

◎論文

## 인장 계류식 해양구조물의 동적응답 해석법의 개발<sup>+</sup>

구자삼\* · 이창호\*\* · 홍봉기\*\*\*

(1993년 3월 2일 접수)

### Development of a Dynamic Response Analysis Method of Tension Leg Platforms in Waves

Ja-Sam Goo\* · Chang-Ho Lee\*\* · Bong-Ki Hong\*\*\*

**Key Words :** Dynamic Response(동적응답), Tension Leg Platform(인장 계류식 해양 구조물), Hydrodynamic Interaction(유체 상호간섭), Three Dimensional Source Distribution Method(3차원 특이점 분포법), Structural Response(구조응답), Motion Response(운동응답)

### Abstract

A numerical procedure is described for predicting the motion and structural responses of tension leg platforms (TLPs) in waves. The developed numerical approach is based on combination of a three dimensional source distribution method and the dynamic response analysis method, in which the superstructure of TLPs is assumed flexible instead of the rigid body assumption used in usual two-step analysis method, proposed by Yoshida et. al.<sup>[3]</sup>. The hydrodynamic interactions among TLP members, such as columns and pontoons, are included in the motion and structural analyses. Numerical results are compared with the experimental and numerical ones, which are obtained in the literature, of the motion and structural responses of a TLP in waves. The results of comparison confirmed the validity of the proposed approach.

+ 이 논문은 1991년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 자유공모(지방대학육성)과제 학술연구조성비에 의하여 연구 되었음.

\* 정회원, 부산수산대학교 공과대학 선박공학과

\*\* 정회원, 부산수산대학교 공과대학 선박공학과 대학원

\*\*\* 부산수산대학교 공과대학 선박공학과

## 1. 서 론

최근의 석유산업은 심해로 그 관심을 돌리고 있으며 21세기의 새로운 석유와 가스 개발생산은 대부분 500m 이상의 심해에서 이루어질 것으로 예상된다. 따라서, 종래의 해양구조물과는 다른 개념의 인장 계류식 해양구조물인 Tension Leg Platforms(TLPs)이 많은 관심을 모으고 있으며, 이는 심해 해역 개발의 중요한 전환점이 될 것이라 생각된다.<sup>1)</sup> TLP의 기본원리는 1954년 Marsh<sup>2)</sup>에 의해 제안되어 1965년까지 주로 미국에서 발명·고안 등이 발표되고 있다. 한편, 1963년 8월 영국에서는 배수량 124톤의 prototype TLP “TRITON”을 스코틀랜드 해안 수심 30m 해역에 설치하고, 1965년 6월에 이르기까지 해양실험을 계속하여 TLP의 운동응답이 매우 작아 각종의 해양구조물로 이용할 수 있다는 가능성을 발표했으며,<sup>3)</sup> 미국의 DOT(Deep Oil Technology Inc.)는 미국 캘리포니아 해안 수심 60m 해역에 대형 prototype TLP “Deep Oil X-1”을 1975년 및 1979년에 각각 설치하여 TLP의 거동, 장력변동, riser관의 거동에 관한 일련의 실험을 실시하여 이론 계산치와의 비교검토를 행했다.<sup>4)</sup> 이 연구성과가 Conoco회사에 의한 1984년 8월 북해의 수심 148m인 Hutton 유전에 설치된 Hutton TLP의 실현을 위한 초석이 되었으며, 1989년 7월에 Cocono 회사에 의한 멕시코만의 수심 536m 해역인 Green Canyon Block 184에 Joliet TLWP(Tension Leg Well Platform)가 설치되었다.<sup>5)</sup>

또, Shell 회사가 1993년에 멕시코만의 수심 872m 해역에 Auger TLP를 설치할 예정으로 있으며, Saga Petroleum A.S.에 의해 1992년에 북해의 수심 310m인 노르웨이령 Snorre 유전에 Snorre TLP가 설치되었고, Conoco 회사에 의해 북해의 수심 350m인 노르웨이령 Heidrum 유전에 Heidrum TLP가 1995년에 설치예정으로 있고, 그 이외에도 멕시코만에서 5~6기의 TLP의 개발계획이 있다.<sup>1), 17)</sup> 또, 일본에서는 일본해양개발 산업협회(JOLA)가 500m 이상의 대수심 해양석유 개발용으로서 보다 경제적인 TLP의 실용화 기술 및

시공 기술을 확립하기 위해 1986년부터 7년간의 개발을 시작했으며, 일본의 해양과학 기술센터는 1986년부터 수심 41m 해역에서 인장계류방식의 부체구조물 “POSEIDON”을 설치하여 실해역 실증 연구를 행했었다.<sup>6), 7)</sup>

이와같이 미국, 유럽, 일본등의 해양 선진국에서는 TLP의 뛰어난 조업실적 등으로 21세기에 수요가 증가할 것으로 예상하고, 경제적인 TLP의 실용화 기술개발을 위한 많은 연구가 진행되고 있다.<sup>8~11)</sup>

파랑중의 전체구조응답 평가법으로서 통상의 반잠수식 해양구조물의 구조응답 해석법인 소위 2단계 해석법<sup>18), 19)</sup>은 구조물의 탄성응답에 대한 영향을 무시하고 있다.

그래서 초기단계에서 전체 구조를 탄성체로서 동적으로 취급하는 소위 탄성응답 해석법이 필요하게 된다. 대표적으로 Yoshida 등<sup>12), 13)</sup>은 반잠수식 해양구조물, TLP의 탄성응답 해석법에 의한 전체 구조응답 해석법을 개발하였다. 그러나 이들의 탄성응답 해석법은 세장체 가정에 근거를 두는 유체력의 근사평가 및 구성부재간의 유체역학적인 상호간섭을 무시하는 것에 의해 성립되고 있다.

본 연구에서는 3차원 특이점 분포법<sup>20), 21)</sup>과 기존의 탄성응답 해석법<sup>13)</sup>을 결합하는 것에 의해 보다 정밀한 탄성응답 해석법을 개발하는 것을 목적으로 하고 있다.

## 2. 이론해석

### 2-1. 기본가정 및 좌표계

탄성 응답 해석법에 의해 TLP의 구조응답을 해석하기 위한 기본가정은 다음과 같다.

- (1) 상부구조는 3차원 골조 선형 탄성구조로 한다.
- (2) 입사파는 미소진폭의 규칙파로 하고, 유체는 비압축성, 비점성으로 하고, 유체의 운동은 비회전인 것으로 한다.
- (3) 각각의 평형위치에 대해 응답은 미소진폭의 조화진동으로 한다.

- (4) 자유표면은 모든 방향으로 무한히 펼쳐져 있는 것으로 하고, 수심이 유한인 경우에는 수심을 일정으로 한다.
- (5) 계류부재에 작용하는 중력, 관성력, 유체력은 무시할 수 있고, 오직 축방향의 힘만이 계류력으로서 상부구조에 작용한다.
- (6) 모든 계류부재는 이완상태가 되지 않도록 충분한 초기 장력을 갖는다.

전체구조를 Fig. 1과 같이 요소로 분할하고, 각 요소는 그 역할에 따라 다음의 3종류로 분류한다.

- (1) 형상, 크기, 질량을 가지고, 외력을 받으며 강체로서 거동하는 외각요소(hull element)
- (2) 상부구조의 계류점에 계류력을 작용시키는 계류요소(mooring element)
- (3) 탄성체로서 외각요소의 절점이나 계류점을 연결하는 보요소(beam element)

외각요소에 작용하는 외력으로는 중력, 관성력, 부력, Froude-Krylov force, radiation force, diffraction force, 접성항력 등이 있으며, 가정에 의해 접성항력을 무시한다.

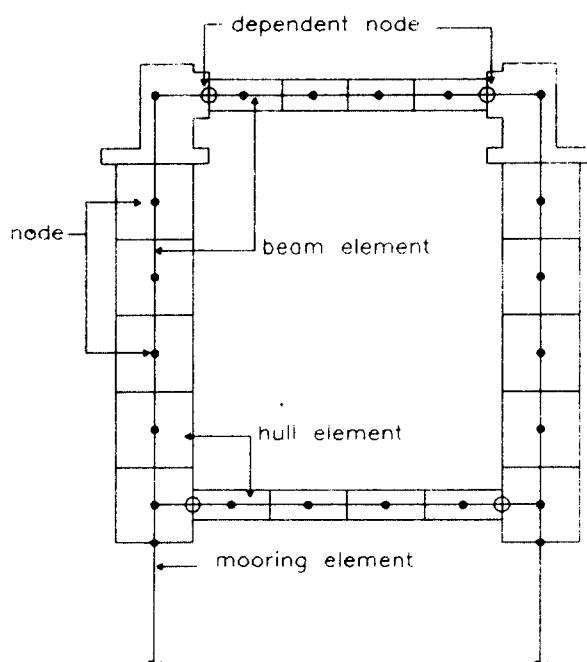


Fig. 1 Element subdivision of the Tension leg platform

운동방정식의 정식화에 있어서는 Fig. 2와 같은 5종류의 좌표계를 사용하는데, 공간 고정 기준 좌표계 O-XYZ는 원점 0가 정수면 아래 거리 d 만큼 떨어진 곳에 위치하며, XY-평면은 정수면에 평행하고, Z축은 윗방향을 양으로 한다.

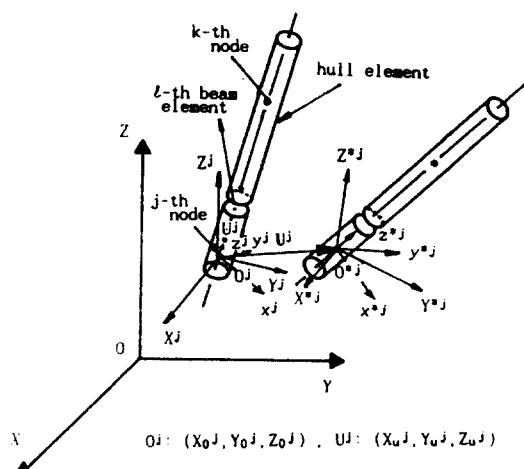


Fig. 2 Coordinate systems

나머지 4개의 좌표계는, 정적 평형 상태에서 j 번째 부재 절점에 원점을 가지고, O-XYZ 좌표계에 평행한 공간고정 전체 좌표계 O'-X'Y'Z', 부재의 축방향으로 z'를 가지고, x'z'-평면이 연직으로 되는 공간고정 국소좌표계 o'-x'y'z', 정적 평형 상태에서는 O'-X'Y'Z'와 국소좌표계 o'-x'y'z'에 일치하고, 부재의 변위에 따라 이동하는 물체 고정 전체 좌표계 O''-X''Y''Z''와 국소좌표계 o''-x''y''z''이다. 모든 좌표계는右手系를 따르며, 변위를 다음과 같이 정의한다.

$O-XYZ'$  좌표계와  $o'-x'y'z'$  좌표계로 표현되는 부재 결점의 병진 변위벡터는  $U_i^j = \{U^j \ V^j \ W^j\}^T$ ,  $u_i^j = \{u^j \ v^j \ w^j\}^T$ 이고, 회전 변위벡터는  $U_r^j = \{\Phi^j \ \Theta^j \ \Psi^j\}^T$ ,  $u_r^j = \{\phi^j \ \theta^j \ \psi^j\}^T$ 로 나타낸다.

부재에 작용하는 힘과 모우먼트는 부재 절점의 변위벡터에 대응하는 힘과 모우먼트 이외에 물체 고정 좌표계(상첨자 \*로 표시)에 대해서 다음과 같이 표현한다.

$$\mathbf{F} = \{F_x^j \ F_y^j \ F_z^j\}^T, \quad \mathbf{M} = \{M_{\phi^j} \ M_{\theta^j} \ M_{\psi^j}\}^T,$$

$$\begin{aligned}\mathbf{f} &= \{f_x^j \ f_y^j \ f_z^j\}^T, \quad \mathbf{m}^j = \{m_{\phi}^j \ m_{\theta}^j \ m_{\psi}^j\}^T, \\ \mathbf{F}^{*j} &= \{F_x^{*j} \ F_y^{*j} \ F_z^{*j}\}^T, \quad \mathbf{M}^{*j} = \{M_{\phi}^{*j} \ M_{\theta}^{*j} \ M_{\psi}^{*j}\}^T, \\ \mathbf{f}^{*j} &= \{f_x^{*j} \ f_y^{*j} \ f_z^{*j}\}^T, \quad \mathbf{m}^{*j} = \{m_{\phi}^{*j} \ m_{\theta}^{*j} \ m_{\psi}^{*j}\}^T\end{aligned}$$

O-XYZ 좌표계, O-X'Y'Z' 좌표계, o-x'y'z' 좌표계로 표현되는 임의 점의 위치벡터를 각각 X, X', x'라 하면, 다음의 관계가 성립한다.

$$X' = X - X_0 \quad \dots \quad (1)$$

$$x' = C_s^j X' \quad \dots \quad (2)$$

여기서, X<sub>0</sub><sup>j</sup>는 O-XYZ계로 표현되는 O<sup>j</sup>의 위치 벡터이고, C<sub>s</sub><sup>j</sup>는 O<sup>j</sup>-X'Y'Z'계와 o<sup>j</sup>-x'y'z'계 사이의 변환행렬로서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C_s^j = \begin{bmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{bmatrix} \dots \quad (3)$$

## 2-2. 외각요소에 작용하는 힘과 모우먼트

외각요소에 작용하는 외력은 (1) 중력 (2) 관성력 (3) 정적 유체압력에 의한 부력 (4) Froude-Krylov force (5) radiation force (6) diffraction force와 같이 6가지 종류로 분류되며, 이 힘들은 각각 그것에 편리한 좌표계에서 산정된 후, O<sup>\*j</sup>-X<sup>\*j</sup> Y<sup>\*j</sup> Z<sup>\*j</sup> 좌표계로 표현하기 위하여 변환된다.

### 2-2-1 중력

j번째 외각요소의 중력 벡터는 O<sup>\*j</sup>-X<sup>\*j</sup> Y<sup>\*j</sup> Z<sup>\*j</sup> 좌표계로 다음과 같이 표현된다.

$$F_G^{*j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Mg \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -Mg & 0 \\ Mg & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots \quad (4)$$

여기에서, F<sub>G</sub><sup>\*j</sup>는 O<sup>\*j</sup>-X<sup>\*j</sup> Y<sup>\*j</sup> Z<sup>\*j</sup> 좌표계에서의 중력 벡터이고, Mg는 j 외각요소의 질량이다. 중력에 기인하는 절점에 대한 모우먼트 M<sub>G</sub><sup>\*j</sup>는 외각요소의 절점과重心사이의 거리 ℓ<sub>z</sub><sup>j</sup>를 사용함으로써 다음과 같이 표현된다.

$$M_G^{*j} = Mg\ell_z^j \begin{bmatrix} -b_z \\ a_z \\ 0 \end{bmatrix} + Mg\ell_z^j \begin{bmatrix} c_z & 0 & 0 \\ 0 & c_z & 0 \\ -a_z & -b_z & 0 \end{bmatrix} U_r^j \dots \quad (5)$$

여기서, a<sub>z</sub>, b<sub>z</sub>, c<sub>z</sub>는 C<sub>s</sub><sup>j</sup>의 성분으로, 요소의 중심축의 방향여현을 나타낸다.

### 2-2-2 관성력

O<sup>\*j</sup>-X<sup>\*j</sup> Y<sup>\*j</sup> Z<sup>\*j</sup> 좌표계에서의 힘과 모우먼트는 C<sub>s</sub><sup>j</sup>를 이용함으로서 다음과 같이 얻어진다.

$$F_i^{*j} = -C_s^{jT} \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & M \end{bmatrix} C_s^j \ddot{U}_r^j$$

$$-C_s^{jT} \begin{bmatrix} 0 & M\ell_z^j & 0 \\ -M\ell_z^j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C_s^j \ddot{U}_r^j \dots \quad (6)$$

$$M_i^{*j} = -C_s^{jT} \begin{bmatrix} 0 & -M\ell_z^j & 0 \\ M\ell_z^j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C_s^j \ddot{U}_r^j$$

$$-C_s^{jT} \begin{bmatrix} I_\phi^j + M\ell_z^{j2} & 0 & 0 \\ 0 & I_\theta^j + M\ell_z^{j2} & 0 \\ 0 & 0 & I_\psi^j \end{bmatrix} C_s^j \ddot{U}_r^j \dots \quad (7)$$

여기서, I<sub>φ</sub><sup>j</sup>, I<sub>θ</sub><sup>j</sup>, I<sub>ψ</sub><sup>j</sup>는 외각요소 j의 관성 모우먼트이다.

유체력을 산정하기 위하여 유한수심의 Airy파를 이용하면, 수면상승 ξ<sub>w</sub>와 입사파의 속도포텐셜 Φ<sub>0</sub>는 다음과 같이 표현된다.<sup>14)</sup>

$$\xi_w = a \cos\{k(X\cos\chi + Y\sin\chi) - \omega t\} \dots \quad (8)$$

$$\Phi_0 = Re\{\Phi_0 e^{-i\omega t}\}, z \leq d \dots \quad (9)$$

$$\Phi_0 = \frac{ga}{i\omega} - \frac{\cosh\{k(Z-d+h)\}}{\cosh kh} \cdot \exp\{ik(X\cos\chi + Y\sin\chi)\} \dots \quad (10)$$

여기에서, a는 파의 진폭, k는 파수(wave number), ω는 파의 입사각으로 파의 진행방향과 X-축 사이의 각을 나타내며, ω는 원주파수, t는 시간, g는 중력가속도, h는 수심을 나타내고, d는 공간고정 좌표계 (O-XYZ)의 원점 0에서부터 정수면까지의 거리를 나타낸다. 원주파수 ω와 파수 k 사이에는 유한수심에 대하여 다음의 관계가 성립한다.

$$\frac{\omega^2}{g} = k \tanh kh$$

식 (9)로부터 유체입자의 속도와 가속도가 구해지며, 선형화된 Bernoulli의 이론으로부터 유체압력은 다음과 같이 표현된다.

$$p = p_s + p_v \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

$$p_s = \rho g(d - Z), \quad Z \leq d + \xi_w \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

$$\dot{p}_v = -\rho \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

여기에서  $p$ 는 유체압력,  $p_s$ 는 정적 유체압력,  $p_v$ 는 유체압력이고,  $\rho$ 는 유체의 밀도이다.

### 2-2-3 정수압에 따른 부력

정적 유체압력에 기인하는 부력은 식 (13)의  $p_s$ 를 요소의 침수표면에 대하여 적분함으로써 산정되며, 만일 요소가 부분적으로 침수되었으면 적분구간은 요소와 유체의 수면상승 사이의 상대운동에 의해 시간에 따라 변하게 된다.

정적 유체 압력에 기인하는 힘을  $O^{*j} - X^{*j}$   $Y^{*j}$   
 $Z^{*j}$  좌표계에 대하여 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

### • 전침수 상태

$$F_s^{*j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho g A^i (\ell_z + \ell_f) \end{pmatrix} - \rho g A^i (\ell_z + \ell_f) C_s^{jr}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & c_z & -c_y \\ -c_z & 0 & c_x \\ c_y & -c_x & 0 \end{bmatrix} C_s^{jr} U_r^j \dots \dots \dots \quad (15)$$

### • 반침수 상태

$$F_s^{*j} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho g A' \left( \frac{d - Z_d^j}{c_z} + \ell_j \right) \end{Bmatrix} - \rho g A' \left( \frac{d - Z_d^j}{c_z} + \ell_j \right)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & c_z & -c_y \\ C_s^{jT} & -c_x & 0 & c_x \\ c_y & -c_x & 0 \end{bmatrix} C_s^j U_r^j = \frac{\rho g A^j}{c_z}$$

$$\begin{bmatrix} c_x^2 & c_x c_y & c_x c_z \\ c_s^{jT} & c_x c_y & c_y^2 \\ c_x c_z & c_y c_z & c_z^2 \end{bmatrix} C_s^j U_l^j$$

$$-\frac{\rho g A^j(d - Z_j)}{c_z^2} C_s^{jT} \begin{bmatrix} -c_x c_y & c_x^2 & 0 \\ -c_y^2 & c_x c_y & 0 \\ -c_x c_z & c_x c_z & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_s^j U_r^j - \rho g A^j a C_s^{jT} \begin{Bmatrix} c_x/c_z \\ c_y/c_z \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$\cos \left\{ \frac{k\mu_z(k-Z_d)}{c_z} + k\mu_0 - \omega t \right\} \dots (16)$$

$$\text{여기서, } \mu_z = a_z \cos \chi + b_z \sin \chi$$

$$\mu_0 = X_0 \cos \chi + Y_0 \sin \chi$$

이고,  $A_j$ 는 외각요소  $j$ 의 단면적,  $l_1$ 은 절점에서 외각요소  $j$ 의 하단까지의 거리,  $l_2$ 는 절점에서 외각요소  $j$ 의 상단까지의 거리이고,  $Z_0$ 는  $X_0$ 의 Z 방향성분이다. 식(15), (16)의 첫번째 항은 정적평형시의 부력이고, 두번째 항은 공간적으로 항상 위쪽으로 향하는 부력을 물체고정 좌표계로 표현할 때 생기는 회전변위에 비례하는 힘이고, 식(16)의 세번째 항과 네번째 항은 각각 병진변위와 회전변위에 의해 흘수가 변화하는 것에 의해 생기는 복원력을 나타내고, 마지막항은 수면변동에 따른 변동부력을 나타낸다.

또, 이 부력에 기인하는 모우먼트는 다음과 같이  
이 근사적으로 산정된다.

#### • 전침수 상태

$$M_s^{*j} = \rho g A^j \frac{\ell_z^{j2} - \ell_f^{j2}}{2} \begin{Bmatrix} b_z \\ -a_z \\ 0 \end{Bmatrix} - \rho g A^j$$

$$\frac{\ell_z^{j2} - \ell_f^{j2}}{2} C_s^{jT} \begin{bmatrix} c_x & 0 & -c_x \\ 0 & c_z & -c_y \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C_s^j U_r^j$$

..... (17)

#### • 반침수 상태

$$M_s^{*j} = \text{pg}A^j - \frac{\left(\frac{d-Z_\theta^j}{c_z}\right)^2 - \ell_j^2}{2} \begin{cases} b_z \\ -a_z \\ 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 & -\rho a A^j \frac{\left(\frac{d-Z_d^j}{c_z}\right)^2 - \ell_i^2}{2} C_s^{iT} \begin{bmatrix} c_z & 0 & -c_x \\ 0 & c_z & -c_y \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & C_s^j U_i^j - \rho g A^j \frac{d-Z_d^j}{c_z^2} C_s^{iT} \\
 & \begin{bmatrix} -c_x c_y & -c_y^2 & -c_x c_z \\ c_x^2 & c_x c_y & c_x c_z \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C_s^j U_i^j - \rho g A^j \frac{(d-Z_d^j)^2}{c_z^3} \\
 & \begin{bmatrix} c_y^2 & -c_x c_y & 0 \\ C_s^{iT} & -c_x c_y & c_x^2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C_s^j U_i^j \\
 & + \rho g A^j \frac{d-Z_d^j}{c_z} a C_s^{iT} \begin{bmatrix} -c_y/c_z \\ c_x/c_z \\ 0 \end{bmatrix} \\
 & \cos\{k(\mu_0 + \mu_z \frac{d-Z_d^j}{c_z}) - \omega t\} - \frac{\rho g \eta R^4}{4 c_z} \\
 & C_s^{iT} \begin{bmatrix} c_z^2 & 0 & -c_x c_z \\ 0 & c_z^2 & -c_x c_z \\ -c_x c_z & -c_x c_z & c_x^2 + c_y^2 \end{bmatrix} C_s^j U_i^j \\
 \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,  $R^j$ 는 외각요소  $j$ 의 단면의 반경이고, 마지막 항은 훌수면의 단면 2차 모우먼트에 의한 복원 모우먼트이고, 나머지 항의 물리적 의미는 식 (16)에 대한 것과 같다.

#### 2-2-4 Froude-Krylov force

Froude-Krylov force, diffraction force 및 radiation force는 각각 평면 입사파, 산란파 및 발산파에 기인하는 미소 1차항이므로 공간고정 좌표계와 물체고정 좌표계는 서로 동일한 것으로 취급한다. 또, 반침수상태의 외각요소에 있어서의 압력적분 영역의 상한을 평균수면상으로 한다.

외각요소  $j$ 의 입사파 속도포텐셜  $\phi_0^j d^{-i\omega t}$ 는 다음과 같다.

$$\phi_0^j = \phi_0 \quad (19)$$

외각요소  $j$ 에 작용하는 공간고정 전체좌표계에 대한 Froude-Krylov force는 다음과 같다.

$$\left\{ \begin{array}{l} F_F^{*j} \\ M_F^{*j} \end{array} \right\} = R_e \left\{ \begin{array}{l} \{F_{Fk}^j\} e^{-i\omega t} \\ \{M_{Fk}^j\} e^{-i\omega t} \end{array} \right\} \quad (20)$$

여기서,  $\{F_{Fk}^j\}$ 는 평면 입사파에 의한 Froude-Krylov force의 복소진폭 벡터이며, 다음과 같다.

$$\{F_{Fk}^j\} = -i\rho\omega \int_{S_H^j} \phi_0^j n k^j ds^j, \quad (k=1 \sim 6) \quad (21)$$

단,  $n k^j$ ( $k=1 \sim 6$ )는 일반화 방향여현이며, 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 n_i &= n_X, \quad n_j = n_Y, \quad n_j = n_Z \\
 n_i &= (Y - Y')n_Z - (Z - Z')n_Y \\
 n_j &= (Z - Z')n_X - (X - X')n_Z \\
 n_k &= (X - X')n_Y - (Y - Y')n_X
 \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,  $n_X, n_Y, n_Z$ 는 각각 TLP의 침수표면상의 단위법선벡터의 X, Y, Z 성분이다. 또,  $(X, Y, Z)$ 는 외각요소  $j$ 의 기준좌표계에 대한 절점좌표이다.

#### 2-2-5 Radiation force

TLP가 단위속도진폭으로  $i$  방향의 강체운동을 행할 때의 radiation potential을

$$\Phi_i = Re \{ \phi_i e^{-i\omega t} \}, \quad (i=1 \sim 6) \quad (23)$$

로 두면, 복소 radiation potential  $\phi_i$  ( $i=1 \sim 6$ )는 radiation 문제의 해로서 구할 수 있다. TLP의 공간고정 기준좌표계의 원점을 운동기준점으로 한 6자유도의 강체 mode의 radiation potential  $\phi_i$  ( $i=1 \sim 6$ )가 구해지면 침수 외각요소  $j$ 의 절점을 운동기준점으로 한 6자유도의 강체 mode의 radiation potential  $\phi_j^i$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \phi_1^i &= \phi_1 \\
 \phi_2^i &= \phi_2 \\
 \phi_3^i &= \phi_3 \\
 \phi_4^i &= \phi_4 - Y\phi_3 + Z\phi_2 \quad (j=1 \sim N) \dots (24) \\
 \phi_5^i &= \phi_5 + X\phi_3 - Z\phi_1 \\
 \phi_6^i &= \phi_6 - X\phi_2 + Y\phi_1
 \end{aligned}$$

단,  $N$ 은 침수된 외각요소의 총 개수이다.

외각요소  $j$ 에 작용하는 radiation force는 속도(각속도)에 비례하는 힘(모우먼트)과 가속도(각

가속도)에 비례하는 힘(모우먼트)으로 분리할 수 있고, 속도 및 각속도에 비례하는 힘과 모우먼트를 각각  $F_N^{*j}$ ,  $M_N^{*j}$ 라 하고, 가속도 및 각가속도에 비례하는 힘을 각각  $F_A^{*j}$ ,  $M_A^{*j}$ 라 하면, 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{Bmatrix} F_N^{*j} \\ M_N^{*j} \end{Bmatrix} = -[v_{ki}] \begin{Bmatrix} \dot{U}_i^j \\ \ddot{U}_i^j \end{Bmatrix}, \quad (k, i=1 \sim 6) \quad (25)$$

$$\begin{Bmatrix} F_A^{*j} \\ M_A^{*j} \end{Bmatrix} = -[\mu_{ki}] \begin{Bmatrix} \ddot{U}_i^j \\ \ddot{\dot{U}}_i^j \end{Bmatrix}, \quad (k, i=1 \sim 6) \quad (26)$$

여기서,

$$\phi_i^j = \phi_{ic}^j + i\phi_{is}^j \quad (27)$$

로 두면,  $\mu_{ki}^j$ 와  $v_{ki}^j$ 는 다음과 같다.

$$\mu_{ki}^j = -\rho \iint_{S_H^j} \phi_{ic}^j n k^j ds \quad (28)$$

$$v_{ki}^j = -\rho \omega \iint_{S_H^j} \phi_{is}^j n k^j ds$$

여기서,  $S_H^j$ 는 외각요소  $j$ 의 침수표면,  $[\mu_{ki}^j]$ ,  $[v_{ki}^j]$ 는 각각 공간고정 전체좌표계에 대한 외각요소  $j$ 의 부가질량 행렬, 조파감쇠 행렬이다.

### 2-2-6 Diffraction force

diffraction potential  $\phi_r e^{-i\omega t}$ 가 diffraction 문제의 해로서 구해지면, 외각요소  $j$ 의 diffraction potential  $\phi_r^j$ 는 다음과 같다.

$$\phi_r^j = \phi_r \quad (29)$$

외각요소  $j$ 에 작용하는 공간고정 전체좌표계에 대한 diffraction force는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} F_D^{*j} \\ M_D^{*j} \end{Bmatrix} = Re \{ \{F_{DK}\} e^{-i\omega t} \} \quad (30)$$

여기서,  $\{F_{DK}\}$ 는 산란파에 의한 diffraction force의 복소진폭 벡터이며, 다음과 같다.

$$\{F_{DK}\} = -i\rho\omega \iint_{S_H^j} \phi_r^j ds^j, \quad (k=1 \sim 6) \quad (31)$$

이고,  $n_k^j$ 는 식(22)과 동일하다.

### 2-3. 계류력(Mooring Force)

계류력은 다음과 같이 산정된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{*j} &= C_s^j \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T_p^j \end{Bmatrix} - C_s^{jT} \begin{bmatrix} T_p^j/L^j & 0 & 0 \\ 0 & T_p^j/L^j & 0 \\ 0 & 0 & EA_i^j/L^j \end{bmatrix} \\ C_s^j U_l^j &- C_s^{jT} \begin{bmatrix} 0 & -T_p^j & 0 \\ T_p^j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C_s^j U_l^j \end{aligned} \quad (32)$$

여기서,  $EA_i^j$ 와  $L^j$ 는 계류 부재의 축강성과 초기길이를 나타내고,  $T_p^j$ 는 초기 장력이다. 계류점은 편 결합을 가정하여 모우먼트는 발생하지 않는 것으로 한다.

$$M^{*j} = 0 \quad (33)$$

### 2-4. 보요소의 강성행렬에 기인하는 절점력

$j$ ,  $k$ 번째의 2개의 절점을 연결하는  $\ell$ 번째의 탄성 보요소에 있어서, 국소 좌표계에서의 절점력과 절점변위를 결합하는 요소 강성 행렬은 종래의 3차원 골조 해석법에 의해 정식화시키면 다음과 같이 된다.<sup>15)</sup>

$$\begin{Bmatrix} f_B^{*j} \\ m_B^{*j} \\ f_b^{*k} \\ m_b^{*k} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{ij}^j & K_{jk}^j \\ K_{kj}^j & K_{kk}^j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i^j \\ u_j^j \\ u_i^k \\ u_j^k \end{Bmatrix} \quad (34)$$

여기서,

$$K_{jj}^I = \begin{bmatrix} 12EI_\Theta/\ell^3 & 0 & 0 & 0 & 6EI_\Theta/\ell^2 & 0 \\ & 12EI_\Phi/\ell^3 & 0 & -6EI_\Phi/M^2 & 0 & 0 \\ & & EA/\ell & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4EI_\Phi/\ell & 0 & 0 \\ & & & & 4EI_\Theta/\ell & 0 \\ & & & & & GJ_\Phi/\ell \end{bmatrix}$$

(sym.)

$$K_{jk}^I = \begin{bmatrix} -12EI_\Theta/\ell^3 & 0 & 0 & 0 & 6EI_\Theta/\ell^2 & 0 \\ 0 & -12EI_\Phi/\ell^3 & 0 & -6EI_\Phi/\ell^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -EA/\ell & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6EI_\Phi/\ell^2 & 0 & 2EI_\Phi/\ell & 0 & 0 \\ -6EI_\Theta/\ell^2 & 0 & 0 & 0 & 2EI_\Theta/\ell & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -GJ_\Phi/\ell \end{bmatrix}$$
  

$$K_{kj}^I = K_{jk}^{IT}$$
  

$$K_{kk}^I = \begin{bmatrix} 12EI_\Theta/\ell^3 & 0 & 0 & 0 & -6EI_\Theta/\ell^2 & 0 \\ & 12EI_\Phi/\ell^3 & 0 & 6EI_\Phi/\ell^2 & 0 & 0 \\ & & EA/\ell & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4EI_\Phi/\ell & 0 & 0 \\ & & & & 4EI_\Theta/\ell & 0 \\ & & & & & GJ_\Phi/\ell \end{bmatrix}$$

(sym.)

여기에서 EA는 축강성,  $EI_\theta$ 와  $EI_\phi$ 는 굽힘강성,  $GJ_\phi$ 는 비틀림강성,  $\ell$ 은 보요소의 길이를 각각 나타낸다.

식 (34)는 좌표 변환 행렬  $C^I$ 에 의해 다음과 같이  $O^{*j}-X^{*j}Y^{*j}Z^{*j}$  좌표계에서의 전체 강성 방정식으로 변환된다.

$$\begin{Bmatrix} F_B^{*j} \\ M_B^{*j} \\ F_B^{*k} \\ M_B^{*k} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} C^{IT} K_{jj}^I C^I & C^{IT} K_{jk}^I C^I \\ C^{IT} K_{kj}^I C^I & C^{IT} K_{kk}^I C^I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_j^j \\ U_r^j \\ U_t^k \\ U_r^k \end{Bmatrix}$$

..... (35)

여기서, 좌표 변환 행렬  $C^I$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$C_i = \begin{bmatrix} C_s^I & 0 \\ 0 & C_s^I \end{bmatrix} \quad ..... (36)$$

여기서,  $C_s^I$ 은 식 (3)과 같이 국소 좌표계를 전체 좌표계로 변환시키는 변환행렬이다.

## 2-5 운동 방정식

이상과 같이해서 얻어지는 각 절점에서 평가한 힘과 모우먼트는 변위, 속도, 가속도의 미지량을 포함하기 때문에, 구조 전체의 변위 벡터를  $U_w$ 라고 하고 각 절점에 작용하는 힘과 모우먼트를 더해줌으로서 구조 전체에 대한 다음과 같은 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$M\ddot{U}_w + N\dot{U}_w + (K_w + K)U_w = F_w^* \quad ..... (37)$$

여기서,  $M$  : 부가질량을 포함하는 질량 행렬  
 $N$  : 감쇠 행렬  
 $K_w$  : 유체정역학적 복원력 행렬  
 $K$  : 강성 행렬

$F_w^*$  : 중력, 부력, 초기 장력, 파 강제력 벡터

$F_w^*$ 는 정적인 힘과 동적인 힘으로 나눌 수 있고, 동적인 힘을 cosine 항과 sine 항으로 나누면, 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$F_w^* = F_0^* + F_{wc}^* \cos \omega t + F_{ws}^* \sin \omega t \dots\dots\dots (38)$$

정적 응답은 정적인 힘  $F_0^*$ 을 이용하여 구할 수 있고, 동적 응답은 다음과 같은 운동 방정식에 의해 구해진다.

$$M\ddot{U}_w + N\dot{U}_w + (K_w + K)U_w = F_{wc}^* \cos \omega t + F_{ws}^* \sin \omega t \dots\dots\dots (39)$$

운동 방정식의 해법은 일반적으로 행해지고 있는 것처럼 변위 응답의 정상 상태의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$U_w = U_c \cos \omega t + U_s \sin \omega t \dots\dots\dots (40)$$

식 (40)을 식 (39)에 대입시켜 정리하면, 다음의 연립 방정식을 얻게 된다.

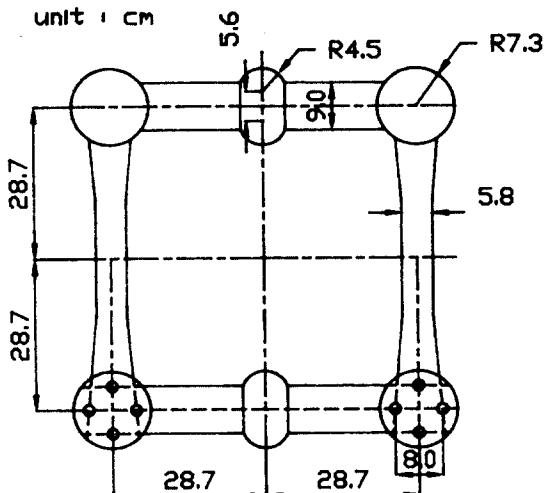
$$\begin{bmatrix} (K_w + K) - \omega^2 M & \omega N \\ -\omega N & (K_w + K) - \omega^2 M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_c \\ U_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{wc}^* \\ F_{ws}^* \end{bmatrix}$$

식 (41)에 의해 각 절점 및 계류점의 cosine 항과 sine 항의 진폭을 구함으로써 변위 응답을 구할 수 있고, 변위응답이 구해지면 다른 응답은 통상적인 방법에 의해 쉽게 구할 수 있다.

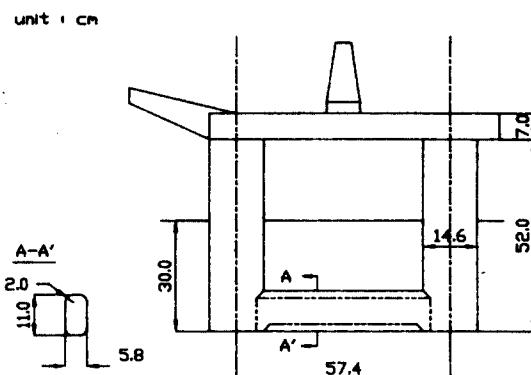
### 3. 수치계산 및 고찰

TLP의 구성부재간의 유체역학적인 상호간섭효과를 고려한 본 탄성응답해석법의 타당성을 검증하기 위해 Fig. 3과 같은 TLP에 대한 실험치<sup>16)</sup> 및 기존의 탄성응답법<sup>13)</sup>에 의한 계산결과를 본 응답해석법의 계산결과와 비교하기로 한다.

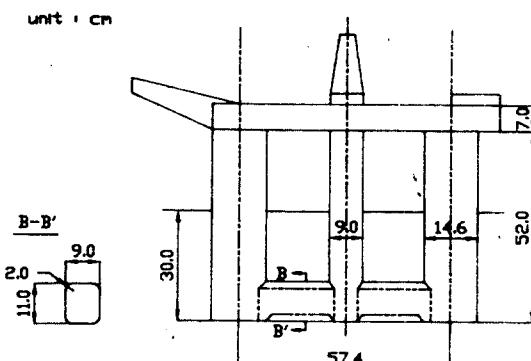
Table 1은 그 주요목을 나타내고 있다. 수치계산모형과 실험모형간의 약간의 상이는 실험모형의 중량 분포에 대한 정확한 data가 없는 것에 기인한다.



(a) Plan view of the lower hull



(b) Forward profile



(c) Starboard profile

Fig. 3 Configuration of the tension leg platform

Table 1. Particulars of The Tension Leg Platform

	수치계산모형	실험모형
길 이	72 cm	72 cm
폭	72 cm	72 cm
높 이	59 cm	59 cm
홀 수	30 cm	30 cm
무게중심높이	34.5 cm	35.0 cm
Roll회전반경	29.1 cm	35.1 cm
중 량	27.7 kgf	28.9 kgf
초기 장력	11.7 kgf	10.5 kgf
배수량	39.4 kgf	39.4 kgf

유체력을 계산하기 위해 Fig. 4와 같이 TLP의 침수표면을 544개의 평면 panel로 분할했다. 횡방향의 lower hull과 deck girder의 등가 굽힘강성은 각각  $1.63 \times 10^5$ ,  $7.61 \times 10^4$  kgf · cm<sup>2</sup>이고, 1 column 당의 tendon의 스프링 상수는 5.9 kgf/cm이다.

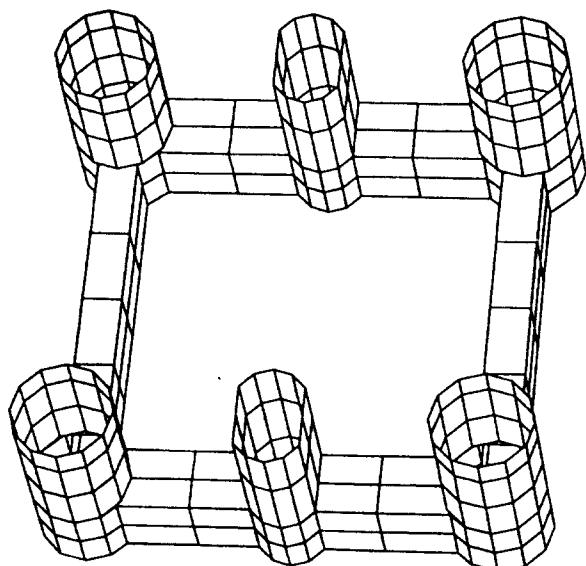


Fig. 4 Submerged surface of the tension leg platform represented by 544 panels

Fig. 5~Fig. 14는 각종 응답의 계산결과를 나타내고 있다. 계산 결과는 수심 5m, 파 입사각이 90°인 횡파에 대한 것이며, 힘은  $\rho g \xi_s \Delta^{2/3} = 1.16$  kgf,

모우먼트는  $\rho g \xi_s \Delta = 0.394$  kgf · m로서 무차원화 시킨 것이다.

Fig. 5는 Sway의 응답을 나타내고 있다. 삼각표가 본 계산법에 의한 결과이고, 별표가 Yoshida<sup>13)</sup> 등의 방법에 의한 결과이고, 혹점이 Fukuoka<sup>16)</sup>에 의한 실험 결과이다. 본 계산 방법에 의한 결과가 기존의 방법보다 더욱 더 실험치와 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있다.

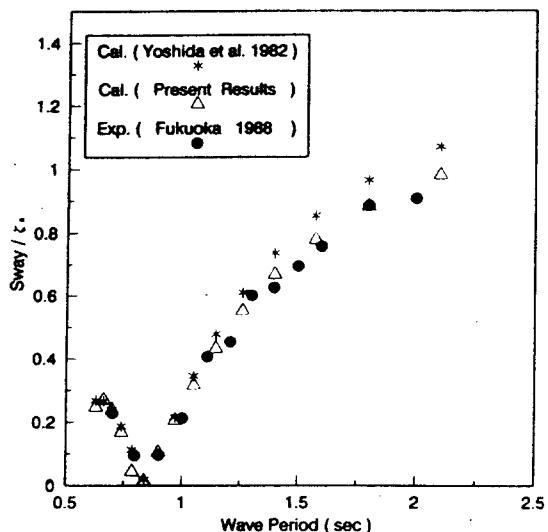


Fig. 5 Motion responses of the tension leg platform

Fig. 6, Fig. 7은 각각 파상측(wether side), 파하측(lee side)의 tendon의 변동장력을 나타내고 있다. 본 탄성응답 해석법에 의한 계산 결과는 파상측과 파하측간의 차이가 크게 나타나고 있고, 이 경향은 실험 결과와 잘 일치되고 있다. 그러나 부재간의 상호간섭을 무시하고 있는 기존의 탄성응답 해석법은 그 차이가 근소하게 나타나 있다.

Fig. 8, Fig. 9는 각각 하나의 횡방향 lower hull 및 횡방향 deck girder의 축력의 응답을 나타내고 있다. 과주기 1 sec 부근에서 실험치보다 크게 평가하고 있지만 그 이외의 부분에서는 기존의 방법보다 실험치와 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있다.

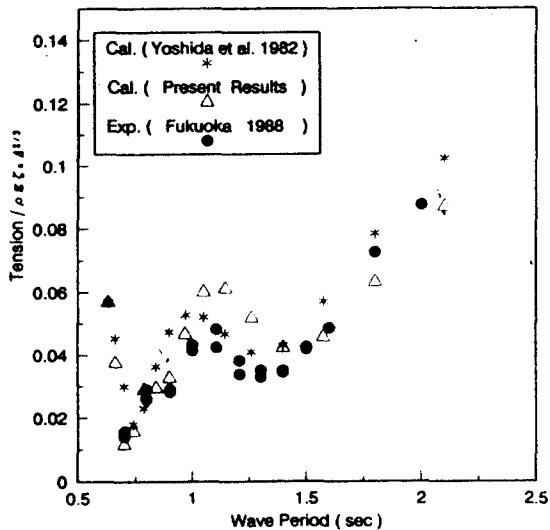


Fig. 6 Tension responses of the tendon on weather side

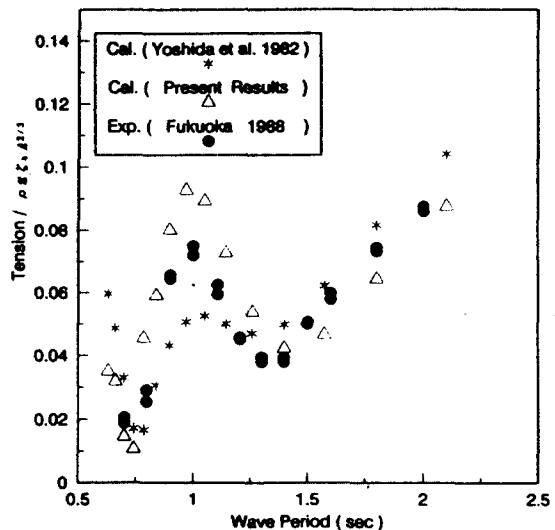


Fig. 7 Tension responses of the tendon on lee side

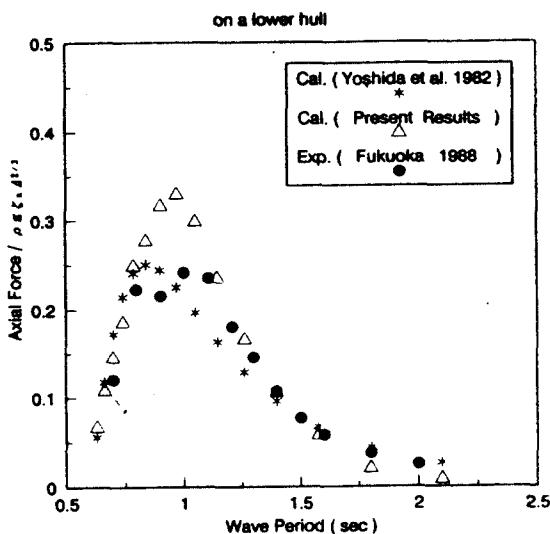


Fig. 8 Axial force responses of the transverse lower hull

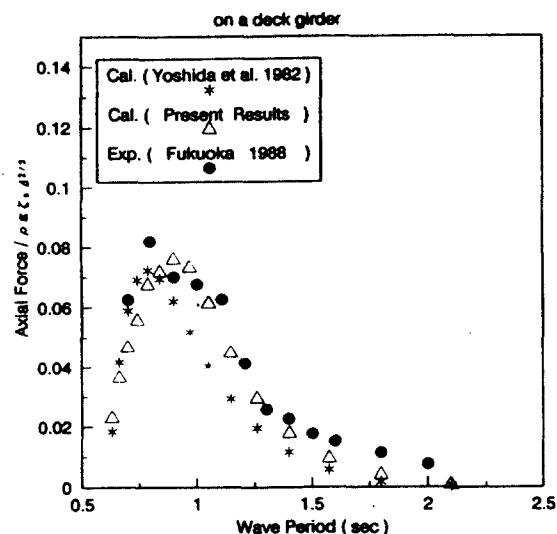


Fig. 9 Axial force responses of the transverse deck girder

Fig. 10, Fig. 11은 각각 하나의 횡 방향 lower hull 및 횡 방향 deck girder의 전단력의 응답을 나타내고 있다. 장주기 부분에서 실험치와 정량적으로 차이를 나타내고 있지만 기존의 방법에 의한 결과치보다 본 계산법의 결과가 실험치에 더욱 더 접근하고 있는 것을 알 수 있다.

Fig. 12는 구조 전체에 작용하는 split force의 응답을 나타내고 있다. split force는 횡 방향 lower hull과 횡 방향 deck girder의 위상을 고려하여 전부 합한 것이므로 Fig. 8과 동일한 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다.

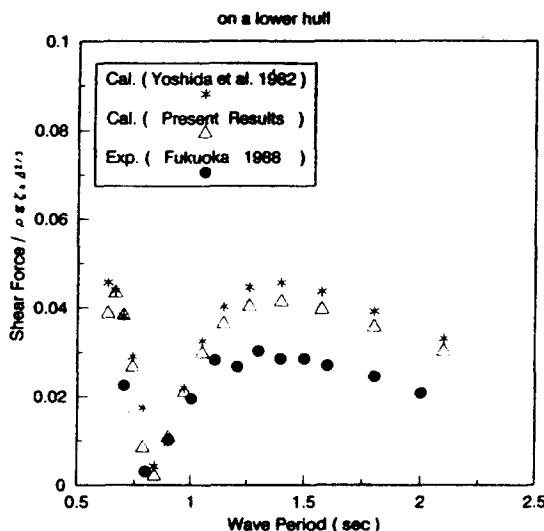


Fig. 10 Shear force responses of the transverse lower hull

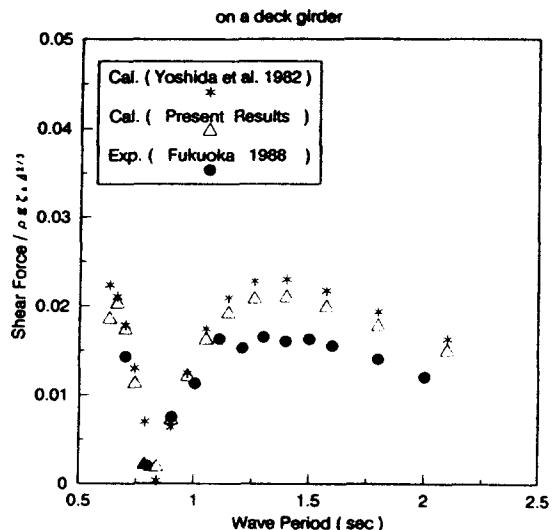


Fig. 11 Shear force responses of the transverse deck girder

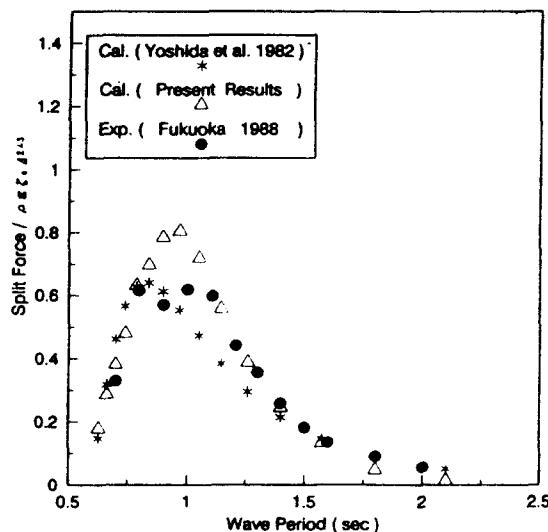


Fig. 12 Split forces on the tension leg platform

Fig. 13은 구조 전체에 작용하는 수직 전단력의 응답을 나타내고 있다. 구조전체의 수직 전단력은 lower hull과 deck girder의 전단력과 파상측과 파하측의 tendon장력의 차에 의해 계산된 것이다. 파 주기 0.75 sec부근에서 실험치보다 크게 평가하고 있지만 그 이외의 부분에서는 기존의 방법

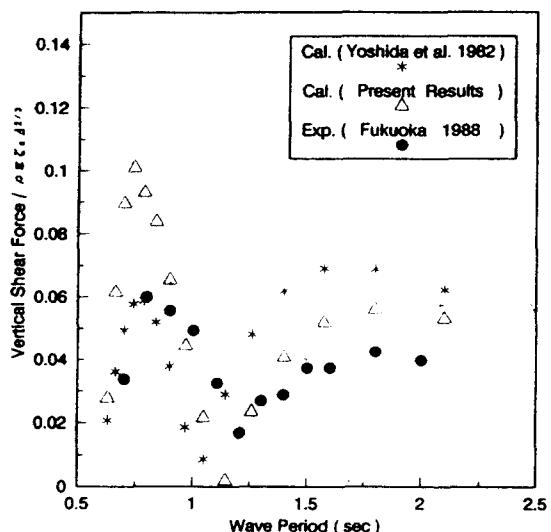


Fig. 13 Vertical shear forces on the tension leg platform

보다 실험치에 더 접근해 있는 것을 알수 있다.

Fig. 14는 구조 전체에 작용하는 수직 굽힘 모멘트의 응답을 나타내고 있다.

split force와 동일하게 파 주기 1 sec 부근에서 실험치보다 크게 평가하고 있는 것을 알 수 있다.

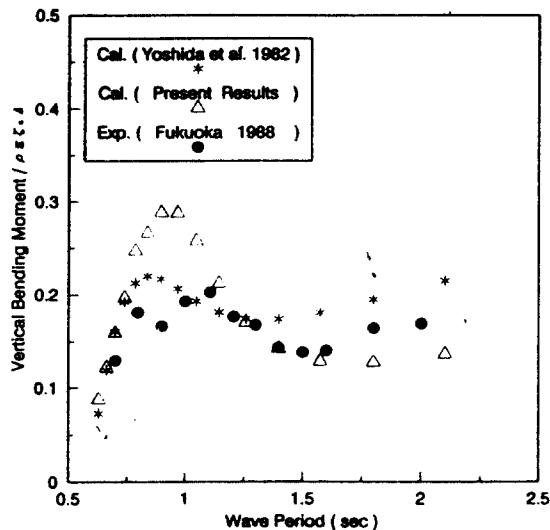


Fig. 14 Vertical bending moments on the tension leg platform

#### 4. 결 론

3차원 특이점 분포법과 기존의 탄성응답 해석법과의 결합에 의해 기존의 수법에서는 계산 불가능한 구성부재간의 상호간섭효과를 고려하여 탄성응답을 구할 수 있는 계산수법을 새롭게 개발하고, 이 수법에 의한 계산치와 기존의 방법에 의한 계산치 및 실험치와의 비교 검토에 의해 본 계산법의 타당성이 확인되었다.

초기 단계에서 전체 구조를 탄성체로서 동적으로 취급할 수 있고, 구성부재간의 유체 역학적인 상호간섭 및 유체력을 정밀하게 평가하여 전체 구조응답을 구할 수 있는 본 탄성응답 해석법에 의해, TLP의 중량감소에 따른 굽힘강성의 변화에 대한 영향 등을 평가할 수 있으므로 경제적인 TLP의 설계에 크게 기여될 것으로 사료된다.

#### 참고문헌

- 1) J. A. Mercier, N. D. Birell, J. C. Chivvis and A. F. Hunter "Tension Leg Platforms-Progress and Prospects", SNAME Transactions, Vol. 99, pp. 249~279, 1991.
- 2) 미국특허 2, 908, 141.
- 3) R. D. McDonald, "The Design and Field Testing of the 'TRITON' Tension Leg Platform and its Future Application for Petroleum Production and Processing in Deep Water", OTC 2104, 1974.
- 4) Deep Oil Technology, Inc., "Tension Leg Platform System", 1978.
- 5) 金綱 正夫, "Conoco Hutton TLP の操業實績および TLP の開發動向", 日本造船學會誌, 第 702 號, 1987.
- 6) 工藤君明, その他, "浮遊式海洋構造物の緊張係留に関する研究(第 1 報—第 6報)", 日本造船學會論文集, 第 157 號—161 號, 163號, 1985—1988.
- 7) 安藤定雄, その他, "浮體式海洋構造物による海域實驗", 日本造船學會誌, 第 695 號, 19 87.
- 8) R. Eatock Taylor, E. R. Jefferys, "Variability of Hydrodynamic Load Predictions for a Tension Leg Platform", Ocean Engineering, Vol. 13, No. 5, pp. 449~490, 1986.
- 9) C. Petrauskas and S.V.Liu, "Springing force response of a Tension Leg Platform" OTC 5458, 1987.
- 10) M. H. Kim and Dick K. P. Yue, "The Nonlinear Sum-Frequency Wave Excitation and Response of a Tension Leg Platform", BOSS, 1988.
- 11) R. Romagnoli and R. Varvelli, "Load and Motion Prediction of Tension Leg Platforms in Directional Marine Environments", Proceedings of the eighth international conference on offshore mechanics and arctic engineering, 1989.
- 12) 吉田宏一朗, 石川邦照, "三次元浮游骨組構造の周期應答", 日本造船學會論文集, 第 143 號, pp. 286~300, 1978.
- 13) 吉田宏一朗, 尾崎雅彦, 岡 德昭 "緊張繫留プラットフォームの構造應答特性", 日本造船學

- 會論文集, 第 152 號, pp. 329 – 335, 1982.
- 14) S. K. Chakrabarti, "Hydrodynamics of Off-shore Structures", Computational Mechanics Publications, 1987.
- 15) 成岡昌夫, 服部 正, 加藤 進, 後藤茂夫, 上田 幸雄, "骨造構造解析", 日本鋼構造協会編, 培風館, pp. 120 – 129, 1971.
- 16) 福岡哲二, "JOIA-TLPの彈性應答計算", 三井造船昭島研究所, 1988.
- 17) 金鋼正夫, "大水深海洋石油生産プラットフォームの開発動向と JOIA TLP の開発状況について", 日本造船學會誌, 第 743 號, 1991.
- 18) 片山正敏, "半潛水式海洋構造物の全體構造解析", 日本造船學會誌, 第 713 號, 1988.
- 19) Y.Tein, J.W.Chianis, J.Teymourian and F.S.F. Chou, "An Integrated Motion and Structural Analysis for Tension Leg Platforms", OTC 4072, 1981.
- 20) O.M.Faltinsen and F.C.Michelsen, "Motion of Large Structures in Waves at Zero Froude Number", International Symposium on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, pp. 91 ~ 106, 1974.
- 21) C.J.Garrison and V.S.Rao, "Interaction of Waves with Submerged Objects", J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering Division, ASCE, Vol. 97, pp. 259 ~ 277, 1971.