성을 보였다.

Craig^[7]는 주파수 영역 분석을 통한 알고리즘을 제시하였는데 이는 제어 법칙과 학습 법칙으로 구성되어 있다. 제어 법칙은 (Q, T) 강제 파라미터를 알아야 하는 계산된 토크 법(computed torque method)와 학습된 피드포워드 토크에 기초하고 있다. 학습 법칙은 이전 시행에서의 오차에서 연속적인 피드포워드 토크를 어떻게 생성하는가를 규정하는 것이다. 이 방법에서는 학습 법칙의 결정에 시스템의 모델과 파라미터를 상당히 정확히 알아야 하는 점이 문제가 된다.

적용 제어에서 쓰는 패러미터 추정을 이용하여 알아낸 역시스템 모델에 기초한 반복 제어 학습법이 제안되었다.^[4,6] 이들 결과에 의하면 대상 시스템의 역시스템 모델이 함수 f 에 가장 적합한 함수 중의 하나이다. 그러나 시스템 동특성이 불확실성을 포함하고 있을 때는 좋은 역시스템 모델을 얻기는 힘들다. 또한 기존의 방법들은 모든 상태 변수를 측정해야 할 필요가 있다.

학습 제어는 기본적으로 전번 반복한 데이터를 저장할 필요가 있으므로 구현의 관점에서 보아 이산 시간 영역에서의 알고리즘이 자연스럽고 효과적이다. 실제로 Togai^[8]와 Ishihara 등^[9]이 컴퓨터 구현의 관점에서 이산 시간 반복 학습 제어를 제안하고 수렴 조건을 제시하였다. Hwang 등^[5]도 선형/비선형 이산 시간 알고리즘을 제안하였으며 비선형 타입으로

보다 좋은 결과를 얻을 수 있음을 보였다.

학습 제어 시스템에서 '초기 조건의 오차 없음'이란 가정은 큰 제약 조건이지만 로봇트 운용에서 볼 수 있는 것처럼 만족시키는 경우도 있다. Lee 등^[10]은 초기 조건의 불일치에서 오는 어려움을 조사하였으며 이 조건이 완벽 추종의 필요 조건임을 밝혔다. Heinzinger 등^[11]은 초기 조건의 오차가 있는 경우의 학습 제어의 강인성을 논하고 오차의 상한값을 유도하였다.

학습 제어의 케환함에 대한 언급이 필요하다고 본다. Lunde 등^[12]은 케환과 피드포워드 제어의 관점에서 학습제어를 논의하였으며 Bondi 등^[13]은 '고이득 케환'의 관점에서 반복 학습 제어를 연구하였다. 선형케환 이득을 충분히 크게 함으로써 페루프 시스템에서의 원하는 궤적 주위에 흡인 영역(domain of attraction)을 설정한다. 그러면 매 반복시마다 제안된 수정 신호가 시스템을 흡인 영역 바깥으로 밀어내지 않는다는 점에서 학습의 수렴성을 보였다. 그러나 그들의 알고리즘은 다음 제어 입력 $u_{k+1}(t)$ 가 k -번째에서의 데이터에 의해서만 결정되므로 기본적으로 개루프형이다. 반복 학습 제어 시스템이 외란에 강인하고 개루프 특성을 보완하기 위해서는 케환함이 반드시 있어야 한다.

본 논문에서는 시스템 입출력 특성의 푸리에 급수 근사를 이용한 케환을 가진 학습 제어 알고리즘을 제안한다. (1)식에서의 f 에 가장 적당한 함수가 시스템의 역모델이라는 사실^[4,6]에 따라, 시스템의 푸리에 근사 역모델을 만들어 기본적인 주파수 특성을 알아냄과 동시에 이를 주파수 영역에 따른 제어기 설계에 이용할 수가 있게 되는 것이다. 제안된 입출력에 기초한 알고리즘은 상태 변수의 측정이나 관측기에 따른 재생의 부담을 덜어줄 뿐만 아니라 빠른 하드웨어의 도움으로 실시간 FFT(Fast Fourier Transform)가 가능하여 다른 직교 함수 근사에 의한 방법보다 유리한 점도 있다.

앞으로 벡터 x 에 대하여, $\|x\|$ 는 유클리디언(Euclidian) 노름을 나타내며, L_n 은 $n \times n$ 단위 행렬을 나타낸다. 행렬 A 에 대하여 A^T 는 전치 행렬, A^+ 는 일반화된 역행렬^[14](generalized inverse)을 나타낸다. 행렬 A 에 대하여, $\|A\|$ 는 A 의 유도 노름(induced norm)을 나타내며, $\sigma(A)$ 는 스펙트럼 반경 즉, 고유치 λ 의 최대값 $\sigma(A) = \max |\lambda_i(A)|$ 을 나타낸다. 함수 $y(t)$, $t \in [0, T]$ 에 대하여 $\|y(\cdot)\|$ 는 $\frac{1}{T} \int_0^T y^T(t)y(t)dt$ 로 정의되는 L_2 노름을 나타낸다.

II. 푸리에 급수 근사를 이용한 동적 시스템의 표현

구간 $[0, T]$ 에서 정의되는 연속 주기 함수 $f(t)$ 는 L_2 공간상에서 다음과 같이 푸리에 급수로 나타내어진다.

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + a_n^* \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) \right]$$

여기서 푸리에 계수 a_n 과 a_n^* 는 다음과 같이 주어진다.

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$a_n^* = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$f(t)$ 의 근사식을 얻기 위하여 $2r+1$ 항만을 취하면 $f(t)$ 는 근사적으로.

$$f(t) = A^T \phi(t)$$

$$= a_0 \phi_0(t) + \sum_{n=1}^r (a_n \phi_n(t) + a_n^* \phi_n^*(t))$$

로 나타낼 수 있고 각각은 다음과 같이 정의된다.

$$\phi_n(t) = \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots, r$$

$$\phi_n^*(t) = \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots, r$$

$$A^T = [a_0, a_1, \dots, a_r, a_1^*, \dots, a_r^*]$$

$$\phi^T = [\phi_0(t), \phi_1(t), \dots, \phi_r(t), \phi_1^*(t), \dots, \phi_r^*(t)] \quad (2)$$

$\phi(t)$ 의 요소들은 정규 직교성^[15] 을 가지고 있으며 몇 가지의 좋은 성질을 갖고 있다. 즉, 근사 오차의 제곱을 $[0, T]$ 구간에서 적분한 것을 기준으로

최적의 근사해라는 것과, $\phi(t)$ 요소의 수를 늘릴수록 더 좋은 근사해를 갖는다는 것이다. 한편.

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad xz(0) = x_0$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \quad (3)$$

로 주어지는 동적 시스템의 출력은

$$y(t) = C(t)\Phi(t, 0)x_0 + C(t) \int_0^t \Phi(t, \tau)B(\tau)u(\tau)dt + D(t)u(t)$$

로 주어진다. 여기서 x, y, u 는 각각 $n \times 1$ 상태 변수, $p \times 1$ 출력, $m \times 1$ 제어 입력을 나타내고 $\Phi(t, T)$ 는 시스템(3)의 상태 천이 행렬(state transition matrix)이다. 그러면 원하는 출력 제곱 $y_d(t), t \in [0, T]$ 가 주어졌을 때 학습 제어 문제는

$$e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$$

로 주어지는 오차의 노음을 원하는 한계 ϵ 내로 즉

$$\|ek(\cdot)\| \leq \epsilon \quad (5)$$

되게 하는 제어 입력 $u_d(t)$ 를 찾는 것이다.

학습 제어 범주에서는 같은 초기 조건으로 시행을 반복함으로써 초기 조건에 의한 응답은 처음에 얻을 수가 있고 이는 반복을 계속하는 동안 변하지 않는다. 따라서 시스템(3)의 영상태 출력(zero-state-response: ZSR)만 고려하면 된다. 그러면 시스템(3)은 선형 시스템이 되며 ZSR은 식(4)의 두번째와 세번째 항으로 주어지게 된다.

푸리에 근사를 하기 위하여 먼저 j 번째 입력 $u_j(t)$ 와 i 번째 출력 $y_i(t)$ 의 관계를 기저(basis) $\phi(t)$ 로 나타내고자 한다. u_j 와 y_i 는 $\phi(t)$ 에 의하여

$$u_j(t) = v_j^T \phi(t)$$

$$y_i(t) = w_i^T \phi(t) \quad (6)$$

로 각각 표현될 수 있고 v_j 와 w_i 는 $(2r+1)$ 차의 열벡터로 푸리에 계수를 나타낸다. 그러면 u_j 와 y_i 는 선형인 관계에 있으므로

$$w_i = P_{ij} v_j \quad (7)$$

로 표현 가능하다. P_{ij} 는 $R^{(2r+1) \times (2r+1)}$ 행렬로 각 열 P_{ik} 는 입력 u_j 의 k 번째 항 $\phi_k(t)$ 를 인가했을 때 나타나는 출력 y_i 를 기저 벡터 $\phi(t)$ 에 대하여 표현한 것으로 볼 수 있다. 이런 의미에서 P_{ij} 는 동적 시스템(3)의 입력 u_j 와 출력 y_i 관계를 $\phi(t)$ 를 기저 벡터로 한 푸리에 급수 근사한 것으로 볼 수 있다.

다변수 시스템(MIMO system) 식(3)에 대하여 입력 $u(t)$ 와 출력 $y(t)$ 는

$$u(t) = V^T \phi(t), \quad V^T \in R^{m \times (2r+1)}$$

$$y(t) = W^T \phi(t), \quad W^T \in R^{p \times (2r+1)}$$

으로 각각 근사될 수 있으며 $V = [V_1 \ V_2 \ \dots \ V_m]$ 과 $W = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_p]$ 는 푸리에 계수 w_j, w_j 들의 집합이다. 그러면 시스템(3)의 새로운 입출력 관계는 m 개의 벡터 $V_j, j=1, 2, \dots, m$ 과 p 개의 벡터 $w_j, j=1, 2, \dots, p$ 를 일렬 벡터

$$U = [V_1^T \ V_2^T \ \dots \ V_m^T]^T \in R^{m(2r+1)}$$

$$Y = [w_1^T \ w_2^T \ \dots \ w_p^T]^T \in R^{p(2r+1)}$$

로 만들면 식(7)에서와 같이 일반적으로

$$Y = PU \tag{8}$$

로 쓸 수가 있다. 여기서 P 는

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{p1} & P_{p2} & \dots & P_{pm} \end{bmatrix} \in R^{p(2r+1) \times m(2r+1)} \tag{9}$$

이며, P_{ij} 는 식(7)에서와 같이 입력 u_j 에 대한 출력 y_i 의 관계를 나타내는 행렬이다. 따라서 행렬 P 는 시스템 식(3)의 주파수 영역 (정확히 얘기하면 푸리에 계수 영역)에서의 근사 모델로 생각할 있고 P 의 일반화된 역행렬이 반복 학습 제어에 이용할 수 있는 좋은 역모델이 될 수 있다.

III. 푸리에 급수 근사를 이용한 궤환을 가진 반복 학습 제어

모델(8)에 근거하여 다음과 같은 학습 제어 알고리즘을 제안한다.

주어진 조건들 : 원하는 궤적 $y_d(t), t \in [0, T]$, 오차의 한계 $\in P$ 측정에서 알아낸 P 의 값, P 의 일반화된 역행렬, β : 학습 이득.

단계0 : $k=1$ 로 둔다.

단계1 : $u_k(t)$ 를 시스템 (3)에 인가하여 오차 $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$ 를 얻는다.

단계2 : 오차의 노름 $\|e_k(\cdot)\|$ 가 ϵ 보다 작으면 그만하고 아니면 단계 3으로 계속

단계3 : 오차 $e_k(t)$ 의 FFT를 계산하여 각 출력에

대해 저차 항 ($2r+1$)항을 뽑아 열 벡터 $E_k \in R^{(2r+1)}$ 을 만든다. $\delta U_k = P^{-1} E_k$ 에 대하여, 역 FFT(Inverse FFT)를 계산하여 m 개의 입력을 $IFFT(\delta U_k)$ 라 둔다.

단계4 : $u_{k+1}(t) = u_k(t) + \beta \cdot IFFT(\delta U_k)$ 로 둔다.

단계5 : k 를 1 증가시키고 단계1로 간다.

제안된 알고리즘을 그림 1에 도식적으로 보인다. FFT는 급속히 발달하는 반도체 소자 기술 덕분에 매우 효과적으로 계산될 수 있다. 제안된 알고리즘에 대하여 아래와 같이 수렴성을 보일 수 있다.

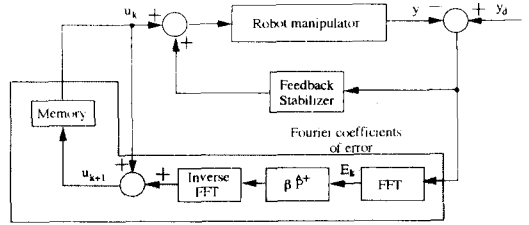


그림 1. 제안된 학습제어 블록 다이어그램
Fig. 1. Block diagram of the proposed learning controller.

정리 1

S_{2r+1} 을 $\Phi(t)$ 에 의하여 나타내질 수 있는 공간이라고 하자 입력 $u(t)$ 와 출력 $y(t)$ 를 $\Phi(t)$ 를 기저로 하여 근사한다고 가정하면 위에서 제안한 알고리즘은 시스템 행렬 P 와 모델 행렬 \hat{P} 의 관계에서

$$\|I_{p(2r+1)} - \beta P \hat{P}\| < 1 \tag{10}$$

을 만족하면 S_{2r+1} 공간상에서 수렴한다.

정리 1의 증명:

U_k, Y_k 그리고 Y_d 를 시스템(3)의 제어 입력 u_k , 출력 y_k , 원하는 출력 y_d 의 FFT 계수를 단계3에서의 E_k 와 같이 열 벡터로 만든 것이라 하자 그러면 식(8)에서 k 번째 반복에서의 ZSR $y_k(t)$ 의 FFT 계수 Y_k 는 아래 식으로 표현된다.

$$Y_k = P U_k \tag{11}$$

제안된 알고리즘 중 단계4에서의 반복 제어 법칙을 FFT 계수로 표현하면

$$U_{k+1} = U_k + \beta \delta U_k = U_k + \beta P^{-1} E_k \tag{12}$$

로 된다. 식(8)을 위 식에 인가하면

$$Y_{k+1} = P(U_k + \beta \hat{P}^T E_k) \quad (13)$$

$$= Y_k + \beta P \hat{P}^T E_k$$

따라서 k+1번째 오차의 FFT 계수 E_{k+1} 은 아래와 같이 주어진다.

$$E_{k+1} = E_k - \beta P \hat{P}^T E_k \quad (14)$$

$$= (I_{p(2r+1)} - \beta P \hat{P}^T) E_k$$

위 식의 양변에 노음을 취하면

$$\|E_{k+1}\| \leq \|I_{p(2r+1)} - \beta P \hat{P}^T\| \|E_k\|$$

로 되어 정리 1의 가정에서 주어진 부등식을 만족하면 $\|E_k\| \rightarrow 0$ 으로 되어 정리 1의 결론이 얻어짐을 알 수 있다 (증명끝).

정리 2

주어진 원하는 궤적 $y_d(t)$ 가 r보다 작거나 같은 주파수 대역일까지면, 원하는 출력을 내는 제어 입력의 FFT 계수인 U_d 가 존재한다. 더우기 식(8)에서의 행렬 P가 비특이 행렬(nonsingular matrix)이면 U_d 는 유일하다.

정리 2의 증명:

Y_d 를 정리 1의 증명에서와 같이 Y_d 에 해당하는 FFT계수라고 하면 주파수 대역이 제한되어 있으므로 $Y_d(t)$ 는 기저 벡터 $\phi(t)$ 로 정확하게 표현될 수 있다 (근사식이 아니다). 따라서 행렬 P와 더불어 $Y_d = P U_d$ 인 Y_d 를 생성시키는 행렬 Y_d 가 존재한다. 행렬 P의 비특이성으로 하여 P의 역행렬이 존재한다. 따라서,

$$U_d = P^{-1} Y_d \quad (15)$$

이며 이는 Y_d 가 주어지면 유일한 해를 가진다(증명끝).

만약 출력의 수가 입력의 수와 같으면 제안한 알고리즘을 조금 변형함으로써 좀 더 좋은 충분 조건을 얻을 수 있다. 알고리즘중 단계4에 제환항을,

$$u_{k+1} = u_k(t) + \beta \cdot \text{IFFT}(\delta U_k) + \alpha e_{k+1}(t) \quad (16)$$

과 같이 추가하면 강인성이 증가하고 성능이 좋아짐을 보일 수 있다. 여기서 α 는 설계자가 선정하는 제환 이득이다. 이 수정된 알고리즘의 수렴 조건을 다

음에 보인다.

정리 3

입출력의 수가 같다고 하자($m=p$). 입력 $u(t)$ 와 출력 $y(t)$ 가 S_{2r+1} 에서 근사된 경우 수정된 알고리즘(16)은

$$\|I_{p(2r+1)} - \beta P \hat{P}^T\| < \|I_{p(2r+1)} + \alpha P\|$$

이면 S_{2r+1} 상에서 수렴한다.

정리 3의 증명:

U_k, Y_k, Y_d 를 정리 1에서와 같이 정의한다. 그러 면식(16)에서,

$$U_{k+1} = U_k + \beta \delta U_k + \alpha E_{k+1} \quad (17)$$

$$= U_{k+1} + \beta \hat{P}^T E_k + \alpha E_{k+1}$$

식(8)을 위 식에 적용하면,

$$Y_{k+1} = Y_k + \beta P \hat{P}^T E_k + \alpha P E_{k+1}. \quad (18)$$

따라서,

$$E_{k+1} = E_k - \beta P \hat{P}^T E_k - \alpha P E_{k+1} \quad (19)$$

에서 E_{k+1} 항을 좌변으로 모으면,

$$(I_{p(2r+1)} - \alpha P) E_{k+1} = (I_{p(2r+1)} - \beta P \hat{P}^T) E_k \quad (20)$$

으로 되어 양변에 노음을 취하면 주어진 부등식 조건에 결론이 얻어진다(증명끝).

시스템 행렬 P가 양정(positive definite)이면 $\|I_{p(2r+1)} + \alpha P\|$ 은 α 를 크게 선정함으로써 임의로 크게 할 수 있다는 점이 주목할 만하다.

주1: 함수가 $[0, T]$ 의 구간에서구분적으로 연속이고 구간 끝점에서 좌, 우 미분이 각각 존재하면 푸리에 급수가 L_2 공간상에서 수렴함은 잘 알려져 있다.^[16] 따라서 $\phi(t)$ 로 나타내지는 유한 공간상에서의 수렴을 보였지만 근사에 필요한 $\phi(t)$ 의 요소 수를 충분히 많게 하면 시스템(3)의출력이 원하는 궤적에 연속함수 공간상에서 수렴한다는 사실을 쉽게 보일 수 있다.

주2: Gibbs의 현상(Gibb's Phenomena)^[15] 때문에, 푸리에 급수 근사는 양 끝점, 즉, $Y_d(0)$ 와 $Y_d(T)$ 의 값이 같지 않을 때는 적용하기 힘든 단점이 있다. 푸리에 급수의 비평등 수

렴성(nonuniform convergence) 때문에 이 경우 양 끝점은 그 평균값으로 수렴하게 된다. 즉,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} u_k(0) = \lim_{k \rightarrow \infty} u_k(T) = \frac{1}{2}(u_d(0) + u_d(T))$$

주3: 제안된 알고리즘은 입출력에만 기초하여 만들어 졌으므로 모든 상태 변수가 있어야 하는 다른결과들^{14,6)}과 비교하여 볼 때 상태 변수의 추정이 불필요하다는 장점이 있다. 이것은 측정 불가능한 상태 변수가 있는 경우에 특히 두드러진 장점을 갖는다.

주4: 행렬 \hat{P} 은 상황에 따라 오프라인(off-line)으로 미리 알아내거나 온라인(on-line)으로 알아낼 수 있다. 오프라인의 경우, $\phi(t)$ 로 나타내지는 공간에 속하는 입력 $u_k(t)$ 인가하고 결과적으로 나오는 출력을 FFT하여 $Y_k = PU_k$ 의 관계식으로 부터 N 번의 실험 후,

$$\hat{P} = [Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_N] \ [U_1 \ U_2 \ \dots \ U_N]^+$$

를 구할 수 있다. N 은 최소한 $(p, m, 2r+1)$ 의 최대치 보다 크게 선택할 필요가 있다. 온라인 추정을 위하여 최소 자승 추정법¹⁷⁾과 같은 회귀적인(recursive) 방법을 유도하면 아래와 같다. 보조 행렬 Q_k 를 써서

$$Q_{k+1} = Q_k - \frac{Q_k U_{k+1} U_{k+1}^T Q_k}{1 + U_{k+1}^T Q_k U_{k+1}}, \quad Q_k \in R^{m(2, +) \times m(2, +)}$$

로 진전시키면

$$\hat{P}_{k+1} = \hat{P}_k + (Y_{k+1} - \hat{P}_k U_{k+1}) U_{k+1}^T Q_{k+1}$$

으로 새로운 \hat{P}_k 구해진다.

주5: $\phi(t)$ 의 요소 수를 결정하는 r 의 선택은 추종하는 정확도에 달려 있다. r 이 너무 크면 근사의 이익이 줄어들게 되며, 반면 너무 작으면 근사의 질이 떨어지게 된다. 시스템(3)을 M 단계로 이산화한다고 가정하면 알아내어야 할 파라미터의 수는 $M(n^2 + mn + np + mp)$ 가 된다. 한편, 행렬 P 의 파라미터 수는 $mp(2r+1)^2$ 이다. 따라서 설계파라미터인 r 은 $mp(2r+1)^2 < M(n^2 + mn + np + mp)$ 이면서 너무 크지 않은 정수로 선택한다.

주6: 르장드르(Legendre), 라게르(Laguerre),

체비셰프(Chebyshev) 다항식 등의 다른 직교 함수에 대해서도 비슷한 결과를 얻을 수 있다. 로봇트의 동적 모델의 비선형항은 주로 상태의 삼각 함수의 조합으로 주로 나타내어진다.¹⁶⁾ 이 점이 다른 직교 함수에 비해 푸리에 급수 근사를 쓰는 장점을 말해주며 또 다른 푸리에 급수의 장점은 아래와 같다.

- 1) 계수의 계산이 FFT 알고리즘과 반도체 기술 덕분에 효율적이고 안정적이다.
- 2) 푸리에 급수의 계수는 시스템의 주파수 특성을 나타내 줄 수 있다 따라서 입출력 신호의 주파수 영역에 대하여 선택적으로 학습 방법을 조정할 수 있다. 이는 선형 시불변 시스템의 경우 확실히 알 수 있다.

IV. 응용 예제

제안된 알고리즘의 효용성을 보이기 위하여 그림 2에 보인 로봇트에 대하여 모의 실험을 하였다.

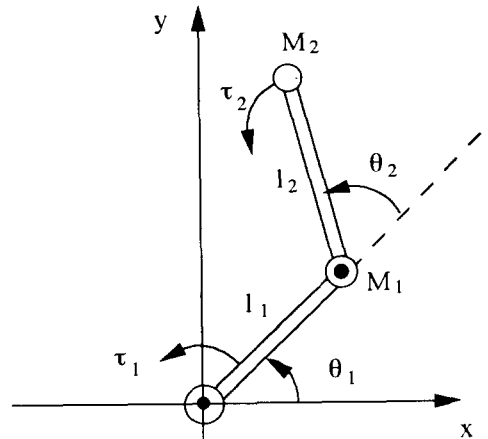


그림 2. 링크의 끝에 점질량을 갖는 2축 로봇트
Fig. 2. Two-link robot with point masses at distal end of links.

안정화를 위한 계환을 부가하고 원하는 궤적을 따라 선형화하면 로봇트 시스템은 선형 시변 시스템으로 간주된다.^{14,13)}

동적 모델은

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1^2 m_2 + 2l_1 l_2 m_2 C_2 + l_1^2 (m_1 + m_2) & l_1^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 C_1 \\ l_1^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 C_2 & l_1^2 m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l_1 l_2 m_2 S_2 \dot{\theta}_2^2 - 2l_1 l_2 m_2 S_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ l_1 l_2 m_2 S_2 \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 m_2 G C_{12} + (m_1 + m_2) l_1 G C_1 \\ l_1 m_2 G C_{12} \end{bmatrix}$$

이며 C_r , S_r , C_p 는 $\cos\theta_i$, $\sin\theta_i$ 그리고 $\cos(\theta_i + \theta)$ 를 각각 나타내고 $G = 9.8$ 은 중력 상수이며 파라미터는 표 1에 주어져 있다.

표 1. 모의 실험용 로봇의 패러미터
Table 1. Robot parameters for simulation.

패러미터	값
m ¹ 링크 1의 질량	0.65kg
m ² 링크 2의 질량	0.4kg
l ¹ 링크 1의 길이	0.5m
l ² 링크 2의 길이	0.5m

원하는 궤적은 카티전(Cartesian) 공간내에서

$$(x(t) - 0.5)^2 + y(t)^2 = 0.4^2, t \in [0, 1]$$

되는 원을 그리도록 주어진다. 오차 한계 ϵ 은 0.04° (0.007rad) 이며 궤환 이득은 $K_p = 3I_2$, $K_v = 3I_2$ 로 선택된다. 이득 β 는 외란에 민감하지 않도록 0.78로 선정하였다. r 은 $m(2r+1)$ 번의 실험을 통하여 오프라인으로 알아내었다. 그림 3과 그림 4에 $(2r+1)=21$ 과 25일 때의 결과를 보인다. 오차가 ϵ 보다 작아질 때까지 각기 6회와 5회의 반복이 필요하게 되어 큰 r 을 쓰는 장점이 나타남을 알 수 있다.

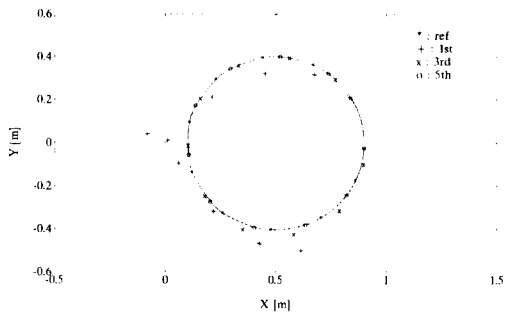


그림 3. $(2r+1) = 21$ 때의 궤적
Fig. 3. Cartesian space trajectory history with $(2r+1) = 21$.

이 모의 실험에서는 학습 제어 알고리즘에 출력만을 사용하였으며 이 경우 Arimoto^[1]의 충분 조건 $\|I - CB\Gamma\|_\infty < 1$ 은 만족되지 않는다. 모든 상태 정보가 필요한 다른 방법들^[4,6]도 적용하기 곤란함을 알 수 있다.

학습 제어 법칙에 궤환항을 추가한 효과를 보기 위

하여 위에서 행한 것과 같은 시스템, 같은 궤적, 같은 r 으로 3가지의 다른 궤환 항에 대해 모의 실험을 행하였다.

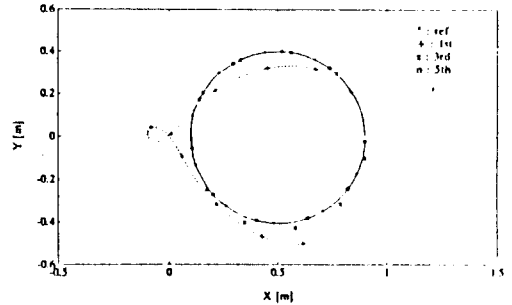


그림 4. $(2r+1) = 25$ 일 때의 궤적
Fig. 4. Cartesian space trajectory history with $(2r+1) = 25$.

$2r+1 = 21$ 이고 아래에 각각의 경우를 설명한다. ERRn: 위에서 설명한대로 K_p , K_v , β 를 가지고 모의실험한 경우.

ERRk: 궤환 이득 K_p 를 α 만큼 증가시킨 경우.

ERRf: 수정된 알고리즘 (식(16))의 경우

그림 5에 $\alpha = 5.5$ 일 때 반복이 진행함에 따른 오차의 경향을 3가지 경우에 대하여 보인다. 3번째 경우 (ERRf)가 제일 좋은 성능을 보임을 알 수 있으며 단순히 궤환 이득을 증가시키는 것은 오히려 수렴 속도에 안 좋은 영향을 주는 것을 알 수 있다. 여기서 ISE는 Integrated Square Error를 나타낸다.

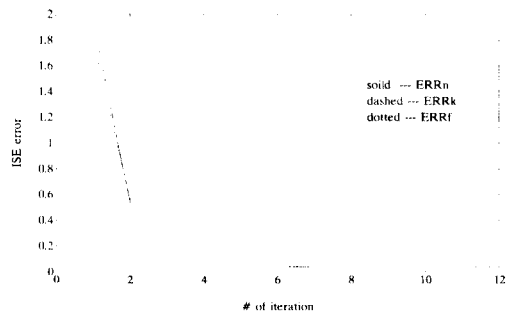


그림 5. 3가지 경우의 수렴 속도 비교
Fig. 5. Convergence speed comparison for 3 cases.

‘초기 조건에서 오차 없음’은 반복 학습 제어의 완전한 수렴성에 필요 조건이다.^[10] 그림 6에서 초기

조건의 오차가 있을 경우의 결과를 보인다.

參考文獻

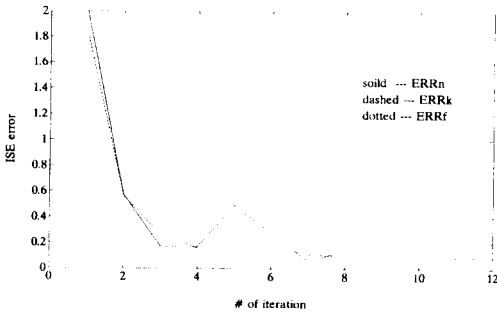


그림 6. 3가지 경우의 초기 오차에의 강인성 비교
Fig. *6. Initial error robustness comparison for 3 cases.

각 반복시마다 초기 조건에 약간의 무작위 오차가 있을 경우도 ERRf의 경우가 제일 좋은 성능을 나타냄을 알 수 있다. 이득 α 를 바꾸는 것은 성능에 크게 영향을 미치지 않음을 $\alpha = 5.5, 10.5, 15.5$ 로 변화시켜 본 그림 7의 결과가 보여준다

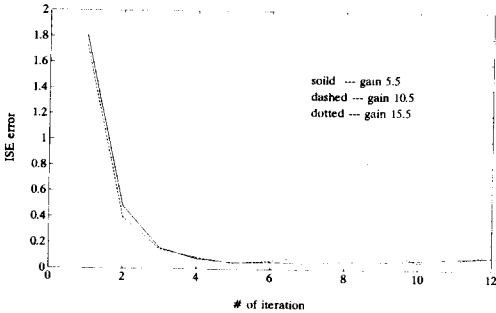


그림 7. 제한 항에 따른 수렴 속도 비교
Fig. 7. Convergence speed comparison depending on gain.

V. 결론

푸리에 급수 근사를 이용한 제한을 가진 반복 학습 제어 알고리즘을 새로이 제시하고 수렴성에 대한 충분 조건을 제시하였다. 근사된 공간상에서 원하는 궤적에 따른 제어 입력의 존재와 유일성을 논하고 알고리즘의 효용성을 컴퓨터 모의 실험을 통하여 보였다. 선형 시스템에 제한하여 방법을 제시하였으나 참고 문헌^[4,18]에서 언급한 바를 따라 비선형 시스템에로의 확장도 가능할 것으로 생각된다.

[1] S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki, "Bettering Operation of Robots by Learning", *J. of Robotic System*, vol.1, no.2, pp.123-140, 1984.

[2] T. Sugie and T. Ono, "On a Learning Control Law", *System and Control*, vol. 31, no.2, pp.129-135, 1987.

[3] Z. Bien and K. M. Huh, "Higher Order Iterative Learning Control Algorithm", *IEE Proc. Part.D.*, vol. 136, no.3, pp.105-112, 1989.

[4] S.-R.Oh, Z. Bien, and I. H. Suh, "An Iterative Learning Control Method with Application for the Robot Manipulator", *IEEE J. Robotics and Automation*, vol.4, no.5, pp.508-514, 1988.

[5] D.-H. Hwang, Z. Bien, and S.-R. Oh, "Iterative Learning Control Method for Discrete-Time Dynamic System", *IEE Proc. Part.D.*, vol.138, no.2, pp.139-144, 1991.

[6] Z. Bien, D.-H. Hwang, and S.-R. Oh, "A Nonlinear Iterative Learning Method for Robot Path Control", *Robotica*, vol.9, pp.387-392, 1991.

[7] J. J. Craig, *Adaptive Control of Mechanical Manipulators*, Addison-Wesley Publishing Co., New York, NY, USA, 1988.

[8] M. Togai and O. Yamano, "Analysis and Design of an Optimal Control Scheme for Industrial Robots: A Discrete System Approach", *Proc. 24th IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 1399-1404, 1985.

[9] T. Ishihara, K. Abe, and H. Takeda, "A design of discrete time repetitive control systems", *Trans. Soc. Instrum. Contr. Eng.*, vol.21, no.1, pp.43-49, 1986.

[10] K. H. Lee and Z. Bien, "Initial Condition Problem of Learning Control", *IEE Proc. Part.D.*, vol.138,

- no.6, pp.525-528, 1991.
- [11] G. Heinzinger, D.Fenwick, B.Paden, and F.Miyazaki, "Stability of Learning Control with Disturbances and Uncertain Initial Conditions", *IEEE Tr. on Automatic Control*, vol.37, no.1, pp.110-114, 1992.
- [12] E. Lunde and J. G. Balchen, "Practical Trajectory Learning Algorithms for Robot Manipulators", *IEEE Conf. on Robots and Automation*, pp.1516-1521, 1990.
- [13] P. Bondi, G. Casalina, and L. Gambardella, "On the Iterative Learning Control Theory for Robotic Manipulators", *IEEE J. of Robotics and Automation*, vol.4, no.1, pp.14-21, 1988.
- [14] B. A. Ardekani and A. Keyhani, "Identification of Non-linear systems using the exponential Fourier Series", *Int. J. Control*, vol.50, no.4, pp.1553-1558, 1989.
- [15] E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, 5-th Ed John Wiley and Sons, New York, NY, USA, 1983.
- [16] J. J. Craig, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Massachusetts, USA, 1986.
- [17] G. C. Goodwin and K. S. Sin, *Adaptive Filtering, Prediction and Control*, Prentice-Hall Inc., New Jersey, USA, 1984.
- [18] M. Razzaghi and A. Arabshahi, "Analysis of Linear time-varying Systems and Bilinear Systems via Fourier Series", *Int. J. Control*, vol.50, no.3, pp.889-898, 1989.

著者紹介



李鍾云 (正會員)

1961年 4月 20日生. 1982年 2月 서울대학교 전자공학과(공학사). 1984年 2月 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사). 1993年2月 한국과학기술원 전기및 전자공학과(공학박사). 현재 삼성항공(주) 선임연구원. 관심분야는 지능 및 학습제어, Fuzzy 및 Neural Network. 공장 자동화 등임.



李學聖 (正會員)

1967年 4月 22日生. 1989年 8月 한국과학기술대학(공학사). 1991年 8月 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사). 현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사 학위 과정 재학중.

下 増 男 (正會員) 第 28 卷 B 編 第 5 號 參照

한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수