

◎ 論 文

# 2차원 수치 파수조를 이용한 비선형파 산란의 연구

김 용 직\*

(1993년 7월 16일 접수)

## Study of Nonlinear Wave Diffraction Using the 2-Dimensional Numerical Wave Tank

Yong J. Kim\*

**Key Words :** Numerical Wave Tank(수치 파수조), Nonlinear Wave(비선형파), Diffraction(산란), Spectral/Boundary-Element Method(스펙트럴/경계요소법), Circular Cylinder(원형 주상체), Negative Drift Force(음의 표류력)

### Abstract

Numerical wave tank is a robust tool by which the nonlinear interactions between the body and the free-surface can be treated in time-domain. In this paper, a two-dimensional numerical wave tank based on the Spectral/Boundary-Element Method is developed, and applied successfully to the study of nonlinear wave diffraction around a submerged circular cylinder. Particularly, it is shown that the high-order wave components of significant wave height are developed in the lee-side of the cylinder and that these waves result in a negative drift force on the circular cylinder.

### 1. 서 론

수치 파수조(numerical wave tank)는 자유표면 파와 물체와의 상호작용을 자연현상 그대로 시간영역에서 시뮬레이션하고자 하는 수치적 해석방법이며, 원칙적으로 운동의 종류, 크기등에 제약받지 않는 가장 광범위한 적용성을 갖는 해석수단이 될 수 있다. 이의 성공적인 개발은 자유표

면파 유동을 다루는 수치 유체역학분야의 중요한 목표중의 하나라고 할 수 있으며, 근래들어 전산기 성능의 획기적인 향상에 따라 국내외에서 이에 대한 활발한 연구가 이루어 지고 있다.

이러한 시간영역 해법에서는 각 순간의 유체영역 경계치문제를 여러 수치기법을 이용해 풀고, 이때 얻어지는 자유수면 변화율등 유동정보를 이용하여 자유수면과 물체운동을 시간의 진행에 따라 추적 계산함으로써 각 시간에서의 해를 순차

\* 정회원, 부산수산대학교 선박공학과

적으로 얻어지게 된다. 이 방법들은 유체영역 경계치문제를 푸는 수치기법에 따라 경계요소법(Boundary Element Method), 유한차분법(Finite Difference Method), 유한요소법(Finite Element Method), 스펙트럴법(Spectral Method)등으로 나눌 수 있으며, 이중 경계요소법<sup>1,2,3,4)</sup>이 최근 가장 많이 사용되어져 왔다.

본 연구는 스펙트럴/경계요소법(Spectral/Boundary-Element Method) - 자유표면 변화만을 다룰 수 있던 Dommermuth and Yue<sup>5)</sup>의 고차 스펙트럴법(High-Order Spectral Method)을 경계요소법과 결합하여 발전시킴으로써 물체와 자유표면과의 비선형 상호작용문제를 다룰 수 있도록 개발된 수치해법<sup>6)</sup> - 을 이용한 2차원 수치 파수조의 개발 및 응용에 관한 일련의 연구들중의 하나이며, 본 논문에서는 비선형파 산란문제를 다루고 있다.

스펙트럴/경계요소법은 자유표면 분할요소수를 N이라 할 때 계산량이 NlogN에 비례하는 특성을 갖고 있어(대개의 경우 물체 분할요소수보다 자유표면 분할요소수가 월등히 많으므로 계산량은 대부분 자유표면 요소수에 지배적으로 의존함), 기존의 다른 수치적 방법들중 가장 효율적인 방법이라 할 수 있는 경계요소법(적어도 N<sup>2</sup> 이상의 계산량 증가특성을 갖음)보다도 월등히 효율적인 수치해법이라 할 수 있다. 이러한 특성은 종래에 사실상 구현이 어려웠던 상세한 이산화(discretization) 모델을 채용한 수치수조를 구현 가능케 함으로써 이 분야 연구에 널리 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

비선형파 산란(nonlinear wave diffraction)에 관한 기존의 연구들로 섭동법(perturbation method)에 의한 Ogilvie<sup>7)</sup>, Vada<sup>8)</sup>의 이론적 연구와 Longuet-Higgins<sup>9)</sup>의 실험적 연구등이 있다. 본 논문에서는 조파기(wave maker)와 소파기(wave absorbing device)를 장비한 수치수조에서 비선형파를 발생시키고, 이중에 잠수 원형주상체를 놓아 이에 의한 파의 비선형 산란문제를 다루고 있다. 수행된 수치실험(numerical experiment)들은 Longuet-Higgins<sup>9)</sup>등이 실험적으로 연구한 바 있는 음의 표류력이 파의 비선형 산란에 의해 발생할 수 있음을 보이는 등 파형과 동유체력에서 나타

나는 여러 비선형 효과들을 보이고 있다.

## 2. 해석 방법

### 2.1 시간영역 경계치 문제

유체는 비점성, 비압축성이고 유체의 운동은 비회전성이라고 가정하며 표면장력은 무시한다. 좌표계는 x축을 정수면에 두고 y축은 상방향을 양으로 하며, 수심은 무한하다.

위의 가정에 의해 속도 포텐셜  $\Phi(x, y, t)$  를 도입하면 유체의 연속 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0, \text{ in the fluid region, } t \geq 0 \dots (1)$$

자유표면  $y = \eta(x, t)$ 에서의 속도 포텐셜 값을 다음과 같은 표면 포텐셜(surface potential)  $\Phi^s(x, t)$  로 나타내기로 하고,

$$\Phi^s(x, t) = \Phi(x, \eta(x, t), t) \dots \dots \dots (2)$$

이를 이용하여, 각 순간의 자유표면상에서 만족되어야 하는 운동학적 경계조건과 동력학적 경계조건을 나타내면 각각 다음과 같다<sup>5)</sup>.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi^s}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - [1 + (\frac{\partial \eta}{\partial x})^2] \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \Phi^s}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} (\frac{\partial \Phi^s}{\partial x})^2 - \frac{1}{2} [1 + (\frac{\partial \eta}{\partial x})^2] (\frac{\partial \Phi}{\partial y})^2 &= 0, \\ \text{on } y = \eta(x, t), t \geq 0 &\dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

여기에서 g는 중력 가속도이다.

각 순간의 물체표면에서 만족되어야 하는 물체 표면 경계조건은

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \underline{V}(t) \cdot \underline{n}, \text{ on the body surface, } t \geq 0 \dots \dots \dots (4)$$

이며, 여기에서  $\underline{n}$ 는 물체 밖으로 향한 단위 법선 벡터이고  $\underline{V}(t)$ 는 물체의 속도 벡터이다. 파 산란의 문제에서 물체는 조파기와 실험 주상체가 있으므로 두 물체 이상으로 구성되고, 조파기는 요구되는 파를 발생시키기 위해 주어진 운동( $\underline{V}(t)$ )을 하게 되며 실험 주상체는 고정되므로  $\underline{V}(t) = 0$  이다.

물체로부터 충분히 떨어진 곳에서의 무한원방 경계조건은 다음과 같고,

$$\left. \begin{aligned} \nabla\Phi \rightarrow 0 \\ \Phi < \infty \end{aligned} \right\} \text{ as } R \rightarrow \infty, [R=(x^2+y^2)^{1/2}] \dots (5)$$

물체의 운동이 항상 정지상태로부터 출발한다고 가정하면 초기조건은 다음과 같다.

$$\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0, \quad \text{on } y=0, t=0 \dots (6)$$

### 2.2 스펙트럴/경계요소법

시간의 진행에 따른 수면변위  $\eta$ 와 표면 포텐셜  $\phi^s$ 는 자유표면 경계조건 식(3)을 시간에 따라 적분하여 얻을 수 있으므로, 각 순간에서의 유체영역 경계치 문제는  $y=\eta(x, t)$ 에서 Dirichlet 경계조건으로  $\phi^s$ 가 주어졌을 때 식(1)의 Laplace 방정식과 식(4), 식(5)의 경계조건을 만족하는 속도 포텐셜  $\Phi(x, y, t)$ 를 구하는 문제가 된다.

속도 포텐셜  $\Phi$ 를 다음과 같이 M항까지의 급수로 나타내고,

$$\Phi(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \phi^{(m)}(x, y, t) \dots (7)$$

여기에서, 파 기울기 정도의 작은양을  $\varepsilon$ 이라 할 때  $\phi^{(m)}$ 은  $O(\varepsilon^m)$ 이라 가정한다. 속도 포텐셜  $\phi^{(m)}$ 의  $y=0$ 에 대한 Taylor 급수로 표면 포텐셜  $\phi^s$ 를 나타내면 다음과 같고,

$$\begin{aligned} \phi^s(x, t) &= \Phi(x, \eta, t) \\ &= \sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{M-m} \frac{\eta^k}{k!} \left[ \frac{\partial^k}{\partial y^k} \phi^{(m)} \right]_{y=0} \dots (8) \end{aligned}$$

식(8)을 차수별로 정리하면, 다음과 같은  $\phi^{(m)}$ 에 대한  $y=0$ 에서의 경계조건을 얻는다.

$$\phi^{(m)}(x, 0, t) = \begin{cases} \phi^s(x, t), & m=1 \\ - \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} \left[ \frac{\partial^k}{\partial y^k} \phi^{(m-k)} \right]_{y=0}, \\ M \geq m \geq 2 \dots (9) \end{cases}$$

Dommermuth & Yue<sup>5)</sup>의 경우와는 달리 물체운동을 포함하도록 하기 위해, 본 스펙트럴/경계요소법에서는  $\phi^{(m)}$ 을 다음과 같이 파 포텐셜(wave

potential)  $\phi_w^{(m)}$ 과 물체 포텐셜(body potential)  $\phi_b^{(m)}$ 의 합으로 나타내기로 한다.

$$\phi^{(m)} = \phi_w^{(m)} + \phi_b^{(m)} \dots (10)$$

여기에서  $\phi_b^{(m)}$ 은 물체운동을 다루기 위해 새로이 도입된 항으로 식(1)의 Laplace 방정식과 식(5)의 무한원방 경계조건외에 다음의 경계조건들을 만족하는 포텐셜로 한다.

$$\phi_b^{(m)} = 0, \quad \text{on } y=0 \dots (11)$$

$$\nabla\phi_b^{(m)} \cdot \underline{n} = \begin{cases} Y(t) \cdot \underline{n} - \nabla\phi_w^{(m)} \cdot \underline{n}, & m=1 \\ - \nabla\phi_w^{(m)} \cdot \underline{n}, & M \geq m \geq 2, \end{cases} \text{ on the body surface } \dots (12)$$

$\phi_b^{(m)}$ 은  $y=0$ 에서 식(11)을 만족하므로,  $\phi^{(m)}$ 이 식(9)의 경계조건을 만족하기 위해서는  $\phi_w^{(m)}$ 은  $y=0$ 에서 다음의 경계조건을 만족하여야 하며,

$$\phi^{(m)}(x, 0, t) = \begin{cases} \phi^s(x, t), & m=1 \\ - \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} \left[ \frac{\partial^k}{\partial y^k} (\phi_w^{(m-k)} + \phi_b^{(m-k)}) \right]_{y=0}, & M \geq m \geq 2 \dots (13) \end{cases}$$

이외에 식(1)의 Laplace 방정식과 식(5)의 경계조건을 만족하여야 한다.

각각의 경계치 문제의 해  $\phi_w^{(m)}$ 과  $\phi_b^{(m)}$ 의 합으로 얻어지는 속도 포텐셜  $\Phi$ 는 식(8)의 급수가 유효한 범위내에서 자유표면에 주어진 Dirichlet 경계조건과 식(1), 식(4), 식(5)로 이루어진 각 순간의 경계치 문제의 해가 된다.

$\phi_w^{(m)}$ 과  $\phi_b^{(m)}$ 에 대한 경계치 문제들은 각각 푸리에 변환(Fourier transform)을 이용하는 스펙트럴법<sup>5)</sup>과 경계요소에 용출점을 분포시키는 경계요소법<sup>10)</sup>을 이용할 수 있으므로, 본 논문의 스펙트럴/경계요소법은 이들 상이한 두 방법들을 혼합 이용하는 수치해법이라 할 수 있다. 식(13)의 우변이  $\phi^s$ 와  $(m-1)$ 차까지의 해만을 포함하므로 각 순간에서  $\eta$ 와  $\phi^s$ 가 주어지면  $\phi_w^{(m)}$ 과  $\phi_b^{(m)}$ 은  $m$ 의 오름차순으로 순차적으로 구해 갈 수 있다.

### 2.3 수치계산의 개요

물체 포텐셜  $\phi_b^{(m)}$ 의 수치계산은 특이점을 분포

시키는 경계요소법<sup>10)</sup>을 이용하며,  $\phi_b^{(m)}$ 을 다음과 같이 물체표면과 그 이미지에 단순 소오스를 분포시켜 나타낸다.

$$\phi_b^{(m)}(p, t) = \frac{1}{\pi} \int_{S_b} \sigma^{(m)}(q, t) \log[R(p; q)/R(p; q')] ds \dots (14)$$

- where,  $S_b$  : body surface
- $\sigma^{(m)}$  : source strength
- $p(x, y)$  : field point
- $q(\xi, \eta)$  : source point on body surface
- $q'(\xi, -\eta)$  : source point on image surface
- $R(p; q) = [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]^{1/2}$
- $R(p; q') = [(x-\xi)^2 + (y+\eta)^2]^{1/2}$

이를 식(12)의 물체표면 경계조건에 대해 변환하여 얻어지는 제2종 Fredholm 적분방정식의 수치해를 구함으로써 해가 얻어진다.

파 포텐셜  $\phi_w^{(m)}$ 의 수치해는  $\phi_w^{(m)}$ 을 다음과 같이 eigen 함수 전개식(복소 Fourier 급수)에 의해 표현하고,

$$\phi_w^{(m)}(x, y, t) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} A_n^{(m)}(t) \Psi_n(x, y) \dots (15)$$

where,  $\Psi_n(x, y) = \exp(i k_n |y + ik_n x)$

식(13)의 Dirichlet 경계조건을 만족하도록 복소값  $A_n^{(m)}(t)$ 를 구하여 계산한다(여기에서  $k_n = 2\pi n/N\Delta x$ ). 이를 위해 계산영역의 x축을 N개로 균등분할(분할간격  $\Delta x$ )하고, 식(13)으로부터 주어지는 각 분할점에서의  $\phi_w^{(m)}$  값을 잘 알려진 Fast-Fourier 변환법<sup>11)</sup>을 써서 변환한다.

$\eta$ 와  $\phi^s$ 의 시간에 따른 변화는 식(3)을 시간적분(시간간격  $\Delta t$ )하여 계산하며, 시간적분법으로는 4차 Runge-Kutta 적분법을 사용하였고, 식(3)의 x에 대한 미분들은 central difference 방법에 따라 계산하였다. 4차 Runge-Kutta 적분법을 이용할 때 선형 자유표면파 문제에서의 수치 안정성(numerical stability) 조건이  $\Delta t^2 \leq 8\Delta x/gn$ 임은 잘 알려져 있으며, 본 논문의 계산에서도 다소 여유를 두고 이 조건을 만족하도록 하였다. 수록된 계산예들에서 수치적 불안정성은 나타난 바

없고, 별도의 자유표면 순정(smoothing) 기법도 필요치 않았다. 계산은  $M=5$  즉 5차항까지 고려하였고, 결과의 검증은 2차 섭동법에 의한 다른 이론해석 결과와 비교함(고차의 비선형 효과가 작아지는 낮은 입사파고에서는 2차 이론의 결과와 일치함을 보임)으로써 그 타당성을 검증하였다.

본 논문의 수치해법은 자유표면의 분할갯수가 N 일때 그 산술 계산량이  $N \log N$  에 비례하는 Fast-Fourier 방법을 사용하므로, N 이 클때의 계산량은 거의 선형적으로 증가한다. 이러한 특성은 기존의 경계요소법이 적어도  $N^2$  이상의 비율로 계산량이 증가하는 것에 비해 탁월한 장점이라 할 수 있다. 참고로 물체표면 요소수가 24개인 경우, 자유표면 요소수  $N=1024$  차수  $M=5$  일 때 한 스텝의 계산에 MIPS M/120 컴퓨터(13 MIPS)로 약 36초 정도 소요되었으며,  $N=512$   $M=5$  일 때 약 17초,  $N=1024$   $M=3$  일때 약 18초가 소요된다.

### 3. 비선형파 산란의 계산에 및 고찰

계산에 사용된 수치 파수조는 파를 발생시키기 위한 조파기와 양단에 파의 반사를 억제하기 위한 소파기를 두고 있으며, 수치수조의 길이는 편의상의 특성길이를 L로 나타낼 때 약 150L 이 되도록 하였다. 즉, 특성길이가 1m일 때 150m 길이의 수조에 해당한다.

잠수 원형주상체가 다음과 같은 원운동(중심의 이동궤적이 반경 A인 원운동)을 하는 경우 한쪽 방향으로만 파를 발생시킴은 잘 알려져 있다.<sup>6,7)</sup> 본 논문에서는 비선형파를 발생시키는 조파기구로 이를 이용하였으며, 이때 조파기 뒤에는 거의 파가 없어 소파가 용이하게 되는 큰 이점이 있다.

$$\begin{aligned} X_{as}(t) &= A \sin \omega t \\ Y_{as}(t) &= A \cos \omega t \dots \dots \dots (16) \end{aligned}$$

여기에서 A는 원운동 진폭,  $\omega$ 는 원주파수(circular frequency)이다. 시간영역 자유표면파 문제에서 정지상태로부터 물체의 운동이 급격히 시작되면 항상 초기충격에 의한 과도파(transient wa-

ves due to the initial impulse)의 영향이 크게 나타나 정상상태등을 얻는데 실제적인 큰 장애가 된다.<sup>6,12)</sup> 따라서 조파기의 초기 작동방식을 다음과 같이 점진적으로 진폭을 증가시켜 일정진폭 A에 이르게 하는 초기작동법을 이용할 필요가 있다.

$$A_{msl}(t) = \begin{cases} A/T_{irs} * [t - T_{irs}/2\pi * \sin(2\pi * t/T_{irs})], & 0 < t < T_{irs} \\ A, & T_{irs} \leq t \dots \dots \dots (17) \end{cases}$$

여기에서  $T_{irs}$ 는 진폭을 변화시키는 초기의 과도시간이며,  $T_{irs}$ 를 파주기  $T_w (= 2\pi/\omega)$ 의 5배로 한 경우의 조파형상이 Fig.1에 보여지고 있다. 그림에서 ↓는 조파기 중심의 평균위치를 나타낸다.  $kL$ 은 무차원 파수  $\omega^2 L/g$ 이며,  $r_1$ 은 조파 주상체의 반경,  $h_1$ 은 정수면으로부터 조파 주상체 중심까지의 잠수깊이이고, 계산에서 주상체의 표면은 24개의 직선요소로 균등분할하였다. 파 산란의 수치실험시 실험용 주상체는 수조 중앙부의 균일파군(uniform wave group)중에 있도록 해야 하며, 이 균일파군의 왼쪽 즉 조파기 부근은 국소파(local wave)등에 의해, 그리고 오른쪽은 파 선단(wave front)에서의 계속적인 변형에 의해 오손되어 있음에 유의하여야 한다.

수조 양단에서의 파 반사를 억제하기 위해서는 소파기를 양단에 설치할 필요가 있으며, Fig.1 및 모든 계산에서 수치수조 양단의 일부구간  $|x| > x_a$  범위에 걸쳐 다음과 같이 식(3)의 동력학적 경계조건에 가상감쇠  $\mu\phi^s$ 를 도입한 소파기구를 적용시켰다.

$$\frac{\partial \phi^s}{\partial t} + g\eta + \mu\phi^s + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi^s}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right] \cdot \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 = 0, \text{ on } |x| > x_a, y = \eta(x, t), t \geq 0 \dots \dots \dots (18)$$

이때 감쇠계수  $\mu$ 는 비감쇠 영역과의 점진적인 천이를 위해 다음과 같이  $x$ 의 함수로 주었으며,

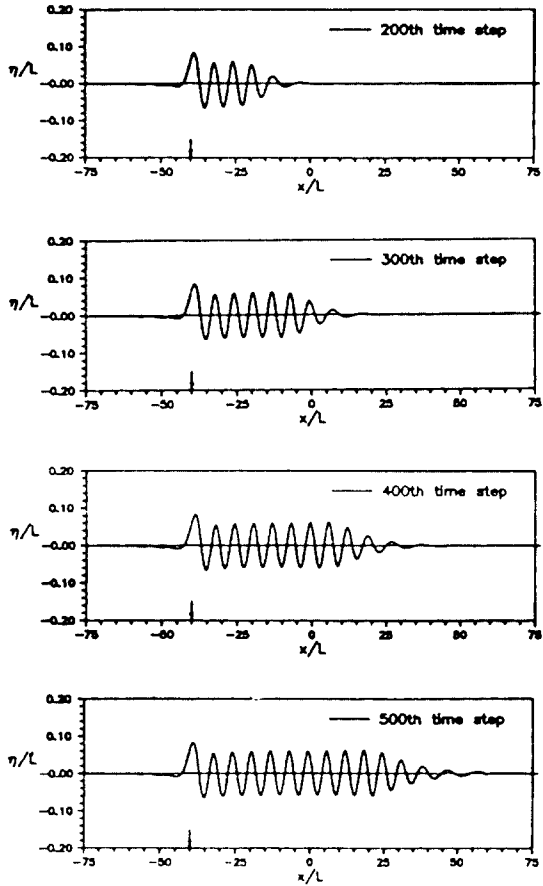


Fig. 1 Free surface profiles generated by the wave maker  
( $kL=1.0, A/L=0.8, r_1/L=2.0, h_1/L=4.0, M=5, N=2048, \Delta x/L=0.075, \Delta t/T_w=1/20, T_{irs}/\Delta t=100$ )

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & , |x| \leq x_a \\ \mu_{max} * [1 - \cos(\pi/2 * (|x| - x_a)/(x_b - x_a))] & , x_a < |x| < x_b \\ \mu_{max} & , x_b \leq |x| \dots \dots (19) \end{cases}$$

계산예들에서  $x_a/L$ 은 58.8  $x_b/L$ 은 70.8 이다.  $\mu_{max}$ 는 선형 자유표면파 문제의 임계감쇠(critical damping)  $2\omega$ 로 주었고 충분한 감쇠작용을 볼 수 있었다.

본 논문의 수치해법은 물체형상에 대한 제약없이 임의의 주상체에 대해 적용할 수 있으나, 비교적 많이 연구되어져 온 잠수 원형주상체를 택하여 기존의 다른 결과와 비교하고, 또 본 고차이론에 따른 추가적인 비선형 효과도 다루고자 한다. 파산란을 일으키는 원형주상체의 반경  $r_2$ 를  $0.3L$ 로 하고 잠수깊이 (정수면으로부터 주상체 중심까지 거리)  $h_2$ 를 매우 작은 값  $0.5L$ (즉,  $5/3 * r_2$ )로 하였을 때의 산란파형의 계산결과가 Fig. 2에 보여지고 있다. 중앙의  $\downarrow$  기호 위치에 실험 원형주상체 (요소수 24개로 분할)가 놓이며, 좌측의  $\downarrow$  위치에 조파기가 작동하고 있다. Fig. 1에서와 같은

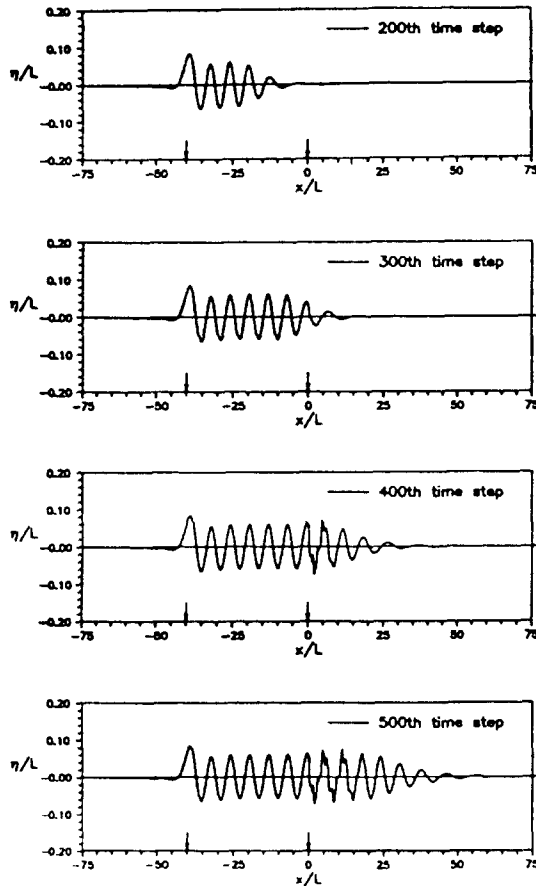


Fig. 2 Free surface profiles diffracted by a submerged circular cylinder (the same as in Fig. 1, except  $r_2/L=0.3$  and  $h_2/L=0.5$ )

무차원 파수  $kL=1.0$  인 경우이며, 산란파중의 단파 성분을 충분히 나타내도록 1 파장에 80개 이상의 분할 요소가 놓이도록 하여 전체 자유표면 요소수를 약 2000개 정도로 하고 있다.

중앙에 놓인 원형주상체를 기준으로 파 입사쪽 ( $x=0$  좌측)에는 반사파에 의한 파형의 변화가 거의 없으며, 주상체 후방( $x=0$  우측)에 산란에 의한 파형 변화가 심하게 나타남을 볼 수 있다. Fig. 3에는 주상체 주위의 보다 자세한 파형의 변화가 한 주기(4단계)에 걸쳐 보여지고 있는데, 여기에서 주상체 후방으로 파장이 짧은 고차 성분파들이 발생되어 전파됨을 확연히 볼 수 있다.

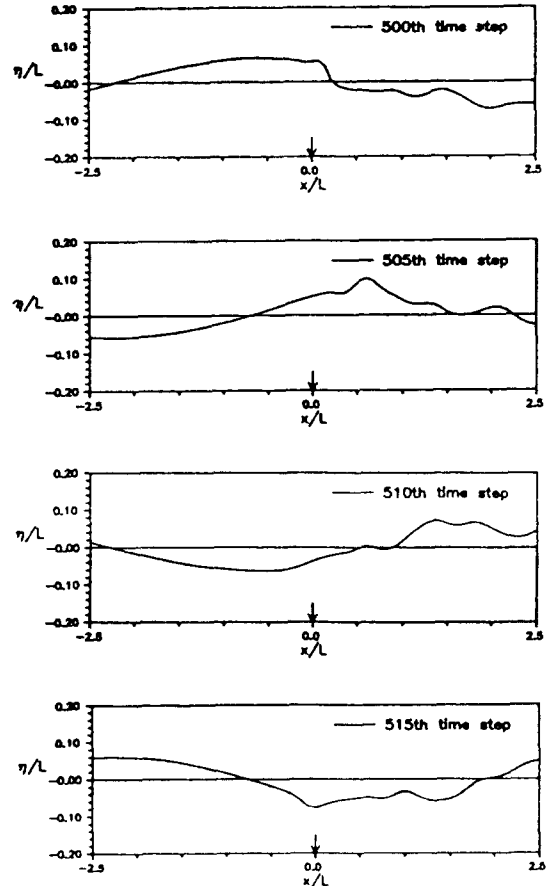


Fig. 3 Free surface profiles diffracted by a submerged circular cylinder at 4 time steps during 1 period (the same as in Fig. 2.)

동 유체력(hydrodynamic force)은 다음의 Bernoulli 방정식으로부터 계산되는 동압력( $P_d$ )을 물체표면에 대해 적분함으로써 산출된다( $\rho$ 는 유체 밀도, 유체 정압은 생략).

$$P_d = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 \dots\dots\dots (20)$$

Fig. 4 에 시간에 따른 동 유체력의 계산 결과가 보여지고 있다. 조파기에서 발생된 파가 물체에 도달하기 시작하면서 점진적으로 유체력이 발생하여 준 정상상태(quasi-steady state)에 도달함을

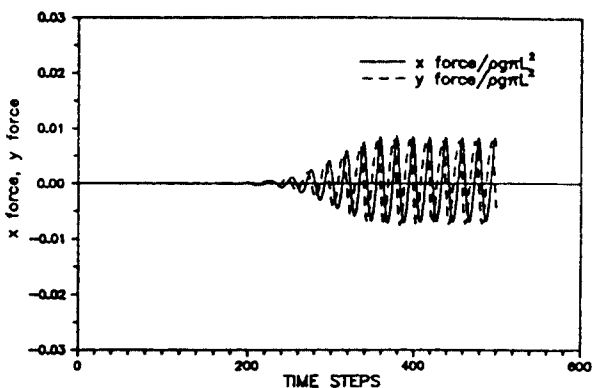


Fig. 4 Time history of hydrodynamic forces acting on the submerged circular cylinder (the same as in Fig. 2)

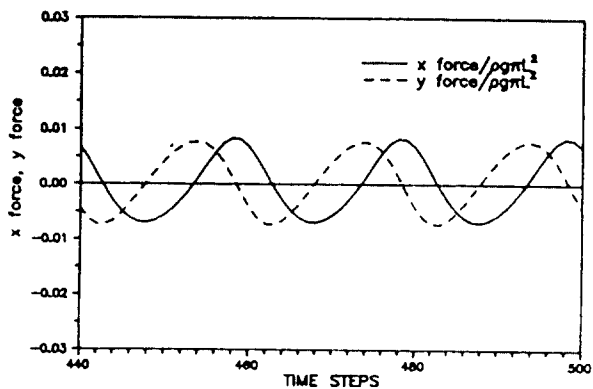


Fig. 5 Time history of quasi-steady hydrodynamic forces acting on the submerged circular cylinder (the same as in Fig. 2)

볼 수 있는데, Fig. 5 에는 준 정상상태에 도달한 후의 동유체력이 보다 확대되어 보여지고 있다.

선형해에 의하면 잠수 원형주상체의 경우 반사파는 없고, 입사파는 주상체를 지나는 동안 위상의 변화만이 있고 파진폭의 변화는 없이 후방으로 전파되며, 발생하는 유체력은 수평방향(x 방향)과 수직방향(y 방향) 유체력이 상호간 90°의 위상차를 가지고 동일한 크기로 작용함이 잘 알려져 있다.<sup>7)</sup> 본 계산결과에서 나타난 비선형 현상들중 우선 파형의 경우를 보면, 물체 후방으로 매우 큰 고차 성분파(큰 경우 2 $\omega$ 의 원주파수를 갖는 -파장은 입사파의 1/4인 -2차 성분파의 파고가 입사파 파고의 40% 정도에 달함)들이 발생 전파됨을 볼 수 있는데, 이 고차 성분파들은 원형주상체에 특이한 음의 표류력(negative drift force)을 발생시키는 원인이 된다.

파의 모멘텀 변화로부터 다음의 표류력( $F_d$ )이 물체에 작용함은 잘 알려져 있는데,<sup>9)</sup>

$$F_d = \frac{1}{4} \rho g (a^2 + a_1^2 - b_1^2) \dots\dots\dots (21)$$

where, a : incident wave amplitude of  $\omega$   
 $a_1$  : reflected wave amplitude of  $\omega$   
 $b_1$  : transmitted wave amplitude of  $\omega$

여기에 고차 성분파까지 고려하면 다음과 같이 된다.

$$F_d = \frac{1}{4} \rho g [(a^2 + a_1^2 - b_1^2) + (a_2^2 - b_2^2) + (a_3^2 - b_3^2) \dots] \dots\dots\dots (22)$$

where,  $a_2$  : reflected wave amplitude of 2 $\omega$   
 $b_2$  : transmitted wave amplitude of 2 $\omega$   
 $a_3$  : reflected wave amplitude of 3 $\omega$   
 $b_3$  : transmitted wave amplitude of 3 $\omega$

또한 2차, 3차 성분파등의 군속도(group velocity)가 입사파 군속도의 1/2, 1/3등 임을 고려하면 파 에너지 보존법칙으로부터 파진폭 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$a^2 = (a_1^2 + b_1^2) + \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2) + \frac{1}{3}(a_3^2 + b_3^2) \dots (23)$$

이를 식 (22)에 대입하면 표류력에 대한 다음의 식을 얻는다.

$$F_d = \frac{1}{4} \rho g [2a_1^2 + \frac{3}{2}a_2^2 - \frac{1}{2}b_2^2 + \frac{4}{3}a_3^2 - \frac{2}{3}b_3^2 \dots] \dots (24)$$

이 표류력은 앞에서 보여진 잠수 원형주상체의 경우와 같이 반사파들( $a_1, a_2, a_3 \dots$ )이 거의 없는 경우가 되면 다음과 같이 근사 표현되고,

$$F_d \approx \frac{1}{4} \rho g [-\frac{1}{2} b_2^2 - \frac{2}{3} b_3^2 \dots] \dots (25)$$

이로부터 반사파가 없거나 미미할 경우 음의 표류력이 유발될 수 있음을 알 수 있다.

음의 표류력 발생등 여러 비선형 효과를 다루기 위해, 본 수치실험들을 통해 얻어진 준 정상 상태에서의 동유체력(예 Fig. 5)을 Fourier 변환하여 각 성분력들을 도출하였으며, 그 결과가 Fig. 6 ~ Fig. 8에 보여지고 있다. 비선형성은 파고에 크게 의존하므로 입사파고  $H_w (=2a)$ 가 다른 다섯 가지 경우에 대해 수치실험을 수행하였으며, 결과를 파 기울기  $kH_w (= \omega^2 H_w / g)$ 를 횡축으로 하여

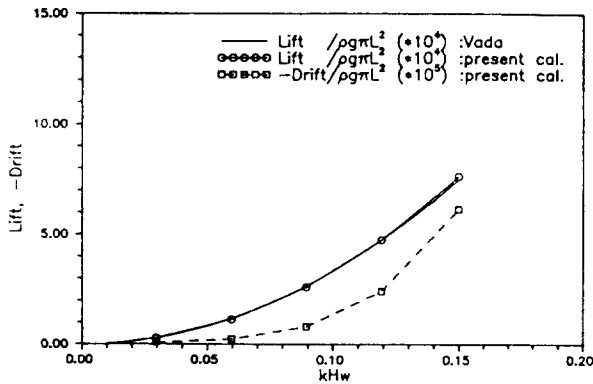


Fig. 6 Negative drift force and lift force versus the incident wave slope  
( $kL=1.0, r_1/L=2.0, h_1/L=4.0, r_2/L=0.3, h_2/L=0.5, M=5, N=1024, \Delta x/L=0.15, \Delta t/T_w=1/20, T_{rs}/\Delta t=100$ )

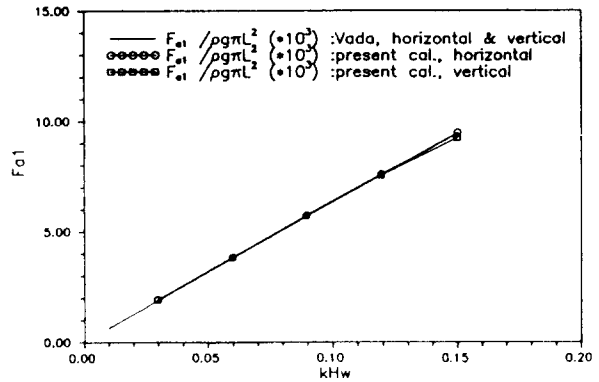


Fig. 7 Amplitude of the 1st-harmonic force versus the incident wave slope (the same as in Fig. 6.)

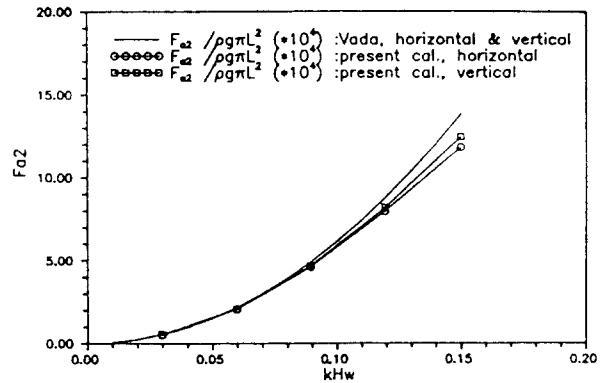


Fig. 8 Amplitude of the 2nd-harmonic force versus the incident wave slope (the same as in Fig. 6)

나타내었다. 아울러 결과의 검증을 위해 Vada<sup>8)</sup>의 2차 섭동법에 의한 계산결과(주파수 영역에서 정상상태에 대한 계산)와 비교하였다. 본 계산에서는  $M=5$ 인 5차항까지 고려하였으며, 조파기 작동 후 총 25주기를 시뮬레이션하여 마지막 3주기(23~25주기)동안 얻어진 동유체력들로부터 성분력들을 산출하였다.

Fig. 6.에 보여지고 있는 시간 평균력들인 표류력(drift force)과 양력(lift)을 보면, 우선 양력의 경우 Vada의 2차 섭동법에 의한 양력( 파고의 2승에 비례 )과 매우 잘 일치하며 단지 파고가 큰



경우 미소한 차이가 나타남을 볼 수 있다. 따라서 이 양력은 파고의 2승에 비례하는 성격이 강하고 3차이상에 의한 비선형 효과는 크지 않다고 할 수 있다. 표류력의 경우 본 계산에서는 음의 표류력이 나타나고 있으며, 경향을 분석하여 보면 파고의 4승에 비례하는 특성을 가짐을 알 수 있다. 이는 식(25)에서 알 수 있는 바와 같이, 이 음의 표류력에 주된 영향을 미치는 최저차의 성분이 2차 성분파인  $b_2$ 이므로 이에 의한 음의 표류력이 파고의 4승에 비례하는 특성을 가짐은 당연하다 하겠다. (2차 섭동법을 쓰는 Vada<sup>8)</sup>의 경우 이를 산출하지 않았음.)

Fig. 7.과 Fig. 8.에는 1차 조화 (원주파수  $\omega$ ) 성분력의 진폭  $F_{a1}$ 과 2차 조화 (원주파수  $2\omega$ ) 성분력의 진폭  $F_{a2}$ 가 각각 보여지고 있다. 이들 두 성분력들은 2차 섭동법에서 각각 파고의 1승과 2승에 비례하는 성분력들이며, 본 계산결과에서도 입사파고가 큰 경우를 제외하고는 대체로 이 특성이 유지된다고 할 수 있다. 두 성분력 모두에서 파고가 작은 경우는 본 계산결과와 Vada의 계산결과가 매우 잘 일치함을 볼 수 있고, 파고가 클 때 Vada의 결과와 다소의 차이를 나타냄을 볼 수 있는데, 이는 본 계산에서는 5차항까지의 비선형 효과가 포함되기 때문으로 생각된다. 또한, 본 계산결과는 파고가 매우 커지면 수평력과 수직력에서 어느 정도의 차이가 나타남도 보여주고 있다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 스펙트럴/경계요소법을 이용하여 2차원 수치 파수조를 구현하고, 이 수치수조에서 잠수 원형주상체 주위 비선형파 산란에 대한 수치실험을 행하여 비선형 효과들을 고찰하였다. 특히, 비선형효과에 의해 주상체 후방에 큰 고차성분파들이 발생 전파되며, 이 고차성분파들에 의해 원형주상체에 음의 표류력이 발생함을 보이고 있다. 또한, 본 스펙트럴/경계요소법은 매우 효율적이고 안정된 수치해법으로 다른 수치해법들과 비교하여 상대적으로 보다 상세한 자유표면 이산화를 가능케 함으로써 보다 신뢰성 있는 계산결과를 얻을 수 있음도 확인하였다.

#### 후 기

본 논문은 한국과학재단의 연구비 지원(KO-SEF 911-0916-011-2)으로 수행된 연구결과의 일부임을 밝히며, 동 재단에 감사의 뜻을 표한다.

#### 참 고 문 헌

- 1) Faltinsen, O.M., "Numerical Solution of Transient Nonlinear Free-Surface Motion Outside or Inside Moving Bodies", Proc. 2nd Intl. Conf. on Num. Ship Hydrodyn., 1977.
- 2) Vinje, T. and Brevig, P., "Nonlinear Ship Motion", Proc. 3rd Intl. Conf. on Num. Ship Hydrodyn., 1981.
- 3) Lin, W.M., Newman, J.N. and Yue, D.K., "Nonlinear Forced Motions of Floating Bodies", Proc. 15th Symp. on Naval Hydrodyn., 1984.
- 4) Hwang, J.H., Kim, Y.J. and Kim, S.Y., "Nonlinear Hydrodynamic Forces due to Two-Dimensional Forced Oscillation", Proc. IUTAM Sym. on Nonlinear Water Waves, 1987.
- 5) Dommermuth, D.G. and Yue, D.K., "A High-Order Spectral Method for the Study of Nonlinear Gravity Waves", J. of Fluid Mech., Vol. 184, 1987.
- 6) 김용직, 황종홍, "고차 스펙트럴법에 의한 2차원 수치 파수조 개발에 관한 연구", 대한조선학회 논문집, 제29권 제3호, 1992.
- 7) Ogilvie, T.F., "First- and Second-Order Forces on a Cylinder Submerged Under a Free Surface", J. of Fluid Mech., Vol. 16, 1963.
- 8) Vada, T., "A Numerical Solution of the Second-Order Wave-Diffraction Problem for a Submerged Cylinder of Arbitrary Shape", J. of Fluid Mech., Vol. 174, 1987.
- 9) Longuet-Higgins, M.S., "The Mean Forces Exerted by Waves on Floating or Submerged Bodies with Applications to Sand Bars and Wave Power Machines", Proc. Royal Society London, A.352, 1977

- 10) Frank, W., "Oscillation of Cylinders in or below the Free Surface of Deep Fluids", NS-RDC Rep. 2375, 1967.
- 11) Brigham, E.O., *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, Inc., 1974.
- 12) Kim, Y.J. and Hwang, J.H., "Two-Dimensional Transient Motions with Large Amplitude by Time-Domain Method", Proc. 16th Symp. on Naval Hydrodyn., 1986.