

# 랜덤매질을 통과한 광도의 확률분포에 관한 수치해석적 연구

正會員 白 定 基\* 正會員 孫 暢 洙\*\*

## Numerical Study on the Probability Distribution of Irradiance through Random Media

Jeong Ki Pack\*, Chang Soo Son\*\* *Regular Members*

### 要 約

랜덤매질을 통과한 광파에 대한 중요한 통계적인 양 중의 하나는 광도의 확률분포이다. 현상학적 모델로부터 여러가지 분포함수들이 제안되었다. 본 논문에서는 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 광도데이터를 얻고, 모멘트법, 히스토그램법 및  $\chi^2$ -테스트에 의해 제안된 분포함수들을 시뮬레이션 데이터와 비교함으로써 각 분포함수들의 타당성을 조사하고자 한다.

### ABSTRACT

One of the important statistical quantities for optical waves through random media is the probability distribution of irradiance. From phenomenological models, several distribution functions have been proposed. In this paper, irradiance data are obtained by computer simulation, and by comparing the proposed distribution functions with simulation data by the moment method, the histogram method, and the  $\chi^2$ -test, the validity of each distribution function is investigated.

### I. 서 론

광파가 굴절율이 랜덤하게 변동하는 매질, 즉 랜덤 위상 스크린(random phase screen)이나 광역매질(extended medium)을 통과하면 광파의 광도도 또한 시간적, 공간적으로 랜덤하게 변동하게 된다. 지난 이십 여년간 랜덤매질을 통과한 광파(또는 일반전파)의 통계적 성질에 관한 연구에는 많은 진전이 있

었으나 아직도 랜덤매질 내에서의 전파의 성질은 완전히 이해되고 있지 않다[3,4].

랜덤매질을 통과한 광파의 통계적 성질을 나타내는 중요한 양들 중의 하나가 광도의 확률분포이다. 현상학적 모델을 이용하여 여러가지 확률분포함수가 제안 되었으며, 그 중 대표적인 것들은 대수정규(log-normal) 분포, 수정 Rice-Nakagami 분포, 지수분포, Nakagami-m 분포(또는 gamma 분포), K 분포, I-K 분포, 대수정규 Rice-Nakagami 분포, 대수정규 지수 분포 등이다[3-9].

미약변동 영역과 포화영역에서의 광도의 확률분포

\*東亞大學校 電子工學科

\*\*慶南專門大學 電子通信科

論文番號: 93-47

는 잘 알려져 있다. 즉, 랜덤위상 스크린의 경우 미약 변동 영역에서는 수정 Rice-Nakagami 분포, 포화영역에서는 지수분포로 주어지며 광역매질인 경우는 각각 대수정규분포와 지수분포로 주어지는 것으로 알려져 있다. 그러나, random focusing 영역에서의 확률분포는 잘 알려져 있지 않다. 광역매질인 경우 I-K 분포 또는 K분포가 한 실험 데이터에 비교적 잘 맞는 것으로 발표되었으나[5,6] 아직 더 많은 데이터에 의한 검증이 필요하고, 랜덤위상 스크린의 경우는 발표된 결과가 거의 없는 실정이다.

따라서, 본 연구에서는 최근에 본인과 D. A. de Wolf에 의해 개발된 시뮬레이션 방법[10-13]을 사용하여 광도데이터를 얻고, 전술한 여러가지 분포함수들을 모멘트법(moment method), 히스토그램법(histogram method) 및  $\chi^2$ -테스트에 의해 시뮬레이션 데이터와 비교함으로써 그 적합성 여부를 알아보고자 한다.

## II. 랜덤매질의 모델링 및 시뮬레이션

### 1. 시뮬레이션 모델 및 방법

랜덤매질의 시뮬레이션은 랜덤모션 모델(random-motion model)을 이용하였다[10]. 그림 1에 보인 바와 같이 랜덤모션 모델은 크기가 다양하고 그 중심이 랜덤하게 이동하는 3차원 가우시안 와적(three-dimensional gaussian eddy)으로 구성되며, 랜덤매질의 스펙트럼이 주어지면 각 와적의 크기(scale size)에 대한 단위체적당 밀도는 어렵지 않게 계산할 수 있다[10,13].

본 논문에서는 랜덤매질의 굴절을 스펙트럼은 2차원 가우시안 스펙트럼(gaussian spectrum)에 국한시켰고, 시간과 공간의 상관관계는 무시하였다(frozen-in model)[1]. 실제 매질에 더 가까운 승법 스펙트럼(power-law spectrum)도 가우시안 스펙트럼과 동일한 방법으로 시뮬레이션 할 수 있으나 더 복잡하고 많은 계산시간이 소요된다[1,2,13].

상기한 모델을 그대로 이용하여 시뮬레이션을 할 수는 있으나 계산시간이 많이 소요되고 복잡하므로 더 단순화 시킬 필요가 있다. 두께가  $D$ , scale size가  $\ell$ , 그리고 굴절을 변동의 실효치가  $\eta_0$ 인 위상스크린을 생각해 보자. 파수가  $k$ 인 광파가  $D$ 만큼 전파했을 때의 굴절 및 회절에 의한 횡단 방향의 광선의 이동폭이  $\ell$ 보다 아주 적다면 (즉,  $D \ll k\ell^2$ ,  $\eta_0^2 \ll (\ell/D)^3$  [13]), 그림 2(a)에 보인 것과 같이 위상스크린 내에

있는 모든 와적을 한 평면(2차원인 경우는 한 선)상에 투사시킨 단순화모델을 사용하더라도 오차는 무시가능할 것이다.

실제, 위상변동이 아주 크지 않은 위상스크린의 경우 이러한 가정을 만족하며, 그렇지 않은 경우는 광역매질처럼 취급해야 한다. 광역매질인 경우는 그림 2(b)에 보인 바와 같이 매질을 여러 개의 층으로 나누어 시뮬레이션한다.

단순화된 모델을 사용하여 실현된 매질을 통과한 광파의 광도계산은 파동역학 수치법(wave-kinetic numerical method)[11-13] 또는 Huygens-Fresnel 회절공식[14]을 이용한다.

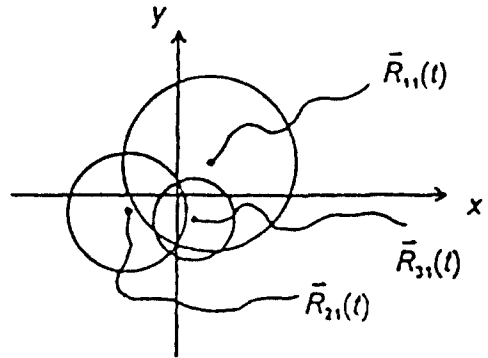
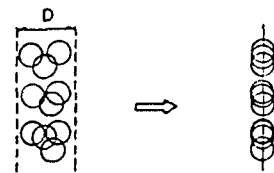


그림 1. 랜덤모션 모델.  
Fig. 1. Random-motion model.

phase screen



extended medium

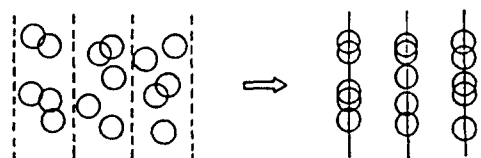


그림 2. 단순화된 모델.  
Fig. 2. Simplified model.

2. 컴퓨터 시뮬레이션

위상스크린(또는 광역매질)을 나타내는 데 편리한 변수로서 아래와 같이 정의된  $\gamma, \tau, \phi_0$  등이 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \gamma &= L_F / L, \\ \tau &= L / f = 2\phi_0 / \gamma \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $L$ 은 관측점의 거리,  $L_F (=k\ell^2)$ 는 Fresnel distance,  $f = L_F / 2\phi_0$ 는 가우시안 위상렌즈의 초점 거리[6]를 나타낸다. 변수  $\gamma$ 는 회절현상에 대한 척도이며,  $\tau$ 는 굴절효과를 나타내는 변수이다.

위상스크린의 경우는 광도의 covariance에 대한 해석적 해가 존재한다[15]. 주어진  $\gamma$ (또는  $\phi_0$ )에 대한  $\tau$ 의 변화에 따른 scintillation index  $\sigma_I^2 [= \langle I^2 \rangle / \langle I \rangle^2 - 1]$ 의 변화를 그림 2-3에 보였다.  $\gamma$ (또는  $\phi_0$ )가 어떤 하한값을 초과하면  $0.5 < \tau < 1.0$ 인 영역에서 random focusing 현상( $\sigma_I^2 > 1$ )이 나타남을 알 수 있다.

본 연구에서는 random focusing 영역에 관심이 있으므로  $\gamma = 13.856$ 으로 하고(광역매질의 경우는  $\gamma = 13.021$ ), 광역매질인 경우는  $\phi_0^2 = 1.0, 12.0, 25.0, 48.0$ ( $\zeta = 0.144, 0.5, 0.722, 1.0$ ), 광역매질인 경우는  $\phi_0^2 = 1.0, 5.0, 16.0$ ( $\zeta = 0.154, 0.343, 0.614$ )에 대해 시뮬레이션하여 약 0.1 $\ell$ 의 간격을 가진 11개의 수신기에 대해 500~2000개의 광도데이터를 얻었다. 전 절에서 언급된 여러가지 가정을 만족시키기 위해  $k = 1.0472 \times 10^6$ ( $\lambda = 0.6\mu\text{m}$ ),  $\ell = 10^{-2}\text{m}$ 를 가정하였다(지면부근 대기의 scale size는  $10^{-2} \sim 10\text{m}$  사이에 분포함[1]). 또한 위상스크린에서 주어진  $\phi_0^2$ 값에 대한 스크린의 가상두께  $D$ 는 임의로 택할 수 있는 데(D

가 커지면  $\eta_0$ 는 작아짐), 시뮬레이션시  $D$ 값은 10~40으로 하였다. 광역매질인 경우 관측점의 거리  $L$ 에 대해 층의 수  $N_L$ 은 충분히 커야 되는데,  $N_L = 100$ 일 때 모든  $\phi_0^2$ 의 값에 대해 충분함을 확인하였다.

III. 광도의 확률 분포함수 및 적합성 검사

1. 광도의 확률분포함수

지금까지 제안된 광도의 확률분포함수  $p(I)$ , 정규화모멘트(normalized moment)  $\langle I^n \rangle / \langle I \rangle^n$  및 누적분포함수(cumulative distribution function: CDF)  $f(I)$ 는 다음과 같다. 단, HLE(homodyned log-normal exponential) 분포는 본 논문에서 제안된 분포함수이며, CDF의 경우 해석적 표현식이 주어지지 않는 경우는 수치적분을 이용하였다.

1) 수정 Rice-Nakagami 분포 [3]

$$p(I) = \frac{1}{b} e^{-(A^2+I)/b} I_0 \left[ \frac{2A\sqrt{I}}{b} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = \frac{n!}{(1+\rho)^n} \sum_{k=0}^n nC_k \frac{\rho^k}{k!}, \quad (\rho = A^2/b). \quad (3)$$

2) 지수 분포

$$p(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-I/\langle I \rangle}. \quad (4)$$

$$\frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = n! \quad (5)$$

$$f(I) = 1 - e^{-I/\langle I \rangle}. \quad (6)$$

3) 대수 정규분포 [3]

$$p(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma I} e^{-(\ln I - \langle \ln I \rangle)^2 / 2\sigma^2}, \quad \sigma^2 = \langle (\ln I)^2 \rangle - \langle \ln I \rangle^2 \quad (7)$$

$$\frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = e^{n(n-1)\sigma^2/2} \quad (8)$$

$$f(I) = 1/2 [1 + \text{erf}(\beta)],$$

$$\text{erf}(\beta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\beta e^{-t^2} dt,$$

$$\beta = (\ln I - \langle \ln I \rangle) / \sqrt{2} \sigma. \quad (9)$$

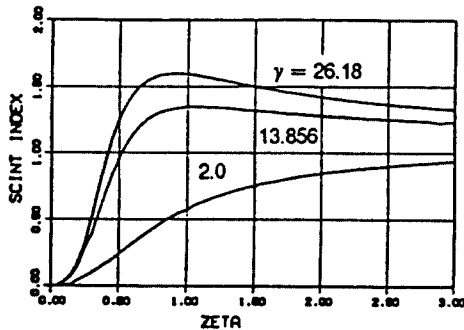


그림 3.  $\sigma_I^2$ 에 대한  $\zeta$ 의 영향  
Fig. 3. Effects of  $\zeta$  on  $\sigma_I^2$ .

4) Nakagami-m (Gamma) 분포 [4]

$$p(I) = \frac{m^m I^{m-1}}{\Gamma(m) \langle I \rangle^m} e^{-mI/\langle I \rangle} \quad (10)$$

$$\frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = \frac{\Gamma(n+m)}{m^n \Gamma(m)} \quad (11)$$

$$f(I) = \frac{1}{\Gamma(m)} \gamma(m, mI/\langle I \rangle),$$

$$\gamma(a, z) = \int_0^z e^{-t} t^{a-1} dt. \quad (12)$$

5) HK 분포 [6]

$$p(I) = \int_0^\infty P_1(I|b) P_2(b) db,$$

$$P_1(I|b) = \frac{1}{b} e^{-(A^2+I)/b} I_0\left(\frac{2A}{b} \sqrt{I}\right),$$

$$P_2(b) = \frac{\alpha^\alpha b^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha) b_0^\alpha} e^{-\alpha b/b_0}, \quad (b_0 = \langle b \rangle). \quad (13)$$

$$\frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = \frac{n!}{\alpha^n (1+\rho)^n} \sum_{k=0}^n nC_k \frac{\Gamma(\alpha+n-k)}{\Gamma(\alpha)} \frac{(\alpha\rho)^k}{k!}. \quad (14)$$

6) K 분포 [5-7]

$$p(I) = \frac{2\alpha}{\Gamma(\alpha) b_0} \left[\frac{\alpha}{b_0}\right]^{(\alpha-1)/2} K_{\alpha-1} \left[2\sqrt{\frac{\alpha I}{b_0}}\right]. \quad (15)$$

$$\frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = \frac{n!}{\alpha^n} \frac{\Gamma(\alpha+n)}{\Gamma(\alpha)}. \quad (16)$$

$$f(I) = 1 - \frac{2}{\Gamma(\alpha)} \left[\frac{\alpha I}{b_0}\right]^{\alpha/2} K_\alpha \left[2\sqrt{\frac{\alpha I}{b_0}}\right]. \quad (17)$$

7) IK 분포 [6]

$$p(I) = \begin{cases} \frac{2\alpha}{b_0} \left[\frac{\sqrt{I}}{A}\right]^{\alpha-1} K_{\alpha-1} \left[2A\sqrt{\frac{\alpha}{b_0}}\right] I_{\alpha-1} \left[2\sqrt{\frac{\alpha I}{b_0}}\right] \\ , \quad I < A^2, \\ \frac{2\alpha}{b_0} \left[\frac{\sqrt{I}}{A}\right]^{\alpha-1} I_{\alpha-1} \left[2A\sqrt{\frac{\alpha}{b_0}}\right] K_{\alpha-1} \left[2\sqrt{\frac{\alpha I}{b_0}}\right] \\ , \quad I > A^2. \end{cases} \quad (18)$$

$$\frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = \frac{n!}{\alpha^n (1+\rho)^n} \sum_{k=0}^n \frac{\Gamma(\alpha+n)}{\Gamma(\alpha+k)} \frac{(\alpha\rho)^k}{k!}. \quad (19)$$

$$f(I) = 1 - 2A\sqrt{\frac{\alpha}{b_0}} \left[\frac{\sqrt{I}}{A}\right]^\alpha$$

$$\times I_{\alpha-1} \left[2A\sqrt{\frac{\alpha}{b_0}}\right] K_\alpha \left[2\sqrt{\frac{\alpha I}{b_0}}\right]. \quad (20)$$

8) 대수정규 Rice-Nakagami 분포 [8]

$$p(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_z} \int_0^\infty dz \frac{1+\rho}{z^2} e^{-[\rho+(1+\rho)I/z]}$$

$$\times I_0 \left[2\sqrt{\frac{\rho(\rho+1)}{z}} I\right] e^{-(\ell n z - \langle \ell n z \rangle)^2 / 2\sigma_z^2},$$

$$(\sigma_z^2 = \langle (\ell n z) \rangle^2 - \langle \ell n z \rangle^2). \quad (21)$$

$$\frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = \frac{n!}{(1+\rho)^n} e^{n(n-1)\sigma_z^2/2} \sum_{k=0}^n nC_k \frac{\rho^k}{k!}. \quad (22)$$

9) 대수정규 지수분포 [9]

$$p(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_z} \int_0^\infty dz \frac{1}{z^2} e^{-I/z}$$

$$e^{-(\ell n z - \langle \ell n z \rangle)^2 / 2\sigma_z^2}, \quad (23)$$

$$\frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = n! e^{n(n-1)\sigma_z^2/2} = n! \left[ \frac{\langle I^2 \rangle}{2\langle I \rangle^2} \right]^{n(n-1)\sigma_z^2/2}. \quad (24)$$

10) HLE 분포

$$p(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_0^b db \frac{1}{b^2} e^{-(A^2+I)/b}$$

$$\times I_0 \left[\frac{2A}{b} \sqrt{I}\right] e^{-(\ell n b - \langle \ell n b \rangle)^2 / 2\sigma^2},$$

$$(\sigma^2 = \langle (\ell n b) \rangle^2 - \langle \ell n b \rangle^2). \quad (25)$$

$$\frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n} = \frac{n!}{(1+\rho)^n} \sum_{k=0}^n nC_k \frac{\rho^k}{k!}$$

$$\times e^{(n-k)(n-k-1)\sigma_z^2/2}, \quad (\rho = A^2/b). \quad (26)$$

광도의 분산 (즉, scintillation index)를  $\sigma_I^2$ 이라 할 때, 정규화 2차 모멘트는  $I_2 = \langle I^2 \rangle / \langle I \rangle^2 = \sigma_I^2 + 1$ 로 주어지므로 실제 그 최소값은 1이나 제안된 분포함수 중에는 그 값이 1보다 큰 경우도 있다. 전술한 여러 분포함수에 대한 2차 모멘트의 범위는 n차 정규화 모멘트에 대한 표현식으로 부터 쉽게 구할 수 있으며 그 결과를 표 1에 정리하였다.

표 1. 정규화 2차 모멘트의 범위.

Table 1. Range of normalized second-order moments.

수정 Rice-Nakagami 분포	$1 \leq I_2 \leq 2$
지수 분포	$I_2 = 2$
대수정규 분포	$I_2 \geq 1$
Gamma 분포	$I_2 \geq 1$
HK 분포	$1 \leq I_2 \leq 2 + 2/\alpha$
IK 분포	$1 \leq I_2 \leq 2 + 2/\alpha$
K 분포	$I_2 \geq 2$
대수정규 Rice-Nakagami 분포	$e^{\sigma_z^2} \leq I_2 \leq 2e^{\sigma_z^2}$
대수정규 지수분포	$I_2 \geq 2$
HLE 분포	$1 \leq I_2 \leq 2 + 2/\alpha$

2. 적합성 검사방법

광도데이터로 부터 임의의 확률분포함수의 적합성 여부를 조사하기 위해서 일반적으로 많이 쓰이고 있는 다음의 세가지 방법을 사용하였다.

1) 모멘트법 : 광도의 정규화 모멘트,  $I_n = \langle I^n \rangle / \langle I \rangle^n$  ( $n=2, \dots, 5$ )를 계산하여 전 절에서 언급한 각 분포함수에 대한 모멘트의 값들과 비교하며, 일반적으로  $I_3, I_4, I_5$ 를  $I_2$ 의 함수로 나타낸 다음 적합성 여부를 판단한다.

2) 히스토그램법 : 광도 데이터로 부터 광도분포에 대한 히스토그램을 구하여 검사하고자 하는 확률밀도함수와 비교한다.

3)  $\chi^2$ -테스트 : 검증하고자 하는 확률분포함수의 CDF를 이용하여 광도값을 k개의 등확률구간(equi-probable cell)으로 나눈 다음, 각 구간에서의 관측 빈도수  $O_i$ 와 예상빈도수  $E_i$ 로부터  $\chi_0^2 = \sum_{i=1}^k (O_i - E_i)^2 / E_i$ 를 계산한다. 데이터로부터 추정된 변수의 수를 s개라 할 때  $\chi_0^2$ 는 자유도  $(k-s-1)$ 인  $\chi^2$  분포를 하므로 이로부터 P값 ( $\chi^2$ 가  $\chi_0^2$ 보다 큰 확률)을 구한다. 일반적으로 P값이 0.1보다 크면 주어진 확률밀도함수가 맞는 것으로 판단하고 0.05보다 적으면 틀린 것으로 간주한다[16].

IV. 결과 및 검토

1. 광역매질

전 장에서 언급한 10가지 분포함수 중 HK 분포는 IK 분포의  $\alpha$ 값을 조정하면 거의 같은 분포를 얻을 수 있으므로 고려대상에서 제외하였고, 지수분포는 분

연구에서 시뮬레이션한 영역에 해당되지 않으므로 역시 제외시켰다. 또한, K 분포와 대수정규분포 (LE 분포)는  $I_2 \geq 2$ 인 경우만 성립하므로 검증대상에 포함시키지 않았다.

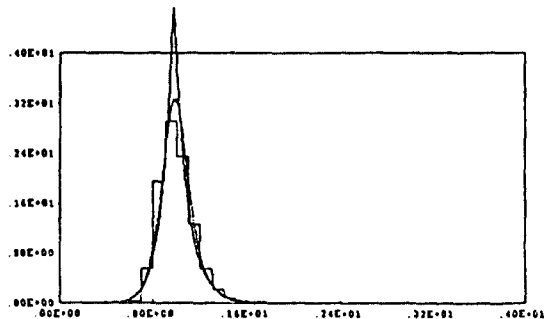
IK 분포, 대수정규 Rice-Nakagami 분포 (LRN 분포), HLE 분포, Rice-Nakagami 분포 (RN 분포), 대수정규분포 (LN 분포), Nakagami-m 분포 (NM 분포)에 대한  $\chi^2$ -테스트 결과는 표 2와 같다(HLE 분포에서의  $\alpha$ 는  $1+1/\alpha = e^{\sigma^2}$ 으로 정의된 변수임).

표 2. 광역매질에 대한  $\chi^2$ -테스트 결과 (P값)

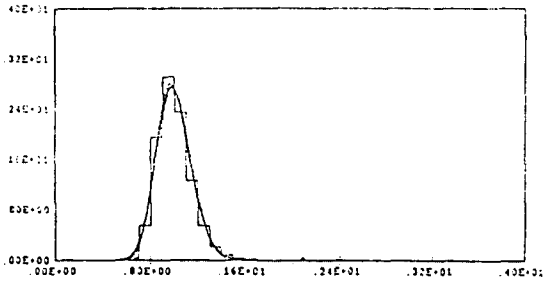
Table 2. Range of  $\chi^2$ -test for extended media

	$\phi_0^2=1.0$ ( $\sigma_1^2=0.021$ )	5.0 (0.128)	16.0 (0.574)
IK	0.169( $\alpha=2.5$ )	0.243( $\alpha=2.5$ )	0.260( $\alpha=2.5$ )
LRN	-	-	0.024( $\sigma_z^2=0.4$ )
HLE	0.287( $\alpha=1.7$ )	0.120( $\alpha=1.7$ )	0.003( $\alpha=1.7$ )
RN	0.298	0.040	0.000
LN	0.349	0.159	0.025
NM	0.308	0.061	0.000

광도변동이 매우 미약할 때는 그림 4에서 볼 수 있듯이 LRN 분포를 제외한 모든 분포함수의 PDF가 거의 같게 되며 시뮬레이션 데이터를 잘 만족시킨다. 6가지 분포함수 중에서 IK 분포는 데이터의 전 영역, HLE와 LN 분포는 광도변동이 그렇게 크지 않은 영역 ( $\sigma_1^2 \leq 0.128$ )에서 데이터와 잘 맞음을 알 수 있다. LRN 분포는 전 영역에 대해 성립되지 않는다.



(a)IK, HLE(첨두치가 큰 순서)



(b)LN, NM, RN(첨두치가 큰 순서)

그림 4. 히스토그램과 PDF(extended medium :  $\phi_0^2 = 1.0$ ,  $\gamma = 13.021$ ).

Fig. 4. Histogram and PDF(extended medium :  $\phi_0^2 = 1.0$ ,  $\gamma = 13.021$ ).

그림 10과 11의 정규화 모멘트 곡선을 살펴보면 IK, LRN, HLE, IN분포는  $I_2$ 가 정의되는 영역에서 3, 4, 5차 모멘트가 데이터와 잘 일치하나, IK 분포를 제외한 LRN, HLE, LN분포는 scintillation index  $\sigma_i^2$  이 0.574일 때  $\chi^2$ -테스트에서의 P값이 매우적다. 이것은 그림 6에서 알 수 있듯이 광도값이 적은 부분에서의 PDF가 잘 맞지 않기 때문이다. 그러나, 광도값이 적은 데이터는 고차 모멘트에 기여하는 정도가 무시 가능하므로 모멘트값은 잘 맞는 것으로 나타나며, 이것은 바로 모멘트 방법의 단점중의 하나라 하겠다.

2. 위상 스크린

HK 분포와 지수분포는 역시 고려대상에서 제외시켰다. 먼저 표 4-2에 주어진  $\chi^2$ -테스트 결과를 살펴보면, IK와 LN 분포는 전영역 (LN 분포의 경우  $\sigma_i^2 = 0.962$ 에서는 적합성이 약간 떨어진다)에서 시뮬레이션 데이터를 잘 만족시킨다. K와 LE 분포는  $\sigma_i^2 \geq 1.0$  (즉,  $I_2 \geq 1.0$ )인 영역에서도 잘 맞지 않으며, HLE, RN, NM 분포는 광도변동이 약한영역, LRN 분포는 광도변동이 큰 영역에서 광도데이터와 잘 일치함을 알 수 있다.

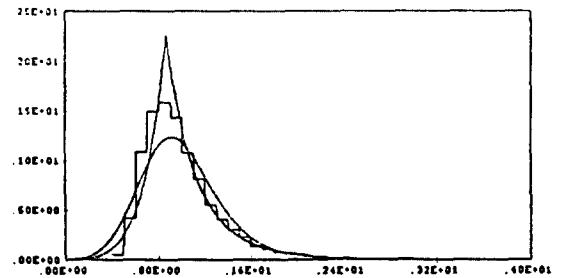
그림 14와 15에서 알 수 있듯이 K, NM, RN 분포는 각각 정의되는 영역에서의 모멘트가 시뮬레이션 데이터와 비교적 잘 일치하나  $\chi^2$ -테스트의 P값은 적다. 마찬가지로 그림 12에 보인 바와 같이 IK, LRN, HLE 분포도 모멘트가 광도데이터와 잘 일치하는  $\alpha$  또는  $\sigma_i^2$ 의 값에 대해 P값이 매우 적다. 그 이유는 전절에서 설명한 바와 같다.

또한, 그림 13은 IK, LRN, HLE 분포의 P값이 큰 경우의  $\alpha$  또는  $\sigma_i^2$ 의 값에 대한 고차 모멘트가  $I_3$ 를 제외하고는 데이터와 잘 맞지 않음을 보여준다. 이것은 그림 8과 9의 히스토그램에서 알 수 있듯이 광도가 큰 부분(PDF의 꼬리부분)에서 PDF가 잘 맞지 않기 때문이다. 광도 값이 큰 부분은 고차의 모멘트에 대한 기여도는 크나  $\chi^2$ -테스트에 대해서는 그 확률자체가 적기 때문에 기여도가 적다. 이것은  $\chi^2$ -테스트의 단점 중의 하나라 할 수 있다. 따라서, 실제 광도데이터의 통계를 정확히 나타낼 수 있는 분포함수가 되려면  $\chi^2$ -테스트의 P값도 커야 하고 고차 모멘트도 잘 만족해야 할 것이다.

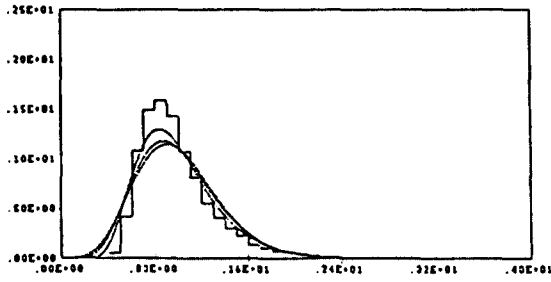
표 3. 위상스크린에 대한  $\chi^2$ -테스트 결과 (P값)

Table 3. Results of  $\chi^2$ -test for phase screens

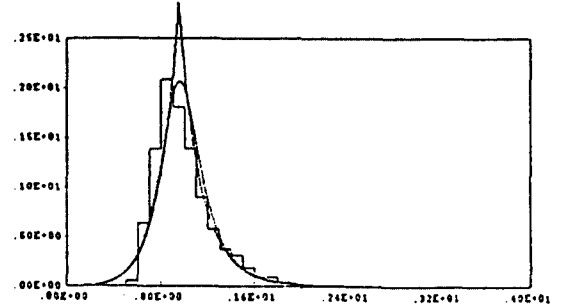
	$\phi_0^2 = 1.0$ ( $\sigma_i^2 = 0.066$ )	12.0 (0.962)	25.0 (1.257)
IK	0.246( $\alpha = 7.5$ ) 0.188( $\alpha = 1.5$ )	0.002( $\alpha = 7.5$ ) 0.142( $\alpha = 1.5$ )	0.001( $\alpha = 7.5$ ) 0.229( $\alpha = 1.5$ )
LRN	—	0.000( $\sigma_i^2 = 0.15$ ) 0.037( $\sigma_i^2 = 0.67$ )	0.001( $\sigma_i^2 = 0.15$ ) 0.093( $\sigma_i^2 = 0.8$ )
HLE	0.247( $\alpha = 7.5$ ) 0.248( $\alpha = 1.0$ )	0.000( $\alpha = 7.5$ ) 0.013( $\alpha = 1.0$ )	0.001( $\alpha = 7.5$ ) 0.018( $\alpha = 1.0$ )
K	—	—	0.001
LE	—	—	0.001
RN	0.191	0.000	—
LN	0.372	0.038	0.099
NM	0.256	0.000	0.000



(a)IK, HLE(첨두치가 큰 순서)



(b)LN, NM, RN(첨두치가 큰 순서)



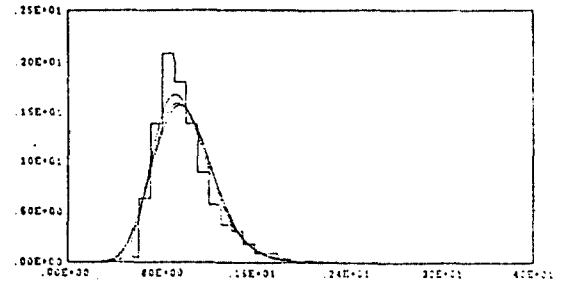
(a)IK, HLE(첨두치가 큰 순서)

그림 5. 히스토그램과 PDF(extended medium :  $\phi_0^2=5.0$ ,  $\gamma=13.021$ ).

Fig. 5. Histogram and PDF(extended medium :  $\phi_0^2=5.0$ ,  $\gamma=13.021$ ).



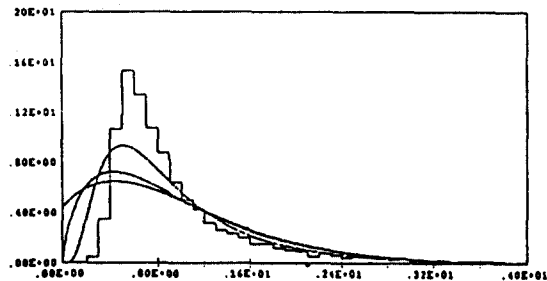
(a)IK, LRN, HLE(첨두치가 큰 순서)



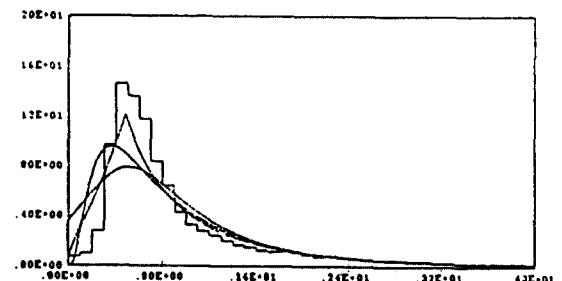
(b)LN, NM, RN(첨두치가 큰 순서)

그림 7. 히스토그램과 PDF(extended medium :  $\phi_0^2=1.0$ ,  $\gamma=13.865$ ).

Fig. 7. Histogram and PDF(extended medium :  $\phi_0^2=1.0$ ,  $\gamma=13.865$ ).



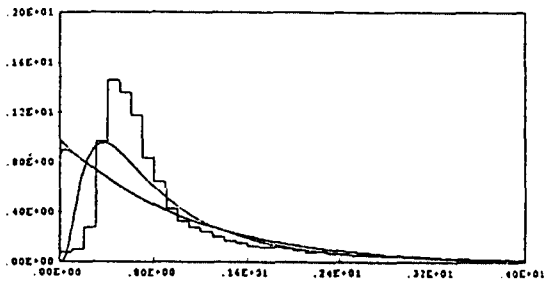
(b)LN, NM, RN(첨두치가 큰 순서)



(a)IK, LRN, HLE(첨두치가 큰 순서)

그림 6. 히스토그램과 PDF(extended medium :  $\phi_0^2=16.0$ ,  $\gamma=13.021$ ).

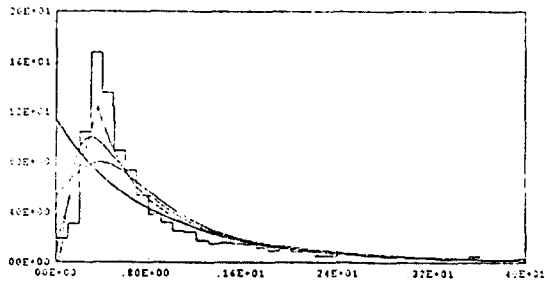
Fig. 6. Histogram and PDF(extended medium :  $\phi_0^2=16.0$ ,  $\gamma=13.021$ ).



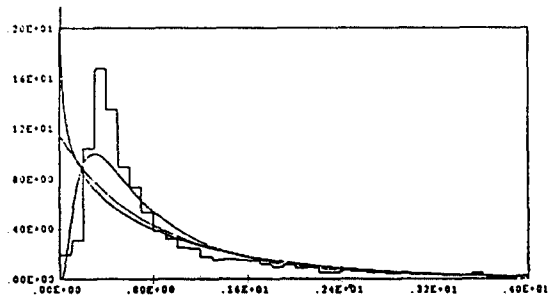
(b)RN, NM, LN(I=0에서의 값이 큰 순서)

그림 8. 히스토그램과 PDF(extended medium :  $\phi_0^2=12.0, \gamma=13.856$ ).

Fig. 8. Histogram and PDF(extended medium :  $\phi_0^2=12.0, \gamma=13.856$ ).



(a)K, LE, HLE, IK, LRN(I=0에서의 값이 큰 순서)



(b)NM, K, LN(I=0에서의 값이 큰 순서)

그림 9. 히스토그램과 PDF(extended medium :  $\phi_0^2=25.0, \gamma=13.865$ ).

Fig. 9. Histogram and PDF(extended medium :  $\phi_0^2=25.0, \gamma=13.865$ ).

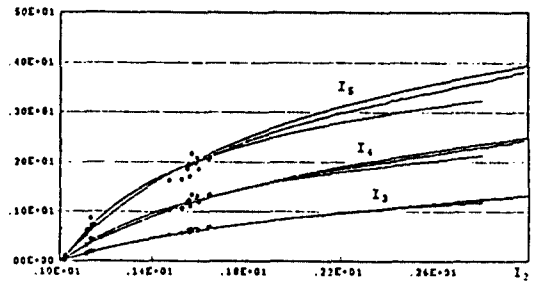


그림 10. 광역매질에 대한 정규화 모멘트의 비교 ;

위로 부터 HLE( $\alpha=1.7$ ), LRN( $\sigma_z^2=0.4$ ), IK( $\alpha=2.5$ ).

Fig. 10. Comparison of normalized moments for extended media ;

HLE( $\alpha=1.7$ ), LRN( $\sigma_z^2=0.4$ ), IK( $\alpha=2.5$ ).

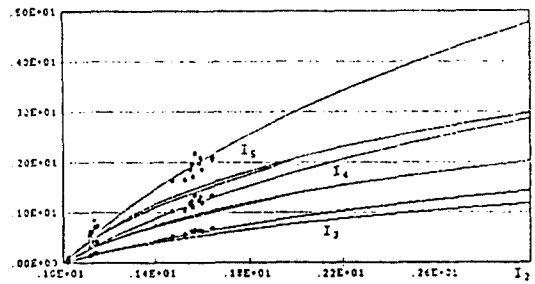


그림 11. 광역매질에 대한 정규화 모멘트의 비교 ;

위로 부터 LN, NM, RN.

Fig. 11. Comparison of normalized moments for extended media ;

LN, NM, RN from the top.

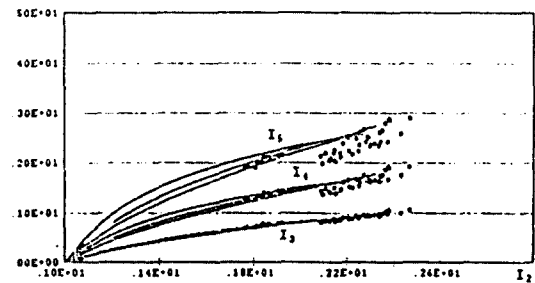


그림 12. 위상스크린에 대한 정규화 모멘트의 비교 ;

위로 부터 IK( $\alpha=7.5$ ), LRN( $\sigma_z^2=0.15$ ), HLE( $\alpha=7.5$ ).

Fig. 12. Comparison of normalized moments for phase screens ;

IK( $\alpha=7.5$ ), LRN( $\sigma_z^2=0.15$ ), HLE( $\alpha=7.5$ ) from the top.



V. 결 론

컴퓨터 시뮬레이션에 의해 얻은 광도 데이터를 써서 광도의 분포함수로서의 가능성이 있는 8개의 분포함수의 적합성을 조사한 결과를 정리하면 다음과 같다.

1) IK 분포는  $\chi^2$ -테스트 결과 광역매질 뿐만 아니라 위상스크린인 경우에도 주어진 데이터의 전 영역에 대해 그 적합성이 뛰어나다. 그러나, IK 분포는 정의되는 영역이 제한을 받는다. 즉,  $\sigma_1^2$ 의 상한치는  $1 + 2/\alpha$ 로서 표 2, 3에 주어진  $\alpha$ 값에 대해 광역매질과 위상스크린의 경우 각각 1.8, 2.3이다. 또한, 광역매질인 경우 고차모멘트도 데이터와 잘 일치하였으나 위상 스크린의 경우는 오차가 컸다. 이것은 광도가 큰 부분에서의 PDF가 잘못지 않기 때문이며, IK 분포가 위상스크린에 대한 완전한 PDF는 되지 못함을 보여준다.

2) K 분포와 LE 분포는  $\sigma_1^2 \geq 1$ 인 영역에서만 정의되는 데  $\sigma_1^2 = 1.257$ 인 광도데이터에 대한 P값이 매우 적다. 특히 K 분포는 IK 분포에서 직접파성분 A가 0인 경우에 해당되므로, 상기한 scintillation index 값에 대해  $\alpha = 1.5$ 일 때  $A^2 = 0.362$ 이기 때문에  $\chi^2$ -테스트 결과가 나쁜 것으로 생각되며 IK 분포의 상한선 이상, 즉  $\sigma_1^2 \geq 2.3$ 에서는 잘 맞을 것으로 예상된다.

3) RN과 NM 분포는 광도변동이 작은 영역에서만 성립된다.

4) HLE 분포도 광도변동이 그렇게 크지 않은 영역에서 광도 데이터를 잘 만족시켰으나, RN과 NM 분포 보다는  $\sigma_1^2$ 값이 더 큰 경우에도 잘 맞았다.

5) LN 분포는 광역매질인 경우는 HLE 분포와 그 적합성이 비슷했으나, 위상스크린의 경우는 데이터의 전 영역에 대해 비교적 잘 맞았으며, IK 분포와 비교할 때 정의되는  $\sigma_1^2$ 의 상한값은 제한이 없으나  $\sigma_1^2$ 값이 아주 커지면 적합성이 나빠질 것으로 예상된다.

6) LRN 분포는 정의되는 영역이  $e^{\sigma_2^2} - 1 < \sigma_1^2 < 2e^{\sigma_2^2} - 1$ 로 제한받는 단점이 있으나 표 2와 3에서 알 수 있듯이  $\sigma_2^2$ 값을 적절히 선택하면 LN 분포와 거의 같은 특성을 지닌다.

7) LRN, HLE 분포는  $A = 0$ 일 때 LE 분포와 동일하게 되며  $\sigma_1^2$ 이 아주 클때의 적합성 여부는 앞으로 더 연구해 보아야 할 과제이다.

8) 적합성 여부를 판단하는 데 있어서,  $\chi^2$ -테스트나

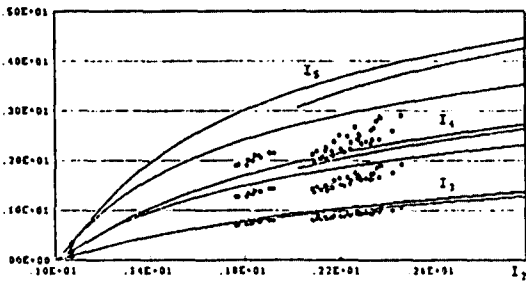


그림 13. 위상스크린에 대한 정규화 모멘트의 비교 ; 위로 부터 HLE( $\alpha=1.0$ ), LRN( $\sigma_2^2=0.67$ ), IK ( $\alpha=1.5$ ).

Fig. 13. Comparison of normalized moments for phase screens ; HLE( $\alpha=1.0$ ), LRN( $\sigma_2^2=0.67$ ), IK( $\alpha=1.5$ ) from the top.

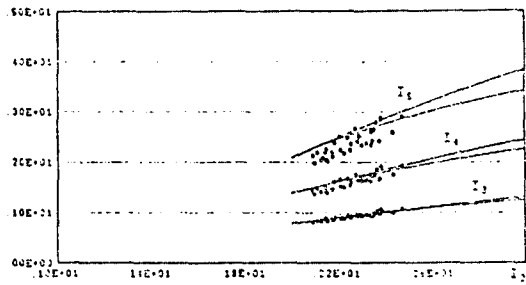


그림 14. 위상스크린에 대한 정규화 모멘트의 비교 ; 위로 부터 LE, K.

Fig. 14. Comparison of normalized moments for phase screens ; LE, K from the top.

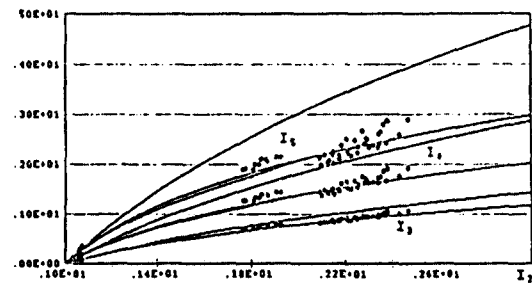


그림 15. 위상스크린에 대한 정규화 모멘트의 비교 ; 위로 부터 LN, NM, RN.

Fig. 14. Comparison of normalized moments for phase screens ;

모멘트 방법 중 하나를 택하여 사용하는 것이 일반적이었으나  $\chi^2$ -테스트는 광도가 큰 부분, 모멘트 방법은 광도가 작은 부분에 대해 취약성이 있으므로 두 방법을 동시에 사용하는 것이 필요한 것으로 사료된다.

### 참 고 문 헌

1. A. Ishimaru, *Wave propagation and scattering in random media*, vol.2, Academic Press, 1978.
2. R. L. Fante, "Electromagnetic beam propagation in turbulent media: An update (Review)," *Proc. IEEE*, vol.68, pp.1424-1443, 1980.
3. J. W. Strohbehn, T. I. Wong, and J. P. Speck, "On the probability distribution of line-of-sight fluctuations of optical signals," *Radio Sci.*, vol. 10, pp.59-70, 1975.
4. D. L. Knepp and G. C. Valley, "Properties of joint gaussian statistics," *Radio Sci.*, vol.13, pp.59-68, 1978.
5. G. Parry and P. N. Pusey, "K distributions in atmospheric propagation of laser light," *J. Opt. Soc. Am.*, vol.69, pp.796-798, 1979.
6. L. C. Andrews and R. L. Phillips, "Mathematical genesis of the I-K distribution for random optical fields," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol.3, pp. 1912-1919, 1986.
7. M. C. Teich and P. Diament, "Multiply stochastic representations for K distributions and their Poission transforms," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol.6, pp.80-91, 1989.
8. J. H. Churnside and S. F. Clifford, "Log-normal Rician probability-density function of optical scintillations in the turbulent atmosphere," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol.10, pp.1923-1930, 1987.
9. J. H. Churnside and R. J. Hill, "Probability density of irradiance scintillations for strong path-integrated refractive turbulence," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol.4, pp.727-723, 1987.
10. D. A. de Wolf, "A random-motion model of fluctuatons in nearly transparent medium," *Radio Sci.*, vol.18, pp.132-142, 1983.
11. D. A. de Wolf 2nd Jeong-ki Pack, "Wave-kin-

- etic numerical approach to propagation of optical beams," *J. Opt. Am. A*, vol.3, pp.532-535, 1986.
12. Jeong-Ki Pack and D. A. de Wolf, "Wave-kinetic numerical approach to propagation of optical beams II," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol.3, pp. 1765-1771, 1986.
13. Jeong-Ki Pack, *Numerical simulation of optical wave propagation through random media*, Ph. D. dissertation, VPI & SU, 1988.
14. C. L. Rino and J. Owen, "Numerical simulations of intensity scintillation using the power law phase screen model," *Radio Sci.*, vol.19, pp.891-908, 1984.
15. E. Jakeman and J. G. McWhirter, "Correlation function dependence of the scintillation behind a deep random phase screen," *J. Phys. A: Math. Gen.*, vol.10, pp.1599-1643, 1977.
16. J. Banks and J. S. Carson, *Discrete-event system simulation*, Pretics-Hall, 1984.

---

본 논문은 '90 한국과학재단 연구비지원에 의한 결과임

---



白 定 基(Jeong Ki Pack) 正會員  
1954年 3月 30日生  
1978年 2月: 서울대학교 전자공학과 졸업(공학사)  
1985年 9月: Virginia Tech 전기공학과 대학원(공학석사)  
1988年 9月: Virginia Tech 전기공학과 대학원(공학박사)

1978年 3月~1983年 2月: 국방과학 연구소 연구원  
1988年 10月~1989年 2月: 한국전자 통신연구소 선임연구원  
1989年 3月~現在: 동아대학교 전자공학과 조교수  
※주관심분야: 전파전파, 수치전자기학, 광집적회로 등.



孫 暢 洙(Chang Soo Son) 正會員  
1952年 10月 20日生  
1974年 2月: 경북대학교 공업교육학과 졸업(공학사)  
1982年 2月: 동아대학교 전자공학과 대학원(공학석사)  
1989年 3月: 동아대학교 전자공학과 대학원 박사과정

1979年 3月~現在: 경남전문대학 전자통신과 부교수  
※주관심분야: 전파전파, 수치전자기학 등.