

선형 이산화 입력-출력 모형의 매개변수 결정에 관한 연구

강주복 · 강인식 · 콧기석 · 정연태* · 권정곤**

부산대학교 토목공학과, *부산전문대학 토목과, **부산대학교 환경공학과
(1993년 8월 16일 접수)

Estimation of Parameters of the Linear, Discrete, Input-Output Model

Ju-Bok Kang, In-Shik Kang, Ki-Seok Kwak, Yeon-Tae Jeong*
and Jeong-Kon Kwon**

Department of Civil Engineering, Pusan National University, Pusan,

**Department of Civil Engineering, Pusan Junior College, Pusan,*

***Department of Environmental Engineering, Pusan National University, Pusan, Korea.*

(Manuscript received 16 August 1993)

Abstract

This study has two objectives. One is developing the runoff model for Hoe-Dong Reservoir basin located at the upstream of Su-Young River in Pusan. To develop the runoff model, basic hydrological parameters - curve number to find effective rainfall, and storage coefficient, etc. - should be estimated. In this study, the effective rainfall was calculated by the SCS method, and the storage coefficient used in the Clark watershed routing was cited from the report of P.E.B.

The other is the derivation of transfer function for Hoe-Dong Reservoir basin. The linear, discrete, input-output model which contained six parameters was selected, and the parameters were estimated by the least square method and the correlation function method, respectively. Throughout this study, rainfall and flood discharge data were based on the field observation in 1981.8.22 - 8.23 (typhoon Gladys).

It was observed that the Clark watershed routing regenerated the flood hydrograph of typhoon Gladys very well, and this fact showed that the estimated hydrological parameters were relatively correct. Also, the calculated hydrograph by the linear, discrete, input-output model showed good agreement with the regenerated hydrograph at Hoe-Dong Dam site, so this model can be applicable to other small urban areas.

Key Words : runoff, effective rainfall, SCS method, clark watershed routing, hydrological parameters, parameter estimation, least square method, correlation function method, input-output model, typhoon gladys.

1. 서 론

근년에 들어서 경제의 고도 성장에 따른 인구

의 도시집중으로 인하여 도시 주변에서는 급격한 택지개발이 진행되고 있다. 이 때문에 자연 유수지의 역할을 하던 유역의 보수기능이 저하하고,

우수가 하천으로 유입하는 시간이 단축됨에 따라 홍수량이 증대함으로써 도시 주변의 중소하천 유역에서는 막대한 재산 피해 및 인명 피해가 발생하고 있다. 부산지방은 1991년 8월 22 - 23일에 발생하였던 태풍 Gladys의 영향으로 부산직할시의 제 1 도시하천인 수영강 연변의 수많은 지역이 침수하여 막대한 피해를 입은 바 있다. 그러나 수영강 유역에 대한 수위 또는 유량 등의 실측자료는 거의 전무한 상태이기 때문에 홍수시의 유출량을 정확히 추정하고, 홍수 피해를 경감시키기 위한 적절한 대책을 세우기가 매우 어려운 실정이다.

따라서 본 연구에서는 수영강의 상류에 위치한 회동수원지 유역(Fig.1 참조)에 대해서 유효강우량 산정을 위한 유출곡선지수 등의 수문 매개변수를 산정하고, Gladys 태풍시의 홍수에 대한 계산결과와 실측치를 비교함으로써 본 연구에서 산정한 매개변수와 유출모형의 타당성을 입증하여, 앞으로 발생할 수 있는 홍수에 대해 보다 적절히 대응할 수 있도록 하는 기초자료로 활용하고자 한다. 또한, 선형의 이산화 입력 - 출력 모형을 구성하고 Gladys 태풍시의 자료를 이용하여 최소자승법 및 상관함수법에 의해 이산화모형의 매개변수를 추정함으로써, 회동수원지 유역에 대한 전달함수(Transfer Function)를 유도하고 그 적용의 타당성을 검토하고자 한다.

2. Gladys 태풍시 회동수원지 유역의 홍수량 계산

본 연구의 대상이 되는 회동수원지 유역은 유역면적이 약 101.2 km²에 달하며, 유역의 대부분은 개발이 제한된 자연상태의 하천유역으로 수림이 울창한 산지로 구성되어 있고, 하천 연변의 비교적 표고가 낮은 지역은 농경지 및 주거지로 이용되고 있다. 회동수원지 유역의 지질은 안산암질 암류가 주를 이루고 있으며, 토양은 사양토의 잔적층 토양이 대부분을 구성하고 있다. 토지의 이용상태는 전답이 전체 유역면적의 약 14.6%, 임야가 70.8%, 포장된 건물이 5.6%, 도로가 4.7%

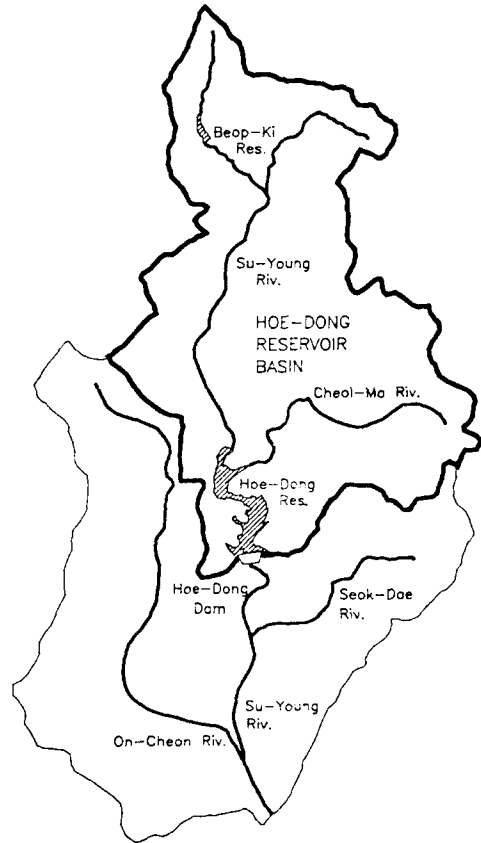


Fig. 1. Map of Su-Young river watershed.

이며, 기타 약 4.3%로 이루어져 있다. 또한 회동수원지 유역의 최상류단과 최하류단에 위치한 회동댐 지점과의 표고차는 약 670 m이며, 유로의 연장은 19.59 km에 이르고 있다.

또한, 태풍 Gladys의 영향을 받았던 1991년 8월 22일 및 23일의 양일간의 총강우량은 부산을 비롯한 경남 대부분의 지역에서 일우량의 극값을 갱신하였다. 그러나 부산지방내에서도 강우전선의 배치, 진행방향, 지형적 영향 등의 수문기상학적 특성에 의해 관측지점에 따라서 강우량은 정성적, 정량적인 차이를 나타내고 있으며, 부산지방기상청과 금정구청의 강우자료의 시간별 분포는 Fig.2에 나타내었다.

본 연구에서는 Gladys 태풍시의 강우량 자료와 유역에 대한 수문 매개변수를 사용하여 Clark 유역추적법(1945)에 의하여 Gladys 태풍시의 홍수량을 계산하였다. 이때 강우량은 관측지점별로

차이가 많이 나타나고 있으므로 회동수원지 유역과 지리적으로 가장 가까운 금정구청 및 동래구청의 강우자료에 각각 0.8 및 0.2의 가중치를 부과하여 평균한 값을 사용하였으며, 유효강우량은 SCS 방법(1972)에 의해 산정하였다. SCS 방법에 의해 유효강우량을 계산하기 위한 유출곡선지수 CN값은 Table 1에 나타낸 회동수원지 유역의 토양 분포, 토지의 사용용도 및 흙의 초기 함수상태 등을 고려하여 산정하였으며, 그 결과 AMC-3 조건에서는 77, AMC-2 조건에서는 59가 되었다.

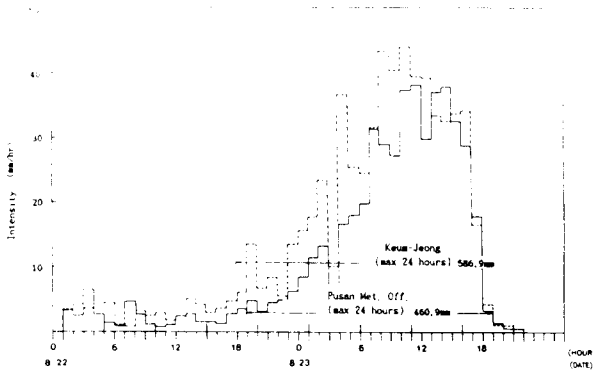


Fig. 2. Hyetographs of Pusan Meteorological Office and Keom-Jeong Ku Office.

또한 Clark 유역추적에 필요한 저류계수 K는 P.E.B.(1974) 보고서내의 실측 수문곡선으로부터 2.0 hr로 산정되었다.

Table 1. Cover description for Hoe-Dong Reservoir Basin.

Land use	A	B	C	D	Total
Crops and grains	2.48	6.05	6.22	0.00	14.75
Residential area	1.88	3.03	0.71	0.00	5.62
Roads (asphalt)	1.21	2.17	1.33	0.00	4.71
Rails	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
River	0.45	1.77	2.28	0.00	4.50
Forests	41.10	16.50	14.02	0.00	71.62
Total	47.12	29.62	24.56	0.00	101.20

한편 Gladys 태풍 당시의 회동댐 지점의 유출량은 실측 월류수심을 이용하여 Iwazaki식에 의해 계산하였으며, AMC-2 조건 및 AMC-3 조건을 사용하여 계산한 Gladys 태풍시의 계산 수문곡선과 실측치는 각각 Fig.3과 Fig.4에 나타내었

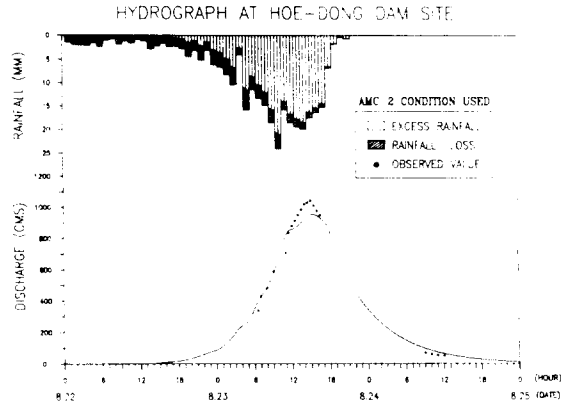


Fig. 3. Hydrograph at Hoe-Dong Dam site(AMC-2 condition used).

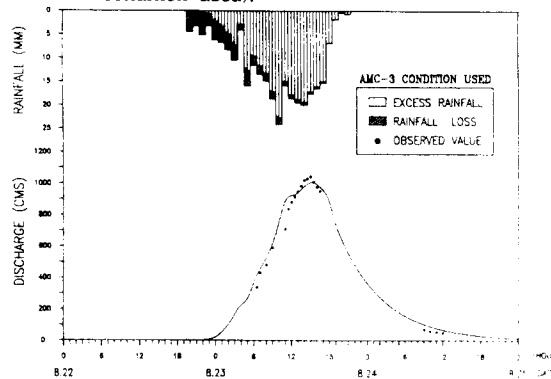


Fig. 4. Hydrograph at Hoe-Dong Dam site(AMC-3 condition used).

다. 이때 AMC-3 조건을 적용하기 위해서는 성수기에 5일 선행강우량의 크기가 53.34mm 이상이 되어야 하므로, 선행강우량의 크기가 53.34mm 가 되는 1991년 8월 22일 18시까지의 강우는 유역을 포화시키는데 사용되었다고 가정하고 8월 22일 19시 이후의 자료만을 사용하여 유출량을 계산하였다. Fig.3과 Fig.4에 나타낸 바와 같이 유출이 발생하는 전 시간구간에 대한 실측자료가 없기 때문에 정확한 비교는 다소 어렵지만 거의 전 구간에서 실측 수문곡선과 계산 수문곡선이 전체적으로 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 5는 AMC-2 조건 및 AMC-3 조건을 사용하여 계산한 유출 수문곡선과 실측 수문곡선을 비교한 것으로서 최대홍수량은 AMC-2 조건에 비해 AMC-3 조건을 사용한 것이 실측치에 더 가까운 값을 나타내었으며, 최대홍수량의 발생시각은 두 조건 모두 실측치와 잘 일치하고 있다. 그러나 수문곡선 상승부에 있어서는 AMC-3 조

건보다 AMC-2 조건을 사용한 수문곡선이 실측치와 더욱 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

AMC-2 조건을 사용하여 Clark 유역추적법에 의해 Gladys 태풍시의 홍수량을 계산해 본 결과 최대홍수량은 $955 \text{ m}^3/\text{sec}$ 로서 실측 최대홍수량 $1044 \text{ m}^3/\text{sec}$ 에 비해 약 8.5% 정도 작은 값을 나타내며, 최대홍수량의 발생시각 및 강우중심에서 수문곡선 중심까지의 시간으로 정의되는 지체시간은 실측치와 계산치가 잘 일치하는 것으로 나타났다. 따라서 Clark 유역추적법은 Gladys 태풍시의 홍수 수문곡선을 잘 재현하고 있는 것으로 판단된다.

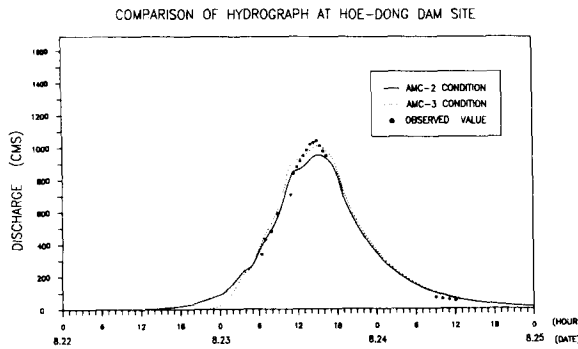


Fig. 5. Comparison of hydrographs at Hoe-Dong Dam site.

3. 선형의 이산화 입력 - 출력 모형 매개변수의 추정

3.1 전달함수 (Transfer Function)

강우 - 유출 과정의 연속선형계에서 시간의준인 입력 $I(t)$ 와 출력 $Q(t)$ 의 관계는 다음과 같은 미분방정식으로 표시된다.

$$\left(1 + \sum_{i=1}^p a_i D^i\right) Q(t) = \sum_{j=0}^q b_j D^j I(t) \quad (1)$$

여기서 D^i 는 시간 t 에 대한 i 계의 미분연산자이며, a 및 b 는 추정하고자 하는 시간불변 매개변수이다. 수문학적 응용에서 p 및 q 의 값은 모형의 식별을 통해서 선택해야 하지만 Chow(1972)는

$Q(t)$ 및 $I(t)$ 의 3계 이상 도함수는 모형의 계산결과에 큰 영향을 주지 않는다는 점을 밝혔다.

Box 및 Jenkins(1976)는 (1) 식의 이산화식을 다음과 같이 나타내었다.

$$(1 - a_1 B - a_2 B^2 - \dots - a_p B^p) Q(t) = (b_0 + b_1 B + b_2 B^2 + \dots + b_q B^q) I(t) \quad (2)$$

여기서 B 는 시간에 대한 후진의 shift operator이다. 결국 식 (2)는 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$Q(t) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} I(t) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } \phi(B) &= 1 - a_1 B - a_2 B^2 - \dots - a_p B^p \\ \theta(B) &= b_0 + b_1 B + b_2 B^2 + \dots + b_q B^q \end{aligned}$$

식 (3)의 연산자 $\theta(B)/\phi(B)$ 를 전달함수라 하며, 본 연구에서는 최소자승법 및 상관함수법에 의해 매개변수 a_i 및 b_j 를 추정하여 회동수원지 유역에 대한 전달함수를 유도하고자 한다.

3.2 매개변수의 추정

3.2.1 최소자승법

최소자승법(least square method ; L.S.M.)에서는 $Q(t)$ 의 관측치와 계산치간의 잔차의 제곱의 합이 최소가 되는 추정치를 찾게 된다. 잔차를 $e(t)$ 라 하면

$$e(t) = \hat{Q}(t) - Q(t) \quad t = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

여기서 $\hat{Q}(t)$ 는 관측치이며 $Q(t)$ 는 입력 $I(t)$ 에 대해서 선형의 이산화모형, 즉 식 (2)로부터의 계산치이다. 식 (4)는 다음과 같이 행렬을 사용하여 나타낼 수 있다.

$$\bar{e} = \bar{Q} - \bar{A}\bar{\beta} \quad (5)$$

$$\text{여기서 } \bar{e} = [e(1), e(2), \dots, e(m)]$$

$$\bar{Q}^T = [\hat{Q}(1), \hat{Q}(2), \dots, \hat{Q}(m)]$$

$$\bar{\beta} = [a_1, a_2, \dots, a_p, b_0, b_1, \dots, b_q]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & I(1) & 0 & \dots & 0 \\ Q(1) & 0 & \dots & I(2) & I(1) & & \cdot \\ Q(2) & Q(1) & \dots & I(3) & I(2) & & \cdot \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -Q(m-1) & -Q(m-2) & \dots & I(m) & I(m-1) & \dots & I(m-q) \end{bmatrix}$$

결국 β 의 최소자승 추정치는 식 (5)의 해로서 다음과 같이 된다.

$$\bar{\beta} = (A^T A)^{-1} A^T Q \tag{6}$$

3.2.2 상관함수법

상관함수법(correlation function method ; C.F.M.)은 모형의 매개변수를 상관함수와 연관 짓는 일련의 방정식을 통해 모형의 변수를 추정하는 방법으로서, 식 (2)에 $Q(t-k)$ 를 곱하고 그 기대치를 취함으로써 관계식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma_Q(k) &= a_1 \gamma_Q(k-1) + a_2 \gamma_Q(k-2) + \dots + a_p \gamma_Q(k-p) \\ &+ b_0 \gamma_Q(k) + b_1 \gamma_Q(k-1) + \dots \\ &+ b_q \gamma_Q(k-q) \end{aligned} \tag{7}$$

$$\text{여기서 } \gamma_Q(k-p) = E \{Q(t-p)Q(t-k)\}$$

$$\gamma_{IQ}(k-q) = E \{Q(t-k)I(t-q)\}$$

같은 방법으로 식 (2)에 $I(t-l)$ 을 곱하고 기대치를 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \gamma_{IQ}(-l) &= a_1 \gamma_{IQ}(1-l) + a_2 \gamma_{IQ}(2-l) + \dots \\ &+ a_p \gamma_{IQ}(p-l) + b_0 \gamma_I(l) + b_1 \gamma_I(l-1) \\ &+ \dots + b_q \gamma_I(l-q) \end{aligned} \tag{8}$$

앞에서 구한 식 (7)과 (8)을 각각 $\gamma_Q(0)$ 와 $\gamma_I(0)$ 으로 나누면 다음과 같은 식 (9)와 (10)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho_Q(k) &= a_1 \rho_Q(k-1) + a_2 \rho_Q(k-2) + \dots + a_p \rho_Q(k-p) \\ &+ b_0 \rho_{IQ}(k) + b_1 \rho_{IQ}(k-1) + \dots + b_q \rho_{IQ}(k-q) \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \rho_{IQ}(-l) &= a_1 \rho_{IQ}(1-l) + a_2 \rho_{IQ}(2-l) + \dots \\ &+ a_p \rho_{IQ}(p-l) + b_0 \rho_I(l) + b_1 \rho_I(l-1) + \dots \\ &+ b_q \rho_I(l-q) \end{aligned} \tag{10}$$

$$\text{여기서 상관계수 } \rho_Q(k) = \gamma_Q(k) / \gamma_Q(0)$$

$$\rho_{IQ}(-l) = \gamma_{IQ}(-l) / \gamma_I(0)$$

식 (9)와 (10)에는 $(p+q+1)$ 개의 변수가 있으며, 이 두 식의 해를 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\bar{\beta} = G^{-1} B \tag{11}$$

$$\text{여기서 } \bar{\beta} = (a_1, a_2, \dots, a_p, b_0, b_1, \dots, b_q)$$

$$B^T = [\rho_Q(1), \rho_Q(2), \dots, \rho_Q(p), \rho_{IQ}(0), \rho_{IQ}(-1), \dots, \rho_{IQ}(-q)]$$

$$G = \begin{bmatrix} -1.0 & \rho_Q(1) & \dots & \rho_Q(p-1) & \rho_{IQ}(1) & \dots & \rho_{IQ}(1-q) \\ \rho_Q(1) & 1.0 & \dots & \rho_Q(p-2) & \rho_{IQ}(2) & \dots & \rho_{IQ}(2-q) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_Q(p-1) & \rho_Q(p-2) & \dots & 1.0 & \rho_{IQ}(p) & \dots & \rho_{IQ}(p-q) \\ \rho_{IQ}(1) & \rho_{IQ}(2) & \dots & \rho_{IQ}(p) & 1.0 & \dots & \rho_I(q) \\ \rho_{IQ}(0) & \rho_{IQ}(1) & \dots & \rho_{IQ}(p-1) & \rho_I(1) & \dots & \rho_I(1-q) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{IQ}(1-q) & \rho_{IQ}(2-q) & \dots & \rho_{IQ}(p-q) & \rho_I(q) & \dots & 1.0 \end{bmatrix}$$

3.3 회동수원지 유역에 대한 전달함수의 유도

본 연구에서는 최소자승법 및 상관함수법에 의해 회동수원지 유역에 대한 선형의 이산화 입력-출력 모형의 매개변수를 추정함으로써 전달함수를 유도하고자 하며, 선형계의 이산화모형을 다음과 같이 6개의 매개변수를 갖는 것으로 선택하였다.

$$(1 - a_1 B - a_2 B^2 - a_3 B^3)Q(t) = (b_0 + b_1 B + b_2 B^2)I(t) \tag{12}$$

회동수원지 유역에 대한 유효강우량과 AMC-2

조건에 의해 재현한 Gladys 태풍시의 유출량 자료를 식 (12)에 대입하여 Table 2와 같은 해를 구하였다.

이 해는 선형의 이산화 입력 - 출력 모형이 갖는 다음과 같은 제약조건을 만족하므로 올바른 추정치임을 알 수 있다.

$$a_1 + a_2 + \dots + a_p + b_0 + b_1 + \dots + b_q = 1.0$$

Table 2. Estimated parameters of the transfer function.

Parameters	a_1	a_2	a_3	b_0	b_1	b_2
L.S.M.	1.43899	-0.80176	0.26603	0.09823	0.11210	-0.09158
C.F.M.	1.43283	-0.79417	0.26386	0.09846	0.11238	-0.09124

최소자승법 및 상관함수법을 이용해서 유도한 전달함수로부터의 계산결과를 Gladys 태풍에 대한 회동수원지 유역의 유출해석 결과와 함께 각각 Fig.6 및 Fig.7에 나타내었으며, Fig.8에는 최소자승법과 상관함수법에 의한 유출해석 결과를 비교하였다.

Fig.6 및 Fig.7에 나타난 바와 같이 이산화 입력 - 출력 모형의 계산결과와 AMC-2 조건을 사용하여 재현한 Gladys 태풍시의 유출해석 결과는 전 구간에서 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있으며, 또한 Fig.8은 최소자승법에 의한 유출해석 결과와 상관함수법에 의한 유출해석 결과가 거의 일치함을 보여주고 있다. 따라서 중소하천 유역에 대해 이상과 같은 이산화 입력 - 출력 모형을 적용하는 것은 가능할 것으로 판단된다.

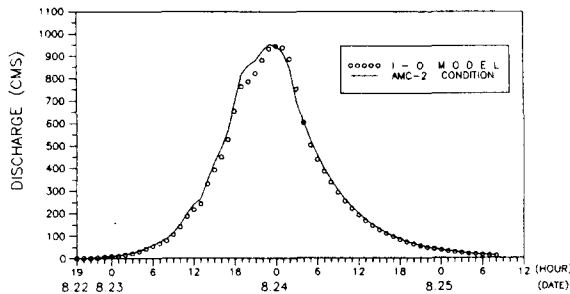


Fig. 6. Comparison of hydrographs from Clark watershed routing method and from linear, discrete, input-output model(L.S.M.).

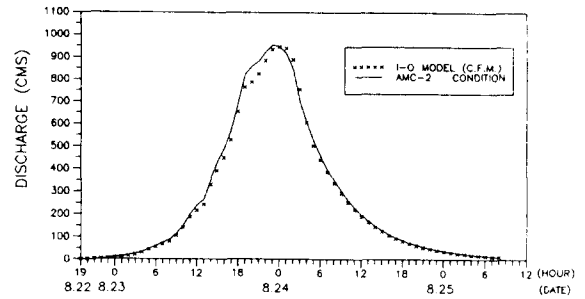


Fig. 7. Comparison of hydrographs from Clark watershed routing method and from linear, discrete, input-output model (C.F.M.).

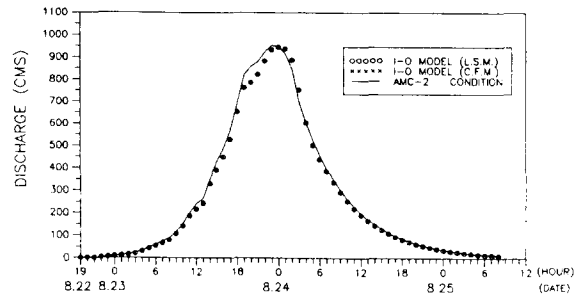


Fig. 8. Comparison of hydrographs from linear, discrete, input-output model by the least square method and the correlation function method.

4. 결 론

본 연구에서는 회동수원지 유역에 대한 수문학적 매개변수를 산정하고 Clark 유역추적법을 적용하여, 그 계산결과를 1991년 8월 22 - 23일에 발생하였던 Gladys 태풍시의 실측치와 비교함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

먼저 본 연구 대상유역인 회동수원지 유역의 수문학적 매개변수를 산정하였으며, 유출곡선지수 CN값은 AMC-3 조건에서는 77, AMC-2 조건에서는 59가 되었다. 또한 Clark 유역추적에 필요한 저류계수 K는 2.0 hr로 산정되었다.

Clark 유역추적법에 의해 Gladys 태풍시의 홍수량을 계산해 본 결과, 거의 전 구간에서 실측 수문곡선과 계산 수문곡선이 잘 일치하고 있음을 알 수 있었다. 따라서 Clark 유역추적법은 Gladys

태풍시의 홍수 수문곡선을 잘 재현하고 있는 것으로 판단된다.

본 연구에서는 최소자승법 및 상관함수법에 의해 회동수원지 유역에 대한 선형의 이산화 입력 - 출력 모형의 매개변수를 추정함으로써 전달함수를 유도하였으며, 선형계의 이산화모형은 6개의 매개변수를 갖는 것으로 선택하였다. 그 결과, 이산화 입력 - 출력 모형의 계산결과와 AMC-2 조건을 사용하여 재현한 Gladys 태풍시의 유출해석 결과는 전 구간에서 매우 잘 일치하는 것으로 나타났다. 따라서 중소 규모의 하천 유역에 대해 이상과 같은 이산화 입력 - 출력 모형을 적용하는 것은 가능할 것으로 판단된다.

참고문헌

- 강인식, 정연태, 강주복, 1992, 도시 소유역의 유출해석 - 수영강 상류의 회동수원지 유역에 대하여 -, 부산대학교 공과대학 논문집, 제 44호, pp.95-103.
- 부산직할시 동래구, 1992, 온천천 유로변경에 따른 수리학적 영향 평가 및 실시설계 검토 보고서, pp.77-110.
- 윤용남, 공업수문학, 1986, 청문각.
- Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., 1976, Time Series Analysis - Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco, Calif.
- Chow, V.T., 1972, Hydrologic modeling - The Seventh John R. Freeman memorial lecture, Proc., Boston Soc. Civ. Eng., Pub. 60, Vol. 5, pp.1-27.
- Clark, C.O., 1945, Storage and Unit Hydrograph, Proc. of ASCE 69.
- Eagleson, P.S., 1970, Dynamic Hydrology, McGraw-Hill, pp.337-344.
- Gelb, A., 1974, Applied Optimal Estimation, M.I.T. Press, Cambridge, Mass.
- Nash, J.E., 1957, The Form of the Instantaneous Unit Hydrograph, IASH, Pub.45, Vol.3, pp.114-121.
- O'Connor, K.M., 1982, Derivation of Discretely Coincident Forms of Continuous Linear Time-invariant Models using the Transfer Function Approach, J. of Hydrol. 59, pp.1-48.
- Planungsgruppe Entwässerung Busan, 1974, Sewerage and Drainage Study for Busan City, Vol.5, appendix part1.
- Soil Conservation Service, 1972, SCS National Engineering Handbook, U.S. Dept. of Agri.
- Soil Conservation Service, 1986, Urban Hydrology for Small Watersheds, Technical Release No.55, U.S. Dept. of Agri.
- Wang, G.T. and Yu, Y.S., 1986, Estimation of Parameters of the Discrete, Linear, Input-Output Model, J. of Hydrol. 85, pp.15-30.
- 角屋 睦, 福島 晟, 1976, 洪水到達時間推定式について, 土木學會第31回年次學術講演會講演概要集, 第2部, pp.184-185.