

◎ 論 文

노치를 갖는 複合材料의 靜的強度評價(I)

金 允 海* · 金 永 植* · 西 谷 弘 信**

(1993년 7월 12일 접수)

Static Tensile Strength Evaluation of Notched Coeposite Materials

Yun-Hae Kim · Young-Sik Kim · Hironobu Nisitani

Key Words : 引張特性(Tensile Property), 複合材料(Composite Materials), 破壞條件(Fracture Criterion), 노치재(Notched Body), 선형노치역학(Linear Notch Mechanics)

Abstract

The static tensile tests of GFRP, ID300, CFRID300 and CFRPEEK were made on the plain and notched specimens at room temperature. The results were discussed based on linear notch mechanics which was proposed by H.Nisitani.

The fracture of notched GFRP, ID300, CFRID300 and CFRPEEK specimens is controlled by the elastic maximum stress, σ_{max} , and the notch root radius, ρ , alone, independently of the other geometrical conditions. The relation between fracture nominal stress, σ_c , and stress concentration factor, K_t , is to be classified into two parts, namely, a part where σ_c decreases with increasing K_t and a part where σ_c is nearly constant independent of K_t . A similar phenomenon can be seen in the fatigue tests of notched specimens under rotating bending or push-pull.

The almost constant σ_c values correspond to the nearly constant apparent stress intensity factor, K_{Ipc} values, obtained by assuming $\rho=0$. This can be attributed to the existence of the stable crack. Linear notch mechanics is very useful for analyzing the static tensile fracture behavior of notched GFRP, ID300, CFRID300, and CFRPEEK specimens.

1. 緒 論

複合材料(Composite materials)라고 하는 것은 2種類이상의 基材를 組合하여 원래의 재료에는 없었던 특성을 발휘시킨 재료의 總稱이다. 우리들의 생활환경과 관련지어 생각해 보면, 몇개의

재료의 組合에 의한 構造物, 機能材가 많다는 것에 놀라게 된다. 이러한 복합재료가 新素材로서 浮刻되고, 또한 사용되어지게 된 최대의 이유는 가볍고도 강하다는 점에 있다. 한편, 機械나 構造物의 破壞는 대부분의 경우 노치부를 起點으로 발생하기 때문에, 複合材料를 노치부재로서 安全하면서도 經濟的으로 사용하기 위해서는 각종 條

* 韓國海洋大學校 材料工學科

** 日本九州大學 機械工學科

件下에서 있어서 强度特性的 評價法을 確立하는 것은 必要不可缺한 것이다.

선형노치역학(Linear Notch Mechanics)은 종래의 노치를 갖는 工業用材料의 强度評價, 예를 들면 노치를 갖는 金屬材料의 疲勞强度나 노치를 갖는 플라스틱재료의 脆性破壞 强度등의 평가에 대단히 有效하다는 사실이 報告¹⁾되고 있는데, 이것은 노치를 갖는 첨단복합재료의 강도평가에 대해서도 有力한 手段이 되리라는 것이 豫想된다.

따라서, 本 研究에서는 노치를 갖는 첨단복합재료의 강도를 평가함에 있어서 선형노치역학의 概念을 적용하여 靜的强度特性을 명확히 함을 目的으로 한다.

2. 선형노치역학(Linear Notch Mechanics)^{4, 5, 6)}의 概念

Figs. 1, 2^{2, 3)}에 나타낸 것과 같이, 응력집중이

있는 경우에는 최대탄성응력이 일정하다 하더라도 동일현상^{2, 3)}이 일어난다고는 할 수 있다. 즉, Figs. 1, 2의 예에서 보듯이 동일현상이 서로 다른 최대탄성응력하에서 일어나고 있다(최대탄성응력 σ_{max} 이 크게 달라도 공칭응력으로 표시한 피로 한도는 같으며, 그림에서 보듯이 정류균열(Non-propagating crack)이 발생해 있다. 만약, 試驗片과 實物에 있어서 최대탄성응력이 일정한 상태에서 동일현상(Same phenomenon)이 일어난다고 한다면, a) 시험편의 응력, b) 시험편의 거동, c) 실물의 응력으로 실물의 舉動(Behavior)을 예측할 수가 있다. 그러나, 과거의 실험을 통해 얻어진 데이터는 최대탄성응력이 일정하다고 하더라도 일반적으로 동일현상이 생기지 않는다는 것을 나타내고 있다. 그래서, 네번째의 정보로서, d) Severity의 척도를 알아야 할 필요가 있다. 한편, 응력

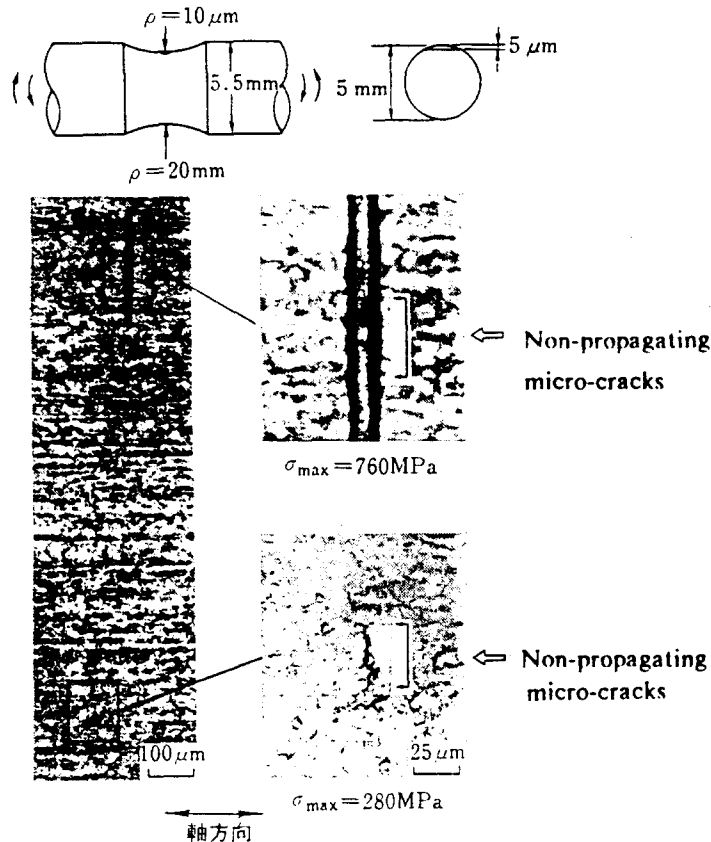


Fig. 1 Non-propagating micro-cracks observed on surfaces.

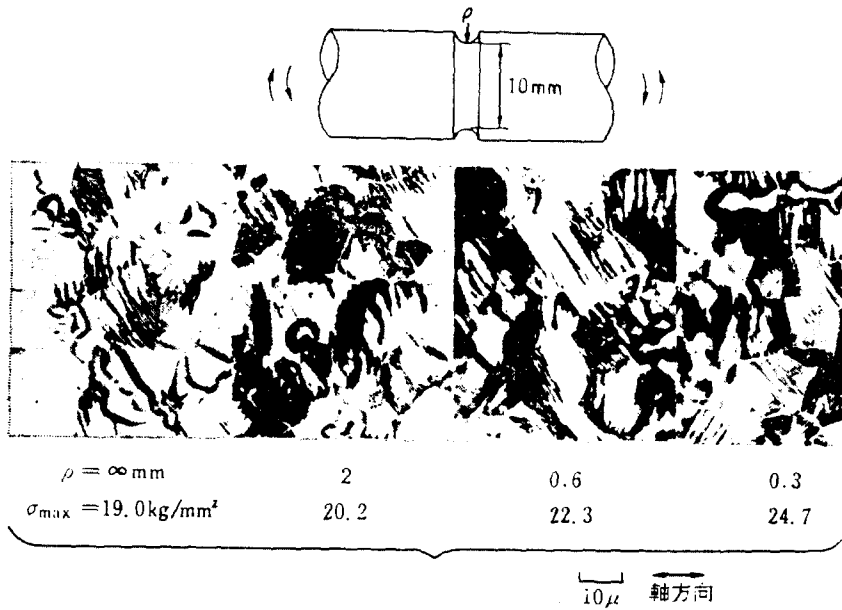


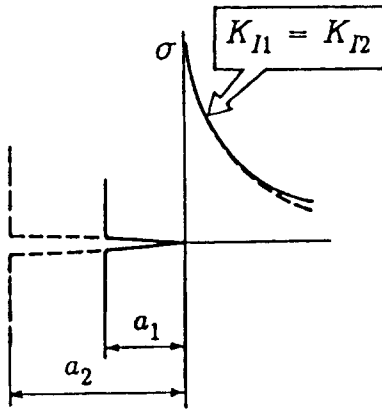
Fig. 2 Changes in surface state.

집중원으로서의 균열(Crack)과 노치(Notch)가 있다. 균열은 노치에 있어서 노치반경(Notch root radius)이 0인 경우에 상당하므로 균열을 노치에 포함시키더라도 괜찮을 듯이 보이지만, 균열에서는 최대탄성응력이 무한대로 되기 때문에, 양자는 구별하여 취급하지 않으면 안된다. 그래서, 균열을 갖는 부재의 강도는 Severity의 척도로서 응력 확대계수 K 를 이용하는 선형과괴역학의 수법을 이용하여 예측되며, 노치를 갖는 부재의 강도는 Severity의 척도로서 최대탄성응력 σ_{\max} 와 노치반경 ρ 를 이용하는 선형노치역학의 개념을 이용하여 예측된다. 여기서, 예측된다고 하는 것은 시험편의 강도로 부터 실물의 강도가 합리적으로 추정된다는 것을 의미하고 있다.

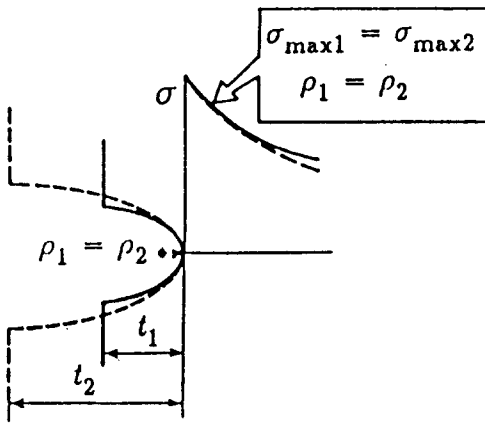
線形破壞力學과 선형노치역학은 모두 破壞나 降伏을 일으키는 原因의 強度로서 純粹히 彈性計算만에 의해 구해지는 값을 사용한다. 그렇기 때문에 양자가 왜 塑性變形이 일어난 후의 문제에 대해서도 有效한가를 檢討해 둘 필요가 있다.

Fig. 3에 나타내는 것과 같이 同一彈性應力場(Same elastic stress field)이 생기게 위해서는 균열의 경우, 노치반경 ρ 는 0($\rho_1 = \rho_2 = 0$)에 상당하므로

로 $K_1 = K_2$ 라는 하나의 조건만으로 탄성응력장이 같게 된다. 한편, 노치재의 경우, $\sigma_{\max 1} = \sigma_{\max 2}$ 및 $\rho_1 = \rho_2$ 라는 두가지의 조건이 동시에 만족될 때에 비로소 同一彈性應力場이 생기게 된다⁴⁾(Fig. 3). 여기서, 첨자 1, 2는 試驗片과 實物을 의미하는 것으로 하며, K 는 應力擴大係數(Stress intensity factor), σ_{\max} 는 最大彈性應力(Maximum elastic stress), ρ 는 노치반경(Notch root radius)을 의미한다. 그리고, 두개의 균열재 또는 두개의 노치재에 소성변형이 일어났을 때 재분포되는 응력장이 같아지기 위해서는(이하 Response의 等價性이라 함) Fig. 4에 나타낸 것과 같이, 균열끼리는 항상 保證되며($\rho_1 = \rho_2 = 0$ 이기 때문에), 노치끼리는 $\rho_1 = \rho_2$ 이면 Response는 等價로 된다⁵⁾. 따라서, 同一彈性應力場이 생기는 경우에는 이와 동시에 Response의 등가성이 保證되기 때문에, 두개의 균열재 또는 두개의 노치재에 있어서 同一彈塑性應力場이 보증되게 되는 것이다. 물론, 塑性變形이 균열선단 또는 노치底로부터 먼곳까지 도달한 경우는 Response의 등가성은 성립하지 않기 때문에 同一彈塑性應力場은 얻어지지 않는다. 동일탄소성응력장은 同一現象이 생기는 것을 보증해 준다.



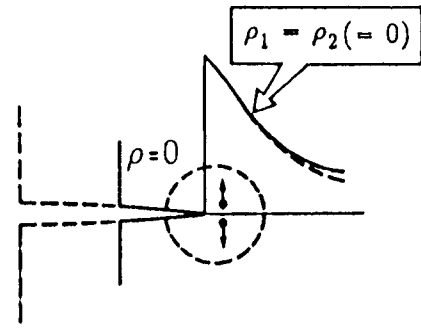
K_I controls elastic stress field.



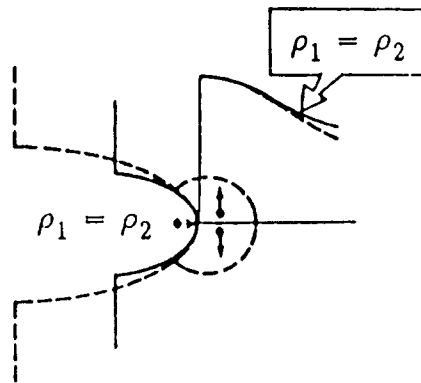
σ_{max} and ρ control elastic stress field.

Fig. 3 Condition for the same elastic stress fields in two cracked bodies or two notched bodies.

(When the values of K_I are equal in two cracked bodies, the elastic stress fields near the crack tips are nearly equal to each other. Similarly, when the values of σ_{max} and ρ are equal in two notched bodies, the elastic stress fields near the notch roots are nearly equal to each other, independent of notch depths or the other geometrical conditions of notched bodies)



Geometric condition near crack tips controls response.



Geometric condition near notch roots controls response.

Fig. 4 Conditions for the equivalence of responses in two cracked bodies or two notched bodies.

(In the cases when ρ is constant, the additional stress fields due to a given amount of plastic deformation occurring at a given place near the notch roots are nearly equal to each other)

이러한 상황들을 Fig. 5에 종합하여 나타낸다. 板材의 경우에는 $\rho_1 = \rho_2$ 라 하더라도 板두께가 틀리면 Response의 等價性은 보증되지 않는다. 따라서, 판재에서 同一現象이 생기기 위해서는 Fig. 5의 條件외에 板두께가 같다는 것을 附加할 필요

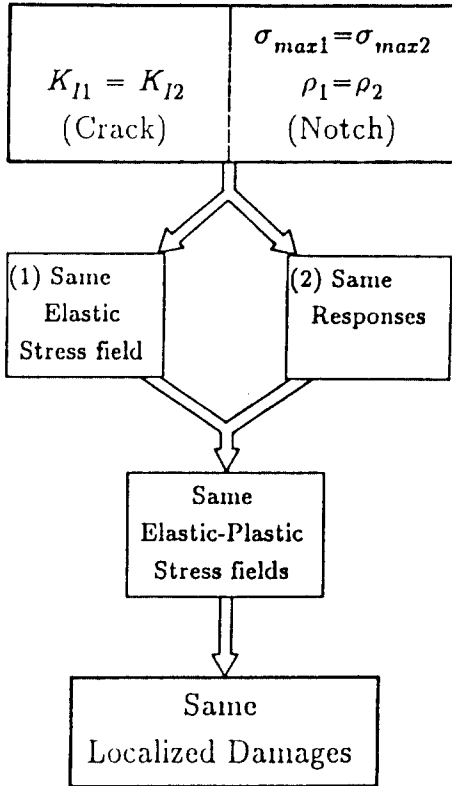


Fig. 5 Conditions for the same phenomena occurring in two cracked bodies or two notched bodies.

(The same elastic stress fields and equivalence of responses assure the same elastic-plastic stress fields. The same elastic-plastic stress fields occur the same phenomena in two cracked bodies or two notched bodies)

가 있다. 이상의 사실을 綜合해 보면 선형노치역학의 개념은 노치底附近의 力學的狀態의 Severity는 노치저의 최대탄성응력 σ_{max} 와 노치반경 ρ 에 의해 一意的으로 決定된다는 것인데, 이 사실에 根據하여 노치재의 小規模降伏條件에 있어서 脆性破壞의 限界條件을 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma_{max} = \sigma_{max,c}(\rho)$$

윗식에서 $\sigma_{max,c}(\rho)$ 는 재료에 따라 定해지는

量으로, 노치반경의 함수이기도 하다. 좌변의 σ_{max} 는 $\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_c$ 로 결정할 수 있다. 여기서 K_t 는 應力集中係數(Stress concentration factor), σ_c 는 最小斷面의 公稱應力이다.

3. 材料 및 實驗方法

사용한 素材는 a) 폴리카보네이트(PC)를 母相으로 하여 纖維重量含有率이 20%로 되도록 무질서하게 配向한 短유리섬유강화폴리카보네이트(GFRP), b) 熱可塑性樹脂인 폴리에테르니트릴(ID300), c) ID300을 母相으로 섬유중량함유율이 30%로 되도록 무질서하게 배향한 短탄소섬유강화폴리에테르니트릴(CFRID300), d) 열가소성수지인 폴리에테르에테르케톤(PEEK)을 母相으로 섬유중량함유율이 30%로 되도록 무질서하게 배향한 短탄소섬유강화폴리에테르에테르케톤(CFRPEEK)의 4종류이다.

Fig. 6에 試驗片의 形狀 및 치수를 나타낸다. 각 재료의 두께는 일정하며, 노치깊이와 노치반경을 바꾸어서 實驗을 行했다. 특히, GFRP의 경우는 시험편 幅까지도 바꾸어서 實驗을 行했다. Cross head 속도는 0.5mm/min로 일정하게 하였다.

4. 實驗結果 및 考察

Table 1은 平滑試驗片의 引張試驗의 결과를 나타낸 것이다. 短섬유를 배향함으로써 樹脂단체(PC, ID300, PEEK)에 비해 引張強度, 彈性係數는 각각 증대하지만, 延伸率은 감소한다는 것을 알 수 있다.

Fig. 7은 脆性形으로 破斷한 GFRP의 破斷시에 있어서의 最小斷面의 公칭응력 σ_c 와 應力集中係數 K_t 와의 관계를 나타낸 것이다. 여기서, 노치시험편의 응력집중계수 K_t 는 體積方法⁷⁾에 의해 얻어진 精度가 높은 값을 이용했다. 그림에서 σ_c 의 값은 K_t 의 증대와 더불어 떨어지고 있는 부분과, K_t 와 관계없이 거의 일정하게 되는 부분으로 나누어 진다는 것을 알 수 있다. 이와같이, $\sigma_c - K_t$ 의 관계가 ρ 의 변화에 따라 2가지의 성질을 나타내는 현상은 노치재의 回轉굽힘 또는 引張壓縮疲勞

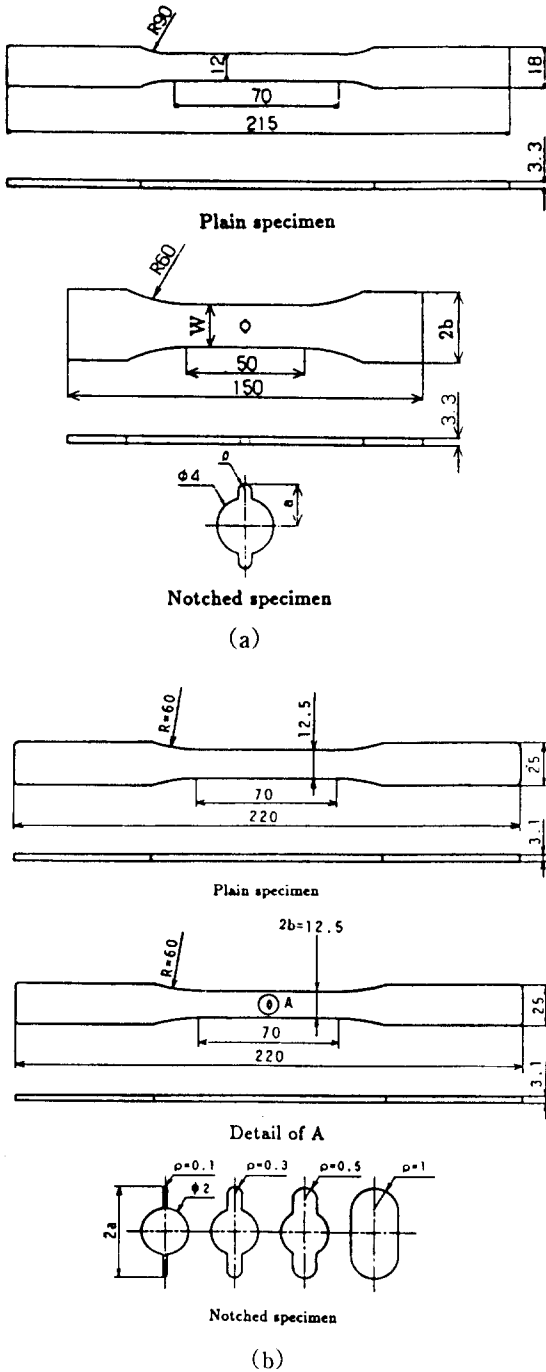


Fig. 6 Specimen Configurations

- (a) In case of GFRP
- (b) In cases of ID300, CFRID300, CFR-PEEK

Table 1 Mechanical properties.

	PC	GFRP	ID300	CFRID300	PEEK	CFRPEEK
σ_B (MPa)	47	87	125	218	102	132
E (GPa)	2.5	4.6	4.4	22	3.5	8.6
ϕ (%)	50	2.8	3.8	1.4	28	2.6

σ_B : Ultimate tensile strength

E : Young's modulus

ϕ : Elongation

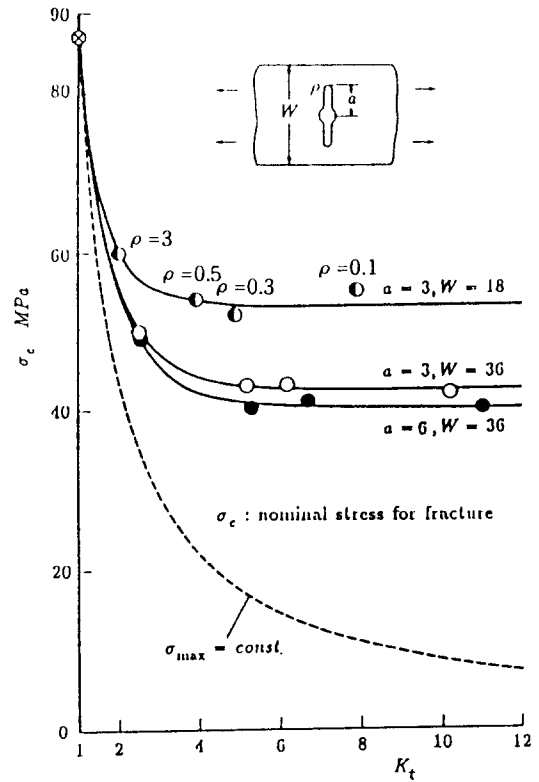


Fig. 7 Relationship between the stress for causing brittle fracture, σ_c , and the stress concentration factor, K_t (Tension of GFRP plate specimens with an internal notch).

에서 보여지는 현상^{8~13)}과外觀上 대응하고 있다.

Fig. 8은 종래의 철강재료의 피로시험을 통해 얻어진 σ_{w1} 혹은 σ_{w2} 를 K_t 에 대해 나타낸 것이다. 그림에서 나타내는 것과 같이, σ_{w1} 의 값이 K_t 값의 증가와 더불어 감소하고 있는 영역과 σ_{w2} 의 값이

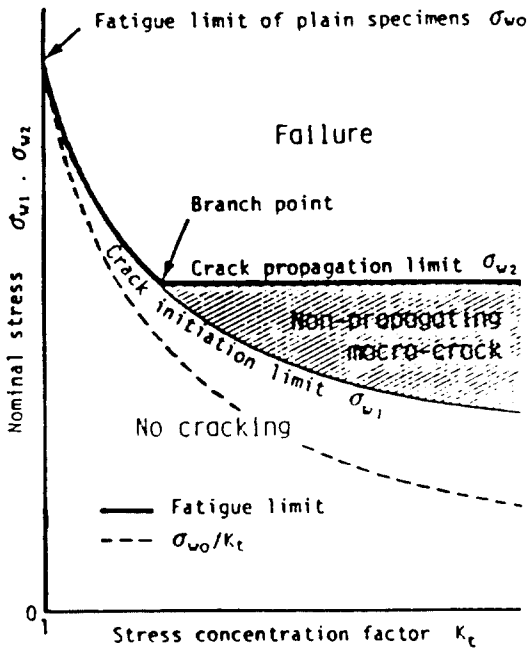


Fig. 8 Relationship between limiting stress for crack initiation, σ_{w1} , or limiting stress for fracture in the range of non-propagating crack existing, σ_{w2} , and stress concentration factor, K_t .

K_t 값과 관계없이 거의 일정하게 되는 영역으로 나누어 진다는 것을 알 수 있다. 따라서, Fig. 7 과 Fig. 8 을 비교해 볼 때 정적인 현상과 피로현상이 성질적으로 상당히 유사하다는 것을 알 수 있다. 여기서, σ_{w1} 은 균열발생에 대한 한계응력이며, σ_{w2} 는 정류균열(Non-propagating crack)이 존재하는 범위에서 파괴에 대한 한계응력이다. 그리고, $\sigma_c - K_t$ 의 관계에는 판폭 및 노치깊이의 影響이 나타나고 있다는 것이 特徵이다.

Fig. 9 은 Fig. 7 의 결과(GFRP의 경우)에 선형 노치역학의 개념을 적용하여 정리한 것이다. $\sigma_c - K_t$ 의 관계에서는 판폭 W 와 노치깊이 $2a$ 의 영향이 나타났지만, 최대탄성응력 $K_t\sigma_c (= \sigma_{max})$ 와 $1/\rho$ 의 관계에서는 판폭과 노치깊이에 관계없이 모든 Data는 재료에 있어서 고유한 하나의 곡선으로 나타낼 수 있다는 것을 이 그림을 통해 알 수 있

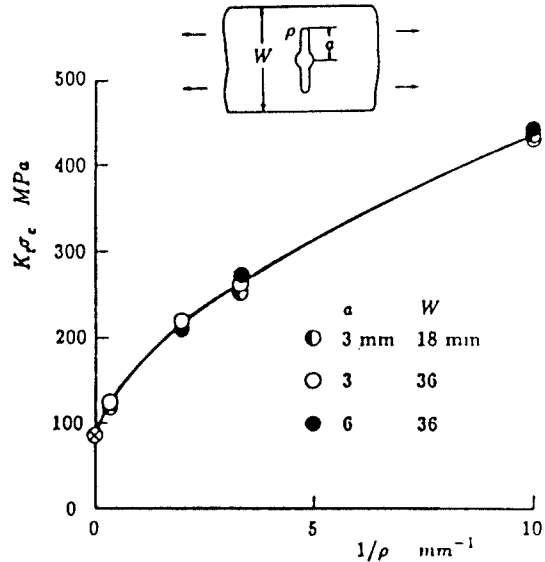


Fig. 9 Relationship between the critical elastic maximum stress $K_t\sigma_c$ and $1/\rho$ for GFRP.

다. 즉, 노치반경 ρ 가 정해지면, 판폭과 노치깊이에 관계없이 $K_t\sigma_c$ 의 값은 항상 거의 일정하게 되고 있다. 이것은 최대탄성응력과 노치반경만을 파악한다면 아주 효율적으로 노치를 갖는 복합재료의 실물의 거동이 파악된다는 것을 의미하고 있다.

Fig. 10 은 ρ 를 일정히 하고, 노치깊이 $2a$ 와 板幅 W 를 변화시켰을 때의 $K_t\sigma_c$ 와 $2a/W$ 와의 관계(GFRP의 경우)를 나타낸 것이다. $K_t\sigma_c$ 의 값은 ρ 가 일정하다면, 板幅 및 노치깊이와 관계없이 거의 일정하게 된다는 것을 알 수 있다.

한편, Fig. 9 에서와 마찬가지로, ID300, CFRID 300 및 CFRPEEK의 데이터를 선형노치역학의 개념에 근거하여 $K_t\sigma_c - 1/\rho$ 의 관계로 정리한 것이 Figs. 11 과 12 이다. 모든 Data는 재료에 固有한 하나의 曲線으로 나타난다. 이상의 사실로부터, 취성형으로 판단되는 GFRP, ID300, CFRID300 및 CFRPEEK의 노치재는 시험편의 幾何學的 形狀과는 관계없이, 노치반경 ρ 만에 의해 결정되는 최대탄성응력 σ_{max} 일정의 條件下에서 破壞가 일어난다는 것을 알 수 있다. 부연하자면, Figs. 9, 11, 및 12 는 노치를 갖는 각 재료의 靜的強度를 規

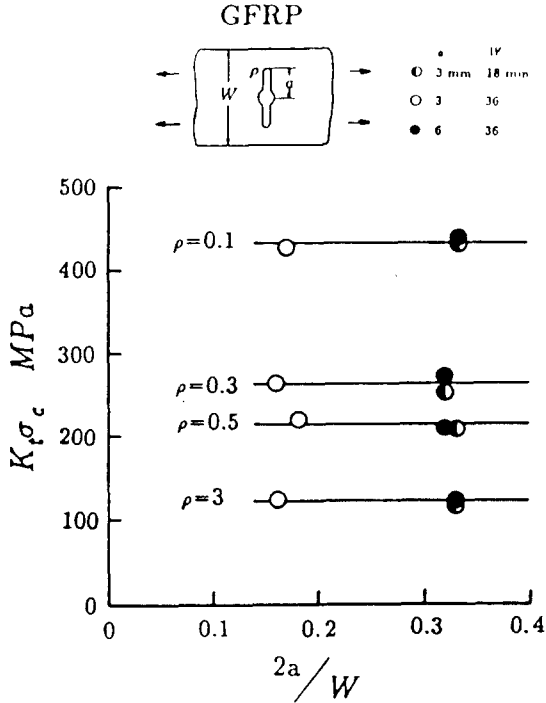


Fig. 10 Relationship between $K_I \sigma_c$ and $2a/W$ for GFRP.

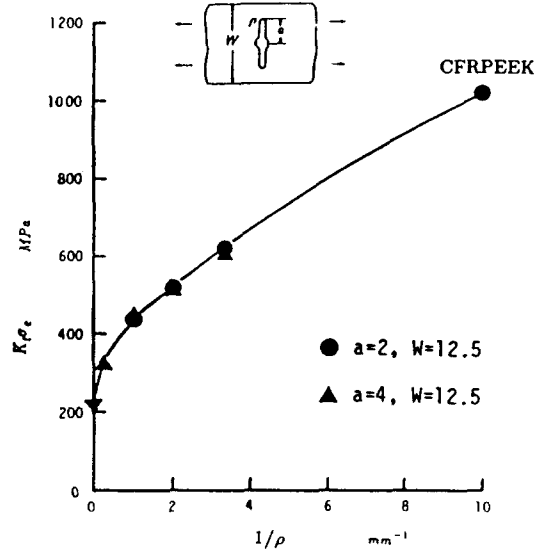


Fig. 12 Relationship between the critical elastic maximum stress $K_I \sigma_c$ and $1/\rho$ for CFRPEEK.

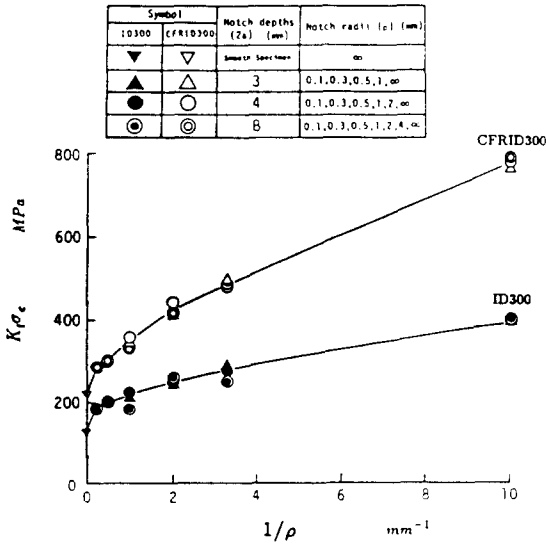


Fig. 11 Relationship between the critical elastic maximum stress $K_I \sigma_c$ and $1/\rho$ for ID300, CFRID300.

定하는 Master curve 이며, 이들 곡선으로 부터 각 노치를 갖는 短점유강화복합재료의 靜的強度의 推定이 可能하게 된다는 것이다. 한편, Fig. 7 에서 σ_c 의 값은 K_I 에 관계없이 거의 일정하게 되는 영역과 K_I 값의 증가와 더불어 감소하고 있는 영역으로 분류되는데, σ_c 값이 K_I 값과 관계없이 거의 일정하게 되고 있는 영역에 있어서 σ_c 값이 일정하게 되는 근거를 명백히 하기 위해 다른 치수를 바꾸지 않고, $\rho=0$ 로 간주했을 때의 破斷時의 결보기상의 應力확대계수 K_{Ipc} 의 값을 계산했다. K_{Ipc} 는 중앙노치에 대한 石田의 식¹⁴⁾을 이용하여 계산했다. Fig. 13은 ID300 및 CFRID300에 대해 파단시의 결보기상의 應力확대계수 K_{Ipc} 와 노치반경 ρ 와의 관계를 나타낸 것이다. 각 재료에 있어서 K_{Ipc} 의 값은 ρ 가 ρ_0 로 표시한 값보다 작을 때에는 노치깊이와 관계없이 거의 일정하게 되고 있다. 그러므로, σ_c 값이 K_I 값과 관계없이 거의 일정하게 되고 있는 영역에서는 노치저로부터 안정균열(stable crack)이 성장한 후에 최종파단에 도달하기 때문에, $\rho=0$ 로 간주했을 때 결보기상의 應力擴大係數 K_{Ipc} 의 값은 노치반경과 最小斷

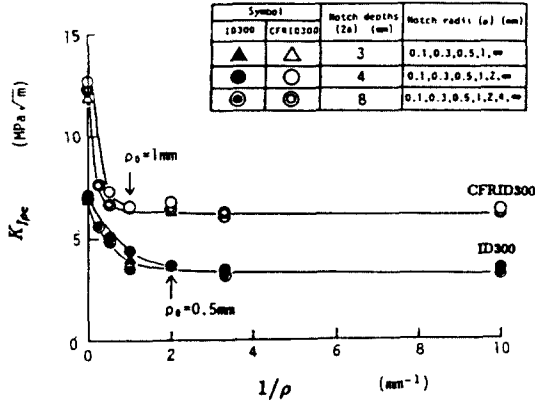


Fig. 13 Relationship between apparent stress intensity factor, K_{Ipc} , obtained by assuming $\rho=0$ and $1/\rho$.

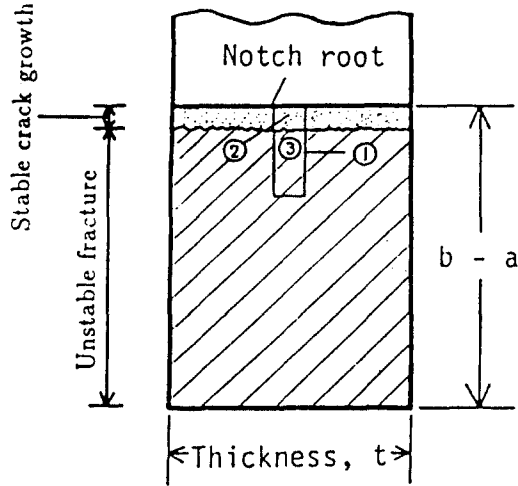


Fig. 14 A schematic diagram of fracture surface.

면의 幅과 關係없이 거의 일정하게 된다는 것을 알았다. 이하에 SEM에 의한 破面觀察의 結果를 나타낸다.

Fig. 14 에 노치반경 ρ 가 1mm 이하(Fig. 13 에서 ρ_0 로 표시한 값보다 작은 영역에 속하는 ρ)인 경우의 시험편 파면을 관찰한 결과 나타나는 전형적인 패턴을 CFRID300을 예로 들어서 설명한 것이다. 즉, σ_c 의 값이 K_I 값에 관계없이 거의 일정하게 되는 영역에서의 파면의 설명도이다. Fig. 15 은 Fig. 14 의 ①, ②, ③ 부분의 파면사진이다. ②와 같은 破面의 형태는 ρ 가 1mm 보다 작은 시험편, 즉 σ_c 의 값이 K_I 값과 관계없이 거의 일정하게 되는 영역에 포함되는 시험편의 경우 노치底部로부터 약 0.3~0.8mm 부근까지 관찰되지만, σ_c 의 값이 K_I 의 增加와 더불어 減少하는 영역에 포함되는 試驗片의 경우는 대부분 ③과 같은 破面이 觀察되었다. 여기서 ②는 安定균열傳播領域이며, ③은 不安定破壞領域인 것으로 사료된다. 이상과 같은 파면은 GFRP, ID300, CFRPEEK의 경우에도 마찬가지로의 결과가 얻어졌다.

이상의 사실로부터, 본 시험에 사용한 시험편의 경우, σ_c 의 값이 K_I 의 값과 관계없이 거의 일정하게 되는 것은, 이 영역에서는 노치저로부터 안정균열(Stable crack)이 성장한 뒤에 파괴되기 때문에 불안정파괴(Unstable fracture)직전에는

노치반경과 최소단면의 폭에 관계없이 K_{Ipc} 의 값이 거의 일정하게 되는 사실과 관련이 있는 것으로 사료된다.

5. 結 論

폴리카보네이트(PC)를 母相으로 하여 纖維重量含有率이 20%로 되도록 무질서하게 配向한 GFRP, 結晶性의 高機能性熱可塑性樹脂인 폴리테르니트릴(ID300) 및 ID300을 모상으로 섬유중량 함유율이 30%로 되도록 무질서하게 배향한 CFRID300, 그리고 폴리테르에테르케톤(PEEK)을 모상으로 섬유중량 함유율이 30%로 되도록 무질서하게 배향한 CFRPEEK의 平滑材 및 노치재에 대해 판폭, 노치깊이 및 노치반경을 여러가지로 변화시켜 靜的強度試驗을 행하고, 그 결과를 선형노치역학의 개념에 근거하여 檢討한 결과 다음과 같은 結論을 얻었다.

- 1) 脆性形式로 破斷되는 GFRP, ID300, CFRID300 및 CFRPEEK 노치재는 試驗片의 幾何學的 形狀과는 관계없이 노치반경 ρ 만에 의해 결정되는 최대탄성응력 σ_{max} 일정의 條件下에서 破壞된다.
- 2) 破斷時 最小斷面에서의 공칭응력 σ_c 와 응력집중계수 K_I 와의 關係에 있어서, σ_c 의 값이 K_I 의

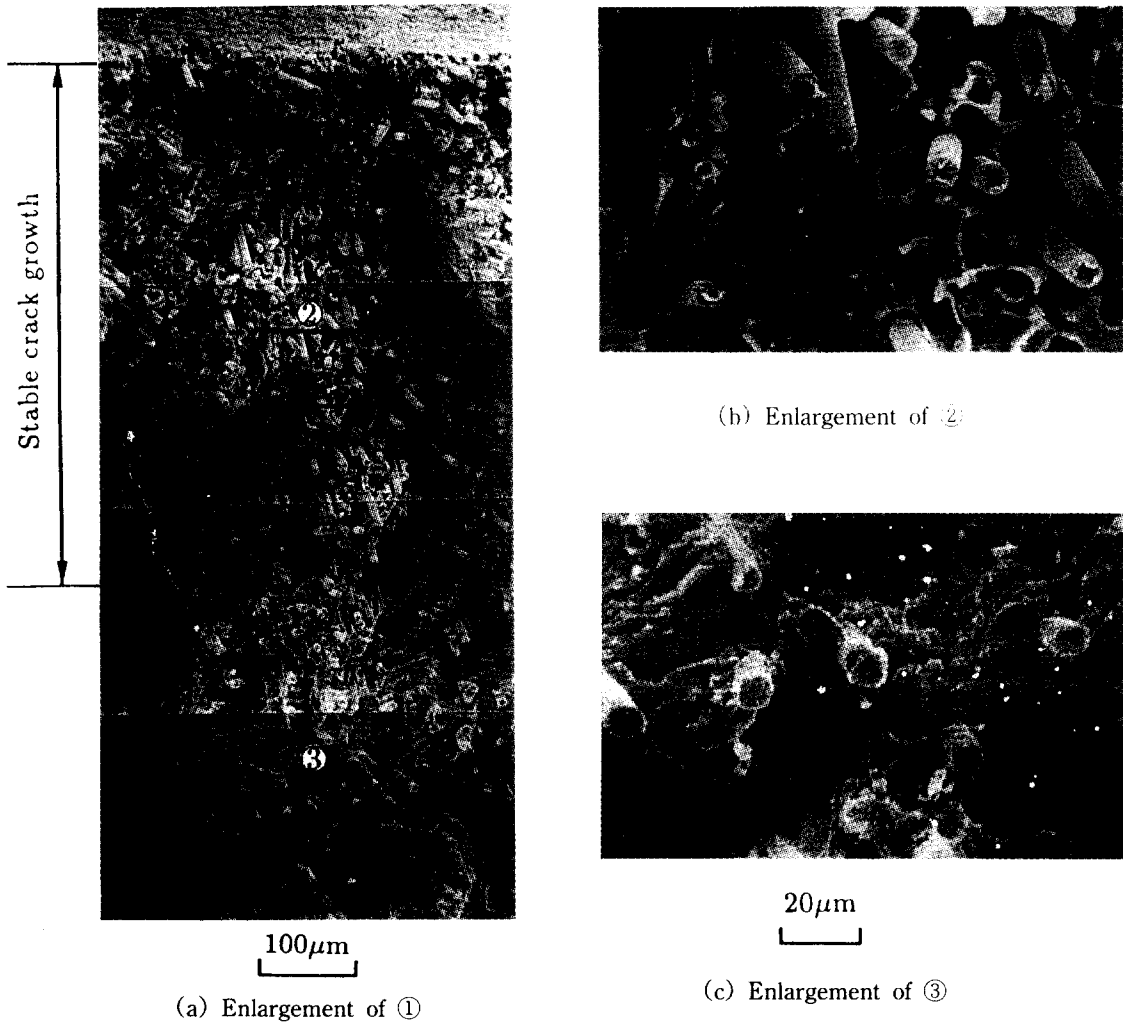


Fig. 15 Fracture appearance of ①, ② and ③ parts in Fig. 10.

증대와 더불어 떨어져 있는 부분과, K_I 와 관계없이 거의 일정하게 되고 있는 부분으로 나누어지는 현상은 노치재의 회전굽힘 또는 인장압축피로에서 보여지는 현상과外觀上對應하고 있다.

- 3) $\sigma_c - K_I$ 의 관계에서 σ_c 의 값이 K_I 값에 관계없이 거의 일정하게 되는 현상은 노치底部로부터 안정균열이 성장한 후에破壞되기 때문에不安定破壞의直前에서는 노치만경과 최소단면의幅과는 관계없이 걸보기상의應力擴大係數의 값이 거의 같게 되는 현상과對應하고 있

다.

- 4) 선형노치역학(LNM)의 개념은 취성형으로破斷되는樹脂單體 및 複合材料의破壞問題를解析하는 데 대단히有效하다.

參 考 文 獻

- 1) 西谷弘信編, “疲勞強度學”, pp. 13-91, 1985.
- 2) 西谷弘信, 村上敬宜, “電解研磨したS10C切欠き材のねじり疲勞と曲げ疲勞”, 日本機械學會論文集, 35-275, pp. 1389-1396, 1969.

- 3) 西谷弘信, 遠藤正浩, “疲勞における切欠き効果の統一的取扱い”, 日本機械學會論文集, 51-463, pp. 784-789, 1985.
- 4) 西谷弘信, “き裂における應力擴大係數に相當する, 切欠きにおける應力場の尺度”, 日本機械學會論文集, 49-447, pp. 1353-1359, 1983.
- 5) 西谷弘信, “停留き裂(切欠き)”, 日本機械學會論文集, 26-282, pp. 296-306, 1977.
- 6) H. Nisitani, “Linear Notch Mechanics as an Extension of Linear Fracture Mechanics”, Proc. Inter. Conf. on Role of Fract. Mech. in Modern Technology. Edited by G. C. Sih and H. Nisitani, pp. 25-37, 1987.
- 7) 金永植・金允海 譯, 境界型數値解析法(體積方法), 1989.
- 8) 西谷弘信, “淺くて鋭い切欠きをもつ炭素鋼の回轉曲げ疲れ強さ”, 日本機械學會論文集, 31-221, pp. 48-51, 1965.
- 9) 西谷弘信, “炭素鋼の回轉曲げ試験における分岐點ならびに疲れ限度の寸法効果”, 日本機械學會論文集, 34-259, pp. 371-382, 1968.
- 10) H. Nisitani, “Effects of Size on the Fatigue Limit and the Branch Point in Rotary Bending Tests of Carbon Steel Specimens”, Bulletin of JSME, Vol. II, No. 48, pp. 947-957, 1968.
- 11) 西谷弘信, 岡坂建一, “7:3 黄銅の引張壓縮疲れにおける疲れ強さ, き裂強さおよび分岐點の切欠き半徑におよぼす平均應力の影響”, 日本機械學會論文集, 39-317, pp. 49-59, 1973.
- 12) 西谷弘信, 野村眞一, “引張りまたは圧縮ひずみを受けた鋼材から切り出した切欠き試験片の曲げ強さ”, 日本機械學會論文集, 41-350, pp. 2761-2767, 1975.
- 13) 北川英夫・西谷弘信, 松本年男, “疲勞き裂成長の下限界應力擴大係數 ΔK_{TH} とき裂材・切欠材の疲勞限度との關係について”, 日本機械學會論文集, 42-356, pp. 996-1000, 1976.
- 14) 石田誠, “き裂の弾性解析と應力擴大係數”, 培風館, pp. 144-145, 1976.