

# 가변주파수 전원으로 구동되는 유도전동기의 불안정 현상에 관한 이론적 해석

(The Theoretical Analysis for Instability of I M Driven by VVVF Source.)

白壽鉉\* · 金 龍\*\*

(Soo-Hyeon Baek · Yong Kim)

## 요 약

본 연구에서는 가변주파수 전압원으로 구동되는 유도전동기의 저속, 경부하시 발생하는 불안정현상에 대한 여러 원인 중 운전조건에 따라 결정되는 전원주파수와 기기 파라미터의 변화에 대해 특성방정식의 대표 근궤적을 구하여 이들이 불안정현상에 미치는 영향을 다루었다.

## Abstract

In this paper, we study the effects that the variations of machine parameters and frequency of which affect the instability occurred in induction motors when operated at low speed or light load, by obtaining the locus of dominant root for the characteristic equation.

## 1. 서 론

종래 산업계에서 속도제어를 필요로 하는 동력 원으로는 주로 직류전동기가 이용되어 왔으며, 유도전동기는 여러 장점을 지니고 있으나 제어 성능이 뒤지는 단점때문에 가변속보다는 정속도분야에 국한되어 사용되어 왔다. 그러나 전력용 반도체소자의 용량증대, 새로운 전력용 반도체소자의 개발 및 농형유도전동기를 중심으로 하는 교류 서보전동기의 고성능 제어법으로 실용화 추세에 있는 벡터제어방식<sup>(1)</sup>이나, Yamamura씨가 제안한 FAM(Field Acceleration Method)이론<sup>(2)</sup>등은

유도전동기의 제어특성을 고성능화하는데 기여할 것으로 기대되고 있다. 이에 따라 유도전동기는 가변속제어범위에 이르기까지 그 응용범위가 확대되는 추세에 있다. 이러한 유도전동기의 여러 응용범위중 컴프레서나 펌프와 같이 정격속도 이하의 저속이나 경부하로 구동되어야 할 경우가 있는데 이때 유도전동기는 결코 바람직하지 않은 불안정현상을 일으키게 된다. 불안정현상은 유도전동기의 특성이나 제어에 악영향을 끼치게 되며, 이에 대해 Koga 등<sup>(3)</sup>은 1차측 저항을 불안정현상의 주 원인으로 보고 1차측 저항이 0인 이상적인 유도전동기(IIM)을 제안한 바 있으며 Robertson 등<sup>(4)</sup>은 회전자의 속도가 정현적인 섭동을

\*正會員：東國大學校 電氣工學科 教授

\*\*正會員：大林專門大學 制御計測科 助教授

接受日字：1993年 3月8日

본 연구는 학교법인 대림학원의 연구비지원에 의해 수행된 것으로 대림학원 관계자 여러분께 깊은 감사를 드립니다.

일으킨다는 가정하에 도출한 등가회로를 이용하여 불안정현상을 예측하고자 하였다. 또한 村井由宏등<sup>(5)</sup>은 철손의 영향과 제어전압원으로 이용되는 인버터의 지연시간(dead time), 인버터의 직류측 필터에 포함된 고조파등이 불안정현상의 원인이 됨을 보고 한 바 있으나 아직까지 이론적으로 명확하게 규명되지 못한 실정에 있다.

따라서 본 연구에서는 위에서 언급한 여러 원 인과는 별도로 유도전동기의 선형화 상태모델을 이용하여 유도전동기의 전원주파수를 가변시키는 경우 및 기기 파라미터가 이론적인 설계치와 오차를 지니는 경우에 대해 특성방정식의 대표 근계적을 구하여 이를 해석하여 주파수의 변화와 각 파라미터 크기의 변화가 유도전동기의 저속 및 경부하시 발생하는 불안정현상에 미치는 영향을 다루고자 한다.

## 2. 유도전동기의 선형화 상태모델

유도전동기의 파라미터는 비선형특성을 지니며, 유도전동기는 비선형파라미터의 곱을 다수 포함하므로 비선형성이 강한 기기라 할 수 있다. 따라서 유도전동기의 동특성은 5차원 비선형 미분방정식으로 표현될 수 있으나 비선형 방정식을 이용하여 유도전동기의 동특성이나 안정도를 해석하기에는 많은 어려움이 따르므로 일반적으로 정상상태 동작점 주위에서 선형화시킨 선형화 방정식을 이용하는 경우가 대부분이라할 수 있다. 또한 d-q축변환을 이용하여 3상 유도 전동기를 2상 유도전동기로 보아 해석하는 것이 가능하다. 식(1), (2)는 동기회전좌표계로 표현한 유도전동기의 모델을 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + (p/\omega_b)X_s & frX_s \\ -frX_s & R_s + (p/\omega_b)X_s \\ (p/\omega_b)X_m & frSX_m \\ -frSX_m & (p/\omega_b)X_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \dots\dots(1)$$

$$T_e = X_m(i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) = 2Hp(\omega_r/\omega_b) + T1$$

.....(2)

여기서  $p=d/dt$  : 미분연산자,  $S=(\omega_e - \omega_r)/\omega_e$   
 : 슬립,  $fr=\omega_e/\omega_b$  : 주파수비  
 $\omega_e$  : 전원각주파수,  $\omega_r$  : 회전각속도,  $\omega_b$   
 : 기준각주파수  
 $V_{qs}, V_{ds}$  : 1차측 전압의 q축, d축 성분  
 $i_{qs}, i_{ds}$  : 1차측 전류의 q축, d축 성분  
 $i_{qr}, i_{dr}$  : 2차측 전류의 q축, d축 성분  
 $R_s$  : 1차측 저항,  $R_r$  : 2차측 저항  
 $X_s$  : 1차측 리액턴스(= $X_{1s}+X_m$ ),  
 $X_r$  : 2차측 리액턴스(= $X_{1r}+X_m$ )  
 $X_{1s}, X_{1r}$  : 1, 2차측 누설리액턴스,  
 $X_m$  : 자화리액턴스,  $T_e$  : 전동기 발생  
 토오크  
 $T1$  : 부하토오크,  $H$  : 관성모멘트

식(1), (2)는 5개의 비선형미분방정식으로 임의의 동작점 주위에서 정상분과 미소변동분을 분리하여 정상상태항을 제거하면 식(1), (2)는 식(3)으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{qs} \\ \Delta V_{ds} \\ 0 \\ 0 \\ \Delta T1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + (p/\omega_b)X_s & frX_s & & & \\ -frX_s & R_s + (p/\omega_b)X_s & & & \\ (p/\omega_b)X_m & frSX_m & & & \\ -frSX_m & (p/\omega_b)X_m & & & \\ X_m i_{dr} & -X_m i_{qr} & & & \\ (p/\omega_b)X_m & frX_m & & & 0 \\ -frX_m & (p/\omega_b)X_m & & & 0 \\ R_r + (p/\omega_b)X_r & frSX_r & & & -(X_m i_{ds} + X_r i_{dr}) \\ -frSX_r & R_r + (p/\omega_b)X_r & & & (X_m i_{qs} + X_r i_{qr}) \\ -X_m i_{ds} & X_m i_{qs} & & & -2Hp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{qs} \\ \Delta i_{ds} \\ \Delta i_{qr} \\ \Delta i_{dr} \\ \Delta \omega_r \\ \omega_b \end{bmatrix} \dots\dots(3)$$

식(3)에 대해 미분연산자가 포함된 항을 분리하여 정리하면 식(3)은 식(4)의 형태로 표현될 수 있다.

$$EpX = FX + U \dots\dots(4)$$

또한 식(4)는 식(5)와 같은 선형 미분방정식의 형태로 변환하는 것이 유도전동기의 해석에 편리

하다.

$$pX = AX + BU = (E^{-1})FX + (E^{-1})U \quad \dots\dots\dots(5)$$

여기서,

$$A = (E^{-1})F \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$B = (E^{-1}) \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$X = [\Delta i_{qs}, \Delta i_{ds}, \Delta i_{qr}, \Delta i_{dr}, \Delta \omega_r / \omega_b] \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$U = [\Delta V_{qs}, \Delta V_{ds}, \Delta V_{qr}, \Delta V_{dr}, \Delta T_1] \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$E = \begin{bmatrix} X_s & 0 & X_m & 0 & 0 \\ 0 & X_s & 0 & X_m & 0 \\ X_m & 0 & X_r & 0 & 0 \\ 0 & X_m & 0 & X_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2H \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$F = \begin{bmatrix} R_s & frX_s & 0 & frX_m & 0 \\ -frX_s & R_s & -frX_m & 0 & 0 \\ 0 & frSX_m & R_r & frSX_r & -(X_m i_{ds} + X_r i_{dr}) \\ -frSX_m & 0 & -frSX_r & R_r & (X_m i_{qs} + X_r i_{qr}) \\ X_m i_{dr} & -X_m i_{qr} & -X_m i_{ds} & X_m i_{qs} & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(11)$$

식(5)는 선형화된 벡터-행렬미분방정식으로 X는 선형시스템의 상태벡터, U는 구동함수가 된다. 만약 구동함수 U가 0을 만족한다면 식(5)는 비강제 선형미분방정식으로 선형미분방정식의 해는  $X = \exp(At)K$ 로 된다. 여기서 K는 초기조건에 따라 결정되는 벡터이며, 또한  $\exp(At)K$ 는 상태천이행렬로 시스템의 비강제 응답을 나타낸다. 시간이 무한대로 접근함에 따라 천이행렬의 모든 요소들이 점근적으로 0에 수렴된다면 국부적인 안정이 이루어지며 이는 특성방정식의 모든 근들이 (-)의 실수부를 갖게 됨을 의미한다. 여기서 시스템의 특성방정식은 식(12)로 정의된다.

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

식(12)에서 A는 식(6)으로 표현된 시스템 행렬, I는 단위행렬, λ는 특성방정식의 근으로 시스템의 고유치를 나타내며 이를 해석하여 시스템의 안정을 판단할 수 있게 된다.

### 3. 유도전동기의 안정도 해석

유도전동기는 저속운전이나 경부하운전, 부하조건이 변하거나 설계시 부적절하게 설정된 파라미터 또는 인버터로 구동되는 경우 인버터의 출력주파수가 낮아지거나 인버터 상하 아암의 단락, 인버터의 직류측 필터에 포함된 고조파동이 원인

이 되어 불안정현상을 일으키게 된다. 이에 대해 여러 개선방안이 제안되고 있으나 본 연구에서는 유도전동기의 전원 주파수가 가변되는 경우와 파라미터의 이론적인 설계치와 실제 제작치사이의 오차가 불안정현상에 미치는 영향을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 파악하고자한다. 즉 식(5)로 표현된 유도전동기의 선형화 상태모델에 대해 주파수비 fr을 운전조건에 따라 가변하는 경우와, 1차 축저항 Rs, 2차축 저항 Rr 및 리액턴스 Xs, Xr의 설계치가 이론적인 설계치와 오차를 지니게 될 때 식(12)로 표현된 특성방정식의 근을 도출하고 이중 대표근의 궤적을 구함으로써 주파수비의 변화나 각 파라미터의 변화에 대한 유도전동기의 안정여부를 판단할 수 있게 된다.

표1은 시뮬레이션에 사용된 시험전동기의 이론적인 설계치를 나타낸다.

#### 3.1 주파수비 변화의 영향

가변주파수전원으로 유도전동기를 구동할 경우 저주파수 영역에서 자속의 포화로 인하여 유도전동기의 제어성능이 악화된다. 본 연구에서는 이의 방지를 위해 정격속도, 정격토크에서 정격쇄교자속을 발생할 수 있도록 전원전압에 대해 식(13)을 적용하여 이를 보상하기로 한다.<sup>(4)</sup>

$$V = V_k + frV_m \quad \dots\dots\dots(13)$$

그림1은 주파수비 fr을 변수로 시스템행렬 A에 대한 특성방정식의 대표 근궤적을 나타낸 것으로 주파수비 fr이 0.29에서 0.36의 범위에 있을 때 불안정운전이 이루어짐을 알 수 있다. 본 연구에서는 2개의 안정동작점 (a), (c) 및 불안정동작점 (b)를 대상으로 기기 파라미터의 설계치에 대해 안정여부를 파악하고자 한다.

그림 2는 기기파라미터의 크기를 이론적인 설계치로 하는 경우로 주파수비 fr이 0.25인 경우 대표근의 크기가  $-0.0045 \pm 0.1924i$ , 주파수비 fr

表 1. 시험전동기의 이론적인 설계치  
Table 1. The theoretical value for test motor

Rs	0.025 [P. U]	Xm	3.5 [P. U]
Rr	0.015 [P. U]	Vm	1.0 [P. U]
Xls	0.1 [P. U]	Vk	0.025 [P. U]
Xlr	0.1 [P. U]	H	0.1 [Sec]

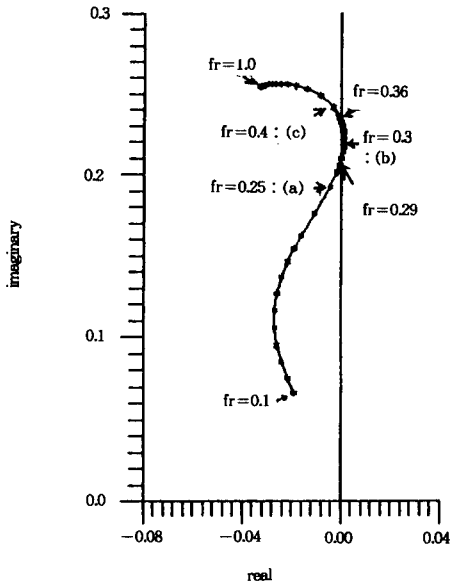


그림 1. 주파수비  $fr$ 에 대한 특성방정식의 대표근궤적  
 Fig. 1. The dominant root locus of characteristic equation for frequency ratio.

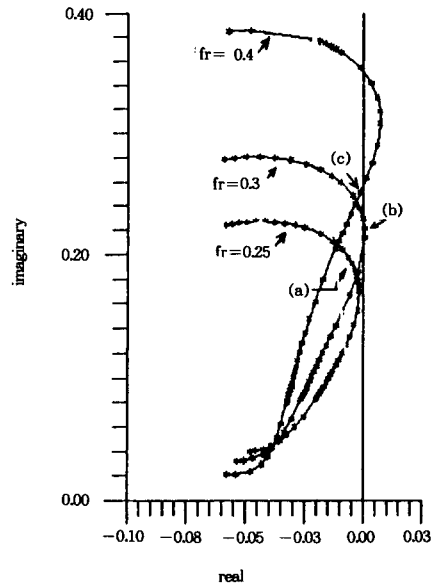


그림 2. 주파수비  $fr=0.25, 0.3, 0.4$  일 경우의 대표근궤적  
 Fig. 2. The dominant root locus for  $fr=0.25, 0.3, 0.4$  (parameters : theoretical value)

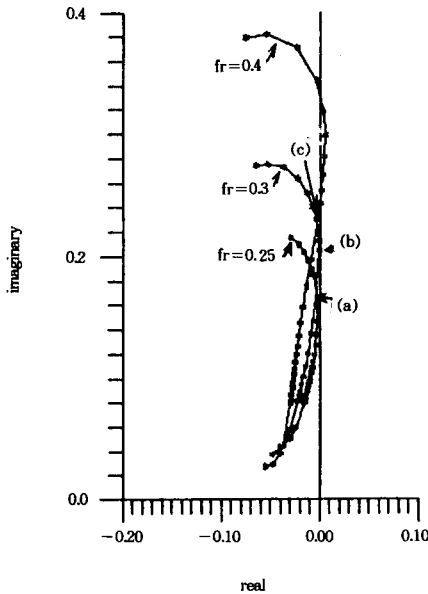


그림 3.  $R_s$ 가 20[%] 증가될 경우의 대표근궤적  
 Fig. 3. The dominant root locus for  $R_s$  increasing 20 [%]

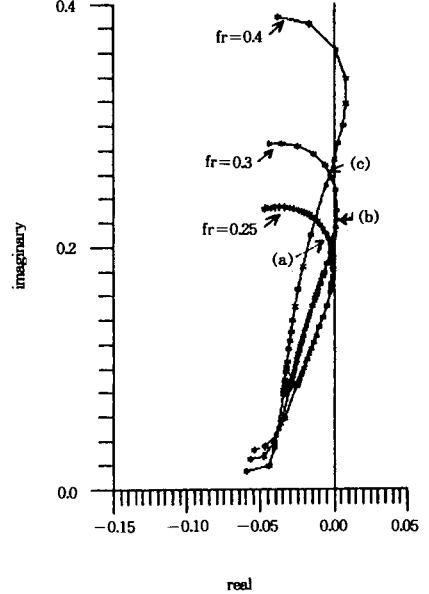


그림 4.  $R_s$ 가 20[%] 감소될 경우의 대표근궤적  
 Fig. 4. The dominant root locus for  $R_s$  decreasing 20 [%]

이 0.4인 경우  $-0.0031 \pm 0.2415i$ 로 안정운전이 이루어지나 주파수비  $fr$ 이 0.3인 경우  $0.0008 \pm 0.2137i$ 로 불안정하게 됨을 알 수 있다.

### 3.2 기기 파라미터의 영향

실체에 있어서 기기 파라미터의 크기를 이론적인 설계치와 정확하게 일치시킨다는 것은 매우

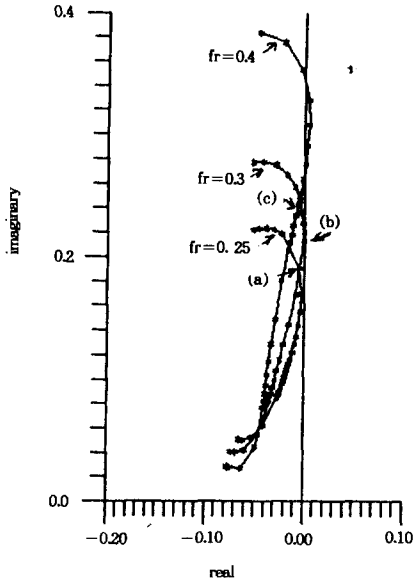


그림 5.  $Rr$ 이 20[%] 증가될 경우의 대표근궤적  
Fig. 5. The dominant root locus for  $Rr$  increasing 20[%]

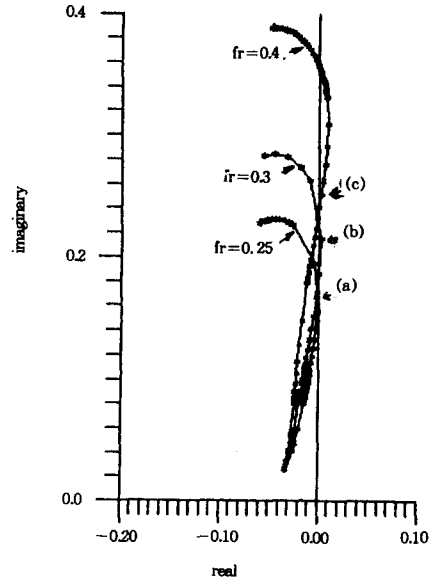


그림 6.  $Rr$ 이 20[%] 감소될 경우의 대표근궤적  
Fig. 6. The dominant root locus for  $Rr$  decreasing 20[%]

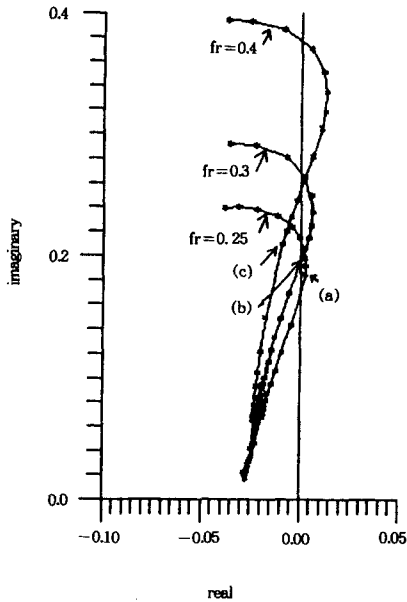


그림 7.  $X_{ls}, X_{lr}$ 이 50[%] 증가될 경우의 대표근궤적  
Fig. 7. The dominant root locus for  $X_{ls}, X_{lr}$  increasing 50[%]

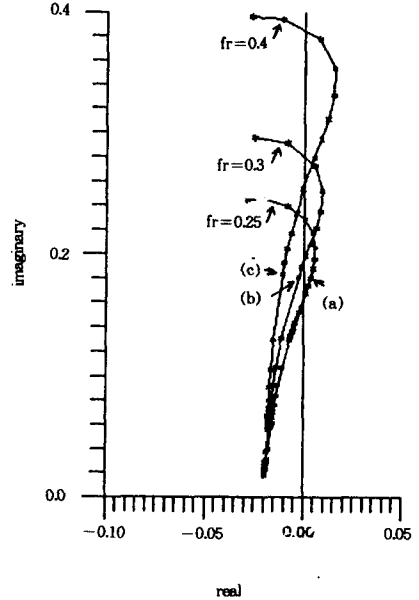


그림 8.  $X_{ls}, X_{lr}$ 이 200[%] 증가될 경우의 대표근궤적  
Fig. 8. The dominant root locus for  $X_{ls}, X_{lr}$  increasing 200[%]

근관한 일이며 그 결과 이론적인 설계치와 제작치 사이에는 다소의 오차가 포함된다. 따라서 본 연구에서는 오차의 범위를  $\pm 20$ [%]로 가정하고

이 범위내에서 기기파라미터의 크기가 변한다고 보고 안정에 대한 해석을 하기로 한다.

1) 고정자 저항의 영향

그림 3은 1차측 저항  $R_s$ 가 이론적인 설계치에 비해 20(%) 증가된 경우의 대표근 제적으로 주파수비  $fr$ 이 0.25, 0.4인 경우 대표근의 크기는  $-0.0007 \pm 0.1847i$ ,  $-0.0019 \pm 0.2338i$ 로 안정운전이 이루어지며 불안정동작점인 주파수비  $fr$ 이 0.3인 경우에 있어서도  $-0.0008 \pm 0.2055i$ 로 안정운전이 이루어짐을 알 수 있다.

그림 4는 1차측 저항  $R_s$ 가 이론적인 설계치에 비해 20(%) 감소된 경우로 주파수비  $fr$ 이 0.25, 0.4인 경우 대표근의 크기는  $-0.0019 \pm 0.2006i$ ,  $-0.0055 \pm 0.2496i$ 로 안정운전이 이루어지나 주파수비  $fr$ 이 0.3인 경우  $0.0021 \pm 0.2225i$ 로 되어 더욱 불안정하게 됨을 알 수 있다.

### 2) 2차측 저항의 영향

그림 5는 2차측 저항  $R_r$ 이 이론적인 설계치에 비해 20(%) 증가된 경우로 주파수비  $fr$ 이 0.25, 0.4인 경우 대표근의 크기는  $-0.0047 \pm 0.1906i$ ,  $-0.0069 \pm 0.2425i$ 로 안정운전이 이루어지며, 불안정 동작점인 주파수비  $fr=0.3$ 인 경우에도 대표근의 크기가  $-0.0007 \pm 0.213i$ 로 되어 안정운전이 이루어짐을 알 수 있다.

그림 6은 2차측 저항  $R_r$ 을 이론적인 설계치에 비해 20(%) 감소시킨 경우로 주파수비  $fr$ 이 0.25 일 때  $-0.0039 \pm 0.1946i$ 의 대표근을 갖게 되어 안정운전이 이루어지나 주파수비  $fr$ 이 0.3, 0.4인 경우  $0.0025 \pm 0.2146i$ ,  $0.0007 \pm 0.2406i$ 의 대표근을 갖게 되어 불안정운전이 이루어짐을 알 수 있다.

### 3) 누설리액턴스의 영향

그림 7은 1, 2차측 누설리액턴스  $X_{1s}$ ,  $X_{1r}$ 을 이론적인 설계치에 비해 50(%) 증가시킨 경우로 주파수비  $fr$ 이 0.4인 경우  $-0.0045 \pm 0.1924i$ 에서  $-0.0092 \pm 0.2094i$ 로 되어 안정운전이 이루어지나 주파수비  $fr$ 이 0.25, 0.3인 경우 대표근이  $-0.0045 \pm 0.1924i$ 에서  $0.0026 \pm 0.1846i$ ,  $0.0008 \pm 0.2137i$ 에서  $0.0010 \pm 0.1982i$ 로 되어 불안정하게 됨을 알 수 있었다.

그림 8은 1, 2차측 누설리액턴스  $X_{1s}$ ,  $X_{1r}$ 을 이론적인 설계치에 비해 200(%) 증가시킨 경우로 주파수비  $fr$ 이 0.3인 경우  $0.0008 \pm 0.2137i$ 에서  $-0.0029 \pm 0.1805i$ 로, 주파수비  $fr$ 이 0.4인 경우

$-0.0109 \pm 0.1827i$ 로 되어 안정운전이 이루어지나 주파수비  $fr$ 이 0.25인 경우  $0.0022 \pm 0.1732i$ 로 불안정하게 됨을 알 수 있다.

## 4. 비교 및 검토

본 연구에서는 가변주파수 전압원으로 구동되는 유도전동기에 대해 저속, 경부하시 발생하는 불안정현상의 여러 원인중 운전조건에 따른 유도전동기의 전원주파수의 변화와 설계시 부적절하게 선택된 파라미터를 대상으로 이들이 유도전동기의 불안정현상에 미치는 영향을 고찰하였다. 그 결과 시험기의 경우 주파수비  $fr$ 을 0.29에서 0.36의 범위로 할 때 불안정현상이 발생하게 됨을 알 수 있었다. 안정동작점이라 할 수 있는 주파수비  $fr=0.25, 0.4$ 의 경우 1차측 저항의 변화는 주파수비에 따라 동작점의 이동에 다소의 차이가 있으나 불안정동작점이라 할 수 있는 주파수비  $fr=0.3$ 의 경우 1차측 저항의 증가로 인하여 동작점이 안정영역으로 이동하여 안정운전이 이루어졌으며, 1차측 저항이 감소됨에 따라 더욱 불안정한 운전이 이루어짐을 알 수 있었다.

2차측 저항의 증가 역시 안정, 불안정동작점 모두를 보다 안정한 영역으로 이동시키게 되며, 2차측 저항의 감소는 불안정 동작점의 경우 동작점을 더욱 불안정한 영역으로 이동시키게 되나 안정 동작점의 경우 주파수비에 따라 동작점의 이동에 차이가 발생함을 알 수 있었다.

또한 누설리액턴스의 증가는 주파수비  $fr$ 이 0.4인 경우 동작점의 이동에 영향을 거의 미치지 못하나 주파수비  $fr$ 이 0.25, 0.3인 경우 동작점의 이동에 큰 영향을 미치게 됨을 알 수 있었다.

## 5. 결 론

유도전동기 전원주파수의 가변과 기기 파라미터의 변화로 인한 유도전동기의 불안정현상을 고찰하여 본 결과 다음과 같은 내용을 알 수 있었다.

1) 1차측 저항의 크기가 이론적인 설계치에 비해  $\pm 20(\%)$ 이내의 오차를 지날 때 안정동작점

의 경우 1차측 저항의 증감에 큰 영향을 받지 않는다.

그러나 불안정 동작점의 경우 1차측 저항의 크기가 증가됨에 따라 안정영역으로 이동하며, 1차측 저항이 감소됨에 따라 기기는 더욱 불안정하게 알 수 있었다.

2) 2차측 저항의 크기가 이론적인 설계치로부터  $\pm 20[\%]$ 의 오차를 지닐 때 2차측 저항이 증가됨에 따라 모든 동작점이 보다 안정한 영역으로 이동하게 되나, 2차측 저항이 감소되는 경우 주파수비에 따라 동작점의 이동에 차이가 발생하게 된다.

3) 누설리액턴스의 증가로 인한 동작점의 이동 또한 주파수비에 따라 차이가 발생하게 된다.

따라서 유도전동기의 불안정현상을 개선하기 위한 방법의 하나로 기기의 파라미터를 증감시키는 경우 동작주파수에 대한 파라미터 증감의 영향을 미리 검토하는 것이 바람직하며 앞으로 본 연구에서 이론적으로 검토한 내용에 대해 실험적

인 고찰을 통하여 확인하여야 할 것으로 생각된다.

### 참 고 문 헌

- 1) F. Blasche, "The principle of field orientation as applied to the new transvector closed-loop control system for rotating field machines", Siemens Rev., vol 34. pp.217~220, 1972.
- 2) Sakae Yamamura et al., "Voltage type control of induction motor by means of field acceleration method", JIEE-B, vol. 104, no. 7, pp.449~453, 1984.
- 3) K. Koga et al., "Achievement of high performance for general purpose inverter drive induction motor system", IEEE Ind. Soci., 1989 Ann. Conf. Rec., pp.415~425, 1989.
- 4) N. Ramesh and S. D. T Robertson, "Induction machine instability predictions-based on equivalent circuits", IEEE Trans., PAS-92, pp.801~806, 1973.
- 5) 村井由宏 et al., "PWM インバータで駆動される誘導電動機の安定性について", 日本電気學會 論文誌 B-60, pp.467~474, 1985.