

一連의 不確實한 시스템에 대한 強靱한 適應制御

(Robust Adaptive Control for a Sort of Uncertain Systems)

金 晋 煥*, 李 正 休*, 咸 雲 哲*

(Jin Whan Kim, Jeong Hyu Lee and Woon Chul Ham)

要 約

본 論文에서는 不確實한 시스템에 適用할 수 있는 制御알고리즘을 提案하였다. n 차수 이며 狀態變數가 測定 可能한 單一入出力 시스템의 狀態를 "Uncontrolled" 狀態와 "Controlled" 狀態로 分離시키며 아울러 Uncontrolled 부시스템이 임의의 $n-1$ 개의 特性根(eigen values)을 갖도록하는 變換 行列을 유도하고 이를 이용하여 새로운 強靱한 制御器를 設計하였다. 適應 制御 理論과 可變 構造 制御理論의 概念을 도입하여 새로운 制御 法則을 提案하였으며 提案된 制御器의 安定度는 Lyapunov 安定度 理論을 이용하여 證明하였다. 컴퓨터 시뮬레이션결과 提案된 制御 法則을 이용한 制御器의 強靱성과 安定성을 確認할 수 있었다.

Abstract

In this paper, robust adaptive control algorithms which can be applied to unknown uncertain systems are suggested. Transform matrix for dividing states into "uncontrolled" states and "controlled" states and general searching procedure for the transform matrix which assign arbitrary $n-1$ eigen values for the uncontrolled subsystem of n -th order single-input single-output systems of which state variables can be observable are also studied and utilized for the design of new-type controllers. We derived new-type control laws by using adaptive control theory and variable structure system and its stability is proved by using Lyapunov stability theory.

1. 서론

最近 10여년 동안 未知 또는 시스템의 매개변수 중 일부만 알려져 있는 制御 시스템에 대한 많은 研究가 進行되어 왔다^[1-9]. 이러한 制御 문제와 관련된 理論 중의 하나가 適應 制御 理論이며 최근 들어 많은 研究가 進行되고 있다. 適應 制御 理論의 특징은 시스템의 동특성(dynamics)을 決定하는 媒介變數를 알

지 못하는 경우에도 시스템을 制御할 수 있다는 것이다. 현재 외란이 존재할 경우나 모델화되지 않은 동특성인 시스템에 適用할 수 있는 安定하고 強靱한 制御 알고리즘을 구현하기 위한 많은 研究가 進行되고 있다. 이러한 制御 문제를 해결하기 위하여 Narendra^{[1], [2]}, Egardt^[3], 그리고 Anderson^[4]은 媒介變數 추정시 사역(dead-zone)을 利用하였으며 이 方法에 있어서는 強靱한 安定성을 위하여 식별 오차(identification error)가 어느 한계치를 초과할 때만 媒介變數를 재 조절하는 媒介變數 推定 方式을 사용하고 있다. 다른 한가지 방법은 σ 수정 方式을 利用한 것으로 이 방식에서는 媒介變數 推定值의 발

*正會員, 全北大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Chonbuk Nat'l Univ.)
接受日字: 1992年 6月 9日

산, 즉 不安定性을 除去하기 위하여 기존의 媒介變數 推定 方式에 $\sigma\theta$ 를 첨가하고있다. Ioannou^{[5], [6]}는 適應制御 알고리즘의 強靱성을 위하여 후자의 방법을 이용했으며, 초기상태에 모든 계적들이 收斂되도록 하는 상태 공간 영역이 存在함을 보였다. 위의 두 방식에 있어서 공정오차가 0으로 수렴됨을 보장하고 있지 않음으로 공정오차가 0으로 수렴하도록 하는 強靱한 適應 制御 알고리즘을 찾는것은 아직 研究해야할 과제로 남아 있다는 短點이 있다. 이러한 強靱性 問題를 해결하기 위한 또다른 制御 理論은 Utkin^[7]과 Itkis^[8]에 의하여 研究된 可變 構造 制御 理論이다. 이 理論은 상태 공간상의 초평면 상에서 入力の 高速 스위칭에 의한 슬라이딩 운동을 이용한 방법으로써 시스템의 외란이나 不確實한 변수에 대하여 매우 둔감하다는 長點을 가지고 있다.

본 論文에서는 不確實하고 상태변수가 측정 가능한 단일 入出力 시스템에 대한 強靱한 새로운 형태의 制御器를 설계하기 위하여 可變 構造 시스템의 물리적 개념을 부가한 適應 制御 알고리즘을 제안하였으며 制御器의 安定도 分析 및 設計의 단순성을 고려하기 위하여 “uncontrolled”와 “controlled” 상태로 분리하기 위한 變換 行列을 유도하고 이를 制御器 設計에 이용하였다.

본 논문은 2장에서 시스템의 상태를 “uncontrolled”와 “controlled” 상태로 분리하는 變換 行列을 소개하였으며 이에 대한 일반적인 구현 과정을 제시하였다. 3장에서는 3 가지 유형의 制御器를 소개하였고 4장에서는 제안된 制御器들의 安定度를 分析하였다. 5장에서는 제안된 強靱한 制御 法則을 이용하여 制御器를 설계하였으며, 설계된 制御器를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 분석하여 보았다. 컴퓨터 시뮬레이션 結果 공정오차가 0으로 收斂함을 알 수 있었다. 제안된 制御 알고리즘은 외란이 발생할 경우에도 공정의 出力오차가 0으로 수렴되는 強靱性을 갖고 있음을 알 수 있었으며 可變 構造 制御理論과 유사한 chattering 현상이 입력 過程에서 발생됨을 알 수 있었다

II. 數學的 背景

uncontrolled 부시스템이 임의의 $n-1$ 特性根을 갖도록하는 變換行列을 구하기 위한 數學的 背景에 대하여 考察한다.

[定理 1]

i 번째 요소 $a_i > 0$ $a \in R^n$ 와 $n-2$ 차 多項式 $p(s)$ 가

주어지면 다음 식을 만족하는 벡터 $\alpha \in R^n$ 가 唯一하게 存在한다.

$$p(s) = \alpha_1(s+a_2) + (s+a_3) \cdots (s+a_{n-1}) + \alpha_2(s+a_1) + (s+a_3) \cdots (s+a_{n-1}) + \vdots + \alpha_{n-1}(s+a_1) + (s+a_3) \cdots (s+a_{n-1}) \tag{1}$$

단, 모든 $i \neq j$ 에 대하여 $a_i \neq a_j$ 라 假定한다.

[證明]

行列 V 를 다음과 같이 定義한다.

$$V = \begin{bmatrix} 1 & \sum_{i=1}^{n-1} a_i & \sum_{\substack{i,j=1 \\ j>1}}^{n-1} a_i a_j & \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ k>j>1}}^{n-1} a_i a_j a_k & \cdots & \prod_{i=1}^{n-1} a_i \\ 1 & \sum_{i=2}^{n-1} a_i & \sum_{\substack{i,j=2 \\ j>1}}^{n-1} a_i a_j & \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ k>j>1}}^{n-1} a_i a_j a_k & \cdots & \prod_{i=1}^{n-1} a_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \sum_{i=n-1}^{n-1} a_i & \sum_{\substack{i,j=n-1 \\ j>1}}^{n-1} a_i a_j & \sum_{\substack{i,j,k=n-1 \\ k>j>1}}^{n-1} a_i a_j a_k & \cdots & \prod_{i=n-1}^{n-1} a_i \end{bmatrix} \tag{2}$$

식 (2)에서 行列의 i 번째 要素인 v_i 는 다음과 같이 定義되는 多項式的 s^n 계수이다.

$$v_i = (s+a_1)(s+a_2)\cdots(s+a_{n-1}) / (s+a_i) \quad i=1,2,\dots,n-1 \tag{3}$$

위 定理을 證明하기 위하여 行列 V 가 nonsingular 즉, 行列 V 의 行列式이 0이 아님을 보이면 된다. 적절한 row operation을 行列 V 에 적용하여 行列 V 의 行列式은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$|V| = \begin{vmatrix} 1 & \times & \times & \times & \cdots & \times \\ 0 & (a_1 - a_2) & \times & \times & \cdots & \times \\ 0 & 0 & \prod_{i=1}^2 (a_i - a_{i+1}) & \times & \cdots & \times \\ 0 & 0 & 0 & \prod_{i=1}^3 (a_i - a_{i+1}) & \cdots & \times \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \prod_{i=1}^{n-2} (a_i - a_{i+1}) \end{vmatrix} = (a_1 - a_2)^{n-2} (a_2 - a_3)^{n-3} \cdots (a_{n-2} - a_{n-1}) \tag{4}$$

따라서 모든 $i \neq j$ 에서 $a_i \neq a_j$ 인 假定하에서 行列 V 의 行列式이 0이 아님을 알 수 있다.

[定理 2]

行列 $A \in R^{n \times n}$ 와 벡터 $a \in R^n$ 가 주어진 경우 아래

와 같이 표현된 行列 A 의 特性根이 모든 $i \neq j$ 에 대하여 $a_i \neq a_j$ 인 假定하에서 行列 A 의 特性根과 같도록 하는 벡터 $b, c \in \mathbb{R}^n$ 와 스칼라 d 가 다음과 같이 존재한다.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & \cdots & 0 & b_1 \\ 0 & -a_2 & \cdots & 0 & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & b_{n-1} \\ c_1 & c_2 & \cdots & c_{n-1} & -d \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 $a^T = [a_1, a_2, \dots, a_{n-1}]$
 $b^T = [b_1, b_2, \dots, b_{n-1}] = [1, 1, \dots, 1]$
 $c^T = [c_1, c_2, \dots, c_{n-1}]$

[證明]

行列 A 의 特性方程式은 다음과 같이 表現된다.

$$\begin{aligned} |sI - \Lambda| &= (s+d)(s+a_1)(s+a_2) \cdots (s+a_{n-1}) \\ &+ c_1(s+a_2)(s+a_3) \cdots (s+a_{n-1}) \\ &+ c_2(s+a_1)(s+a_3) \cdots (s+a_{n-1}) \\ &\vdots \\ &+ c_{n-1}(s+a_1)(s+a_2) \cdots (s+a_{n-2}) \end{aligned} \quad (6)$$

그러므로 定理 1에서 살펴 보았듯이 $|sI - A|$ 는 벡터와 스칼라 d 를 적절히 선정함으로써 임의의 n 차 모닉(monic)다항식이 될 수 있으며, 따라서 $|sI - A|$ 와 같도록 할 수 있다.

다음은 controllable 狀態方程式으로 표현된 線形 傳達函數에 적용될 수 있는 定理를 提案한다.

[定理 3]

行列 A 를 식 (5)와 같이 定義하고 벡터 $\beta \in \mathbb{R}^n$ 를 다음과 같이 定義한다.

$$\beta^T = [0, 0, \dots, 1] \quad (7)$$

이때 (A, β) 는 controllable하다.

[證明]

(A, β) 에 대한 controllability 行列 C_c 를 다음과 같이 定義 한다.

$$C_c = [\beta, \Lambda\beta, \Lambda^2\beta, \dots, \Lambda^{n-1}\beta] \quad (8)$$

이때 C_c 의 계수는 n 또는 C_c 의 行列式이 0이 아님을 보여야 하며 C_c 에 적절한 列 演算을 취할 경우 行列 C_c 의 行列式은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} |C_c| &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & -a_1 & (-a_1)^2 & \cdots & (-a_1)^{n-2} \\ 0 & 1 & -a_2 & (-a_2)^2 & \cdots & (-a_2)^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & -a_{n-1} & (-a_{n-1})^2 & \cdots & (-a_{n-1})^{n-2} \\ 1 & -d & \times & \times & \cdots & \times \end{vmatrix} \\ &= (-1)^n \prod_{i < j} (a_i - a_j) \end{aligned} \quad (9)$$

따라서 可制御性 行列 C_c 의 行列式은 모든 $i \neq j$ 에 대하여 $a_i \neq a_j$ 인 假定하에서 0이 아님을 알 수 있다.

[補助定理 1]

다음과 같은 單一 入, 出力 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + b_p u(t) \quad (10)$$

여기서 (A_p, b_p) 는 制御可能하다고 한다. 이때 위 시스템 식 (10)이 다음 시스템 식 (11)과 等價가 되도록 하는 行列 P 가 존재하며, 이 경우 시스템 식 (11)은 定理 3에 의하여 制御可能하다고 한다.

$$\dot{y}_p(t) = \Lambda y_p(t) + \beta u(t) \quad (11)$$

여기서 $Px_p(t)$ 는 다음과 같다.

$$Px_p(t) = y_p(t) \quad (12)$$

만일 (A_p, b_p) 가 制御可能 표준형(controllable canonical form)이면 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_{p1} & -a_{p2} & \cdots & \cdots & -a_{pn} \end{bmatrix} \quad b_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

이때 變換行列 P 는 다음과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} \prod_{i \neq 1}^{n-1} a_i & \cdots & \sum_{i \neq 1, j > 1}^{n-1} a_i a_j & \sum_{i \neq 1}^{n-1} a_i & 1 & 0 \\ \prod_{i \neq 2}^{n-1} a_i & \cdots & \sum_{i \neq 2, j > 2}^{n-1} a_i a_j & \sum_{i \neq 2}^{n-1} a_i & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \prod_{i \neq n-1}^{n-1} a_i & \cdots & \sum_{i \neq n-1, j > n-1}^{n-1} a_i a_j & \sum_{i \neq n-1}^{n-1} a_i & 1 & 0 \\ \prod_{i \neq 1}^{n-1} a_i & \cdots & \sum_{k > j > 1}^{n-1} a_i a_j a_k & \sum_{j > 1}^{n-1} a_i a_j & \sum_{i=1}^{n-1} a_i & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

變換行列 P 의 ij 번째 요소는 아래의 식 (14)로 定義되는 多項式 $P_i(s)$ 의 s^i 계수와 같다.

$$P_i(s) = \begin{cases} (s+a_1)(s+a_2) \cdots (s+a_{n-1}), & i \neq n \\ (s+a_1)(s+a_2) \cdots (s+a_{n-1}), & i = n \end{cases} \quad (14)$$

III. 制御器 設計

다음과 같은 制御可能 표준형의 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u(t) + f(x_p(t)); f(\bullet) \rightarrow [0.0, \dots, f(\bullet)]^T \quad (15)$$

여기서 $x \in R^n$, $A_p \in R^{n \times n}$, $b_p \in R^n$, $u \in R^r$ 그리고 $f(\cdot) : R^n \rightarrow R^n$ 은 시스템에서 非모델 動特性으로 표현되는 非線形 벡터 函數이다.

[假定 1]

函數 $f(\cdot)$ 에 대한 다음과 같은 매칭條件을 만족하는 $g(\cdot) : R^n \rightarrow R^r$ 이 存在한다^[11]

$$f(x) = b_p g(x) \quad (16)$$

[假定 2]

函數 $g(\cdot)$ 는 다음 條件을 만족한다.

$$\|g(x)\| \leq \mu_0 + \mu_1 \|x\|, \quad 0 < \mu_0, \mu_1 < \infty \quad (17)$$

假定 1로부터 시스템 식 (15)는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + b_p (u(t) + g(x_p(t))) \quad (18)$$

補助定理 1에서 變換 行列 P 가 存在하므로 시스템 식 (18)은 다음과 같다.

$$\dot{y}_p(t) = \Lambda y_p(t) + \beta(u(t)) + \bar{g}(y_p(t)) \quad (19)$$

여기서 $\bar{g}(y_p(t))$ 는 다음과 같다

$$\bar{g}(y_p(t)) = g(x_p) \leq \mu_0 + \mu_1 \|x_p\| \leq \mu_0 + \mu_1 \|P^{-1}\| \|y_p\| \quad (20)$$

이제 위 시스템 식 (19)를 두개의 부시스템으로 分割한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ y_{pn}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ y_{pn}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u(t) + \bar{g}(z(t), y_{pn}(t))) \quad (21)$$

여기서 $\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ y_{pn}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z(t) \\ y_p(t) \end{bmatrix}$ 이다

위 식에서 $\Lambda_{11} \in R^{(n-1) \times (n-1)}$ 은 安定한 行列이며 시스템의 性能을 개선하기 위하여 자유롭게 임의의 特性

根을 갖도록 選擇할 수 있다. 이때 $z(t)$ 와 $y_{pn}(t)$ 의 요소들을 각각 “uncontrolled” 狀態와 “controlled” 狀態라 한다. $y_{pn}(t)$ 가 L_2 공간에 속하도록 制御器를 設計한다면 $z(t)$ 또한 L_2^{n-1} 공간에 속하게 된다. 이러한 의미에서 $z(t)$ 와 $y_{pn}(t)$ 의 요소들을 각각 “uncontrolled” 狀態와 “controlled” 狀態로 命名하기로 한다.

[補助定理 2]

식 (21)에서 $y_{pn}(t) \in L_p$ 이면, Λ_{11} 이 安定한 行列이므로 $[z(t)^T y_{pn}(t)] \in L_p$ 이다.

즉, 만일 $\lim_{t \rightarrow \infty} y_p(t) = 0$ 이면 $\lim_{t \rightarrow \infty} [z(t)^T y_{pn}(t)] = 0$ 이다 식 (20)으로부터 函數 $g(z(t), y_{pn}(t))$ 는 다음 條件을 만족한다.

$$|\bar{g}(z(t), y_{pn}(t))| \leq v_0 + v_1 \|z(t)\| + v_2 \|y_{pn}(t)\| \quad (22)$$

여기서 $v_0, v_1, v_2 > 0$ 이다.

v_* 와 $w(t)$ 를 다음과 같이 定義한다.

$$v_* = [v_0, v_1, v_2]^T$$

$$w(t) = [1, \|z(t)\|, \|y_{pn}(t)\|]^T$$

이 경우 식 (22)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$|\bar{g}(z(t), y_{pn}(t))| \leq v_*^T w(t) \quad (23)$$

다음은 補助定理 2의 성질을 이용하여 다음과 같은 경우에 대하여 $y_{pn}(t)$ 가 L_2 공간에 속하도록 하는 Deterministic 制御器, 適應制御器, 強靱한 適應制御器를 提案한다. 여기서 強靱한 適應制御器의 경우는 媒介變數 推定時 可變救助 制御理論의 스위칭 概念을 導入하여 媒介變數를 추정할 수 있도록 설계하였다.

[境遇 1]

$\Lambda_{21}, \Lambda_{22}$ 는 알고있는 값이며 $g(\cdot) = 0$ 이다.

Deterministic 制御器 :

$$u(t) = -\Lambda_{21} z(t) - \Lambda_{22} y_{pn}(t) - k y_{pn}(t) \quad (24)$$

[境遇 2]

$\Lambda_{21}, \Lambda_{22}$ 는 未知의 값이며 $g(\cdot) = 0$ 이다

適應制御器 :

$$u(t) = -\hat{\Lambda}_{21} z(t) - \hat{\Lambda}_{22} y_{pn}(t) - k y_{pn}(t) \quad (25)$$

여기서

$$\begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_{21}(t) \\ \hat{\Lambda}_{22}(t) \end{bmatrix} = \Gamma \begin{bmatrix} z(t) \\ y_{pn}(t) \end{bmatrix} y_{pn}(t) \quad (26)$$

[境 遇 3]

A_{21}, A_{22} 는 未知의 값이며 $g(\cdot) \neq 0$ 이다. 또한 w, v_1, v_2 도 未知의 값이다.

強靱한 適應制御器 :

$$u(t) = \begin{cases} -\hat{\Lambda}_{21}z(t) - \hat{\Lambda}_{22}y_{pn}(t) - ky_{pn}(t) - \hat{v}_1(t)^T \omega(t), y_{pn}(t) > 0 \\ -\hat{\Lambda}_{21}z(t) - \hat{\Lambda}_{22}y_{pn}(t) - ky_{pn}(t) - \hat{v}_2(t)^T \omega(t), y_{pn}(t) < 0 \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\Lambda}}_{21}(t) \\ \dot{\hat{\Lambda}}_{22}(t) \end{bmatrix} = \Gamma_1 \begin{bmatrix} z(t) \\ y_{pn}(t) \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\dot{\hat{v}}_1(t) = \begin{cases} +\Gamma_2 \omega(t) y_{pn}(t), y_{pn}(t) > 0 \\ 0, y_{pn}(t) \leq 0 \end{cases} \quad (29)$$

$$\dot{\hat{v}}_2(t) = \begin{cases} -\Gamma_2 \omega(t) y_{pn}(t), y_{pn}(t) < 0 \\ 0, y_{pn}(t) \geq 0 \end{cases} \quad (30)$$

여기서

$$\hat{v}_1(t) = [\hat{v}_{01}(t), \hat{v}_{11}(t), \hat{v}_{21}(t)]^T$$

$$\hat{v}_2(t) = [\hat{v}_{02}(t), \hat{v}_{12}(t), \hat{v}_{22}(t)]^T$$

$k > 0$

$\Gamma_0, \Gamma_1, \Gamma_2$ 는 對稱 定置 行列

IV. 安定度 分析

本 節에서는 앞에서 제안한 制御器의 安定度を 分析한다. 適應制御器와 強靱한 適應制御器에 국한하여 安定度を 分析하기로 하며 Deterministic 制御器에서도 이와 유사한 방법으로 쉽게 安定度を 證明할 수 있다.

適應制御器에 대한 Lyapunov函數 $V_1(t)$ 를 補助定理 2의 성질을 고려하여 다음과 같이 선정한다

$$V_1(t) = (y_{pn}(t))^2 + \tilde{\Lambda}_2(t)^T \Gamma^{-1} \tilde{\Lambda}_2(t) / 2 \quad (31)$$

여기서 A_2 는 다음과 같다.

$$\tilde{\Lambda}_2(t) = [\Lambda_{21}(t)^T, \Lambda_{22}(t)^T]^T - [\Lambda_{21}^T, \Lambda_{22}]^T$$

$V_1(t)$ 를 時間에 대하여 微分하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_1(t) = y_{pn}(t)(\Lambda_{21}(t)^T z(t) + \Lambda_{22} y_{pn}(t) + u(t) + \tilde{\Lambda}_2(t)^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Lambda}}_2(t)) \quad (32)$$

식 (32)에 適應制御器의 制御法則을 適用하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= -ky_{pn}(t)^2 - y_{pn}(t) \tilde{\Lambda}_2(t)^T y_p(t) + \tilde{\Lambda}_2(t)^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Lambda}}_2(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 < 0 \end{aligned} \quad (33)$$

따라서 $y_{pn}(t) \in L_2$ 에 있으며 補助定理2의 성질로부터 提案된 適應制御器가 安定함을 알 수 있다.

強靱한 適應制御器의 安定度 分析을 위하여 強靱한 適應制御器에 대한 Lyapunov函數 $V_2(t)$ 를 다음과 같이 選定한다.

$$V_1(t) = \begin{cases} (y_{pn}(t))^2 + \tilde{\Lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\Lambda}_2(t) + \tilde{v}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \tilde{v}_1(t) / 2, y_{pn}(t) > 0 \\ (y_{pn}(t))^2 + \tilde{\Lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\Lambda}_2(t) + \tilde{v}_2(t)^T \Gamma_2^{-1} \tilde{v}_2(t) / 2, y_{pn}(t) < 0 \end{cases} \quad (34)$$

여기서 $v_1(t)$ 와 $v_2(t)$ 는 다음과 같다.

$$\tilde{v}_1(t) = \tilde{v}_1(t) - v.$$

$$\tilde{v}_2(t) = \tilde{v}_2(t) - v.$$

$y_{pn}(t) > 0$ 일때 $V_2(t)$ 를 時間에 대하여 微分하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= y_{pn}(t)(\Lambda_{21}(t)^T z(t) + \Lambda_{22} y_{pn}(t) + u(t) + \tilde{g}(z(t), y_{pn}(t))) \\ &\quad + \tilde{\Lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\Lambda}}_2(t) + \tilde{v}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\tilde{v}}_1(t) \end{aligned} \quad (35)$$

위 식 (35)에 強靱한 適應制御器의 制御法則을 適用하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(-\tilde{\Lambda}_2(t)^T y_p(t) + \tilde{g}(\bullet) - \hat{v}_1(t)^T \omega(t)) \\ &\quad + \tilde{\Lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\Lambda}}_2(t) + \tilde{v}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\tilde{v}}_1(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(\tilde{g}(\bullet) - \hat{v}_1(t)^T \omega(t)) + \tilde{v}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\tilde{v}}_1(t) \end{aligned} \quad (36)$$

식 (23)을 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &< -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(v \cdot \omega(t) - \hat{v}_1(t)^T \omega(t)) + \tilde{v}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\tilde{v}}_1(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 - y_{pn}(t) \hat{v}_1(t)^T \omega(t) + \tilde{v}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\tilde{v}}_1(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 < 0 \end{aligned} \quad (37)$$

$y_{pn}(t) < 0$ 일때 $V_2(t)$ 를 時間에 대하여 微分하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= y_{pn}(t)(\Lambda_{21}(t)^T z(t) + \Lambda_{22} y_{pn}(t) + u(t) + \tilde{g}(z(t), y_{pn}(t))) \\ &\quad + \tilde{\Lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\Lambda}}_2(t) + \tilde{v}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\tilde{v}}_1(t) \end{aligned} \quad (38)$$

식 (38)에 強靱한 適應制御器를 위한 制御法則을 適

用하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(-\bar{\Lambda}_2(t)^T y_p(t) + \bar{g}(\bullet) - \hat{v}_1(t)^T \omega(t)) \\ &\quad + \bar{\Lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \dot{\bar{\Lambda}}_2(t) + \bar{v}_2(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\bar{v}}_2(t) \quad (39) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(\bar{g}(\bullet) - \hat{v}_2(t)^T \omega(t)) + \bar{v}_2(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\bar{v}}_2(t) \end{aligned}$$

식 (23)을 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &< -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(v_1^T \omega(t) - \hat{v}_1(t)^T \omega(t)) + \bar{v}_1(t)^T \Gamma_1^{-1} \dot{\bar{v}}_1(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 - y_{pn}(t)\hat{v}_2(t)^T \omega(t) + \bar{v}_2(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\bar{v}}_2(t) \quad (40) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 < 0 \end{aligned}$$

따라서 $y_{pn}(t) \in L_2$ 에 있고 補助定理 2로부터 強靱한 適應制御器의 安定度를 證明하였다.

V. 컴퓨터 시뮬레이션

強靱한 適應制御 理論을 이용하여 설계된 制御器의 일반적인 制御可能 표준형의 식 (18)과 같은 等價 시스템에 대하여 Runge-Kutta 方式을 적용하여 動作特性을 살펴보았다. 3 개의 特性根을 갖는 一般的な 制御可能 표준형의 시스템을 고려한다. 여기서 a_{p1} , a_{p2} , a_{p3} 는 未知라고 假定하며 시뮬레이션을 위하여 각각 1, 2, 4로 설정하였다.

$$\dot{x}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{p1} & -a_{p2} & -a_{p3} \end{bmatrix} x_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u(t) + g(t)] \quad (41)$$

식 (13)의 變換行列을 이용한 위 식 (41)의 等價 시스템은 다음과 같으며 $a_1=1$, $a_2=2$ 인 경우에 국한하여 시뮬레이션 한다.

$$\dot{y}_p(t) = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & 1 \\ 0 & -a_2 & 1 \\ \Lambda_{211} & \Lambda_{211} & -a_{p1} + a_1 + a_2 \end{bmatrix} y_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u(t) + \bar{g}(t)]$$

여기서

$$\Lambda_{211} = (a_1^3 - a_{p1} + a_{p2}a_1 + a_{p3}a_1^2) / (a_2 - a_1)$$

$$\Lambda_{212} = (-a_2^3 - a_{p1} + a_{p2}a_2 + a_{p3}a_2^2) / (a_2 - a_1)$$

현재 a_{p1} , a_{p2} , a_{p3} 가 未知이므로 Λ_{211} , Λ_{212} 도 未知이며 이들의 初期值 $\Lambda_{21}(0)$, $\Lambda_{22}(0)$ 그리고 $v_1(0)$ $v_2(0)$ 는 각각 다음과 같이 初期化 하였다.

$$\Lambda_{21}(0) = [\Lambda_{211}(0) \ \Lambda_{212}(0)] = [0.2 \ 0.2]$$

$$\Lambda_{22}(0) = [0.2]$$

$$v_1(0) = [v_{11}(0) \ v_{12}(0) \ v_{13}(0)] = [0.2 \ 0.2 \ 0.2]$$

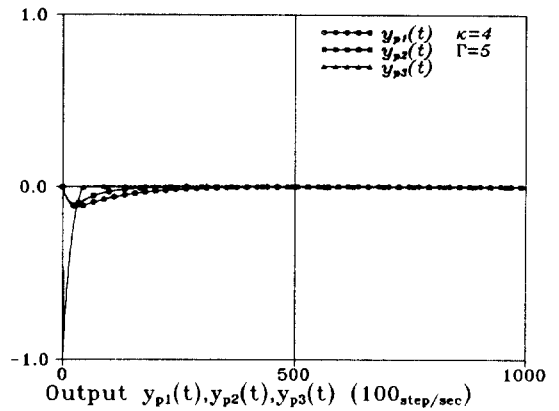
$$v_2(0) = [v_{21}(0) \ v_{22}(0) \ v_{23}(0)] = [0.2 \ 0.2 \ 0.2]$$

표 1. 媒介變數 값.

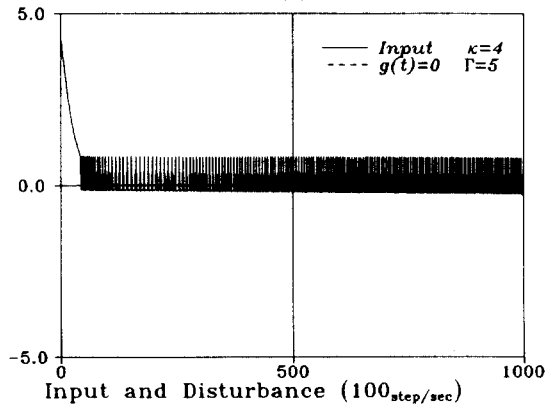
Table 1. Parameter values.

그림	외란	κ	Γ_1	Γ_2
그림 1	0	4	5	5
그림 2	± 1	4	5	5
그림 3	$\cos(\omega t)$	4	5	5

표 1은 外亂에 대한 시뮬레이션한 그림에 대한 要約을 나타내었다. 그림 1에서는 $\Gamma = 5$ 일 경우에 또 κ , $H = 4$ 일 경우에 대하여 시뮬레이션한 誤差 收斂特性이다. 外亂이 없는 경우에는 初期 誤差狀態에서 0으로 收斂하는 매우 좋은 狀態를 알 수 있다.



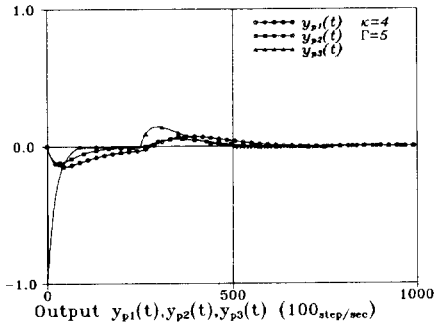
(a)



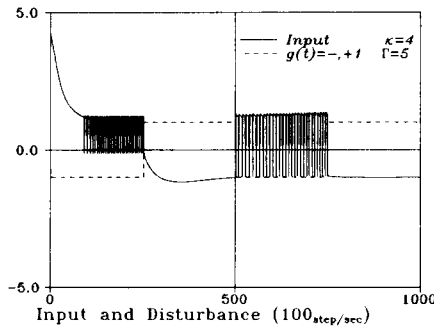
(b)

그림 1. (a) 工程의 誤差 出力, y_{p1} , y_{p2} , $y_{p3}(\bar{g}(t) = 0)$
(b) 工程의 入力 U와 外亂, $(g(t) = 0)$

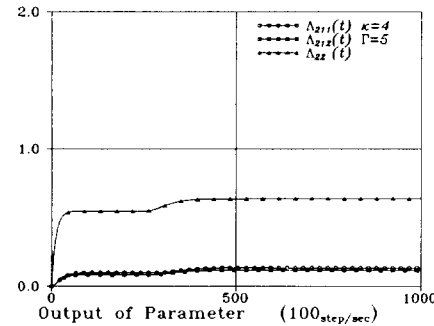
Fig. 1. (a) Output y_{p1} , y_{p2} , $y_{p3}(\bar{g}(t) = 0)$
(b) In put and Disturbance $(\bar{g}(t) = 0)$



(a)



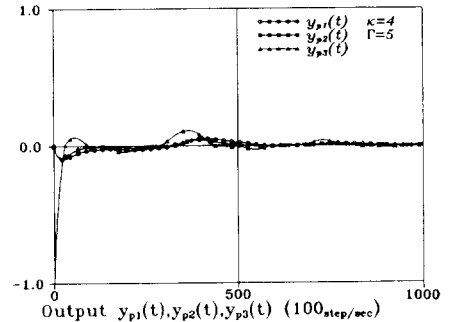
(b)



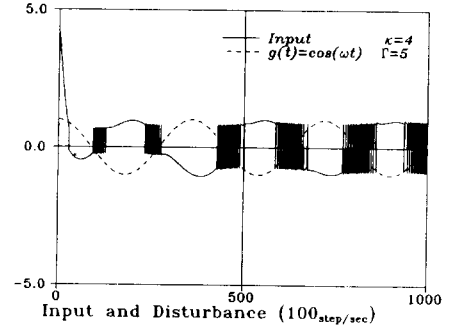
(c)

그림 2. (a) 工程의 誤差 出力, y_{p1} , y_{p2} , y_{p3}
 $(g(t) = \pm 0)$
 (b) 工程의 入力 U와 外亂,
 $(g(t) = \pm 0)$
 (c) 媒介 變數 出力, A_{211} , A_{212} , A_{22}
 $(g(t) = \pm 1)$

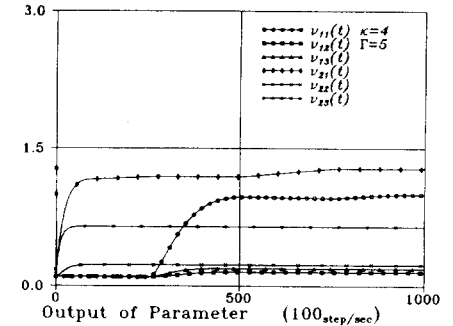
Fig. 2. (a) Output, y_{p1} , y_{p2} , y_{p3}
 $(g(t) = \pm 0)$,
 (b) Input and Disturbance,
 $(g(t) = \pm 0)$,
 (c) Output of parameter, A_{211} , A_{212} ,
 $A_{22}(g(t) = \pm 1)$.



(a)



(b)



(c)

그림 3. (a) 工程의 誤差 出力, y_{p1} , y_{p2} , y_{p3}
 $(g(t) = \cos(\omega t))$
 (b) 工程의 入力 U와 外亂,
 $(g(t) = \cos(\omega t))$
 (c) 媒介變數 出力 (v_{11} , v_{12} , v_{13} , v_{21} ,
 v_{22} , v_{23}), $(g(t) = \cos(\omega t))$

Fig. 3. (a) Output, y_{p1} , y_{p2} , y_{p3}
 $(g(t) = \cos(\omega t))$,
 (b) Input and Disturbance,
 $(g(t) = \cos(\omega t))$,
 (c) Output of parameter, v_{11} , v_{12} ,
 v_{13} , v_{21} , v_{22} , v_{23} , $(g(t) = \cos(\omega t))$.

入力 特性을 나타낸 그림으로 可變構造 理論의 스위칭 현상을 볼수 있으며 誤差의 收斂이 매우 빠른 반면에 初期 狀態에서의 매우 큰 入力을 요하게 된다. 그림 2, 3은 外亂이 存在할 경우에 시뮬레이션한 그림을 나타내었다. 制御器의 強靱性和 빠른 收斂特性을 확인할 수 있었다. 그림 2는 外亂이 ± 1 일 경우에 대하여 誤差 出力特性과 制御器의 入力을 나타내었다. 그림 3은 外亂이 $\cos(\omega t)$ 일 경우에 각각의 出力特性을 나타내었다. 媒介變數 값의 變化에 따라 각각의 出力特性이 조금씩 변함을 알 수 있으며 收斂特性이 매우 빠른 반면에 誤差가 0인 부근에서도 아주 작은 誤差가 발생됨을 확인할 수 있다. 誤差가 발생하는 경우는 制御器의 利得값이 커지면 制御器의 適應이 빨라지기 때문이다. 可變構造 理論의 특징인 스위칭 현상이 많아짐을 확인할 수 있고 반면에 收斂特性은 다소 늦지만 定常狀態에서의 誤差가 0으로 정확하게 收斂하는 점을 확인할 수 있다.

시뮬레이션 결과, 媒介變數의 적절한 선택으로 어떠한 外亂이 存在함에도 불구하고 工程誤差가 0으로 收斂하는 強靱한 制御器임을 알 수 있으며 強靱한 適應制御器의 각각의 媒介變數가 推定되어감을 알 수 있다.

VI. 結 論

모델화 되어있지 않는 入力 外亂이 存在하는 單一 入出力 시스템에 대한 強靱한 適應 制御 알고리즘을 提案하였다. 시스템의 特性和 外亂의 有限值(tight bound)에 대한 媒介變數들은 모두 未知값(unknown)으로 假定하였으며 이들 媒介變數를 적절하게 推定하여 시스템의 安定度를 보장하는 媒介變數 推定 방식을 提案하였다. 상태들을 可變構造 시스템에서 슬라이딩 운동의 物理的 概念을 도입하여 "uncontrolled" 상태와 "controlled" 상태로 分離할 수 있는 變換 行列에 대하여 考察하여 보았으며 이를 이용한 制御器 설계상 주안점은 "controlled" 상태가 0으로 收斂함을 보일 수 있는 制御 알고리즘을 찾는 것이다. 본 論文에서 提案한 制御 알고리즘의 長點은 시스템의 精確한 모델링을 요하지 않으며 매칭조건을 滿足하는 外亂이 존재할 경우에도 工程 誤差가 0으로 收斂할 수 있는 점이다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 제안된 制御 法則을 이용한 制御器의 強靱性和 安定性을 확인할 수 있으며 적응 제어 이론에서 해결이 어려웠던 外亂에 대하여 매우 둔감한 制御器임을 확인하였다. 본 알고리즘의 단점으로 지적 될 수 있는 사

항은 시스템에 外亂이 존재하는한 계속적으로 불연속 제어가 행하여지는 점이며 이러한 문제점은 앞으로 연구해야할 문제로 사료된다. 또 多象 入出力 시스템도 적용될 수 있도록 提案된 알고리즘을 擴張하는 연구가 진행되어야 하겠다.

參 考 文 獻

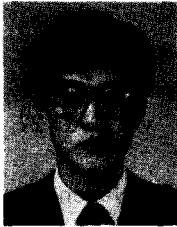
- [1] B. B. Peterson and K. S. Narendra, "Bounded error adaptive control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-27, pp. 1161-1168, Dec. 1982.
- [2] G. Kreisselmeier and K.S. Narendra, "Stable model reference adaptive control in the presence of bounded disturbance," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-27, pp.1969-pp1175, Dec. 1982.
- [3] B. Egardt, *Stability of Adaptive Controllers*. New York : Springer-Verlag, 1979.
- [4] G. Kreisselmeier and B.D.O. Anderson, "Robust Model Reference Adaptive Control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-31, pp127-pp.133, Feb. 1986.
- [5] P.A. Ioannou and P. Kokotovic, "Robust redesign of adaptive control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-29, pp202 pp211, Mar. 1984.
- [6] P.A. Ioannou and K.S. Tsakalis, "A Robust direct adaptive controller," *IEEE Trans. Automat. contr.*, vol. AC-31, pp.1033-pp.1043, Nov. 1986.
- [7] V.I. Utkin, *Sliding Mode and Their Application in Variable Structure Systems*. Moscow, USSR: MIR, 1978.
- [8] U. Itkis, *Control Systems of Variable Structure*. John Wiley & Sons, New York, 1976.
- [9] C.A. Desoer and M. Vidyasagar, *Feedback Systems: Input-Output Properties*. Academic Press, New York, 1975.
- [10] W.C. Ham, "Adaptive Control Based on Explicit Model of Robot Manipulators" *IEEE Trans. Automat. Contr.*, to be

published in Mar. 1993.

[11] Martin J. Corless, George Leitmann
 "Continuous State Feedback Guar-
 anteeing Uniform Ultimate Bound-

edness for Uncertain Dynamic
 Systems", *IEEE Trans. Automatic*, vol.
 Ac-26, no. 5, pp.1139-pp.1144, Oct.
 1981.

著者紹介



金 晉 煥 (正會員)
 1962年 5月 1日生 1985年 전북대
 학교 전자공학과 졸업. 1991年 전
 북대학교 대학원 전자공학과 졸업
 (공학석사). 주관심분야는 적응제
 어, 가변구조제어, 로보틱스, 신경회로
 제어 등임.



李 正 休 (正會員)
 1956年 5月 23日生 1983年 전북대
 학교 물리학과 졸업 1986年 전북대
 학교 대학원 전자공학과 졸업(공학
 석사) 1993年 전북대학교 대학원
 전자공학과 졸업(공학박사). 1993
 年 3月~현재 국립 농공대학 전임
 강사 주관심분야는 적응제어, 가변구조제어, 로보틱스,
 신경회로제어 등임.

咸 雲 哲 (正會員) 第 29 卷 B編 第 12 號 參照.
 현재 전북대학교 전자공학과
 부교수.