크리프와 건조수축을 고려한 RC쉘 구조물의 비선형 해석

Nonlinear Analysis of RC Shell Structures Including Creep and Shrinkage Effects

정 진 환* 한 충 목** 조 현 영***
Cheung, Jin Whan Han, Choong Mok Cho, Hyun Young

요 약

본 논문에서는 철근콘크리트 쉘 구조물을 크리프와 건조수축에 의한 시간의존성 효과를 포함하여 해석할 수 있는 기법을 개발하였다. Degenerate 쉘 요소를 해석에 사용하였으며 층 분할 기법을 이용하였다. 콘크리트의 압축 거동 모델은 탄-소성 모델 혹은 변형율 경화 모델을 사용할 수 있도록 하였고, 인장 영역에서는 균열 발생시 까지 선형 탄성으로 가정하였다. 철근은 등가의 두께를 가지는 철근 층으로 근사되었으며 각 철근 층은 철근의 배치 방향으로만 저항하는 일축거동을 하며 응력-변형율 곡선을 두개의 직선으로 이상화 하였다. 비선형 해석을 위해 하중 증분 기법과 반복계산 기법을 사용하였으며 시간 의존성 효과를 고려하기 위해 시간영역을 같은 간격이 아닐 수도 있는 여러 개의 구간으로 나누어 해석하였다. 몇 개의 계산 예를 제시하고 다른 연구자들의 결과와 비교하여 본 연구의 타당성을 검토하였다.

Abstract

In this study, a numerical method for the material nonlinear analysis of reinforced concrete shell structures including the time dependent effects due to creep and shrinkage is developed. Degenerate shell elements with the layered approach are used. The perfect or strain hardening plasticity model in compression and the linearly elastic model in tension until cracking for concrete are employed. The reinforcing bars are considered as a steel layer of equivalent thickness. Each steel layer has an uniaxial behaviour resisting only the axial force in the bar direction. A bilinear idealization is adopted to model elasto-plastic stress-strain relationships. For the nonlinear anaysis, incremental load method combined with unbalanced load iterations for each

* 정회원, 부산대학교 토목공학과 부교수
** 정회원, 울산전문대학 토목과 전임강사
*** 부산대학교 토목공학과 교수

• 본 논문에 대한 토의를 1993년 12월 31일까지 학회로 보내주시면 1994년 3월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

load increment is used. To include time dependent effects of concrete, time domain is divided into several time steps which may have different length. Some numerical examples are presented to study the validity and applicability of the present method. The results are compared with experimental and numerical results obtained by other investigator.

Keywords : material nonlinear, reinforced concrete shell, plasticity, time dependent effects, creep, shrinkage, degenerate shell element, layered approach.

1. 서 론

철근콘크리트 쉘 구조물은 외관이 미려할 뿐만 아니라, 넓은 공간을 확보할 수 있는 등의 구조적인 잇점이 있고 작용 외력에도 효과적으로 저항할 수 있는 구조물이므로 체육관, 공연장, 그 외 긴 경간의 지붕이 필요한 구조물에 널리 사용되고 있다. 그러나 철근콘크리트 쉘 구조물이 가지는 복잡한 재료 특성 때문에 거동을 평가하는 것과 극한 지지능력을 평가하는 것이 쉬운 일이 아니며 현재까지도 실험자료를 근거로 한 실험적 접근 방법을 설계에 사용하고 있는 실정이다.

실험을 통한 철근콘크리트 쉘의 거동 평가는 매우 유용한 방법이나 시간과 경비가 매우 많이 소모되는 방법이다. 본 논문에서는 이러한 실험을 보완할 수 있는 수치해석 모델의 개발을 목적으로 한다.

본 논문에서는 콘크리트에 대해 압축 거동 모델로는 탄-소성 모델과 변형율 경화 모델을 선택적으로 사용하였으며, 인장 거동 모델로는 균열발생시 까지 선형 탄성 모델을 사용하였으며 부착의 효과를 고려하기 위해서 인장 균열이 발생한 후에는 콘크리트의 인장 응력 요소를 점차로 완화하는 방법을 사용하였다. 그리고 철근은 응력-변형율 곡선을 두개의 직선으로 이상화한 모델을 사용하였다.

철근과 콘크리트의 합성재료인 철근콘크리트를 모델링하기 쉽도록 하기 위해 층 분할기법을 사용하였다. 층 분할기법을 사용함으로써 콘크리트에서 발생하는 균열의 진행도 추적이 가능하게 하였다. 그리고 비선형 해석을 효과적으로 수행하기 위해 하중 증분 기법과 반복계산 기법을 병행하여 사용하였다.

크리프와 건조수축에 의한 시간의존성 변형을 철근콘크리트 쉘 해석에서 고려하기 위해 시간영역을 여러 개의 단계로 나누었는데, 이 시간 간격은 동일한 간격이 아닐 수도 있다.

2. 재료의 성질

2.1. 철근[1]

철근은 등가의 두께를 가지며, 응력-변형율 관계가 두개의 직선으로 이상화되는 층으로 표현되며, 철근의 배치방향 축력에만 저항하는 재료로 가정한다. (Fig. 1 참조)

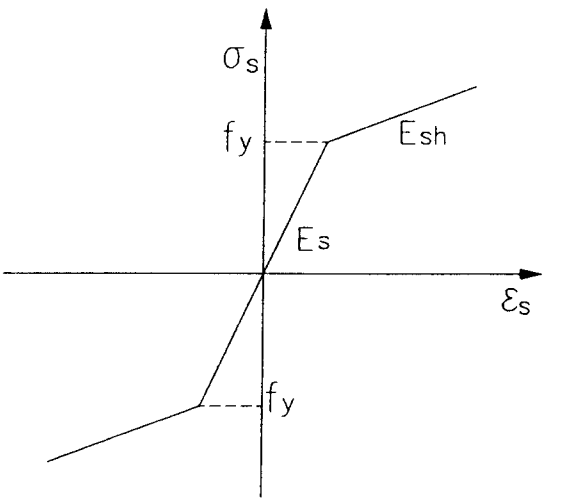

Fig. 1 Elastic, linear strain-hardening behaviour for steel

2.2. 콘크리트

2.2.1. 단기 거동

1) 압축 상태에 있는 콘크리트

본 논문에서는 완전 탄-소성 모델과 변형율 경화 모델의 두가지 모델을 고려하였으며 수치해석에서는 둘 중 하나를 선택하게 하였다.

(1) 항복기준

일반적으로 삼축응력 상태에 있는 콘크리트의 항복기준은 세개의 응력 불변량에 종속이라고 가정되나, 하나 혹은 둘의 응력 불변량 만을 사용한 공식들이 개발되어 사용되고 있다.[2]

$$f(I_1, J_2)=[\beta(3J_2)+\alpha I_1)]^{1/2}=\sigma_0 \qquad (1)$$

단 I_1, J_2 : 응력불변량, α, β : 재료매개변수,

σ_0 : 등가유효응력

본 논문의 경우 중면에 수직한 응력을 무시한다. 그러므로 응력의 상태를 이축 응력 상태로 보고 이축 응력 상태의 실험을 통하여 재료 매개변수 α, β를 구하는 것이 가능하다. $\sigma_1=\sigma_2$ 인 이축 응력 상태에서의 항복응력 f_{cb}와 일축 항복응력 f_c' 사이의 관계는 식(2)와 같이 가정할 수 있으므로 항복함수는 f_c'만의 함수가 된다

$$f_{cb} = (1.16\sim1.20)\ f_c' \qquad (2)$$

Kupfer 등의 결과[3] 즉 $f_{cb}=1.16\ f_c'$를 이용하여 구한 $\alpha=0.355\ \sigma_0$, $\beta=1.355$ 를 사용하고 식(1)을 응력 요소의 항으로 나타내면 식(3)이 구해 진다.

$$f(\sigma)=\{1.355[(\sigma_x^2+\sigma_y^2+\sigma_z^2) + 3(\tau_{xy}^2+\tau_{xz}^2+\tau_{yz}^2)]+0.355\sigma_0(\sigma_x+\sigma_y)\}^{1/2}=\sigma_0 \qquad (3)$$

식(3)을 Kupfer 의 실험 결과와 비교하여 Fig. 2에 나타내었다.

(2) 흐름과 경화의 법칙

결합유동 법칙[4]을 사용하므로 소성 변형율 증분은 다음과 같이 정의된다.

$$d\varepsilon_{ij}^p=d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{ij}} \qquad (4)$$

단, $d\lambda$: 소성 변형율 증분의 크기를 결정하는 비례상수

$\frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{ij}}$: 항복면에 수직한 방향을 정의

식(4)를 이용하여 탄소성 행렬을 구성하면 식(5)와 같이 된다.

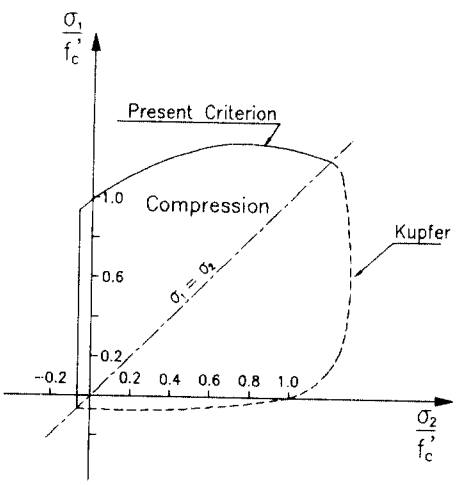

Fig. 2 (a) Experimental results of Kupfer et al. and present study.

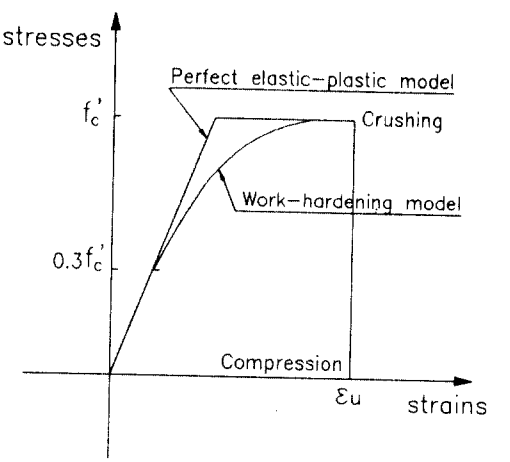

Fig. 2 (b) One-Dimensional representation of the concrete consitutive model in compression

$$d\sigma = D_{ep}\, d\varepsilon \qquad (5)$$

단, $D_{ep} = D - \dfrac{Daa^T D}{A + a^T Da}$

D : 탄성행렬 , a : 흐름벡터 ,

A : 변형율 경화계수

3) 파쇄조건

다축 응력상태에 있는 콘크리트의 극한 변형율에 대한 유용한 실험자료가 없기 때문에 응력의 항으로 표시된 항복기준을 직접 변형율 항으로 변환하여 변형율 기준으로 이용하였다.[2]

$$\beta(3J_2') + \alpha I_1' = \varepsilon_u^2 \qquad (6)$$

단 I_1', J_2' : 변형율 불변량

ε_u : 일축 압축시험 결과로 부터 외삽되는 총 극한 변형율

항복기준에서 사용한 α, β를 사용하면 파쇄조건은 다음 식과 같이 된다.

$$\varepsilon_u^2 = 1.355\,[(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 - \varepsilon_x\varepsilon_y) + 0.75(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2)] + 0.355\,\varepsilon_u(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \qquad (7)$$

2) 인장 상태에 있는 콘크리트

인장 상태에 있는 콘크리트는 파괴면에 도달할 때 까지 선형 탄성 거동을 하고, 최대주인장 응력이 콘크리트의 인장강도 f_t'에 도달하는 즉시 최대주인장 응력방향에 직각되게 균열이 발생하며, 균열은 국소좌표계의 x'-y' 평면에 수직인 면에서만 형성된다고 가정한다.

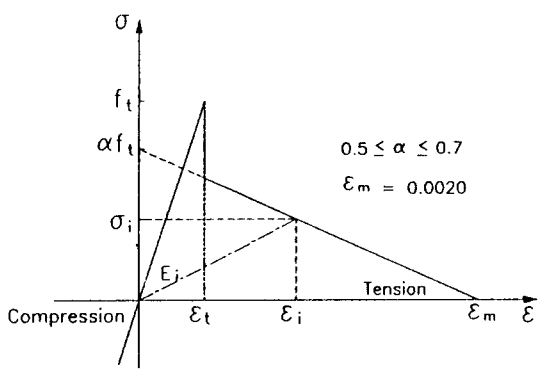

Fig. 3 Loading and unloading behaviour of cracked concrete illustrating tension stiffening behaviour

균열 발생 후에는 균열면에 수직한 방향의 탄성계수와 포아슨비가 "0"이 된다. 그리고 감소된 전단 탄성계수가 사용된다.[2]

부착의 효과를 고려하기 위해 균열면에 수직한 콘크리트 응력요소를 점차적으로 완화하는 방법을 사용하였다. [5-7](Fig. 3 참조)

2.2.2. 장기거동

1) 크리프 및 건조수축

특정한 콘크리트의 크리프와 건조수축에 대한 실험자료를 항상 편리하게 얻을 수 있는 것이 아니므로 본 논문에서는 ACI committee 209[8]에서 제안한 크리프 계수와 건조수축에 대한 공식을 해석에 사용하였다.

$$C_{t-r} = \frac{(t-r)^{0.6}}{10 + (t-r)^{0.6}}\, C_u \qquad (8)$$

단 C_{t-r} : 시간 t 에서의 크리프 계수, C_u : 극한 크리프 계수

t : 콘크리트의 재령 (일), r : 하중재하 때의 콘크리트 재령 (일)

$$\varepsilon_{t-t0}^s = \frac{(t-t_0)}{f + (t-t_0)}\, \varepsilon_u^s \qquad (9)$$

단 ε_{t-t0}^s : $(t\text{-}t_0)$까지의 건조수축 변형율

t : 콘크리트 타설후의 경과시간 (일)

t_0 : 양생완료시간 (일)

f : 양생방법에 따른 상수

증기양생 : $t_0 = 1-3$, $f = 55$,

습윤양생 : $t_0 = 7$, $f = 35$

3. 층 분할 쉘요소의 유한요소 정식화

3.1. 일반

Ahmad[9] 등이 개발한 퇴화 쉘요소를 사용하였다. 그리고 두께 방향으로 층 분할 기법을 이용하여 철근과 콘크리트의 모델링이 쉽도록 하였다. 전단과 막의 locking 현상을 제거하기 위해 전단과 막에 대한 성분을 선택적으로 감차 적분하는 선택 감차 적분을 사용하였다[10].

퇴화 쉘요소는 중면에 있는 절점에서 5개의 자

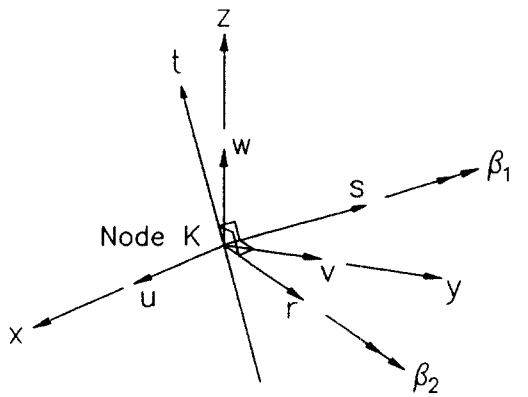

Fig. 4 Five - degrees of freedom of node K

유도 즉 u, v, w 와 β_1, β_2를 가진다. (Fig. 4 참조)

3.2. 좌표계

퇴화 쉘요소의 유한요소 정식화를 위해 전체좌표계, 절점좌표계, 곡선좌표계, 국소좌표계의 네 가지 좌표계를 사용하였다. (Fig. 5 참조)

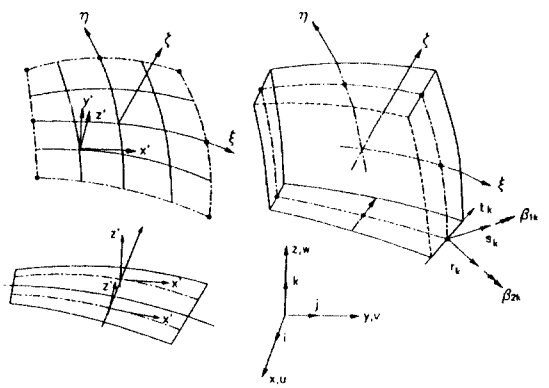

Fig. 5 Coordinate systems

3.3. 요소 강성도 행렬

내부 응력이 σ, 단위 부피당 분포하중이 b, 외부 작용력이 P 이며 평형 상태에 있는 부피 V 인 물체를 생각해보자. 적합조건을 만족하는 변형율 $\delta\varepsilon^*$ 를 발생시키고 내부변위가 δU^*인 가상변위 δd^*가 주어졌다면 가상일의 원리에 의해

$$\int_V(\delta\varepsilon^{*T}\sigma - \delta U^{*T} b)\,dV - \delta d^{*}P = 0 \qquad (10)$$

변위와 변형율은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta U^* = N\,\delta d^* \qquad (11)$$

단 N : 형상함수, B : 변형율 행렬

식(10)는 임의의 δd^*에 성립하여야 하므로 식(11)을 식(10)에 대입하고 δd^*를 소거하면 식(12)와 같이 된다.

$$\int_V B^T\sigma\,dV - \int_v N^T b\,dV - P = 0 \qquad (12)$$

비선형 문제인 경우 잔류력이 존재하므로 식(12)는 다음 식과 같이 수정되어야 한다.

$$\psi = \int_V B^T\sigma\,dV - (\int_V N^T b\,dV + P) \neq 0 \qquad (13)$$

식(13)을 증분형태로 고치고 $d\sigma = D_{ep}\,d\varepsilon$를 대입하여 정리하면

$$\Delta\psi = Kd - (\int_V N^T \Delta b\,dV + \Delta P) \qquad (14)$$

여기서

$$K = \int_V B^T D_{ep} B\,dV \qquad (15)$$

4. 문제해석의 과정

본 논문에서는 비선형 문제의 해결을 위해 하중증분 기법과 반복계산 기법을 사용하였으며 시간의존성 문제를 해결하기 위해 시간을 등간격이 아닐 수도 있는 여러 개의 구간으로 나누어 계산을 수행하였다.

외부에서 작용하는 하중에 대한 해석은 하중 증분 기법과 반복 계산 기법을 이용하였다. 그리고 시간의 경과에 대한 해석을 하중의 증분 중간에 고려하는 것이 가능하도록 하였다.

시간의 경과에 대한 해석에서는 각 시간 단계의 끝이나 시작점에서만 외부하중이 작용하고, 시간 단계 내에서는 하중이 일정하다고 가정하였다. 본 논문에서 사용한 해석 방법 중에서 시간 의존성 효과와 관련된 부분의 해석 과정을 정리 요약

하면 다음과 같다.

㉮ 반복 계산이 끝난 증분하중의 크기와 입력된 하중 이력 자료를 검토하여 크리프와 건조수축의 해석이 필요한지 판단한다.

㉯ 현재의 역학적 변형율에 크리프계수를 곱하여 시간단계 t_i와 t_{i+1} 에서 발생한 크리프 변형율을 계산하고 시간단계 t_i와 t_{i+1}에서 발생한 건조수축 변형율도 계산한다. ($\Delta\varepsilon_{oi}$)

㉰ 시간단계 t_i와 t_{i+1}에서 발생한 크리프 와 건조수축 변형율에 대응하는 등가의 하중을 계산한다.

㉱ ㉰ 에서 계산한 등가 하중을 작용시켜 변위의 증분을 계산한다. ($\Delta\delta_i$) 이 변위의 증분에서 부터 변형율 증분을 계산한다. ($\Delta\varepsilon_i$)

㉲ 변위의 증분 $\Delta\delta_i$을 변위에 더하고, 변형율 증분의 차이 ($\Delta\varepsilon_i - \Delta\varepsilon_{oi}$)를 역학적 변형율에 더한다.

㉳ 현재의 역학적 변형율에 대응하는 등가 하중을 계산하여 잔차력을 계산한 다음 하중 증분 과정에서의 반복 계산과 동일한 방법으로 수렴할 떠까지 반복계산을 수행한다.

㉴ 수렴이 끝난 후 입력된 하중 이력 자료를 이용하여 다음 시간 단계의 해석을 수행할 것인지 다음의 하중 증분 해석을 수행할 것인지를 판단한다.

5. 계산예

5.1. parabolic cylindrical 쉘

Hedgren[12]등이 실험한 등분포 압력 하중을 받고 두께가 변하는 parabolic cylindrical 쉘의 결과를 본 논문의 비선형 쉘 해석방법의 평가를 위해 선택하였다. 해석에 이용된 쉘의 기하학적 형상, 경계조건, 유한요소 분할 방법, 층 분할의 구성은 Fig. 6 과 같고 0.358 N/cm^{2}의 등분포 하중이 쉘에 작용한다. 쉘에 사용된 콘크리트와 철근의 재료 특성 및 층의 특성은 참고문헌 [2]에 제시되어 있다. 해석한 결과는 하중-변위의 곡선으로 표시하여 Fig. 7에 제시하였다(탄-소성 모델).

본 논문의 결과가 참고문헌 [2]의 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다.

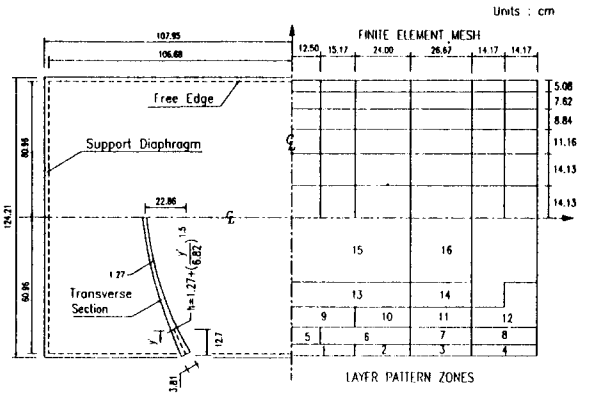

Fig. 6 Geometry, support condition, finite element mesh and layer pattern of shell

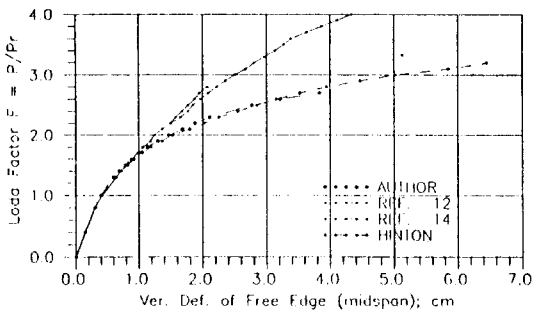

Fig. 7 Vertical displacements at the midspan of free edge

5.2. McNiece 슬래브

본 연구에 사용한 요소가 쉘요소 이므로 쉘에 대한 해석의 결과를 찾아서 본 연구의 결과와 비교하여야 하나, 기존의 해석 결과 중에서 시간 의존성 효과를 포함한 쉘의 해석 예를 구하기가 힘들었기 때문에 NcNiece[13]가 실험한 정사각형 슬래브를 계산예로 선택하여 비선형 쉘 해석을 행하였으며 Kabir[11]가 McNiece 슬래브에 대해 행한 크리프와 건조수축을 고려한 해석의 결과와 본 논문의 결과를 비교하였다.

Table 1 Properties of concrete and steel layers

Conc.	E_c=28.61 x10^{6}kPa, f'_c=3.79 x 10^4 kPa ν=0.15, layer thickness=0.4445cm
Steel	E_s=199.95 x10^{6}kPa, f'_c=4.14 x 10^4 kPa layer thickness=0.02794 cm

McNiece 슬래브의 기하학적 형상과 경계조건 그리고 유한요소 분할 및 층 분할 상태는 Fig.8와 같고 재료특성은 Table 1과 같다. 그리고 크리프와 건조수축을 고려한 해석에서 사용된 하중이력은 Table 2와 같다.

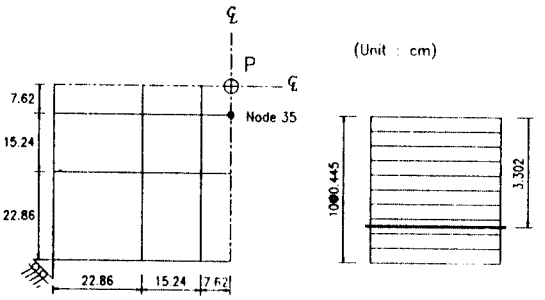

Fig. 8 Geometry, support condition, finite element mesh, layer pattern of slab

Table 2 Load history for the slab analysis

14(DAY)	40(DAY)	60(DAY)
4.448kN	8.896kN	13.344kN

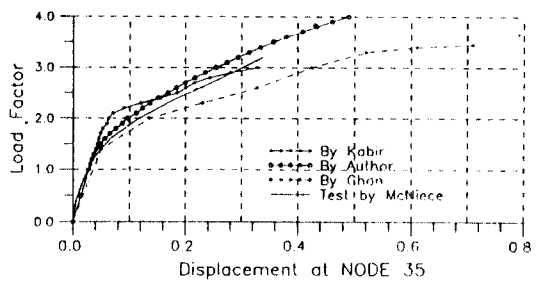

Fig. 9 Vertical displacement at NODE 35(not including creep and shrinkage)

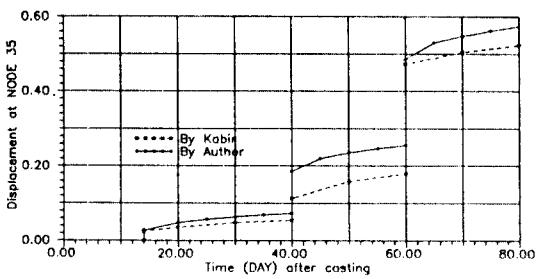

Fig. 10 Vertical displacement at NODE 35(including creep and shrinkage)

재료 비선형 해석(변형율 경화 모델)을 수행한 결과를 Fig. 9에 나타내었으며 14, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80일 등에서 크리프와 건조수축을 고려한 해석결과는 Fig. 10에 나타내었다.

Fig. 9를 살펴보면 Kabir의 결과는 McNiece의 결과를 기준으로할 때 하중계수 1.5에서 부터 오차를 보이기 시작하여 2.0에서는 상당한 오차를 보임을 알 수 있다. 이 오차는 점점 줄어 3. 0부근에서는 상당히 감소한다. Chan[15]의 결과는 하중계수 2.0근처까지는 비슷하나 그 이후 부터는 오차가 점점 커짐을 볼 수 있다. 본 논문의 결과가 McNiece의 실험 결과를 비교적 정확하게 추적하고 있음을 알 수 있다.

시간 의존성 효과를 고려하지 않고 해석한 결과인 Fig.9 를 살펴보면 하중계수가 1.0인 구간 까지는 Kabir와 본 논문의 결과가 상당히 일치함을 볼 수 있고 하중계수 2.0에서는 Kabir의 결과가 작고 하중계수 3.0에서는 본 논문의 결과가 작음을 알 수 있다.

시간 의존성 효과를 고려한 해석결과인 Fig.10에서는 Kabir의 결과와 본 논문의 결과를 비교하였다. 하중계수가 1.0인 40일 까지는 결과가 잘 일치함을 볼 수 있다. 하중계수가 2.0인 40일에서 60일 까지의 구간은 본 논문의 결과가 크며 하중계수가 3.0인 60일에서 80일 구간에서도 본 논문의 결과가 크게 나타나는데, 이는 전 단계에서의 크리프에 의한 영향 때문인 것으로 판단된다.

6. 결 론

본 논문에서는 철근콘크리트 쉘 구조물의 시간 의존성 변형을 고려한 비선형 해석을 연구하였다. 퇴화 쉘요소를 사용하였으며 부착이 인장 강도에 미치는 영향을 고려하였다.

① 본 논문에서 사용한 해석 기법의 결과가, McNiece의 실험 결과와 비교해 볼 때 Kabir나 Chan의 해석 결과보다 비교적 잘 일치하고 있다.

② 시간 의존성 효과를 고려하여 해석한 Kabir의 결과와 본 논문의 결과를 비교하여 보면 차이

가 있음을 알 수 있으나, 시간 의존성 효과를 고려하지 않은 해석의 결과를 살펴보면 이러한 차이는 납득할 만 하다고 판단된다.

③ ACI에서 제안한 비교적 간단한 식을 이용하여 콘크리트의 시간 의존성 효과를 고려한 철근콘크리트 쉘 구조물의 해석 기법을 개발함으로써 보다 정확하게 콘크리트의 거동을 평가할 수 있게 되었으며, 많은 관심의 대상이 되고 있는 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 해석에 관한 연구에 상당한 기여가 될 것으로 예상된다.

감사의 글

본 연구는 91년도 연암 문화 재단의 "교수 해외 연수" 지원에 의해 수행된 것으로 연암 문화 재단의 도움에 깊은 감사의 뜻을 표한다.

참 고 문 헌

1. D. R. J. Owen, E. Hinton, "Finite elements in plasticity (theory and practice)", Pineridge Press, Swansea, U. K., 1980, pp.26-29
2. D. R. J. Owen, E. Hinton, "Finite element software for plates and shells", Pineridge Press, Swansea, U. K., 1984, pp.327-345
3. H. Kupfer, K. H. Hilsdorf, H. Rush, "Behaviour of concrete under biaxial stresses", Proceedings American Concrete Institute, Vol. 66, No. 8, 1969, pp.656-666
4. W. F. Chen, "Plasticity in reinforced concrete", McGraw-Hill, New York, 1982, pp.257-262
5. H. H. A. Rahman, "Computational models for the nonlinear analysis of reinforced concrete flexural slab systems", Ph. D. Thesis, University of Wales, 1982
6. C. S. Lin, A. C. Scordelis, "Nonlinear analysis of R. C shells of general form", ASCE J. of the Str. Div., Vol. 101, No. ST3, 1975, pp.523-538
7. R. I. Gilbert, R. F. Warner, "Tension stiffening in reinforced concrete slabs", ASCE J. of the Str. Div., Vol. 104, No. ST12, 1978, pp. 1885-1900
8. ACI Committee 209, "Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures", Paper SP27-3, 1970
9. Ahmad S., Irons B. M., Zienkiewicz O. C., "Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 2, 1970, pp.419-451
10. 金 聖都, "쉘 구조물의 비선형 해석 - 퇴화 쉘 요소를 중심으로-, 부산대학교 공학박사학위 청구논문, 1990
11. A. F. Kabir, "Nonlinear analysis of reinforced concrete panels, slabs, and shells for time-dependent effects", Ph. D. Thesis, University of California, Berkeley, 1966
12. A. W. Hedgren, D. P. Billington, "Mortar model test on a cylindrical shell of viring curvature and thickness", ACI Journal, 1967,
13. Jofriet, J. C., McNiece, G. M., "Finite element analysis of reinforced concrete slabs", ASCE J. of the Str. Div., Vol. 97, No. ST3, 1971
14. H. Floegl, H. Mang, "On tension stiffening in cracked reinforced concrete slabs and shells considering geometric and physical nonlinearity", Inginieur - Archive 51, pp. 215-242, 1981
15. Esmond, C. Chan, "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analisys of Reinforced Concrete Shells with Edge beams", Ph. D. Dissertation, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California,Berkeley, UCB-SESM Report NO.82-8, 1982

(접수일자 : 1993. 4. 20)