

조효남, 이승재, 최영민의 93년 3월호 게재 논문

“GFRP 적층 복합재료관의 신뢰성 해석” 에 대한 토론

김 덕 현*

전 세계적으로 첨단 복합재료의 건설에 대한 응용 연구가 한참 진행중인 요즈음 필자들의 이 분야에 대한 연구는 상당히 고무적입니다. 요즈음 국내외 여러 학술 모임이나 학술지에 발표되는 내용에서 여러가지 공통적인 문제점이 발견되고, 특히 근래 토목관계 학회의 학술회의에서, 2년간 계속 해서, Epoxy강도를 세계유수업체 제품의 1000%로 발표하는 등 관련 자료 문헌이 희귀한 한국 실정에 비추어 여러 사람이 읽는 학술지에서 토론 형식으로 문제점을 논의하는 것이 건설적이라 인식되어 이 글을 제출합니다.

1. 복합재료 관 설계에서 고려되어야 할 문제점들과 연구 제목의 실용성

복합재료관의 좌굴은 크게 두가지 용도로 사용될 때 검토합니다. 첫째는 축방향 좌굴로서, 최근에는 파손되었거나 설계 결함이 있는 기둥의 보강 수단으로 내부 충전물(fiber-기존 기둥 등)이 있는 경우에 대해서 활발한 연구가 진행되고 발표되고 있습니다. 둘째의 경우는 상수도나 송유관과 같이 내부 압력을 받는 구조와, 저장시설이나 하수도와 같이 외부 토압/수압을 받는 경우로 대별 되겠는데 내부 압력관의 경우, 인장이나 좌굴 파괴보다, 섬유 강도의 2~3%도 안되는 강도를 가진 Matrix의 피로에 의한 Microcracking에서 오

는 Weeping이 더 큰 문제로 인식되고 있으며 시방서에 의한 150,000,000cycle의 피로 강도 시험 결과로 측정된 HDB(수리설계 기준)으로 단면을 설계하면 인장 좌굴 문제는 거의 없습니다. 해석을 필요로 하는 부분은 연결부나 지지점에서의 “bending boundary layer solution”입니다. 내압이 무시될 수 있는 경우 관에 대한 외부 힘은 토압이나 수압이 되겠는데 토압은 관의 변형의 함수로서 비선형 문제가 되며[2], 수압의 경우 관 양측에서도 수압이 작용하면 발표문에서와 다른 식을 사용합니다. 또 해석은 관의 길이(L)대 반경(R)의 비율이 중요한 역할을 하는데 일반적으로 내압을 받는 line-pipe인 경우 원주 방향대 축방향 응력의 비율이 약 2~1로 되어 $\theta = \pm 54^\circ \sim 57^\circ$ 로 제작되며 여러가지 해석은 이에 근거해야 합니다. 또 지하 저장탱크(원통)인 경우는 통상 rib를 사용하는 고로 해석이 전혀 다른 방향으로 진행됩니다. 또 이러한 관 구조물에 대한 연구는 상당히 정확하게 이루어져 있습니다.

2. 파괴이론에 대하여

최대응력이나 최대변형율이론은 각 응력의 “interaction”이나 “mixed-mode failure”를 고려하지 않아서 문제가 있으나 다른 10여개의 failure criteria는 이 현상들을 다 고려합니다. 이들은 모두

$F_1\sigma_1 + (F_{ij}\sigma_i\sigma_j)^\alpha = 1$ 의 형태인데 $\alpha=1$ 이나 1/2를

* Korea Composites

쓰며 많은 경우에 $F_i=0$ 을 씁니다. F_i 와 F_{ij} 는 각각 1차 및 2차 order의 tensor입니다. Tsai-Wu의 이론은 $\alpha=1$ 인 경우에 해당되는데 plane stress인 경우

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\sigma_6 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{66}\sigma_6^2 = 1$$

로 되며, 이것은 발표논문의 식(4)에 해당됩니다.

여기서 문제는 F_{12} 로서, $F_{12} = F_{12}^* \sqrt{F_{11}F_{22}}$ 로 표시되는데 F_{12}^* 는 2축하중시험에서만 구할 수 있습니다. 믿을 만한 실험 data가 없을 때 $F_{12}^2 < F_{11}F_{22}$ 이면 $F_{12}^* = 0$ 을 사용하고 이 경우 Cowin, Hoffman, Malmeister 및 Tsai-Wu이론이 일치합니다. 1980년에 Tsai와 Hahn은, 믿을만한 data가 없을 때 $F_{12}^* = -0.5$ 를 사용할 것을 제의했습니다. 따라서 식(5)는

$$-0.5 \sqrt{F_L F_L' F_T F_T'} < F_{12} < 0$$

이 되어야 합니다. $-1 < F_{12}^* < 11$ 은 적절치 않습니다.

Tsai-Hill이론은 단일 lamina를 적층(laminate)이론의 기본 단위로 고려하여, 단일 lamina의 4탄성특성으로부터 적층판의 탄성계수, stiffness 및 compliance matrix들을 표준 좌표변환 및 적분으로 계산하고 하중하의 적층변형을 계산한 다음, 각 층의 ϵ_{ij} 를 얻고 이로부터 σ_{ij} 를 얻어서 논문의 식(6)으로 각 “층”의 failure상태를 검토하게 됩니다. 그러나 이론의 주인인 Tsai는 Wu와 함께 1971년에, 이 이론의 결점을 들어 새로운 Tsai-Wu이론을 발표한 것입니다. Tsai-Wu이론의 장점은 다음과 같습니다.

- (가) 좌표변환시 불변량(invariant)이 된다.
- (나) 확립된 tensor법칙에 의하면 변환된다.
- (다) stiffness나 compliance와 유사한 대칭 강도 특성을 갖는다.
- (라) 각 응력요소간에 독립된 interaction을 제

공한다.

Tsai-Hill이론은 각 층에 대한 것으로서 적층 원통의 좌굴에 대해서 어떻게 응용되었는지 납득이 가지 않습니다. 근래에 Tsai는 stress-space가 아닌 strain-space의 강도 이론을 권장하고 있으며 $G_{ij}\epsilon_i\epsilon_j + G_T\epsilon_T = 1$ 로 표시되는 이 이론에서, plane stress인 경우,

$$\begin{aligned} G_{xx} &= F_{xx}Q_{xx}^2 + 2F_{xy}Q_{xx}Q_{xy} + F_{yy}Q_{xy}^2 \\ G_{yy} &= F_{xx}Q_{xy}^2 + 2F_{xy}Q_{xy}Q_{yy} + F_{yy}Q_{yy}^2 \\ G_{xy} &= F_{xx}Q_{xx}Q_{xy} + F_{xy}(Q_{xx}Q_{yy} + Q_{xy}^2) \\ &\quad + F_{yy}Q_{xy}Q_{yy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{ss} &= F_{ss}Q_{ss}^2 \\ G_x &= F_xQ_{xx} + F_yQ_{xy} \\ G_y &= F_xQ_{xy} + F_yQ_{yy} \end{aligned}$$

로 표시됩니다.

Strain space에서의 파괴 envelope를 사용하면,

- (가) 적층해석시에 변형율은 두께에 대한 1차이하의 함수에 불과하다.
- (나) Failure envelope가 strain space에 고정되어서 각각 다른 배향각을 가진 여러 층들과 독립적이다.
- (다) Failure envelope는 재료특성으로 간주될 수 있다.
- (라) 多方向적층판의 각 층의 stress space failure envelope는, 그 적층내의 다른 층들에 종속적이며, 따라서 재료특성일 수 없다.

이상과 같은 이유로 파괴기준은, Tsai-Wu의 strain space에서의 파괴 envelope를 사용할 것을 권장하고 있습니다.

최근에, 접착 및 기계적 연결의 세계적 권위자인 McDonnell Douglas항공사의 Hart-Smith는 섬유보강복합재료에서 섬유, matrix, 또는 interface에 대하여 각각의 failure이론을 필요로 한다고 발표하였습니다(SAMPE Jour. 1992. 11/12호). 금년 5월(1993) 본인이 SAMPE(첨단재료 기술 협회) 38차 국제 심포지움 및 전시회의 Consultant Corner에서 자문 역할을 하고 있을 때

찾아와서 깊은 토론을 했는데 이론적인 타당성도 상당부분 인정되었습니다.

복합 재료의 강도 이론은 강철과 같은 단일 소재에 대한 강도 이론보다 더 발달되었다고 보이며, 파괴이론에 대한 신뢰성 검토 보다는 이론 자체에 대한 논의가 적절하다고 보입니다.

3. 좌굴 강도에 대하여

(가) 복합 재료의 지지 조건은 자유단, 고정 및 단순 지지의 경우 각각 네가지의 다른 조건이 있습니다. Angle-ply된 적층이, $\pm\theta$ 로 된 비대칭인 경우 B_{16} 와 B_{26} 가 나타나고 대칭인 경우 A_{16} , A_{26} , D_{16} 및 D_{26} 가 나타나서 Closed-form Solution은 불가능 합니다. 따라서, Stationary potential energy 원리에 입각한 Ritz방법으로 근사해를 구하게 되는데 이러한 이유 등으로 Vinson은 설계시, (8)(9)식과 유사한 공식을 사용할 경우, 0.75(즉 75%)의 계수를 적용하도록 합니다.(즉 신뢰성 검토는 소재 강도보다 이론식에 주안점을 두어야 합니다.) (8) 및 (8)식은 $\pm\theta$ 역대칭 ply로 구성된 원통의 양단이 S-3 경계조건인 경우의 해로서 "Angle-ply 역대칭 적층판"의 경우의 것이 아닙니다.

(나) (11)식에서 B_{ij} 에는 $(x_1/2)$ 이, D_{ij} 에는 $(x_1/3)$ 가 빠졌습니다.

(다) 식(13)은 "랜덤 변수"가 될 수 없는 각 단일 lamina의 특성입니다.

(라) Q_{12} 의 식이 틀렸습니다.

$$Q_{12} = \frac{\nu_{LT} E_T}{1 - \nu_{LT} \nu_{LT}} \quad \text{또는} \quad \frac{\nu_{TL} E_L}{1 - \nu_{LT} \nu_{LT}}$$
 이어야 합니다.

4. 신뢰성 해석의 대상 선정에 대하여

"2"에서 설명한 바와 같이 식(4) 및 (5)는 비교 대상이 아니고, 신뢰성에 대해서는 근본원리에 초점을 맞추어야 합니다. 또 식(8)과 (9)는 경계조건이나 하중상태에 따라 달라지고(예를 들어 hydrostatic pressure) 그 값 자체의 75%를 사용

하는 것이 원칙입니다. 그런 다음의 층수와 각층의 보강재 종류, 배치등에 대하여 최적화 작업을 하는 것이 관행입니다.

제작과정에서의 불확실성에 대하여는 설계기술자가 물론 각종 micromechanics문제나, 제작과정에 대한 이해는 철저해야 하지만 신뢰성 해석 대상으로 삼지않고 소요강도를 요구하는 방향으로 진행되어야 합니다. 이러한 문제는 지난 2월(1993) Sydney에서 열린 ADVANCED COMPOSITE 93 심포지움 뒤에 본인이 panelist로 참가한 AUSTRALASIA-PACIFIC FORUM ON COMPOSITE MATERIALS AND TECHNOLOGY나 5월(1993)에 미국에서 열린 WILSON FORUM에서 토의되었고, 작년 10월(1992) CANADA에서의 ADVANCED COMPOSITE MATERIALS IN BRIDGES AND STRUCTURES와 12월(1992)에 홍콩에서의 International Conference on Computational Engineering Sciences, 92에서 본인이 사회를 보는 중에서도 논의 되었습니다. 즉 제작 과정의 Know-how나 특성들은 각 회사의 비밀이고 구조기술자는 역학적 및 기타 여러가지의 특성만 요구하면 만들어 준다는 이야기입니다.

재료 전문가들이 재료를 이야기할 때 BASIS란 용어를 씁니다. A BASIS 역학적 특성이란 99% 이상의 값들이 95%이상의 신뢰성을 갖출 때, B BASIS는 적어도 90%의 값들이 95%이상의 신뢰성을 갖출 때, S BASIS는 적절한 해당 기관이나 시방서가 요구하는 최소의 값을 나타내고 Typical Property 값은 통계적 확신이 없는 평균치를 의미합니다. 많은 경우의 건설 관계 설계자는 S BASIS로 만족합니다. 설계자는 역학적 및 기타 특성, 특정 BASIS, 제작 과정(필요시), 품질 관리 기준등을 제시하면 됩니다.

5. 좌굴 신뢰성 해석에 있어 대칭 Angle-Ply의 경우

A_{16} , A_{26} , D_{16} 및 D_{26} 항의 문제를 어떻게 처리했는지 궁금합니다. 또, 극한 하중 P_u 는 무엇을 의미하는지 모호합니다. 복합 적층 재료의 극한 하

중의 개념은 강철과 같은 소재에 대한 개념과 상당히 차이가 있습니다. First Ply failure나, Last Ply failure나, 둘중의 최대치나, Ultimate Based "Limit"나, FPF와 Ultimate의 최소치나 등의 여러가지 개념이 있고, Tasi-Hill 기준을 사용했을 때 적층 응력과 변형률로부터 각 층 변형률을 구하고, 이로부터 각층 응력을 구해서 사용해야 하는데, 이에 대한 절차 설명이 필요합니다. Corss-Ply 대칭인 경우 T_{33} (식9)에서 B_{26} 항이 없는 경우에 해당되는데 변화폭이 Angle-Ply 경우보다 다소 크다는데 의문이 있습니다. 그림 8에서 $N=31$ 로 고정시키고 R/t 를 변화시키는 것이 무슨 의미를 갖는지 의문입니다. $\theta=90^\circ$ 일 때 P_{cr} 가 최대가 된다는 것이 무슨 새로운 의미가 있는지도 밝혀야 겠습니다. 또 그러한 구조가 존재하느냐도 문제입니다.

6. 결론에 대하여

(가) 복합 재료의 파괴 기준들은 강도 신뢰성 해석의 대상이 아닙니다. 지금 권장되는 기준은 Tsai-Wu 기준중에 Strain-Space에 대한 강도이론입니다. 강도 신뢰성이 섬유 배향각과 관련있다는 것은 이해하기 곤란합니다. 이 둘은 최적 설계시 이미 결정되어집니다. 주어진 하중에 가장 적절한 층수와 섬유 종류 및 방향각을 최적화하는 작업은 하지만 강도 신뢰성 검토의 대상은 아닙니다. 최적 설계는 필요한 정도가 아니라 반드시 진행되는 설계과정입니다[3].

(나) "좌굴 신뢰성이 외력, 섬유 배향각, 세장모수비 적층 두께 등에 민감"한 것이 아니라 좌굴 강도가 이들에 의해 좌우됩니다. 이들에 대한 최적

설계는 현재 정확히 수행되고 있습니다.

(다) GFRP(원래 이 GFRP란 단어는 부적당합니다.)에 대한 해석, 설계, 제작 등에 대한 이론은 완전하게 정교합니다. 응력이나 좌굴 정도의 해석 설계 이론 및 방법은 오래 전부터 완성되었고, 각 층 별로 다른 화학 성분의 결합 및 제작 방법 처리를 통해서 열역학적 문제, 잠재 응력 해소 등은 물론 안전계수를 1.2 정도로 낮출 정도로 자신이 있습니다. 재료의 연성이 강철의 1/10 정도 인데도 그렇습니다.

전술한 바와 같이 좌굴이나 응력이 문제되는 것이 아니고 Weeping이 문제였으나 이에 대한 문제도 재료의 적절한 선정으로 해결된지 오래입니다. 본인이 여러 학회에서 수차 이야기 한대로, 일반적으로 HDB로 설계된 단면은 응력이나 좌굴에 소요되는 단면보다 훨씬 더 강한 단면을 이루어 통상 Working Pressure의 4배의 파열강도, 직경의 5% 이내의 변형 등으로 모든 응력, 좌굴문제가 충족된 것으로 판단하고 있습니다.

참 고 문 헌

1. Kim, D.H., *Composite Structures for Civil and Architectural Engineers*, Elsevier Science Publishers Ltd., to be Published, Dec. 1993.
2. Kim, D.H., et al, "Geometric Nonlinear Analysis of Underground Laminated Composite Pipes", 7th International Conference on Composite Materials, Guangzhou, China, 1989.11.
3. Kim, D.H., "Optimization of Composite Material Structures-The State of the Art", Proc. of Korea-Japan Joint Seminar on Structural Optimization, Seoul, Korea, 18-20, May, 1992.