

2자유도 채터진동의 특성에 관한 연구

김정석*, 강명창**, 김병룡**

A Study on the Chatter Vibration of Two Degree of Freedom Systems

Jeong-Suk Kim*, Myeong-Chang Kang**, Byeong-Ryoung Kim**

ABSTRACT

Three dimensional cutting is considered as an equivalent orthogonal cutting through the plane containing both the cutting velocity vector and the chip flow velocity vector in dynamic cutting process. An analytical expression of dynamic cutting force is obtained from the cutting parameters determined by the static cutting. Particular attention is paid to the energy supplied to the vibratory system of cutting tool with two degree of freedom. In this approach, the phase lag of the horizontal vibration of the tool behind the vertical vibration and the direction angle of the fluctuating cutting force is considered in point of stability limits. Chatter vibration can be effectively suppressed by relatively increasing the spring constant and the damping coefficient of the cutting system in the vertical cutting force direction. A good agreement is found between the stability limits predicted by theoretical value and experimental results.

Key Words : Chatter Vibration (채터진동), Three-Dimensional Cutting (3차원 절삭), Lumped Parameter System (집중 변량계), Exciting Energy (가진 에너지), Critical Width of Cut (한계 절삭폭)

1. 서 론

채터진동은 가진력이 계의 운동매개변수인 변위와 속도, 가속도의 함수이기 때문에 운동자체가 가진력을 발생시키는 자력진동(Self-Excited Vibration)이다. 자력진동의 해석은 변동절삭력을 발생하는 동적절삭공정과 진동이 발생하는 공작기계 구조동특성으로 구성된 폐루프계로 취급하여 이의 수학적 모델을 통한 절삭작업의 동적안정성을 평가하는 것이 기본적 방향이다(1-3). 본 연구는 절삭가공에서 동적안정성과 밀접한 관계가 있는 채터진동의 특성을 파악하기 위하여 일반적인 절삭형태

인 3차원 절삭을 절삭속도방향과 칩유동방향을 포함하는 면 내에서 2차원화(4)하고 채터진동 중에 절삭력합력의 크기와 방향이 변하는 동특성을 고려하여 단순히 3차원 정적 절삭실험만으로 결정될 수 있는 절삭변수로 표현되는 동적 절삭력을 해석적으로 구한다. 진동계는 공작물에 비해 공구의 강성이 상대적으로 작은 절삭작업을 취하고 전달함수 개념과 공구계에 유지되는 에너지상태를 이용하여 채터발생 임계점과 관련된 변수들의 특성을 파악한다. 이를 이용하여 절삭조건의 변화에 대응한 절삭가공에서 채터의 발생이 없는 한계절삭폭을 이론적으로 결정하고, 절삭실험을 통하여 타당성을 밝힌다. 따

* 부산대학교 정밀기계공학과 (정회원), 부산대 기계기술연구소

** 부산대학교 정밀기계공학과 대학원

라서 절삭공정의 안정성을 보장하는 작업조건을 제시하고 또한 공작기계 설계에서 일정수준의 절삭조건에 대한 동적안정성을 보장하는 공작기계 기계요소들의 규격 결정에 효과적인 정보를 제공한다.

2. 3차원 절삭 모델링

소성역학적으로 2차원 절삭은 평면변형 문제이고, 일반적으로 3차원 절삭은 입체변형 문제이기 때문에 양자는 본질적으로 다르다. 그러나 3차원 절삭기구를 항목 조건, 평형조건, 유동법칙, 가공경화성 등을 고려한 기초방정식에서 출발하여 소성역학적으로 엄밀하게 해석하는 것은 아주 곤란하다. 따라서 화이트에 의한 3차원 선삭의 경우에 전단유동방향과 절삭속도방향을 포함하는 면 내의 2차원 절삭적 변형이 절연의 각 부분에서 절삭두께는 다르지만 동일한 유효전단각을 가진 2차원 절삭이 중첩된 것처럼 절삭상태를 가정할 수 있다⁽⁵⁾. 그러므로 Fig. 1과 같이 직선인 주절연날이 주로 절삭하는 공구에 의한 3차원 절삭에서 절삭속도방향과 전단유동방향을 포함하는 면 내에서 2차원화 시킬 수 있다.

Fig. 1의 Z는 공구의 축방향, XZ평면은 절삭속도 벡터 V_t 에 수직인 평면이고 $X_2'OZ_2'$ 는 공구의 경사면을 이루며, OX_2' 은 주절연 OZ_2' 에 수직인 방향이고, i 는

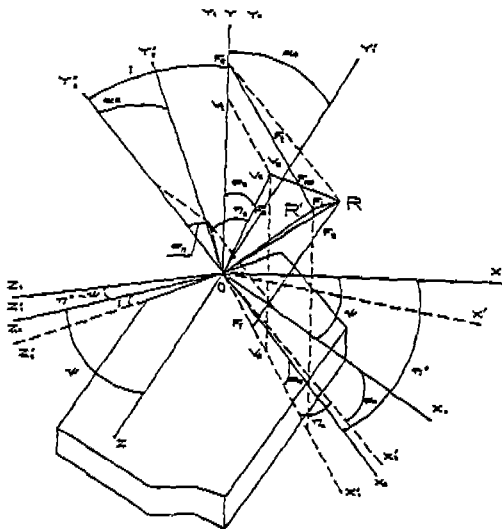


Fig. 1 The relation of cutting forces and tool angles in three-dimensional cutting

주절연 경사각(Inclination Angle of Main Cutting Edge)이다. 공구경사면에서 칩유출속도방향을 XZ평면에 투영시킬 때 나타나는 X_1 축은 X축과 η^* 의 각도를 가진다. 정적 3차원 절삭력합력 R은 공구경사면에서 칩유동방향의 마찰력 F_t 와 공구경사면에 수직인 수직분력 F_n 으로 분해할 수 있고, 전단면에서 전단방향의 전단분력 F_s 와 전단면에 수직인 수직분력 F_{ns} 로 분해 가능하다. 또한, 절삭방향의 분력 F_c 와 절삭날에 평행하게 작용하는 횡분력 F_1 그리고 추력 F_2 로 분해할 수 있다. 여기서 횡분력 F_1 은 주절연각의 일반적인 사용영역에서는 무시할 수 있으므로 절삭속도방향과 칩유동방향을 포함하는 면 내에서 절삭력합력 R'과 정적 3차원 절삭력합력 R은 동일하다고 가정할 수 있다. 절삭이 진행되는 동안 피삭재의 변형상태에 따라 칩유동방향은 변화한다. 그러나 본 연구에서는 칩유동각은 주절연 경사각과 동일하다는 Stabler의 실험결과를 적용하였고, Colwell과 Usui 등에 의하여 제시된 방법에서 결정된 식과 절삭변수를 사용하였다⁽⁶⁾.

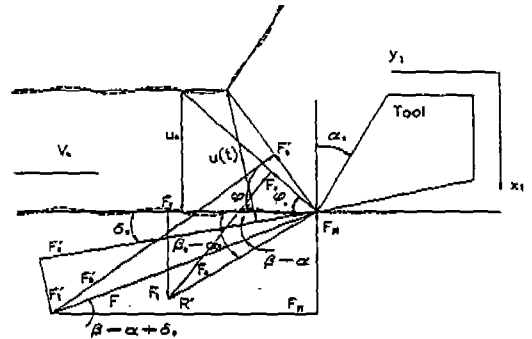


Fig. 2 Cutting forces of static and dynamic cutting for equivalent orthogonal cutting

공구와 공작물간의 상대진동에 의한 기하학적 관계를 Fig. 2와 같이 나타낼 때 유효전단각 ϕ_e 는 Fig. 1에서 다음과 같이 주어진다.

$$\phi_e = \sin^{-1} \left[\frac{\cos \eta_s \cos \alpha_s}{\cos \eta_c \cos \alpha_n} \sin \phi_n \right] \quad (2.1)$$

여기서 η_s 는 전단유동방향각, α_s 는 유효경사각, 절삭비 r_c 를 이용한 수직전단각 ϕ_n , 공구경사면에서 측정되는 칩유동방향각 η_c 그리고 α_n 은 수직경사각으로 아래와 같이 표현된다.

$$\eta_s = \tan^{-1} \quad (2.2)$$

$$\cos\alpha_n / \cos\alpha_e + \psi$$

$$\left[\frac{\tan i \cos(\varphi_n - \alpha_n) - \tan \eta_c \sin \varphi_n}{\cos \alpha_n} \right]$$

$$\alpha_e = \sin^{-1} [\cos^2 i \sin \alpha_n + \sin^2 i] \quad (2.3)$$

$$\varphi_n = \tan^{-1} \left[\frac{r_c \cos \alpha_n}{1 - r_c \sin \alpha_n} \right] \quad (2.4)$$

Fig. 2의 기하학적 관계를 만족하는 동적절삭력은 절삭이 진행되는 동안 전단변형이 아주 얇게 이루어지는 조건으로부터 (7) 동적절삭력과 절삭력계수(Cutting Coefficient)들은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$F_{x1}(t) = \tau_s b \lambda_{sx1} (u_0 + x_1(t) - x_1(t-T)) + \lambda_{dx1} \dot{x}_1(t) - \lambda_{dx2} \dot{y}_1(t) \quad (2.5)$$

$$F_{y1}(t) = \tau_s b \lambda_{sy1} (u_0 + x_1(t) - x_1(t-T)) + \lambda_{dy1} \dot{x}_1(t) - \lambda_{dy2} \dot{y}_1(t) \quad (2.6)$$

여기서

$$\lambda_{sx1} = \frac{2 \sin(K-2\varphi_e)}{\sin K - \sin(K-2\varphi_e)}$$

$$\lambda_{dx1} = \frac{u_0}{V_0} \frac{\cos \varphi_e}{\sin(K-2\varphi_e) \cos(K-\varphi_e)}$$

$$\lambda_{dx2} = 2u_0 C_v \left[\frac{\cot(K-2\varphi_e) \sin K}{\sin K - \sin(K-2\varphi_e)} \right]$$

$$\lambda_{dy1} = \frac{u_0}{V_0} \frac{\sin \varphi_e}{\cos(K-2\varphi_e) \cos(K-\varphi_e)}$$

$$\lambda_{dy2} = 2u_0 C_v$$

$$\left[\frac{1 - \sin K \sin(K-2\varphi_e)}{[\sin K - \sin(K-2\varphi_e)] \cos(K-2\varphi_e)} \right]$$

그리고 전단응력 τ_s 과 언컷칩두께 u_0 는 다음과 같이 주어진다.

$$\tau_s = \frac{F_s}{A_s}, \quad u_0 = \frac{f_0 \cos \phi}{\cos(\eta^* - \phi)} \quad (2.7)$$

여기서 A_s : 전단면적, F_s : 전단력, f_0 : 이송량, ϕ : 횡절인각, b : 절삭폭, C_v : 절삭상수, η^* : $\cos^{-1}[\cos \eta_c$

3. 채터 진동기구 해석

Fig. 3과 같이 공구계는 2자유도의 집중 변량계(Lumped Parameter System)로 취급될 수 있다.

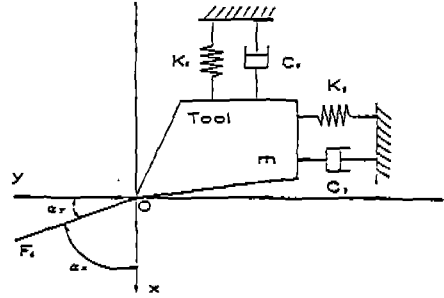


Fig. 3 Vibratory system of cutting tool

즉, 하나의 집중질량으로 구성되고 주분력방향과 이송분력의 방향으로 진동하는 시스템을 형성한다. 3차원 절삭가공에서 공구의 이송방향(x)과 주분력방향(y)에 대한 동적 절삭력식을 식(2.5)와 (2.6)을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$F_x(t) = F_{x1}(t) \cos \eta^*, \quad F_y(t) = F_{y1}(t) \quad (3.1)$$

동적절삭력은 공구와 공작물간의 상대변위가 일정할 때 발생하는 정적절삭력성분과 공구와 공작물의 상대진동에 의한 절삭량의 변동에 따라 발생하는 변동절삭력성분의 합으로 다음과 같이 구성된다.

$$F_x(t) = F_{ox} + F_{dx}(t), \quad F_y(t) = F_{oy} + F_{dy}(t) \quad (3.2)$$

여기서

$$F_{ox} = \tau_s b \lambda_{sx1} u_0 \cos \eta^*$$

$$F_{oy} = \tau_s b \lambda_{sy1} u_0$$

따라서 절삭력의 변동에 의하여 발생하는 변동절삭력 성분 $F_{dx}(t)$, $F_{dy}(t)$ 는 주어진 좌표계에 따라 다음과 같이 주어진다.

$$F_{dx}(t) = -\tau_s b \lambda_{sx1} (x(t) - x(t-T)) + \lambda_{dx1} \dot{x}(t) - \lambda_{dx2} \dot{y}(t) \quad (3.3)$$

$$F_{dy}(t) = -\tau_s b \lambda_{sy1} (x(t) - x(t-T))$$

$$+ \lambda_{dy1} \dot{x}(t) - \lambda_{dy2} \dot{y}(t)) / \cos \eta^* \quad (3.4)$$

그러므로 변동절삭력에 의한 x, y 방향의 공구진동에 대한 운동방정식은

$$m_x \ddot{x} + C_x \dot{x} + K_x x = F_{dx}(t) \quad (3.5)$$

$$m_y \ddot{y} + C_y \dot{y} + K_y y = F_{dy}(t) \quad (3.6)$$

절삭속도방향과 전단유동방향을 포함하는 면 내에서 전회 절삭시의 진동과 현재 절삭시의 진동은 크기가 설정절삭깊이에 비하여 작은 값을 갖고 단순조화진동 (Single Harmonic Oscillation) 을 한다고 가정하면 이송방향과 주분력방향에 대한 진동변위는 다음과 같이 표현 가능하다.

$$x(t) = x_0 \cos \omega t, \quad x(t-T) = x_0 \cos(\omega t - \theta) \quad (3.7)$$

$$y(t) = y_0 \cos(\omega t + \gamma), \quad y(t-T) = y_0 \cos(\omega t + \gamma - \theta) \quad (3.8)$$

여기서 x_0, y_0 는 이송방향과 주분력방향의 진동진폭, T는 공작물의 회전주기, θ 는 진동변위 $x(t)$ 와 $x(t-T)$ 사이의 위상차, γ 는 x, y방향 진동변위간의 위상차이고 ω 는 채터주파수이다. 동적절삭상태의 안정성이 깨어지는 경계에서는 다음과 같이 현재 절삭시의 진폭과 이전 절삭시의 진폭이 같게 되는 안정경계조건이 성립하게 된다.

$$|x(t)| = |x(t-T)|, \quad |y(t)| = |y(t-T)| \quad (3.9)$$

식(3.7)에서 전회 절삭시의 진동변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x(t-T) = x_0 \cos \omega t \cos \theta - x_0 \sin \omega t \sin \theta = x(t) \cos \theta - \dot{x}(t) \sin \theta / \omega \quad (3.10)$$

따라서 식(3.10)을 식(3.3), (3.4)에 대입하면 변동절삭력은 다음과 같다.

$$F_{dx}(t) = -\tau_s b \lambda_{sx1} (x(1 - \cos \theta) + \dot{x}(\sin \theta / \omega + \lambda_{dx1}) - \lambda_{dx2} \dot{y}) \quad (3.11)$$

$$F_{dy}(t) = -\tau_s b \lambda_{sy1} (x(1 - \cos \theta) + \dot{x}(\sin \theta / \omega + \lambda_{dx1}) - \lambda_{dy2} \dot{y}) / \cos \eta^* \quad (3.12)$$

식(3.11), (3.12)에서 보이는 것과 같이 자려진동에 의해 발생된 가진력은 x, y방향 진동변위간의 위상차

γ 와 $x(t), x(t-T)$ 의 위상차 θ 에 의해서 그 크기가 달라지고 있다. 자려진동계는 진동 중에 가진력에 의한 한 주기 동안 유입되는 가진에너지에 따라서 동적안정성이 결정된다고 할 수 있다.

Fig. 3과 같이 공구에 크기와 방향을 가지고 있는 변동절삭력 F_d 가 작용하고 있고, α_x, α_y 는 이송분력방향과 주분력방향에 대한 각각의 방향각일 때 변동절삭력 F_d 에 의한 공구의 진동방향은 변동절삭력 F_d 의 방향과 일치한다고 가정하면 변동절삭력에 의해 공구계에 유기되는 에너지성분은 이송방향과 주분력방향 가진에너지의 힘으로 정의된다. 즉,

$$E = E_x + E_y = \int_0^T (F_{dx}(t) + F_{dy}(t)) \cdot (x(t) + y(t)) dt = -\tau_s b \pi (\lambda_{sx1} x_0^2 \sin \theta + \lambda_{sx1} \lambda_{dx1} \omega x_0^2 - \lambda_{sx1} \lambda_{dx2} \omega x_0 y_0 \cos \gamma + \lambda_{sy1} y_0 x_0 \sin \gamma (\cos \theta - 1) / \cos \eta^* + \lambda_{sy1} y_0 x_0 \cos \gamma (\sin \theta + \lambda_{dy1} \omega) / \cos \eta^* - \lambda_{sy1} \lambda_{dy2} \omega y_0^2 / \cos \eta^*) \quad (3.13)$$

여기서 E_x, E_y 는 한주기동안 공구계의 이송방향과 주분력방향으로 유기되는 에너지이다.

3차원 절삭가공에서 채터발생 조건에 대한 한계절삭폭의 관계식은 공구진동방향에 대하여 이송방향과 주분력방향 진동진폭의 비에 대한 식으로 전개 가능하다(부록 참조). 동적 절삭상태의 안정성이 깨어지는 경계는 부록에서 표현된 식(A. 14)에서 얻어지는 재생효과를 고려한 응답비와 식(A. 15)에서 얻어지는 진폭비가 같을 때 결정된다.

$$\text{즉 } G_2(\omega) + iH_2(\omega) = G_1(\omega) + iH_1(\omega) \quad (3.14)$$

$$\text{그러므로 } G_2(\omega) = G_1(\omega) \quad (3.15)$$

$$H_2(\omega) = H_1(\omega) \quad (3.16)$$

식(3.15)와 (3.16)을 정리하면 절삭폭 b에 대한 2차 식으로 전개되며 안정성이 깨어지는 조건을 만족하는 3차원 절삭가공의 한계절삭폭에 대한 식은 다음과 같이 표현된다.

$$b_{cr} = \frac{S_{13} S_{R1} - S_{R3} S_{11}}{S_{11} S_{R2} - S_{R1} S_{12}} \quad (3.17)$$

여기서

$$S_{R1} = G_2(\omega) N_1^2 + G_2(\omega) N_R^2 + N_R D_R + N_1 D_1$$

$$\begin{aligned}
 S_{R2} &= -2G_2(\omega)N_R - D_R - N_R \\
 S_{R3} &= G_2(\omega) + 1 \\
 S_{11} &= H_2(\omega)N_1^2 + H_2(\omega)N_R^2 - N_1D_R + N_RD_1 \\
 S_{12} &= -2H_2(\omega)N_R + N_1 - D_1 \\
 S_{13} &= H_2(\omega)
 \end{aligned}$$

식(3.17)은 아직 결정되지 않은 ω , θ , γ 와 α_x , α_y 의 값을 포함하고 있다. 따라서 이들 변수의 값을 결정하기 위하여 식(3.13)으로부터 동적안정성과 관계있는 공구진동방향으로 유기되는 가진에너지를 고려하면,

$$E = F_d^2 (E_1E_4 + E_2E_5 + E_3E_6) \quad (3.18)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 E_1 &= -\tau_s b \pi \lambda_{sx1}(\sin\theta + \lambda_{dy1}\omega) \\
 E_2 &= -\tau_s b \pi (-\lambda_{sx1}\lambda_{dx2}\omega\cos\gamma + \lambda_{sy1}\sin\gamma \\
 &\quad (\cos\theta - 1)/\cos\eta^* + \lambda_{sy1}\cos\gamma(\sin\theta + \\
 &\quad \lambda_{dy1}\omega)/\cos\eta^*) \\
 E_3 &= \tau_s b \pi \lambda_{sy1}\lambda_{dy2}\omega / \cos\eta^* \\
 E_4 &= \frac{\cos^2\alpha_x((1-r_x^2)^2 + (2r_x\zeta_x)^2)}{K_x^2((1-r_x^2)^2 + (2r_x\zeta_x)^2)} \\
 E_5 &= \frac{\cos^2\alpha_y((\cos\gamma(1-r_y^2) - 2\sin\gamma r_y\zeta_y)^2 + \\
 &\quad (\sin\gamma(1-r_y^2) + 2\cos\gamma r_y\zeta_y)^2)}{K_y^2((1-r_y^2)^2 + (2r_y\zeta_y)^2)} \\
 E_6 &= (E_4 E_5)^{1/2}
 \end{aligned}$$

따라서 한 주기동안 계에 유기되는 가진에너지는 가진력의 크기에 의하여 결정됨을 알 수 있고, 이 에너지가 최대될 때 진동계의 안정성은 가장 취약하게 된다. 그러므로 실제적으로 임의 크기와 방향을 가진 변동절삭력이 작용하여 체터가 발생할 때 θ , γ , α_x , α_y 의 값은 단위크기의 변동절삭력이 작용할 때의 θ , γ , α_x , α_y 의 특성과 동일하다고 가정하면 컴퓨터 시뮬레이션으로 가진에너지가 최대가 되는 값에서 θ , γ , α_x , α_y 를 결정할 수 있다. 그리고 체터주파수방정식은 다음과 같이 전개 가능하다.

$$\begin{aligned}
 &S_{R1}^2 S_{13}^2 + S_{R1}(S_{R3} S_{12}^2 - S_{R3} S_{11} S_{13} \\
 &- S_{R2} S_{12} S_{13}) + (S_{R3}^2 S_{11}^2 - S_{R2} S_{R3} S_{11} \\
 &S_{R2}^2 S_{11} S_{13}) = 0 \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

식(3.19)를 만족하는 다수의 체터주파수 ω 를 구하여 식(3.17)에 대입한 후 물리적 의미를 갖는 한계절삭폭 b_{cr} 을 결정한다. 물리적 검증기준은 식(3.17)에서 얻어진 절삭폭 b 의 값에 미소중분이 더해진 값을 식(3.15)에 대입하여 양의 값을 가지면 그때의 절삭폭 b 의 값을

3차원 절삭가공에서의 한계절삭폭 b_{cr} 로 결정한다.

4. 절삭실험

4.1 공구계의 모달 파라메타 결정

가진실험에 의한 공구계의 동특성은 Table 1과 같이 주어진다(8).

Table 1 Dynamic Characteristics of Tool Structure

	m_x (kg)	m_y (kg)	K_x (MN/m)	K_y (MN/m)	C_x (Ns/m)	C_y (Ns/m)
TYPE 1	10.26	8.11	40.2	41.5	1421.5	1430.9
TYPE 2	8.98	8.06	60.3	39.4	1908.5	1319.1
TYPE 3	8.74	8.51	40.8	62.7	1337.7	1986.5

감쇠비 ζ 의 추정은 주파수 응답함수의 진폭과 해당주파수에 의해 나타나는 Bode선도를 이용하여 진폭응답법(Amplitude Response Method)으로 결정하였다. 공구계의 강강성과 감쇠계수의 변화에 따른 특성을 파악하기 위하여 Table 1에 보이는 바와 같이 3가지 형태의 공구계를 구성하였다.

4.2 절삭상태의 변수결정

정적 3차원 절삭실험은 범용선반에서 절삭변수 중 유효전단각의 계산을 고려하여 경사절삭을 하였고 공작물은 저탄소강으로 외경은 107mm, 두께는 1.45mm로 하였다. 공구는 인서트팁을 사용하는 외경 선삭용 Tool Holder(CSBPR 2020K12)를 사용하였고, 공구의 기하학적 형상은 ISO 규정에 의한 표시로 (0, 6, 6, 6, 15, 15, 0.4)와 같다. 절삭조건은 구성인선이 발생하지 않고, 공구경사면을 따라 유출되는 칩의 형태가 유동형(Flow type)이 되기위한 절삭조건을 선택하여 결정하였다. 유동형 칩이 발생할 때에는 절삭저항의 변동이 작기 때문에 가공면은 고경도 상태가 되고 공구의 칩평도 적은 것이 보통이다. 또 이와 같은 경우 칩의 두께나 절삭비는 절삭저항, 절삭에너지, 발열량 그밖의 여러가지 양을 지배하는 중요한 인자이다.

본 실험에 들어가기 전에 편심을 제거하기 위하여 전가공을 실시하였고, 절삭저항에 있어서 마찰특성이나 공작물의 진동영향을 일정하게 유지하기 위하여 절삭유

는 사용하지 않았다.

4.3 칠테터발생점과 한계절삭폭의 결정

칠테터의 시작은 단지 공구계에 의해서만 발생할 수 있도록 공작기계구조 동특성을 갖는 형태를 취하고 공작물은 가변 절삭폭의 형태를 이루기 위하여 테이퍼를 갖는 파이프형태로 제작하여 사용하였다. 칠테터 발생점은 특정한 절삭조건에서 진동의 진폭이 급격히 증가할 때의 시점으로, 일반적으로 그때의 절삭폭을 안정성 평가의 기준으로 취해 오고 있고, 안정경계조건을 만족하는 주파수의 값이 불안정주파수 또는 칠테터주파수이다. 본 연구에서는 가속도의 변화를 측정하는 방법과 청각에 의한 방법을 혼용하였다.

5. 실험결과 및 고찰

5.1 절삭상태의 특성

Fig. 4는 정적 3차원 절삭실험에 의하여 얻어진 유효 전단각의 특성을 나타내고 있고, ϕ_e 는 이송, 절삭속도가 증가함에 따라 증가하고 있다.

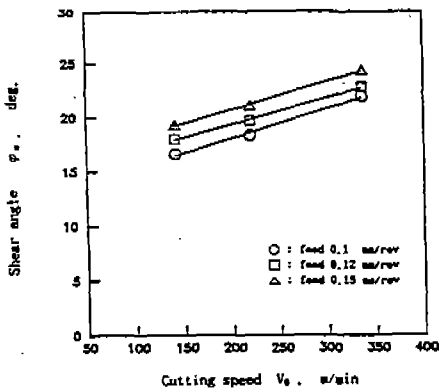


Fig. 4 Shear angle as a function of cutting speed for equivalent orthogonal cutting (Tool rake angle $\alpha_0=6^\circ$, Depth of cut $t=1.45\text{mm}$)

전단각과 마찰각의 특성으로부터 Merchant 제2절삭방정식을 사용하여 재료에 따른 절삭상수값을 각각의 이송과 절삭속도에 대하여 계산할 수 있고, 본 실험에서 사용한 공작물의 경우 85° 로 결정되었다. 전단응력에 대한 실험결과는 Fig. 5와 같고 전단응력은 절삭속도,

이송이 증가함에 따라 직선적으로 감소하고 있다.

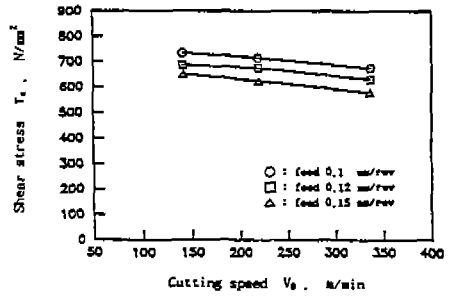


Fig. 5 Shear stress versus cutting speed for equivalent orthogonal cutting (Tool rake angle $\alpha_0=6^\circ$, Depth of cut $t=1.45\text{mm}$)

5.2 칠테터안정성 평가

이송량 0.15mm/rev일때 공구형태에 따른 절삭속도의 절삭폭의 관계가 Fig. 6과 같이 표현된다.

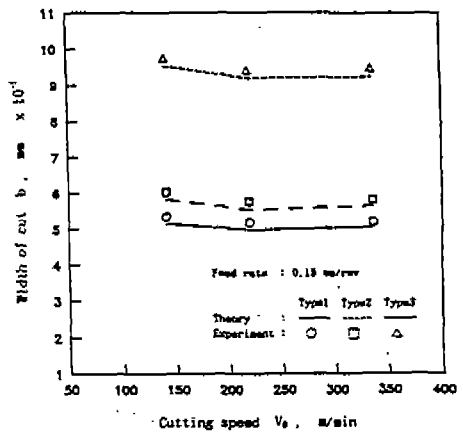


Fig. 6 Comparison between theoretical prediction and measured stability limit in three dimensional cutting

이론과 실험에 의한 한계절삭폭의 차이가 보이고 있는데 이것은 여러가지 요인이 복합된 것으로 보인다. 우선 칠테터실험을 행한 공작기계 자체의 불안정, 측정에 의한 오차와 가진실험에 의한 모달 파라메타의 과소평가 등을 들 수 있다. 가진실험에 의하여 공구계의 모달

파라메타를 정확하게 추출하는 것은 어렵고 특히 감쇠비의 추정은 실제적인 절삭과정 중에서의 감쇠비에 비하여 약 20~40% 정도 낮게 평가된다. Fig. 6은 공구형태에 관계없이 대부분의 공작물에서 나타나는 U자 형태의 전형적인 안정선도와 유사한 특성이 나타남을 알 수 있다 (4).

Fig. 7은 절삭속도의 증가에 따라 공구진동 방향으로 공구계에 유기되는 에너지의 상태를 설명하고 있고, 절삭속도가 증가함에 따라 단위 변동 절삭력에 대한 공구계에 유기되는 에너지는 감소함을 알 수 있다.

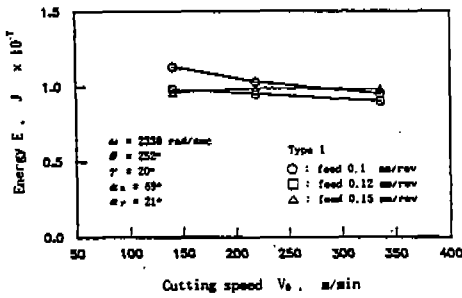


Fig. 7 Exciting Energy along the resulting vibration direction versus cutting speed

Fig. 8~Fig. 10은 재생효과에 대한 체터마크의 위상차 θ 와 x, y방향 진동변위간의 위상차 γ , 주분력방향에 대한 변동절삭력의 작용방향각 α_y 에 대한 에너지의 유기 상태를 설명하고 있다.

Fig. 8에서 체터마크의 위상각이 약 250° 부근에서 가진 에너지는 최대치를 가짐을 알 수 있고 위상각의 전영

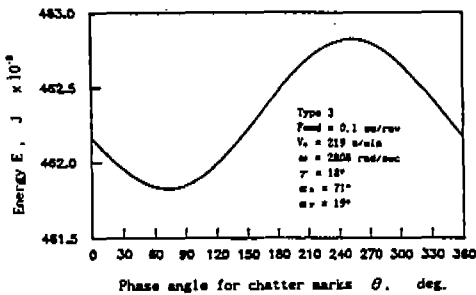


Fig. 8 Exciting Energy along the resulting vibration direction versus phase angle for chatter marks

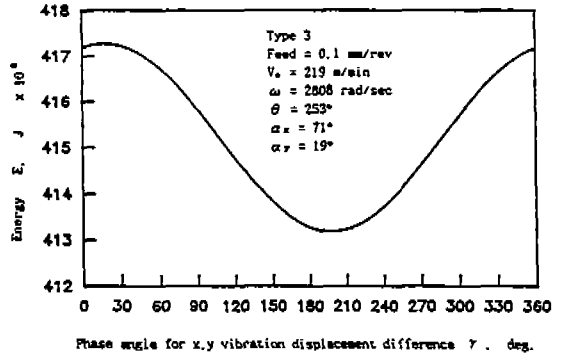


Fig. 9 Exciting Energy along the resulting vibration direction versus phase angle for x, y vibration displacement difference

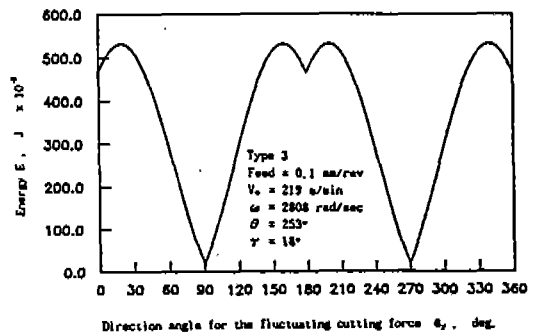


Fig. 10 Exciting Energy along the resulting vibration direction versus direction angle for the fluctuating cutting force

역에서 공구계에 에너지가 유기되고 있음을 알 수 있다. 진동변위간의 위상차 γ 는 계의 강성, 감쇠특성에 의하여 결정되는 값으로 결국 공구진동패적의 형태에 따라 결정된다. Fig. 9에서와 같이 위상차 γ 는 0~30° 사이에서 계에 최대의 에너지를 유기함을 알 수 있다. Fig. 10은 주분력방향에 대한 변동절삭력의 작용방향각 α_y 에 대한 에너지선도이며 계에 최대의 에너지를 유기하는 방향각은 주기적으로 변화하며, 변동절삭력의 방향이 주분력방향에 접근함에 따라 에너지 유입량은 증가하고 이에 반하여 이송방향에 접근함에 따라 유입되는 에너지는 급격하게 감소한다. 따라서 공구진동방향이 이송방향에 접근함에 따라 안정성이 향상됨을 알 수 있다. 즉

공구계에서 주분력방향의 강성이 이송분력방향의 강성보다 클 경우에 한계절삭속이 증가됨을 예측하기도 한다.

본 연구에서 제시된 공구계에 유기되는 에너지식을 이용하여 채터마크에 의한 위상차와 주분력, 이송분력방향 진동변위간의 위상차, 변동절삭력의 작용방향각을 고려한 경우의 안정성해석 결과와 채터마크의 위상차만을 고려하여 해석한 Parker의 연구(9)를 비교한 것이 Fig. 11이다.

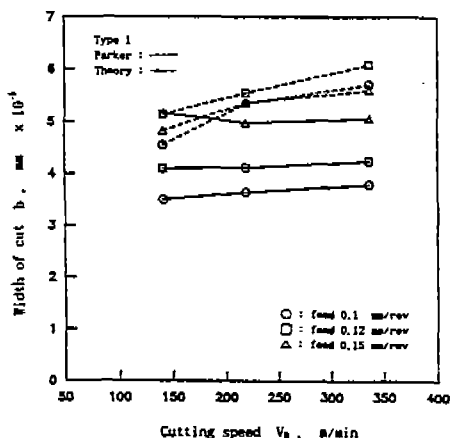


Fig. 11 Comparison of critical width of cut by two theoretical methods

Parker의 연구와 같이 일반적인 안정성해석 방법은 진동변위간의 위상차 γ 와 변동절삭력 작용방향각을 고려할 수 없기 때문에 본 연구에서 제시한 한계절삭속보다 큰 값을 가짐을 알 수 있다. Fig. 12는 두 이론적 결과로부터 얻은 채터주파수로서 선형채터이론에서 잘 알려진 바와 같이 채터주파수는 절삭속도의 증가에 따라 일정하게 감소하고 있다.

식 (3.5), (3.6)와 같이 표현되는 진동계 운동방정식에서 감쇠계수와 강성이 진동계의 안정성에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 감쇠계수와 강성의 각각의 비를 일정한 비율로 변화시킬 때 그 결과를 Fig. 13~15와 같이 나타낼 수 있다. Fig. 13은 공구형태 1(Type 1)일 때 이송방향과 주분력방향 감쇠계수의 비를 조정하였을 때 공구계에 유기되는 에너지 상태를 나타내고 있다.

Fig. 13에서 주분력방향의 감쇠계수 C_y 가 증가함에 따라 유입에너지는 급격하게 감소하고 있고, 이에 반하여 이송분력방향의 감쇠계수 C_x 가 증가시에는 유입에너지는

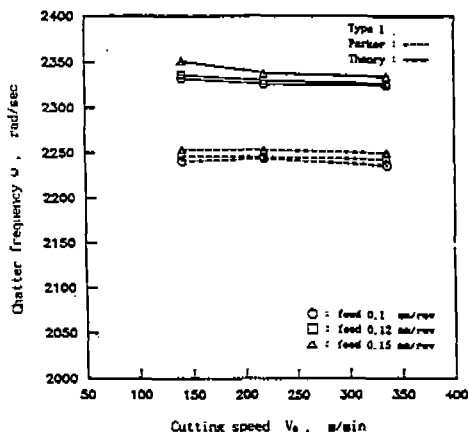


Fig. 12 Comparison of chatter frequency by two theoretical methods

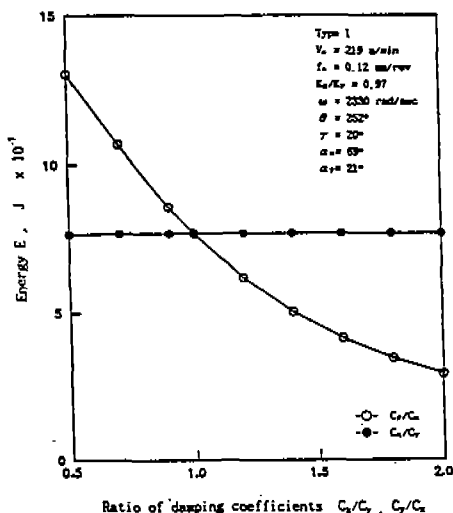


Fig. 13 Effect of damping coefficient in exciting energy along the resultant vibration direction

거의 감소하지 않고 있다. 따라서 공구계의 동적 안정성은 이송분력방향의 감쇠계수보다 주분력방향의 감쇠계수에 크게 좌우됨을 알 수 있다. 가진주파수에 대하여 감쇠계수의 비가 변동함에 따라 공구진동 진폭의 크기를 나타내고 있는 Fig. 14에서도 주분력방향의 감쇠계수가 증가함에 따라서 진동진폭의 크기는 감소하고 있다.

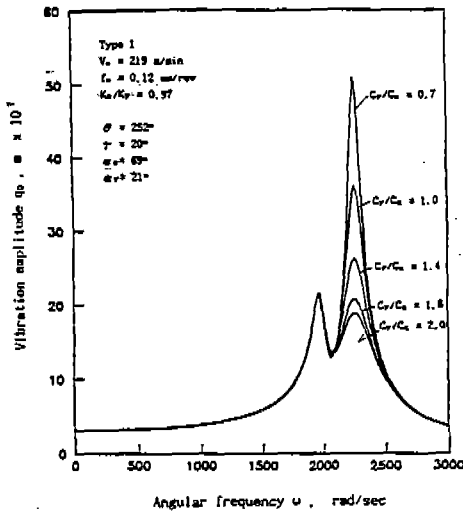


Fig. 14 Effect of damping coefficient in vibration amplitude q_0

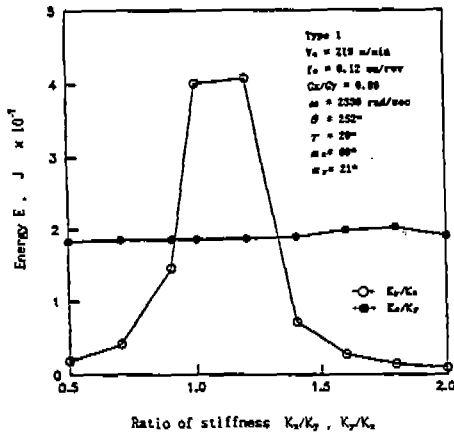


Fig. 15 Effect of stiffness in exciting energy along the resultant vibration direction

Fig. 15는 각각의 감쇠계수가 고정되고 각 모우드 방향의 강성을 변화시켰을 때 공구계에 유기되는 에너지의 상태를 나타내고 있는데, x, y방향의 강성비가 1 근처에서 공구계에 최대의 에너지가 유입되고 있고 이송방향의 강성보다 주분력방향의 강성이 클수록 유입되는 에너지의 양은 급격하게 감소하고 있다. 따라서 주분력방향의 강성이 안정성에 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

Fig. 13~15에서 유추할 수 있는 것과 같이 2자유도 집중변량계의 동적 안정성은 절삭속도방향의 동특성이 이송방향보다 상대적으로 크게 영향을 미치는 것으로 생각된다.

6. 결 론

본 연구에서 얻은 결과는 다음과 같다.

- 1) 진동계에 유기되는 에너지표현식에 의하여 진동의 안정성이 가장 취약할 때 체터마크에 대한 위상차와 진동변위간의 위상차, 변동절삭력의 작용 방향을 컴퓨터 시뮬레이션으로 결정할 수 있다.
- 2) 체터마크에 대한 위상차와 진동변위간의 위상차, 변동절삭력의 작용방향각은 진동계의 에너지 유입과 관련된다.
- 3) 3차원 절삭가공에서 공구계의 강성과 감쇠가 한계 절삭폭에 미치는 영향은 크며 특히 주분력방향의 강성과 감쇠를 크게 함으로써 효과적으로 한계절삭폭을 증가시킬 수 있다.

후 기

본 연구는 1991년도 한국 학술진흥재단의 지방대 육성 학술연구조성비에 의하여 연구되었으며 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

1. Tlusty, J., "Analysis of the State of Research in Cutting Dynamics", CIRP Annals, Vol. 27, No. 2, pp.583~589, 1978
2. E. Marui, S. Kato, M. Hashimoto, T. Yamada, "The Mechanism of Chatter Vibration in a Spindle-Workpiece System: Part 1, 2, 3", Trans. ASME. J. Eng. Ind., Nov. pp.236~253, 1988
3. P. N. Rao, U. R. Rao, "Towards Improved Design of Boring Bars Part 1, 2", Int. J. Mach. Tools, Vol. 28, No. 1, pp.33~58, 1988
4. V. Grasso, S. Noto La Diega and A. Passananti, "Dynamic Cutting Coefficients in

Three-Dimensional Cutting”, Int. J. MTDR., Vol. 20, pp.235~249, 1980

5. 山崎直樹, 福岡後道, “三次元 切削に 關する 基礎的 研究”, 精密機械, 47, 10, pp.74, 1980
6. 白井英治, “現代切削理論”, 共立出版社, 1990
7. Jeong-Suk Kim and Byung-Ho Lee, “An Analytical Model of Dynamic Cutting Forces in Chatter Vibration”, Int. J. Mach. Tools Manufact. Vol. 31, No. 3, pp.371~381, 1991
8. 加川幸雄, 石川正臣, “モーター 解析入門” オーム社, 1987
9. By E. W. Parker, “Dynamic Stability of a Cantilever Boring Bar with Machined Flats under Regenerative Cutting Conditions”, J. of Mechanical Engineering Science, Vol. 12, No. 2, 1970

부 록

변동절삭력에 의한 x, y 방향의 공구진동에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_x \ddot{x} + C_x \dot{x} + K_x x = F_{dx}(t) \quad (A.1)$$

$$m_y \ddot{y} + C_y \dot{y} + K_y y = F_{dy}(t) \quad (A.2)$$

여기서

$$F_{dx}(t) = -\tau_s b \lambda_{sx1} (x(1 - \cos \theta) + \dot{x}(\sin \theta / \omega + \lambda_{dx1}) - \lambda_{dx2} \dot{y}) \quad (A.3)$$

$$F_{dy}(t) = -\tau_s b \lambda_{sy1} (x(1 - \cos \theta) + \dot{x}(\sin \theta / \omega + \lambda_{dx1}) - \lambda_{dy2} \dot{y}) / \cos \eta^* \quad (A.4)$$

식(A.3), (A.4)의 변동절삭력 표현식은 각 방향의 진동변위가 단순조화운동으로 가정됨에 따라 변동절삭력도 단순조화적으로 변화함을 추측할 수 있다. 즉 식(3.5), (3.6)에서

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 \exp(i\omega t), \\ y(t) &= y_0 \exp(i(\omega t + \gamma)) \end{aligned} \quad (A.5)$$

따라서 식(A.5)와 식(A.3), (A.4)로부터 변동절삭력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{dx}(t) &= P_x \exp(i\omega t), \\ F_{dy}(t) &= P_y \exp(i\omega t) \end{aligned} \quad (A.6)$$

여기서

$$P_x = P_{xR} + iP_{xI}, \quad P_y = P_{yR} + iP_{yI}$$

$$P_{xR} = -\tau_s b \lambda_{sx1} (x_0(1 - \cos \theta) + \lambda_{dx2} y_0 \omega \sin \gamma)$$

$$P_{xI} = -\tau_s b \lambda_{sx1} (x_0 \omega (\sin \theta / \omega + \lambda_{dx1}) - \lambda_{dx2} \omega y_0 \cos \gamma)$$

$$P_{yR} = -\tau_s b \lambda_{sy1} (x_0(1 - \cos \theta) + \lambda_{dy2} y_0 \omega \sin \gamma) / \cos \eta^*$$

$$P_{yI} = -\tau_s b \lambda_{sy1} (x_0 \omega (\sin \theta / \omega + \lambda_{dy1}) - \lambda_{dy2} \omega y_0 \cos \gamma) / \cos \eta^*$$

Fig.3으로부터 변동절삭력 $F_d(t)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_d(t) &= F_{dx}(t) + F_{dy}(t) \\ &= P_x \exp(i\omega t) + P_y \exp(i\omega t) \\ &= (P_x + P_y) \exp(i\omega t) \\ &= F_d \exp(i\omega t) \end{aligned}$$

따라서 공구진동방향으로 작용하는 변동절삭력은 정현 함수적으로 작용하므로 각 방향으로 작용하는 분력성분은

$$\begin{aligned} F_{dx}(t) &= F_d(t) \cos \alpha_x \\ &= F_d \cos \alpha_x \exp(i\omega t) \end{aligned} \quad (A.7)$$

$$\begin{aligned} F_{dy}(t) &= F_d(t) \cos \alpha_y \\ &= F_d \cos \alpha_y \exp(i\omega t) \end{aligned} \quad (A.8)$$

이고, 공구진동에 대한 운동방정식 식(A.1), (A.2)에 각 분력방향의 응답식(A.5)와 가진력인 식(A.7), (A.8)을 대입하고 정리하면 가진력에 대한 변위의 비, 즉, 이송분력과 주분력방향의 동적 킴플라이언스는 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{x_0}{F_d} = \frac{\cos \alpha_x}{K_x(1 - r_x^2 + i2r_x \zeta_x)} \quad (A.9)$$

$$\frac{y_0}{F_d} = \frac{\cos \alpha_y}{K_y \exp(i\gamma)(1 - r_y^2 + i2r_y \zeta_y)} \quad (A.10)$$

여기서

$$r_x = \omega / \omega_{nx}, \quad r_y = \omega / \omega_{ny}$$

$$\zeta_x = C_x / \sqrt{2m_x K_x}, \quad \zeta_y = C_y / \sqrt{2m_y K_y}$$

ω_{nx}, ω_{ny} : 공구계의 x, y방향 고유진동수

따라서 x, y방향의 진동변위는 다음과 같다.

$$x_o = \frac{\cos \alpha_x}{K_x} \frac{F_d}{1 - r_x^2 + i2r_x \zeta_x} \quad (A.11)$$

$$y_o = \frac{\cos \alpha_y}{K_y \exp(i\gamma)} \frac{F_d}{1 - r_y^2 + i2r_y \zeta_y} \quad (A.12)$$

그러므로 변동절삭력에 의한 x, y방향의 진동의 합성 진동변위를 q_o 라 하면 식(A.6)과 자려진동의 특성으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_o = x_o + y_o = N x_o + D y_o \quad (A.13)$$

$$\text{즉 } (I - N)x_o = (D - I)y_o$$

여기서

$$N = b(N_R + iN_I), \quad D = b(D_R + iD_I)$$

$$N_R = -G(\omega) \tau_s (1 - \cos \theta) (\lambda_{sx1} + \lambda_{sy1} / \cos \eta^*) + H(\omega) \tau_s \omega (\lambda_{sx1} (\sin \theta / \omega + \lambda_{dx1}) + \lambda_{sy1} (\sin \theta / \omega + \lambda_{dy1}) / \cos \eta^*)$$

$$N_I = -H(\omega) \tau_s (1 - \cos \theta) (\lambda_{sx1} + \lambda_{sy1} / \cos \eta^*) - G(\omega) \tau_s \omega (\lambda_{sx1} (\sin \theta / \omega + \lambda_{dx1}) + \lambda_{sy1} (\sin \theta / \omega + \lambda_{dy1}) / \cos \eta^*)$$

$$D_R = -G(\omega) \tau_s \omega \sin \gamma (\lambda_{sx1} \lambda_{dx2} + \lambda_{sy1} \lambda_{dy2} / \cos \eta^*) - H(\omega) \tau_s \omega \cos \gamma (\lambda_{sx1} \lambda_{dx2} + \lambda_{sy1} \lambda_{dy2} / \cos \eta^*)$$

$$D_I = -H(\omega) \tau_s \omega \sin \gamma (\lambda_{sx1} \lambda_{dx2} + \lambda_{sy1} \lambda_{dy2} / \cos \eta^*) + G(\omega) \tau_s \omega \cos \gamma (\lambda_{sx1} \lambda_{dx2} + \lambda_{sy1} \lambda_{dy2} / \cos \eta^*)$$

$G(\omega), H(\omega)$: 변동절삭력과 합성진동방향의 변위의 비 즉, 합성진동방향의 동적컴플라이언스의 실수부 및 허수부

따라서 공구진동방향에 대한 이송방향과 주분력방향 진동진폭의 비는 다음 식으로 나타내어진다.

$$\frac{x_o}{y_o} = \frac{D - I}{1 - N} = \frac{bD_R - 1 + ibD_I}{1 - bN_R - ibN_I} = G_1(\omega) + iH_1(\omega) \quad (A.14)$$

여기서

$$G_1(\omega) = \frac{(bD_R - 1)(1 - bN_R) - b^2 N_I D_I}{(1 - bN_R)^2 + b^2 N_I^2}$$

$$H_1(\omega) = \frac{bN_I(bD_R - 1) + bD_I(1 - bN_R)}{(1 - bN_R)^2 + b^2 N_I^2}$$

또 식(A.14)에서 좌변항인 x_o/y_o 를 얻기 위해 식(A.11), (A.12)을 이용하면

$$\frac{x_o}{y_o} = \frac{F_d \cos \alpha_x K_y \exp(i\gamma)}{F_d \cos \alpha_y K_x} \frac{(1 - r_y^2 + i2r_y \zeta_y)}{(1 - r_x^2 + i2r_x \zeta_x)}$$

$$= G_2(\omega) + iH_2(\omega)$$

$$G_2(\omega) = J_6((J_1 + J_2)\cos \gamma - \sin \gamma(J_4 - J_3)) / J_5$$

$$H_2(\omega) = J_6((J_4 - J_3)\cos \gamma + \sin \gamma(J_1 + J_2)) / J_5$$

여기서

$$J_1 = (1 - r_x^2)(1 - r_y^2)$$

$$J_2 = 4\zeta_x \zeta_y r_x r_y$$

$$J_3 = 2\zeta_x r_x (1 - r_y^2)$$

$$J_4 = 2\zeta_y r_y (1 - r_x^2)$$

$$J_5 = (1 - r_x^2)^2 + (2\zeta_x r_x)^2$$

$$J_6 = K_y \cos \alpha_x / K_x \cos \alpha_y$$