

### 3축 이동로봇의 동역학을 고려한 실시간 제어

차 영 열\*, 권 대 갑\*\*

#### Real Time Control of a Mobile Robot Considering Dynamics

Y. Y. Cha\*, D. G. Gweon\*\*

#### ABSTRACT

In this study a three-axes mobile robot which has two independently controlled driving wheels and a function of simultaneously steering the driving wheels has been developed. Two-motion modes of the mobile robot, the first is a differential velocity motion of two driving wheels and the second is a equal driving and steering motion, have been analyzed and the kinematic and dynamic analyses about the each motion mode have been carried out. As a result of dynamic analysis, the torque used on a motor control and acceleration have been derived explicitly. Hence, a computation time is saved effectively and a real time control of the mobile robot considering the dynamics has become possible. Through a simulation the results considering the dynamics have been compared with that no regarding the dynamics and the possibility of real-time dynamic control has been proved.

**Key Words :** Wheeled Mobile Robot(바퀴형 이동로봇), Kinematics(기구학), Explicit Dynamics Solution(동역학 해), Motion Mode(운동방식)

#### 기호설명

$A_i$	: 정/동역학 해석을 위한 계수 ( $i=1, \dots, 9$ )	$C_{BA}$	: 링크 A에서 링크 B로의 조인트 커플링 행렬
$a_{Bx}, a_{By}$	: 몸체중심의 순간좌표계 B에 대한 국부좌표 $x, y$ 방향의 가속도	$e, \dot{e}$	: 위치와 속도 오차
$a, v, p$	: 로봇 몸체의 가속도, 속도 그리고 위치	$F, B, H_i, S_i$	: 지면, 몸체, 힙(Hip), 스티어링
$a_r, v_r, p_r$	: Reference 가속도, 속도 그리고 위치	$A_i, W_i, C_i$	: (Steering) 링크, 축, 바퀴 그리고 접촉점의 좌표계
$a_u$	: 제어입력 가속도	$f$	: 힘/토크 벡터
		$f_{xi}, f_{yi}, f_{zi}$	: 각 바퀴와 지면과의 접촉점에서 $x, y, z$ 방향의 힘( $i=1, \dots, 4$ )

\* 한국과학기술원 정밀공학과

\*\* 한국과학기술원 정밀공학과(정회원)

$g$	: 중력 가속도	$x_e, y_e, \theta_e$	: $x, y, \theta$ 방향의 오차
$I_{tz}, I_{sz}$	: 몸체와 스티어링 링크의 $Z$ 방향의 관성 모멘트	$x_o, y_o, \theta_o$	: 로봇트의 초기 $x, y, \theta$ 방향의 Configuration
$J_i$	: $i$ 번째 바퀴의 Jacobian 행렬 ( $i=1, \dots, 4$ )	$\alpha_{Bz}, \alpha_{sz}$	: 로봇트 몸체와 스티어링 링크의 국부좌표계 $Z$ 방향의 각가속도
$K_i$	: 역 동역학 해석을 위한 계수 ( $i=1, \dots, 6$ )	$\beta$	: 감속비
$K_p, K_v$	: 위치와 속도 계인	$\Delta x, \Delta y, \Delta \theta$	: $x, y, \theta$ 방향의 오프셋
$K_x, K_y, K_\theta$	: 국부 좌표계에서 $x, y, \theta$ 방향의 계인	$\theta_s$	: 구동바퀴의 스티어링 각
$l_i$	: Fig. 4에서 로봇트 각 부분의 Dimension ( $i=a, \dots, i$ )	$\theta_{si}$	: 로봇트 각 구동바퀴와 캐스터의 스티어링 각 ( $i=1, \dots, 4$ )
$m_t$	: 로봇트의 전체질량	$\tau_d, \tau_s$	: 바퀴의 구동 및 스티어링 토크
$\dot{P}$	: 글로벌 좌표계에서 본 로봇트의 Differential Configuration Vector	$\tau_i$	: 바퀴의 구동 토크 ( $i=1, 2$ )
$p_r, p, p_e$	: 로봇트의 $x, y, \theta$ 방향의 Reference, 실제위치 그리고 오차벡터	$\tau_{xi}, \tau_{yi}, \tau_{zi}$	: 각 바퀴와 지면과의 접촉점에서 $x, y, z$ 방향의 토크 ( $i=1, \dots, 4$ )
$\dot{q}_i$	: 로봇트 각 바퀴의 속도벡터 ( $i=1, \dots, 4$ )	$\omega_{Bz}$	: 로봇트 몸체의 국부좌표계 $Z$ 방향의 각속도
$\dot{q}_r, \dot{q}_u$	: 로봇트 몸체의 Reference와 제어입력에 관한 속도벡터	$\omega_d$	: 구동바퀴의 각속도
$R$	: 원형 경로에서의 반경	$\omega_r, \omega_u$	: 로봇트 몸체의 Reference 각속도와 제어입력
$r_1, r_2$	: 구동바퀴와 캐스터(Caster)의 반경	$\omega_{si}$	: 각 스티어링 링크의 각속도 ( $i=1, \dots, 4$ )
$T$	: 미분 역 기구학 행렬	$\omega_{wix}, \omega_{wiz}$	: 각 바퀴의 $x, z$ 방향의 각속도 ( $i=1, \dots, 4$ )
$V_{Bx}, V_{By}$	: 로봇트 몸체의 국부좌표계 $x, y$ 방향의 선속도	$\zeta_{ci}$	: 조인트 사이의 Coulomb 마찰계수 ( $i=1, \dots, 4$ )
$V_r, V_u$	: 로봇트 몸체의 Reference 속도와 제어입력	$\zeta_{ri}$	: 바퀴와 지면사이의 구름 마찰계수 ( $i=1, \dots, 4$ )
		$\zeta_s$	: 코착(Stictional) 계수

## 1. 서 론

현재 산업체에서 사용되고 있는 바퀴(Wheel)를 가진 이동로봇트는 테이프, 페이트 또는 매설 와이어 등에 의해 경로가 이미 결정된 것이 있고(1, 2, 3), 데드 레코닝(Dead Reckoning), 비이콘(Beacon), 관성항법장치 또는 컴퓨터 비전 시스템과 같은 프리웨이(Free-way) 방식이 있다(4, 5, 6). 그리고 이러한 이동로봇트는 거의 대부분이 동역학을 고려하지 않은 간단한 위치제어 방식을 사용하고 있다(7, 8, 9, 10).

단지 소수의 논문에서 동역학 해석을 했지만 관계식이 비선형 항을 포함하고 있고 내부변수들과 서로 커플링되어 있어서 임플리시트(implicit)하게 해를 구함에 따라 계산량이 많아서 실시간 제어가 어렵고 따라서 이론적인 시뮬레이션에만 머물러 있다. Muir<sup>(11)</sup>는 일반적인 바퀴에 대하여 폐회로 기구학(Closed Kinematic Chain)을 이용하여 기구학과 동역학 해석을 시도하였는데 모델링의 복잡도가 증가되고 최소근 해법(Minimum Norm Solution)에 의해 수치적으로 해를 구해야 하는 단점이 있다. 반면에 Saha<sup>(12)</sup>는 비 홀로노믹(Non-

holonomic) 제한 행렬의 직교보수(Orthogonal Complement) 개념을 도입하여 간단한 동역학 해를 구했으나 단순한 모델링으로 제한되는 단점이 있다.

본 연구에서는 2개의 독립적인 구동바퀴와 이들을 동시에 스티어링(Steering) 시키는 기능을 가진 이동로봇이 설계되었다. 제안된 로봇에 대해서 기구학 해뿐만 아니라 정/역 동역학 해를 명백(explicit)하게 구하므로서 실시간 계산이 가능하게 되었고 또한 리졸브드(Resolved) 가속도 제어방식을 써서 실시간으로 동역학을 고려한 제어를 구현하였다. 시뮬레이션을 통하여 기존의 기구학 해석 결과만 고려한 경로 추종방식 보다 동역학을 고려한 제어방식이 여러가지 경우의 경로추종에서 우수하다는 것이 판명되었다.

## 2. 이동로봇의 구조

제안된 이동로봇이 Fig.1에 나와 있고, 각부 상세도는 Fig.2에서 보여진다. 로봇의 프레임은 맨 아래에서부터 제 1, 2, 3, 4 판(Plate)으로 이루어져 있고 각 판사이에는 일정거리가 유지되도록 하였다. 제1판 하부에는 좌우 2개의 구동바퀴, 앞뒤 2개의 캐스터(Caster) 그리고 구동바퀴를 동시에 스티어링 시켜주기 위한 스티어링 구동부가 부착된다. 특히 앞에달린 캐스터는 제1 판과의 사이에 스프링과 리니어 가이드로 구성된 쿠션이 있어, 주행중 구동바퀴를 바닥에 확실하게 접촉시켜 미끄러움을 최소화하고 데드 레코닝으로 얻은 정보를 유효하게 할 뿐만 아니라 미소한 장애물은 바로 통과 하도록 하였다.

따라서 본 연구에서 제안된 이동로봇은 서로 독립된 좌우의 구동바퀴에 의해 이동하고 그 속도차에 의해 로봇의 몸체가 회전하는 기존의 AGV(Automated Guided Vehicle) 운동과 2개의 구동바퀴를 같은 회전속도로 구동하고 동시에 스티어링 시킴으로써 로봇의 몸체가 항상 일정한 방향만 향하도록 하는 운동이 가능하다. 여기서는 전자를 Different Velocity Motion(DVM)이라 부르고, 후자는 Equal Velocity Motion(EVM)이라 부르기로 한다. 이와같은 이동로봇은 일반 AGV 운동 외에 구동바퀴의 스티어링 기능을 하나 더 가지고 있기 때문에 몸체 회전없이 자유로운 평면운동이 가능하므로 좁은 통로등에서 초음파 또는 적외선 센서와 같은 항법용 센서의 절대위치 변화없이 이동할 수 있다.



Fig.1 Photograph of mobile robot

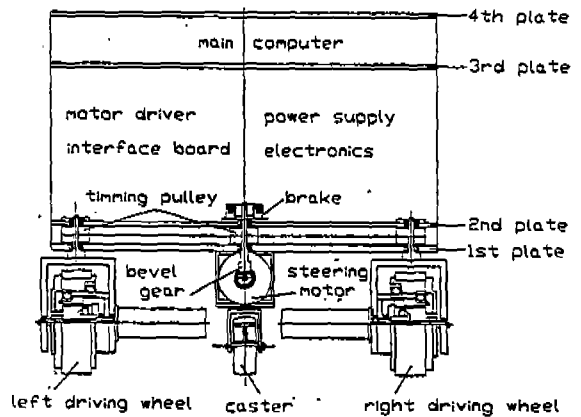


Fig.2 Structure of mobile robot

다음절에서 거론할 기구학과 동역학 해석에서도 위의 두가지 운동을 구분해서 다루고 각각의 경우에 대한 명백한 해를 구한다. Fig.3은 목표계획(Task Planning)으로부터 로봇 구동에 이르기까지 정보 흐름에 대한 순서도를 보여준다.

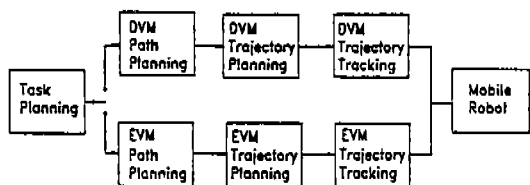


Fig.3 Information flow of two motion mode

### 3. 기구학 해석

#### 3.1 DVM의 기구학

Fig. 4는 이동로봇의 각 부분에 대한 좌표계 설정을 보여주고 있는데, 이때 로봇의 위치는 X-Y의 2차원 평면의 글로벌 Cartesian 좌표계에서 정의되고, 국부 좌표계는 y축이 로봇의 전진 방향과 일치하도록 고정된다. DVM 형태의 운동인 경우에 구동바퀴의 스티어링 각은  $\theta_{s1} = \theta_{s2} = \theta_s = 0$ 이며 속도전파는 Jacobian 행렬(11)을 사용하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

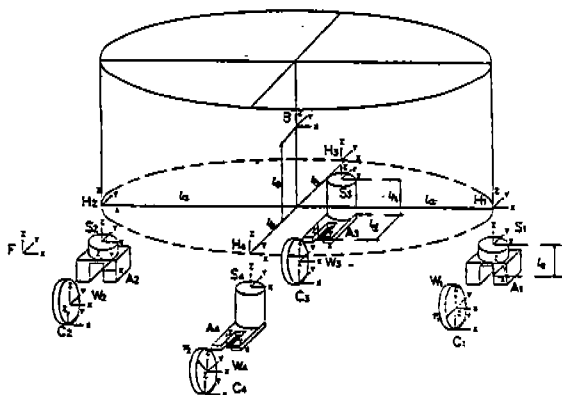


Fig.4 Coordinate system of mobile robot

$$\dot{P} = J_i \dot{q}_i \quad (i=1,2,3,4) \quad (1)$$

여기서,

$$\dot{P} = [V_{Bx}, V_{By}, \omega_{Bz}]^T \quad (2)$$

$$\dot{q}_i = [\omega_{wix}, \omega_{wiz}, \theta_{si}]^T \quad (i=1,2,3,4) \quad (3)$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ r_1 & -l_a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ r_1 & l_a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} -r_2 \sin \theta_{s3} & l_a - l_b \cos \theta_{s3} & -l_a \\ r_2 \cos \theta_{s3} & -l_b \sin \theta_{s3} & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} -r_2 \sin \theta_{s4} & -l_a - l_b \cos \theta_{s4} & l_a \\ r_2 \cos \theta_{s4} & -l_b \sin \theta_{s4} & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

따라서 미분(Differential) 역 기구학 해는

$$\begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{w2x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [J_1^T & J_1]^{-1} J_1^T \\ [J_2^T & J_2]^{-1} J_2^T \end{bmatrix} P = T P \quad (5)$$

에는 얻을 수 있고, 다시 정리하면

$$\omega_{w1x} = \frac{(V_{By} + l_a \omega_{Bz})}{r_1} \quad (6)$$

$$\omega_{w2x} = \frac{(V_{By} - l_b \omega_{Bz})}{r_1} \quad (7)$$

과 같다. 또한 미분 정 기구학 해는 식(5)에서

$$P = T^T (T T^T)^{-1} \dot{q} \quad (8)$$

이므로, 다음과 같다.

$$V_{Bx} = 0 \quad (9)$$

$$V_{By} = \frac{r_1 (\omega_{w1x} + \omega_{w2x})}{2} \quad (10)$$

$$\omega_{Bz} = \frac{r_1 (\omega_{w1x} - \omega_{w2x})}{2l_a} \quad (11)$$

#### 3.2 EVM의 기구학

2개의 바퀴를 같은 속도로 구동시키면서 동시에 이들을 스티어링 시키는 경우에는  $\omega_{w1x} = \omega_{w2x} = \omega_d$ 와  $\theta_{s1} = \theta_{s2} = \theta_s$ 가 된다. 앞에서와 같이 속도전파를 사용하면 미분 역 기구학 해는

$$\theta_s = \text{atan2}(-V_{Bx}, V_{By}) \quad (12)$$

$$\omega_d = \frac{(-V_{Bx} \sin \theta_s + V_{By} \cos \theta_s)}{r_1} \quad (13)$$

과 같고, 미분 정 기구학 해는 다음과 같다.

$$V_{Bx} = -r_1 \omega_d \sin \theta_s \quad (14)$$

$$V_{By} = r_1 \omega_d \cos \theta_s \quad (15)$$

$$\omega_{Bz} = 0 \quad (16)$$

### 4. 동역학 해석

Newton의 힘/토크 평형법칙은 일반 머니플레이터 뿐만 아니라 이동로봇에서도 운동방정식의 유도에 있어 기초가 된다. 또한 D'Alembert 법칙을 이용하여 동적인 힘/토크를 정적인 항으로 바꾸면

$$\sum f = 0 \tag{17}$$

과 같은 6개의 운동방정식을 얻을 수 있다. 또한 지면과의 접촉점 그리고 바퀴, 캐스터, 스티어링 링크에서 접촉점 및 Fig. 5와 같이 조인트를 통한 인접한 임의의 링크 A에서 링크 B로의 힘/토크 전파는

$$f_B = C_{BA} f_A \tag{18}$$

으로 나타낼 수 있다. 여기서  $C_{BA}$ 는 조인트 커플링 행렬이고 Fig. 5와 같은 경우에 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$C_{BA} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \zeta_c & 0 & 0 & \zeta_s \end{bmatrix} \tag{19}$$

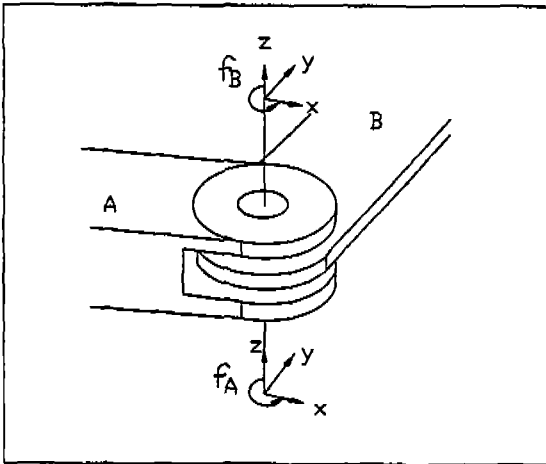


Fig. 5 Joint between links A and B

여기서  $\zeta_c$ 는 조인트 사이의 Coulomb 마찰 계수이고,  $\zeta_s$ 는 교착 계수이다. 그 역은

$$f_A = C_{AB} f_B \tag{20}$$

과 같이 표현되는데 커플링 행렬  $C_{AB}$ 는  $C_{BA}$ 의 대각선

요소(Off-diagonal Element)를 니게이팅(Negating)하여 얻을 수 있다(11). 식 (18) 과 (20)에서 조인트로 연결된 두 링크 사이의 힘/토크 관계식은 바퀴와 캐스터 축에서 4개, 그 스티어링부에서 4개, 그리고 접촉점에서 12개 해서 총 20개를 얻을 수 있다.

#### 4.1 DVM의 동역학

DVM 형태의 바퀴형 이동로봇의 동역학 해석에서는 조인트에서의 Coulomb 마찰을 무시하면, 좌우 구동바퀴의 스티어링이 없는 경우이므로 다음 식(21)부터 (32)까지 24개의 식이 만들어 진다.

$$f_{x1} + f_{x2} - m_c a_{Bx} + f_{x3} \cos \theta_{s3} - f_{y3} \sin \theta_{s3} + f_{x4} \cos \theta_{s4} - f_{y4} \sin \theta_{s4} = 0 \tag{21}$$

$$f_{y1} + f_{y2} - m_c a_{By} + f_{x3} \sin \theta_{s3} + f_{y3} \cos \theta_{s3} + f_{x4} \sin \theta_{s4} + f_{y4} \cos \theta_{s4} = 0 \tag{22}$$

$$f_{z1} + f_{z2} + f_{z3} + f_{z4} - m_c g = 0 \tag{23}$$

$$-\beta(\tau_1 + \tau_2) + (l_c + l_e)(f_{y1} + f_{y2}) + l_b(f_{z3} - f_{z4}) - l_d(f_{z3} \cos \theta_{s3} + f_{z4} \cos \theta_{s4}) + (l_h + l_c)(f_{y3} \cos \theta_{s3} + f_{y4} \cos \theta_{s4}) + (r_1 + l_c + l_e)(f_{z3} \sin \theta_{s3} + f_{z4} \sin \theta_{s4}) = 0 \tag{24}$$

$$-(r_1 + l_c + l_e)(f_{x1} + f_{x2}) - l_a(f_{z1} - f_{z2}) - l_d(f_{z3} \sin \theta_{s3} + f_{z4} \sin \theta_{s4}) + (l_h + l_c)(f_{y3} \sin \theta_{s3} + f_{y4} \sin \theta_{s4}) - (r_1 + l_c + l_e)(f_{z3} \cos \theta_{s3} + f_{z4} \cos \theta_{s4}) = 0 \tag{25}$$

$$l_a(f_{y1} - f_{y2}) + l_b(f_{y3} \sin \theta_{s3} - f_{y4} \sin \theta_{s4}) - I_c a_{Bz} = 0 \tag{26}$$

$$\tau_{xi} = -\zeta_{ri} f_{xi} \quad (i=1,2,3,4) \tag{27}$$

$$\tau_{yi} = 0 \quad (i=1,2,3,4) \tag{28}$$

$$\tau_{zi} = -\zeta_{di} a_{zi} = 0 \quad (i=1,2,3,4) \tag{29}$$

$$\beta \tau_i + r_1 f_{yi} + \zeta_{ri} f_{xi} = 0 \quad (i=1,2) \tag{30}$$

$$r_1 f_{xi} + \zeta_{ri} f_{xi} + \zeta_{di} a_{zi} = 0 \quad (i=3,4) \tag{31}$$

$$l_d f_{xi} + \zeta_{di} a_{zi} + \zeta_{di} a_{zi} = 0 \quad (i=3,4) \tag{32}$$

역 동역학 해석은 이동로봇의 속도와 가속도가 주어질 때 바퀴의 구동모터에 걸리는 토크를 구하는 것이다. 상기 식들에서 미지수는 지면과 접하고 있는 4개의 접촉점에서 각 방향의 힘과 토크 24개와  $\tau_1, \tau_2, \theta_{s3}, \theta_{s4}$ 이므로 미지수의 수는 28개이다. 따라서 명백한(explicit) 해를 얻기 위해서는 상기 24개의 식뿐만 아니라, 직관적인 가정에 의한 다음 4개 식이 더 필요하다.

$$f_{z1} = f_{z2} = f_{z3} = f_{z4} \quad (33)$$

$$f_{x1} = f_{x2} \quad (34)$$

식(21)에서 식(32)까지 살펴보면 내부와 외부변수  $f_{x1}$ ,  $f_{x2}$ ,  $f_{y1}$ ,  $f_{y2}$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  그리고 삼각함수인  $\theta_{s3}$ ,  $\theta_{s4}$ 를 포함한 비선형항이 서로 커플링 되어 있음을 알 수 있다. 식(21)과 (22)를 식(24)와 (25)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$K_3 \cos \theta_{s3} + K_4 \cos \theta_{s4} + K_1 = 0 \quad (35)$$

$$K_3 \sin \theta_{s3} + K_4 \sin \theta_{s4} - K_2 = 0 \quad (36)$$

여기서

$$K_1 = \zeta_1 f_{z1} + \zeta_2 f_{z2} + l_b(f_{z3} - f_{z4}) + (r_1 + l_c + l_e) m_1 a_{By}$$

$$K_2 = (r_1 + l_c + l_e) m_1 a_{Bx} + l_a(f_{z1} - f_{z2})$$

$$K_3 = (l_h - l_e - r_1) f_{y3} - l d_{z3}$$

$$K_4 = (l_h - l_e - r_1) f_{y4} - l d_{z4}$$

식(35)와 (36)에서  $\theta_{s3}$  항을 제거하면 다음과 같다.

$$K_1 \cos \theta_{s4} - K_2 \sin \theta_{s4} = K_5 \quad (37)$$

여기서,

$$K_5 = \frac{K_3^2 - K_1^2 - K_2^2 - K_4^2}{2K_4}$$

식(37)에서  $\theta_{s4}$ 를 구하기 위해  $K_1$ 과  $K_2$ 를 다음과 같이 변수치환 한다.

$$K_1 = \rho \sin \phi \quad (38)$$

$$K_2 = \rho \cos \phi \quad (39)$$

여기서,

$$\rho = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}$$

$$\phi = \text{Atan2}(K_1, K_2)$$

식(38)과 (39)를 식(37)에 대입하여  $\theta_{s4}$ 를 구한다.

$$\theta_{s4} = \text{Atan2}(K_1, K_2) - \text{Atan2}(K_5, \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_5^2}) \quad (40)$$

또한  $\theta_{s3}$ 을 얻기 위하여, 식(35)와 (36)에서  $\theta_{s4}$  항을 제거하면 다음과 같다.

$$K_1 \cos \theta_{s3} - K_2 \sin \theta_{s3} = K_6 \quad (41)$$

여기서,

$$K_6 = \frac{K_4^2 - K_1^2 - K_2^2 - K_3^2}{2K_3}$$

앞에서와 같은 방법으로 변수치환을 하고 정리하면  $\theta_{s3}$ 가 다음과 같이 구해진다.

$$\theta_{s3} = \text{Atan2}(K_1, K_2) - \text{Atan2}(K_6, \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_6^2}) \quad (42)$$

또한  $f_{x1}$ ,  $f_{x2}$ ,  $f_{y1}$  그리고  $f_{y2}$ 는 식(21), (22), (26), (34)를 이용하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$f_{z1} = f_{z2} = \frac{f_{y3} \sin \theta_{s3} + f_{y4} \sin \theta_{s4} + m_1 a_{Bz}}{2} \quad (43)$$

$$f_{y1} = \frac{1}{2} (-f_{y3} \cos \theta_{s3} - f_{y4} \cos \theta_{s4} + m_1 a_{By}) + \frac{1}{2l_a} [l_c a_{Bz} - l_b (f_{y3} \sin \theta_{s3} - f_{y4} \sin \theta_{s4})] \quad (44)$$

$$f_{z2} = -f_{y3} \cos \theta_{s3} - f_{y4} \cos \theta_{s4} + m_1 a_{By} - f_{y1} \quad (45)$$

여기서  $f_{y3}$ 와  $f_{y4}$ 는 식(31)에서 구해진다. 그리고 최종적으로 각 바퀴의 구동토크는 식(30)에서 구해진다.

$$\tau_1 = \frac{-r_1 f_{y1} - \zeta_1 f_{z1}}{\beta} \quad (46)$$

$$\tau_2 = \frac{-r_1 f_{y2} - \zeta_2 f_{z2}}{\beta} \quad (47)$$

DVM에서의 정 동역학 해석은 2개 바퀴의 구동모터에 대한 토크가 주어질 때 몸체의 속도와 가속도를 구하는 것이다. 역 동역학 해석 경우와 같이 식(21)에서 (34)까지 28개 식이 그대로 이용되며 미지수는 지면과의 접촉점에서 24개와  $\theta_{s3}$ ,  $\theta_{s4}$ ,  $a_{Bx}$ ,  $a_{By}$ ,  $a_{Bz}$  해서 29개이므로 식 1개가 더 필요한데, 일반적으로 경로계획에서 경로의 회전반경이 R일 때  $a_{By}$ 와  $a_{Bz}$ 는 다음과 같은 관계가 주어진다.

$$a_{By} = R a_{Bz} \quad (48)$$

먼저 식(30)에서  $f_{y1}$ 과  $f_{y2}$ 를 구한다.

$$f_{y1} = \frac{-\beta \tau_1 - \zeta_1 f_{z1}}{r_1} \quad (49)$$

$$f_{y2} = \frac{-\beta \tau_2 - \zeta_2 f_{z2}}{r_1} \quad (50)$$

식(22), (24), (26) 그리고 (48)을 정리하면 다음과 같다.

$$A_1 \cos \theta_{s3} + A_2 \cos \theta_{s4} = -A_3 \quad (51)$$

$$A_4 \cos \theta_{s3} + A_5 \cos \theta_{s4} + A_6 \sin \theta_{s3} + A_7 \sin \theta_{s4} = -A_8 \quad (52)$$

여기서,

$$A_1 = f_{y3}(l_h + l_c) - f_{z3}l_d$$

$$A_2 = f_{y4}(l_h + l_c) - f_{z4}l_d$$

$$A_3 = -\beta(\tau_1 + \tau_2) + (l_c + l_e)(f_{y1} + f_{y2}) + l_b(f_{z3} - f_{z4})$$

$$A_4 = f_{y3} \frac{I_t}{Rm_t}$$

$$A_5 = f_{y4} \frac{I_t}{Rm_t}$$

$$A_6 = -f_{y3}l_b$$

$$A_7 = f_{y4}l_b$$

$$A_8 = \frac{I_t}{Rm_t}(f_{y1} + f_{y2}) - l_e(f_{y1} - f_{y2})$$

식(51)과 (52)에서 Newton-Rapson법을 이용하여  $\theta_{s3}$ 과  $\theta_{s4}$ 를 구할 수 있고,  $f_{x1}$ ,  $f_{x2}$ 는 식(25)와 (34)에서 구해진다.

$$f_{x1} = f_{x2} = \frac{(l_h + l_c)(f_{y3} \sin \theta_{s3} + f_{y4} \sin \theta_{s4}) - \frac{l_d(f_{z3} \sin \theta_{s3} + f_{z4} \sin \theta_{s4})}{l_e}}{2(r_1 + l_c)} \quad (53)$$

최종적으로 로봇 몸체의 가속도와 각가속도는 식(21), (22), (26)에서 다음과 같이 구해진다.

$$a_{Bx} = \frac{f_{x1} + f_{x2} - f_{y3} \sin \theta_{s3} - f_{y4} \sin \theta_{s4}}{m_t} \quad (54)$$

$$a_{By} = \frac{f_{y1} + f_{y2} + f_{y3} \cos \theta_{s3} + f_{y4} \cos \theta_{s4}}{m_t} \quad (55)$$

$$a_{Bz} = \frac{l_b(f_{y3} \sin \theta_{s3} - f_{y4} \sin \theta_{s4}) + l_e(f_{y1} - f_{y2})}{I_{tz}} \quad (56)$$

#### 4.2 EVM의 동역학

EVM에서의 동역학 해석은 DVM의 경우 보다 매우 단순하다. 2개의 구동바퀴를 같은 속도로 구도 시키면서 동시에 이들을 스티어링 시키는 경우  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_d$ 가 되고, 역 동역학 해석은 각 구동바퀴의 토크  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  대신에 구동바퀴의 토크  $\tau_d$ 와 스티어링 토크  $\tau_s$ 를 구하는 것이다. 앞에서 거론한 DVM 경우와 같은 식을 유도하면  $\tau_d$ 와  $\tau_s$ 는 다음과 같다. 또한 정 동역학 해석을 통해  $a_{Bx}$ ,  $a_{By}$  그리고  $a_{Bz}$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\tau_d = \frac{r_1}{\beta} m_t \left[ -\frac{(\zeta_{r1} + \zeta_{r2})g}{r_1} + a_{Bx} \sin \theta_s - a_{By} \cos \theta_s \right] \quad (57)$$

$$\tau_s = \frac{I_{sz} a_{Bz}}{\beta} \quad (58)$$

$$a_{Bx} = \left[ \frac{\beta \tau_d}{r_1 m_t} + \frac{(\zeta_{r1} + \zeta_{r2})g}{r_1} \right] \sin \theta_s \quad (59)$$

$$a_{By} = \left[ -\frac{\beta \tau_d}{r_1 m_t} - \frac{(\zeta_{r1} + \zeta_{r2})g}{r_1} \right] \cos \theta_s \quad (60)$$

$$a_{Bz} = \frac{\beta \tau_s}{I_{sz}} \quad (61)$$

#### 5. Controller

Fig. 6은 동역학을 기초한(Dynamic-based) Cartesian 제어기의 하나인 리졸브드 가속도 제어기(Resolved Acceleration Controller)의 블록선도를 보여주고 있다. 리졸브드 가속도 제어기는 경로 생성기로부터 계산된 이동로봇의 위치, 속도 그리고 가속도인  $p_r$ ,  $v_r$ ,  $a_r$ 이 주어지고, 이동로봇의 제어입력 가속도  $a_u$ 는 다음과 같은 제어 룰에 의해서 주어진다.

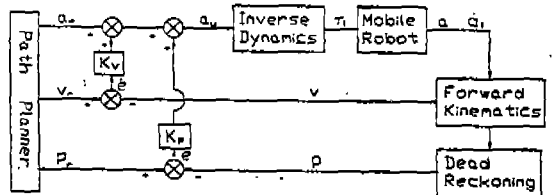


Fig. 6 Flow chart of resolved acceleration controller

$$a_u = a_r + K_v \dot{e} + K_p e \quad (62)$$

이렇게 얻어진 제어입력 가속도  $a_u$ 를 이용하여 역 동역학에 의해 이동로봇의 각 바퀴의 구동토크가 구해지고, 정 기구학과 데드 레코닝에 의해 현재 속도  $v$ 와 위치  $P$ 가 구해진다. 만약 동역학적 모델링이 정확하다면 주어진 가속도의 경로를 따라갈 것이다. 그러나 시스템에 외란이 존재 할 뿐만 아니라 정확한 모델링이 불가능하므로 실제의 추적오차를 최소화 시켜주기 위하여 위치와 속도 궤환이 도입된다.

또한 동역학을 고려한 시뮬레이션 결과와의 추적성능을 비교하기 위하여 기구학 해석만을 고려한 Kanayama<sup>(10)</sup>의 추적 제어기가 Fig. 7에 나와 있다.

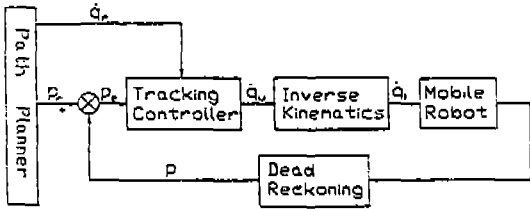


Fig. 7 Flow chart of tracking controller

기존 입력으로는 로봇의 위치  $P_r(x_r, y_r, \theta_r)^T$ 과 속도  $\dot{q}_r = (V_r, \omega_r)^T$ 이 주어지고, 출력으로는 데드 레코닝에 의해 현 위치  $P = (x, y, \theta)$ 가 얻어진다. 따라서 위치오차  $P_e = (x_e, y_e, \theta_e)^T$ 에 의해서 제어입력속도  $\dot{q}_u = (V_u, \omega_u)^T$ 를 위한 다음과 같은 제어율을 제안하였다.

$$V_u = V_r \cos \theta_e + K_x x_e \quad (63)$$

$$\omega_u = \omega_r + V_r (K_y y_e + K_\theta \sin \theta_e) \quad (64)$$

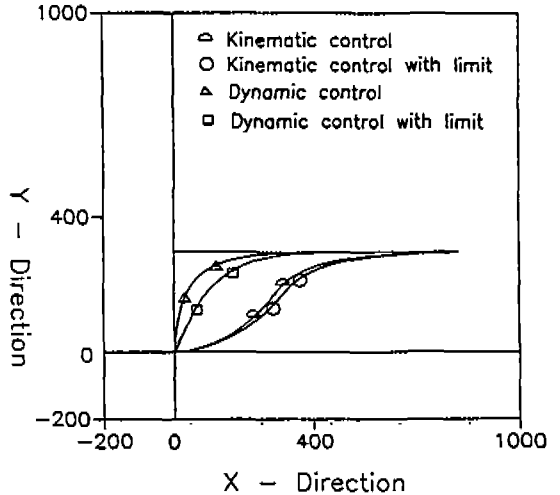
이때 시스템이 안정하기 위한 매개변수값의 조합은  $K_x = 10/\text{sec}$ ,  $K_y = 6.4 \times 10^{-3}/\text{cm}^2$ ,  $K_\theta = 0.16/\text{cm}$ 이다.

또한 경로 계획자(Path Planner) 입장에서 유연하지 않은 경로(Non-smooth Path)를 사용할 수 있다면 편리할 것이다. 그러나 이 경우에 목표 속도  $(V_u, \omega_u)$  또는 구동토크  $\tau_i$ 가 실제에서 얻을 수 있는 것 보다 크게 된다. 또한 선 또는 각 가속도가 로봇의 미끄럼을 야기할 만큼 크게 되는데, 이는 데드 레코닝에서 심각한 오차를 야기한다. 따라서 이러한 경로를 다루기

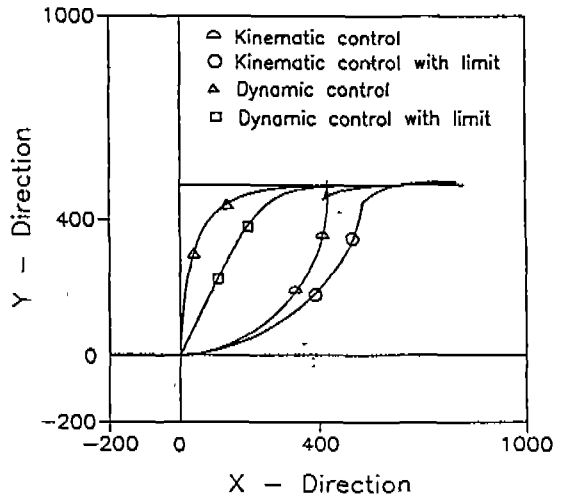
위하여 속도와 가속도 그리고 토크의 제한이 필요하다.

## 6. 시뮬레이션

앞절에서 명백하게 유도한 동역학 해는 Fig. 6과 같은 리졸브드 가속도 제어를 사용하여 시뮬레이션 하였고, 이때 각 변수값의 조합은  $K_p = 10/\text{sec}^2$ ,  $K_v = 6.32/\text{sec}$ 이다. 간단하게 해가 유도되는 EVM 보다는 DVM



(a)  $\Delta y = 300\text{mm}$



(b)  $\Delta y = 500\text{mm}$

Fig. 8 Responses of lateral step input



경우에 대해서만 다루었으며 정/역 동역학 해가 명백하게 얻어지므로 IBM-PC (486)에서 계산시간은 거의 무시할 정도(5 msec 이내)가 되어 실시간 제어가 가능하였다. 이때 사용된 속도분포곡선은 사다리꼴이고, 최대 선속도는  $V_{max} = 0.5m/sec$ 이다.

Fig. 8은 Y방향의 오프셋이 존재할 때, 즉  $\Delta y = 300$  일 때와 500(mm)일 때의 시뮬레이션 결과가 보여지고 있다. 초기의 위치는  $(x_0, y_0, \theta_0) = (0, 0, 0)$ 이다.  $\Delta y$ 가 300mm인 경우에 동역학을 고려한 경우가 고려하지 않은 추적제어 경우 보다 더 빨리 주어진 경로에 도달하고, 속도, 가속도 그리고 토크 제한이 있는 경우가 없는 이상적인 경우 보다 수렴이 느림을 알 수 있다. 또한  $\Delta y$ 가 500mm인 경우에는 동역학을 고려하지 않은 경우 유연한 경로추적이 안되는 것을 알 수 있다.

x방향의 오프셋, 즉  $\Delta x = 500$ (mm)인 경우의 결과가 Fig. 9에 도시 되었다. y방향 오프셋 경우와 달리 이 경우 기구학만을 고려한 경우에서 오버슈트가 생기는 것을 알 수 있다. Fig. 10은 불연속 점프  $\Delta\theta = \pi/4$ 인 경우의 시뮬레이션 결과가 보여진다. 마지막으로 Fig. 11은  $\omega$ 이 0이 아닌 경우, 즉 반원형 경로의 결과이다. 이때 주어진 경로는 중심이  $(0, 400)$ 이고 반경이 400(mm)인 원이며 초기위치는  $(x_0, y_0, \theta_0) = (0, -200, 0)$ 이다.

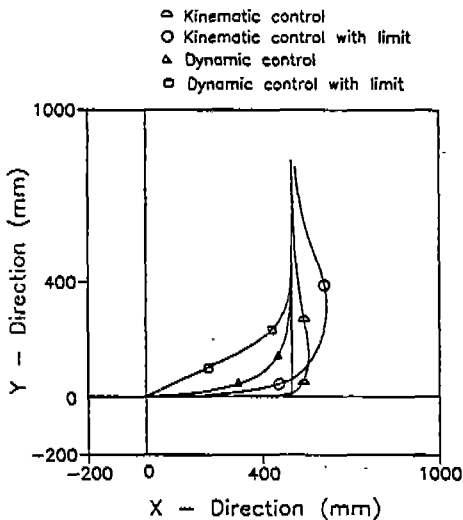


Fig. 9 Responses of nominal step input ( $\Delta x = 500mm$ )

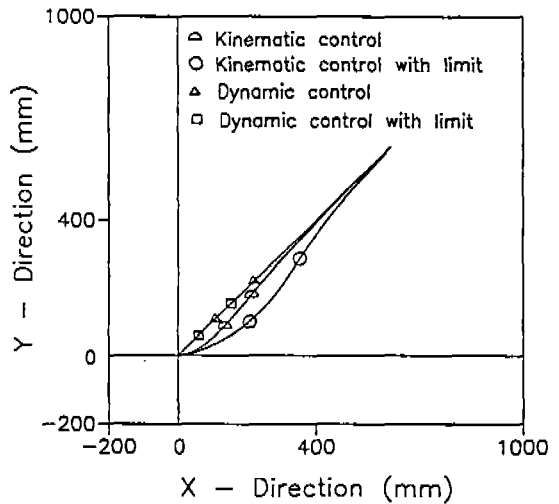


Fig. 10 Response of orientational step input ( $\Delta\theta = 45^\circ$ )

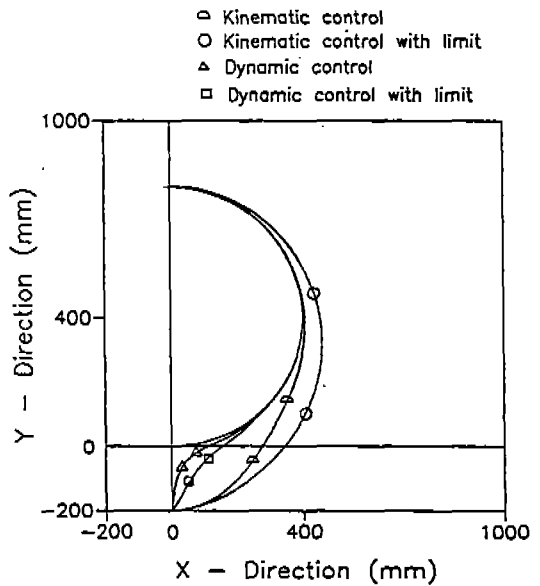


Fig. 11 Response of lateral step input at circular path

위에서 보여준 여러가지의 경로추적 경우에서 동역학을 고려한 경우가 고려하지 않은 경로제어기의 경우 보다 더 빨리 주어진 궤도에 도달하였다. 따라서 동역학을 고려한 이동로봇의 경로추적이 훨씬 더 우수한 성능을 나타내는 것을 보였다.

## 7. 결 론

본 연구에서는 복잡구조를 가진 이동로봇의 기구학 해 뿐만 아니라 정/역 동역학 해를 2개의 운동형태로 구분하여 명백하게 유도하였으며, 얻어진 해를 이용하여 이동로봇의 동역학을 고려한 실시간 제어를 가능케 했다. 또한 이를 이용한 리졸브드 가속도 제어의 결과는 기구학 해석만에 의한 일반적인 추적 제어기의 결과와 여러가지의  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta \theta$ 가 있는 경로에 대하여 시뮬레이션을 통하여 비교하였고, 경로추적 성능이 훨씬 더 개선되는 것을 보였다. 또한 이동로봇에서 데드 레코닝 오차를 야기시키는 미끄럼을 감소시키기 위하여 속도, 가속도 그리고 토크 제한을 도입한 결과도 소개 되었다.

## 참고문헌

1. E. S. McVey, K. C. Drake and R. M. Inigo, 1986, "Range Measurements by a Mobile Robot Using a Navigation Line", IEEE Trans. PA & Mi., Vol. PAMI-8, pp.105~109.
2. E. W. Morris, 1981, "Developments in Guided Vehicle Systems, Possibilities and Limitations and the Economics of Their Operation", Proc. 1st Int. Conf. on AGV Systems., pp.67~77.
3. M. H. E. Larcommbe, 1981, "Tracking Stability of Wire Guided Vehicles", Proc. Int. Conf. on AGV Systems., pp.137~144.
4. T. Tsumura, 1982, "A System for Measuring

- Current Position and/or Heading of Vehicle", Bull. JSME, Vol. 25, No. 203.
5. K. Fujiwara, 1981, "Guideless Robot Vehicle", Material on Vehicle Automation, No. 8, pp.10~17.
6. I. Fukui, 1981, "TV Image Processing to determine the Position of a Robot Vehicle", Pattern Recognition, Vol. 14, No. 1~6, pp.101~109.
7. Y. Kanayma and S. Y. Yuta, 1988, "Vehicle Path Specification by a sequence of Straight Lines", IEEE J. of R & A, Vol. 4, No. 3, pp.265~276.
8. S. Singh and D. H. Shin, 1989, "Position Based Path Tracking for Wheeled Mobile Robots", Proc. IEEE IROS '89.
9. Y. Kanayama, et. al., 1989, "A Locomotion Control Method for Autonomous Vehicles", IEEE Int. Conf. on R & A.
10. Y. Kanayama et. al., 1991, "A Stable Tracking Control Method for a Non-holonomic Mobile Robot", Int. Workshop on IROS '91, pp.1236~1241.
11. P. F. Muir, 1988, "Modeling and Control of Wheeled Mobile Robots", Ph D Thesis, Department of Electrical and Computer Engineering Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA.
12. S. K. Saha and J. Angeles, 1989, "Kinematics and Dynamics of a Three-wheeled 2-dof AGV", IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp.1572~1577.